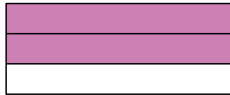


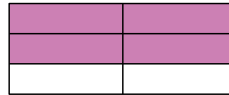
Activités

Activité 1 : Une ribambelle de fractions égales...

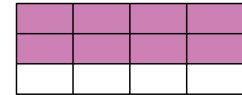
Mohamed, Robert et Marion ont colorié la même surface d'un rectangle qu'ils ont ensuite découpée de manières différentes.



Mohamed



Robert



Marion

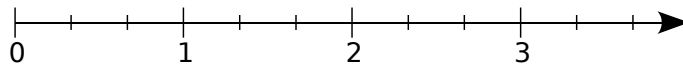
- Pour chaque élève, quelle fraction du rectangle est coloriée en rose ?
- À l'aide de la question a., complète l'égalité suivante : $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.
- En utilisant une méthode similaire, écris trois fractions égales à $\frac{10}{12}$.
- Est-il possible de trouver une fraction égale à $\frac{7}{9}$ ayant pour dénominateur 81 ? Ayant pour dénominateur 11 ?

Activité 2 : Comparer une fraction au nombre 1

Le professeur Sésamatheux demande à ses élèves de comparer une fraction à 1. Voici la démarche de plusieurs élèves.

- Julie a choisi le nombre en écriture fractionnaire $\frac{3}{4}$. Quelle est l'écriture décimale de ce nombre ? La fraction $\frac{3}{4}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?

- Ibrahim a choisi la fraction $\frac{5}{3}$ et décide d'utiliser un axe gradué. Reproduis l'axe gradué ci-dessous et places-y le point A d'abscisse $\frac{5}{3}$. La fraction $\frac{5}{3}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?



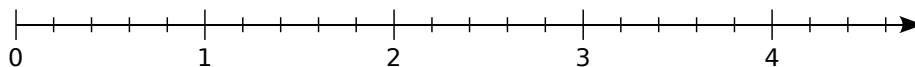
- Marcel a choisi la fraction $\frac{3}{8}$. Il a choisi 16 cm comme unité. Trace un segment [AB] de longueur une unité puis repasse en rouge les $\frac{3}{8}$ de ce segment. La longueur du segment rouge est-elle supérieure ou inférieure à l'unité ? La fraction $\frac{3}{8}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?

- Roger a choisi la fraction $\frac{7}{4}$. Il a choisi 2 cm comme unité. Trace un segment [CD] de longueur une unité. Trace en bleu un segment de longueur sept fois la longueur du segment [CD] puis coupe le segment bleu en quatre segments de même longueur. La longueur du segment obtenu est-elle inférieure ou supérieure à l'unité ? La fraction $\frac{7}{4}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?

- À partir des différents exemples ci-dessus, peux-tu énoncer une règle pour comparer une fraction à 1 ?

Activités

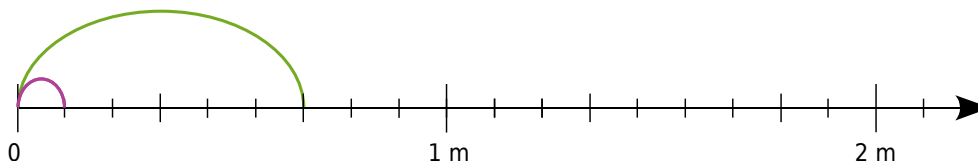
Activité 3 : Comparaisons dans les cas simples



Lola la tortue et Jeannot le lapin décident de faire une course sur la demi-droite graduée ci-dessus. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Lola parcourt $\frac{7}{5}$ d'unité et Jeannot parcourt $\frac{12}{5}$ d'unité.

- Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points L et J pour indiquer les positions de Lola et de Jeannot.
- Lequel des deux a parcouru le plus grand trajet ? Parmi les fractions $\frac{7}{5}$ et $\frac{12}{5}$, quelle est la plus grande ?
- En t'aidant de la question **b.**, énonce une règle qui permet de comparer des fractions de même dénominateur.
- Applique la règle que tu as trouvée pour comparer $\frac{25}{109}$ et $\frac{38}{109}$ puis $\frac{7,9}{23}$ et $\frac{7,09}{23}$.

Activité 4 : Comparaisons dans les cas complexes

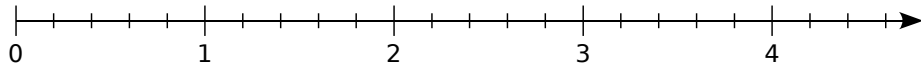


Zouzou le kangourou et Charlotte la puce décident de faire une course sur la demi-droite graduée ci-dessus. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Zouzou fait des bonds de $\frac{2}{3}$ de mètre (en vert) tandis que Charlotte fait des bonds de $\frac{1}{9}$ de mètre (en rose).

- Charlotte a fait 11 bonds tandis que Zouzou n'en a fait que 2. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points C et Z pour indiquer les positions de Charlotte et de Zouzou.
- Complète les phrases suivantes :
 - « Charlotte a parcouru $\frac{\dots}{9}$ de mètre. »
 - « Zouzou a parcouru $\frac{\dots}{3}$ de mètre, ce qui équivaut à $\frac{\dots}{9}$ de mètre. »
- En t'aidant de la question **b.**, indique lequel des deux a parcouru le plus grand trajet. Parmi les fractions $\frac{11}{9}$ et $\frac{4}{3}$, quelle est la plus grande ?
- Énonce une règle qui permet de comparer des fractions de dénominateurs différents.
- Applique la règle que tu as trouvée pour comparer $\frac{8}{3}$ et $\frac{39}{15}$ puis $\frac{2,1}{12}$ et $\frac{6,03}{36}$.

Activités

Activité 5 : Additions et soustractions dans les cas simples



Lola la tortue et Jeannot le lapin décident de faire une course sur la demi-droite graduée ci-dessus. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Lola parcourt $\frac{9}{5}$ d'unité et Jeannot parcourt $\frac{4}{5}$ d'unité de plus que Lola.

a. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points L et J pour indiquer les positions de Lola et de Jeannot.

b. Écris le calcul à effectuer pour trouver la position de Jeannot puis, à l'aide de la demi-droite graduée, donne le résultat de ce calcul.

Lola, revancharde, propose à Jeannot de recommencer la course. Lors de cette seconde épreuve, Lola parcourt $\frac{11}{5}$ d'unité et Jeannot parcourt $\frac{2}{5}$ d'unité de moins que Lola.

c. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points L et J pour indiquer les positions de Lola et de Jeannot.

d. Écris le calcul à effectuer pour trouver la position de Jeannot puis, à l'aide de la demi-droite graduée, donne le résultat de ce calcul.

e. En t'aidant des questions **b.** et **d.**, énonce une règle qui permet d'additionner ou de soustraire des fractions de même dénominateur.

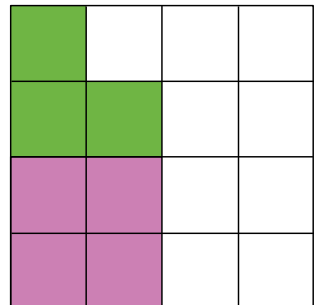
Activité 6 : Additions et soustractions dans les cas complexes

a. Complète par des fractions les phrases suivantes :

- L'aire de la région verte représente $\frac{3}{\dots}$ de l'aire totale.
- L'aire de la région rose représente $\frac{1}{\dots}$ de l'aire totale.

b. Écris le calcul à effectuer pour obtenir l'aire que représente la région coloriée par rapport à l'aire totale.

c. Reproduis le carré ci-contre puis effectue des tracés judicieux pour obtenir ce que représente l'aire des deux régions verte et rose par rapport à l'aire totale.



d. Complète l'égalité suivante : $\frac{3}{16} + \frac{1}{4} = \frac{\dots}{\dots}$.

e. Que faudrait-il faire pour retrouver ce résultat par le calcul ?

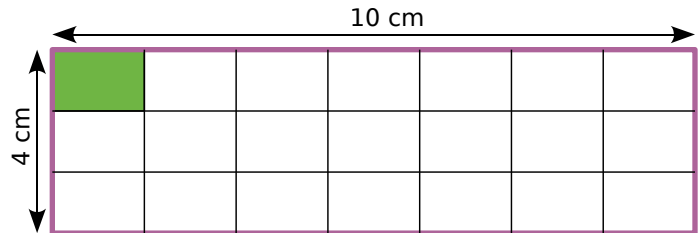
f. Énonce une règle qui permet d'additionner ou de soustraire des fractions de dénominateurs différents.

g. Applique la règle que tu as trouvée pour effectuer le calcul suivant : $\frac{2}{5} + \frac{1}{30}$.

Activités

Activité 7 : Multiplication de 2 fractions

On considère la figure ci-contre. On veut calculer l'aire du rectangle vert par deux méthodes différentes afin de trouver une règle sur la multiplication de deux fractions.



1^{ère} méthode

a. Pour le rectangle vert, que représente :

- la fraction $\frac{10}{7}$?
- la fraction $\frac{4}{3}$?

b. Écris l'opération qui permet de calculer l'aire du rectangle vert.

2^{ème} méthode

c. Pour le rectangle rose, que représente :

- le produit 10×4 ?
- le produit 7×3 ?
- le quotient $\frac{10 \times 4}{7 \times 3}$?

Bilan

d. À partir des deux méthodes, quelle égalité peut-on écrire ?

e. Énonce une règle pour multiplier deux fractions entre elles.

Activité 8 : Fractions et calculatrice

Luc aimerait comparer les deux fractions suivantes $\frac{14\,575\,125\,896}{1\,421}$ et $\frac{29\,150\,251\,793}{2\,842}$.

a. Peux-tu comparer ces fractions en les comparant au nombre 1 ?

b. Comme Luc adore sa calculatrice, il se dit qu'il lui suffit de calculer les quotients pour trouver la plus petite des deux. Mais il n'y parvient pas, pourquoi ?

c. Son voisin a décidé de comparer les fractions sans utiliser la calculatrice mais en utilisant la règle donnée en cours. Que trouve-t-il ?

d. Il est quand même possible de comparer les deux nombres à l'aide de la calculatrice de Luc. Pour cela, voici la démarche à suivre pour chacun des quotients :

À l'aide de ta machine, calcule les quotients et retranche à chacun sa partie entière.

Que trouves-tu comme résultats ? Compare alors les deux quotients.

Activités

Activité 9 : Multiplier signifie-t-il augmenter ?

Voici la capture d'écran d'une feuille de tableur :

	A	B	C	D	E
1	×	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{4}$	4	0,5
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{18}$			

- Comment a-t-on obtenu le résultat qui se situe dans la case B2 ?
- Recopie puis complète le tableau, en détaillant les calculs nécessaires sur ton cahier.
- Colorie les cases B2, C2, D2 et E2 de la façon suivante :
 - en rouge, si le résultat est supérieur à $\frac{1}{6}$;
 - en bleu, si le résultat est inférieur à $\frac{1}{6}$.
- Amélie affirme que multiplier un nombre augmente forcément ce nombre. Est-ce vrai ? Justifie ta réponse.

On s'intéresse à présent à la capture d'écran suivante d'un tableur :

	A	B	C	D	E
1	×	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{4}$	4	0,5
2	$\frac{11}{7}$	$\frac{11}{21}$			

- Reprends les questions **a.** à **b.**.
- Colorie les cases B2, C2, D2 et E2 de la façon suivante :
 - en rouge, si le résultat est supérieur à $\frac{11}{7}$;
 - en bleu, si le résultat est inférieur à $\frac{11}{7}$.
- Reprends la question **d.**.
- Essaie de trouver la règle mise en évidence par ces deux tableaux.
- À partir de cette règle (sans faire de calcul), compare les nombres $\frac{57}{28}$ et $\frac{57}{28} \times \frac{44}{45}$.

Activité 10 : Fractions et priorités

On veut calculer l'expression $A = \frac{5}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{4}$.

- Entoure l'opération prioritaire.
- Écris une phrase pour énoncer ce calcul.
- Calcule l'expression A.
- Edouard aurait aimé trouver 0. Où doit-il placer des parenthèses dans l'expression A pour obtenir ce résultat ?

Méthode 1 : Quotients égaux

À connaître

Le **quotient de deux nombres reste inchangé** si on multiplie (ou si on divise) ces deux nombres par un même nombre non nul.

Exemple : Simplifie la fraction $\frac{75}{210}$.

$$\frac{75}{210} = \frac{5 \times 5 \times 3}{7 \times 3 \times 5 \times 2} = \frac{5}{2 \times 7} = \frac{5}{14}$$

Écris 7,5 sous la forme d'une fraction simplifiée.

$$7,5 = \frac{75}{10} = \frac{15 \times 5}{2 \times 5} = \frac{15}{2}$$

Remarque : Cette règle est souvent utilisée pour mettre deux quotients au même dénominateur.

À toi de jouer

1 Simplifie le plus possible les fractions suivantes : $\frac{27}{36}$; $\frac{75}{30}$; $\frac{45}{39}$.

2 Écris sous forme de fraction simplifiée : 35% ; 0,48 ; $\frac{6,6}{11}$.

3 Simplifie $\frac{20}{12}$ puis trouve un autre quotient égal dont le dénominateur est 21.

Méthode 2 : Comparer

À connaître

Pour **comparer des nombres en écriture fractionnaire**, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que leurs numérateurs.

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur alors il est supérieur à 1. Si son numérateur est inférieur à son dénominateur alors il est inférieur à 1.

Exemple : Compare les nombres $\frac{1,2}{4}$ et $\frac{5,7}{20}$.

$\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$ → On écrit le nombre $\frac{1,2}{4}$ avec le dénominateur 20.

$6 > 5,7$ → On compare les numérateurs.

d'où $\frac{6}{20} > \frac{5,7}{20}$ → On range les expressions fractionnaires dans le même ordre que leurs numérateurs.

Donc $\frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$ → On conclut.

À toi de jouer

4 Range dans l'ordre croissant les nombres : $\frac{21}{18}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{43}{36}$.

5 Range dans l'ordre décroissant les nombres : $\frac{6}{13}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{11}{13}$; $\frac{17}{7}$.

Méthode 3 : Additionner ou soustraire

À connaître

Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire :

- on écrit les nombres avec le même dénominateur ;
- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemple : Calcule l'expression $A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$.

$$A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{6}{12} \quad \longrightarrow \quad \text{On écrit les fractions avec le même dénominateur } 12.$$

$$A = \frac{28}{12} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{34}{12} \quad \longrightarrow \quad \text{On additionne les numérateurs.}$$

$$A = \frac{17}{6} \quad \longrightarrow \quad \text{On simplifie la fraction lorsque c'est possible.}$$

À toi de jouer

6 Calcule l'expression $B = \frac{3}{5} + \frac{7}{20}$ et l'expression $C = \frac{67}{11} - 5$.

Méthode 4 : Multiplier

À connaître

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemple 1 : Calcule l'expression $D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$.

$$D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$$

$$D = \frac{8 \times 5}{7 \times 3} \quad \longrightarrow \quad \text{On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.}$$

$$D = \frac{40}{21} \quad \longrightarrow \quad \text{On effectue les calculs.}$$

Exemple 2 : Calcule l'expression $E = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$. Donne le résultat sous forme simplifiée.

$$E = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$E = \frac{3 \times 2}{4 \times 5} \quad \longrightarrow \quad \text{On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.}$$

$$E = \frac{3 \times 2}{2 \times 2 \times 5} \quad \longrightarrow \quad \text{On simplifie la fraction.}$$

$$E = \frac{3}{10} \quad \longrightarrow \quad \text{On donne le résultat sous forme d'une fraction simplifiée.}$$

Méthodes

Exemple 3 : En commençant par simplifier, calcule l'expression $F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$.

$$\begin{aligned} F &= \frac{4}{15} \times \frac{25}{16} \\ F &= \frac{4 \times 25}{15 \times 16} && \longrightarrow \text{On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.} \\ F &= \frac{4 \times 5 \times 5}{3 \times 5 \times 4 \times 4} && \longrightarrow \text{On remarque que 16 est un multiple de 4 et que 25 et 15 sont des multiples de 5. On décompose 16, 25 et 15 en produits de facteurs.} \\ F &= \frac{5}{3 \times 4} && \longrightarrow \text{On simplifie par les facteurs 4 et 5.} \\ F &= \frac{5}{12} && \longrightarrow \text{On effectue les calculs restants.} \end{aligned}$$

À toi de jouer

7 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée :

$$G = \frac{8}{37} \times \frac{37}{3} \times \frac{5}{8} \qquad H = \frac{3,5}{0,3} \times \frac{1,08}{7} \qquad K = \frac{22}{18} \times \frac{6}{11}$$

Méthode 5 : Prendre une fraction d'une quantité

À connaître

Prendre une fraction d'un nombre (fractionnaire ou non) revient à multiplier cette fraction par ce nombre.

Exemple 1 : Calculer les $\frac{2}{3}$ de 270.

$$\begin{aligned} &\frac{2}{3} \times 270 && \longrightarrow \text{On multiplie la fraction } \frac{2}{3} \text{ par la quantité 270.} \\ &= \frac{2 \times 90 \times 3}{3} && \longrightarrow \text{On effectue les calculs.} \\ &= 2 \times 90 = 180 && \longrightarrow \text{On effectue le quotient ou on simplifie la fraction.} \end{aligned}$$

Exemple 2 : Calculer les deux cinquièmes de trois septièmes.

$$\begin{aligned} &\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} \\ &= \frac{2 \times 3}{5 \times 7} && \longrightarrow \text{On multiplie la fraction } \frac{2}{5} \text{ par la fraction } \frac{3}{7}. \\ &= \frac{6}{35} && \longrightarrow \text{On effectue les calculs en simplifiant si nécessaire.} \end{aligned}$$

À toi de jouer

8 La fleuriste a vendu les trois quarts de ses 316 roses. Combien en a-t-elle vendues ?

9 Un livre coûte 30 €. Quel est son nouveau prix après une réduction de 5% ?

10 Calcule le quart des cinq septièmes de 420 L.

S'entraîner

Série 1 : Comparer

1 Fractions égales

a. Recopie la liste de fractions ci-dessous en regroupant celles qui sont égales :

$$\frac{7}{8} ; \frac{5}{2} ; \frac{8}{6} ; \frac{1}{2} ; \frac{4}{3} ; \frac{21}{24} ; \frac{30}{12} ; \frac{12}{9} ; \frac{25}{10} .$$

b. Écris cinq fractions égales à $\frac{7}{4}$.

2 Comparer des fractions à des entiers

a. Recopie les fractions suivantes puis entoure en vert celles qui sont inférieures à 1 et en rouge celles qui sont supérieures à 1 :

$$\frac{7}{8} ; \frac{9}{4} ; \frac{12}{5} ; \frac{634}{628} ; \frac{9}{10} ; \frac{18}{8} ; \frac{182}{196} ; \frac{4}{23} .$$

b. Recopie puis entoure les fractions inférieures à 2 en expliquant ta démarche :

$$\frac{64}{21} ; \frac{35}{18} ; \frac{41}{18} ; \frac{12}{25} ; \frac{14}{30} ; \frac{169}{83} ; \frac{1}{2} ; \frac{12}{25} .$$

3 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles < ou > :

$$\text{a. } \frac{4}{5} \dots \frac{7}{5} \quad \text{c. } \frac{19}{23} \dots \frac{31}{23} \quad \text{e. } \frac{21}{9} \dots \frac{31}{9}$$

$$\text{b. } \frac{2}{13} \dots \frac{1}{13} \quad \text{d. } \frac{7}{6} \dots \frac{3}{6} \quad \text{f. } \frac{15}{3} \dots \frac{12}{3}$$

4 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles < ou > :

$$\text{a. } \frac{1}{2} \dots \frac{1}{4} \quad \text{c. } \frac{41}{51} \dots \frac{41}{49} \quad \text{e. } \frac{12}{6} \dots \frac{12}{18}$$

$$\text{b. } \frac{7}{5} \dots \frac{7}{6} \quad \text{d. } \frac{62}{41} \dots \frac{62}{35} \quad \text{f. } 5 \dots \frac{5}{2}$$

5 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles < ou > :

$$\text{a. } \frac{2}{3} \dots \frac{1}{9} \quad \text{c. } \frac{3}{4} \dots \frac{7}{8} \quad \text{e. } \frac{7}{18} \dots \frac{3}{9}$$

$$\text{b. } \frac{1}{2} \dots \frac{1}{4} \quad \text{d. } \frac{12}{15} \dots \frac{4}{3} \quad \text{f. } \frac{19}{10} \dots \frac{10}{5}$$

6 Comparer puis vérifier

a. Compare $\frac{7}{5}$ et $\frac{22}{15}$.

b. Compare $\frac{13}{9}$ et $\frac{4}{3}$.

c. Avec une calculatrice, donne une valeur approchée de chacune des fractions et vérifie tes réponses.

7 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles <, > ou = :

$$\text{a. } \frac{4}{7} \dots \frac{7}{14} \quad \text{d. } \frac{12}{15} \dots \frac{12}{14} \quad \text{g. } \frac{7}{84} \dots \frac{1}{12}$$

$$\text{b. } \frac{7}{8} \dots \frac{16}{15} \quad \text{e. } \frac{9}{18} \dots \frac{3}{6} \quad \text{h. } \frac{6}{5} \dots \frac{6}{4}$$

$$\text{c. } \frac{13}{4} \dots \frac{27}{8} \quad \text{f. } \frac{24}{10} \dots \frac{10}{5} \quad \text{i. } \frac{7}{4} \dots 2$$

8 De l'ordre !

a. Range ces fractions dans l'ordre croissant :

$$\frac{3}{16} ; \frac{1}{4} ; \frac{7}{8} ; \frac{3}{2} ; \frac{9}{16} ; \frac{8}{4} ; \frac{1}{2} .$$

b. Multiplie chacune de ces fractions par 600.

c. En utilisant les résultats précédents, vérifie que ton classement de la question a. est correct.

9 Avec un axe

a. Range ces fractions dans l'ordre décroissant :

$$\frac{2}{3} ; \frac{5}{6} ; \frac{1}{6} ; \frac{7}{12} ; \frac{4}{3} ; \frac{13}{6} ; \frac{5}{3} .$$

b. Trace un axe gradué d'unité douze carreaux. Place les fractions précédentes.

c. Vérifie que ton classement de la question a. est correct.

10 Dans chaque cas, réponds à la question en comparant deux fractions :

a. Dans le cirque Pandor, il y a douze animaux dont cinq sont des fauves. Le cirque Zopoutou possède vingt-quatre animaux dont onze fauves. Quel cirque a la plus grande proportion de fauves ?

b. Dans les parkings, la loi exige que sur 50 places, au moins une soit réservée aux personnes handicapées. Un parking de 600 places met à disposition 10 places pour handicapés. Ce parking respecte-t-il la loi ?

c. Mon frère a déjà fait 60 parties sur le jeu "Robostrike". Il a gagné 33 fois. Pour ma part, je joue depuis plus longtemps. J'ai déjà 300 parties à mon actif dont 153 victoires. Est-ce qu'on peut dire que je gagne plus souvent que mon frère ?

d. J'ai eu deux notes en maths, pour l'instant : trois sur cinq et onze sur vingt. Quelle est la meilleure de ces deux notes ?

S'entraîner

Série 2 : Additionner, soustraire

11 L'égalité $\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$ est illustrée par la figure ci-contre :



- a. Explique pourquoi.
b. En t'inspirant de la question a., écris une égalité illustrant chacune des figures suivantes :

Figure 1



Figure 2

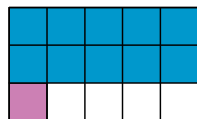
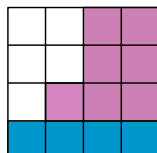


Figure 3



12 Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous forme simplifiée :

a. $\frac{7}{9} + \frac{5}{9}$	c. $\frac{5}{12} + \frac{13}{12}$	e. $\frac{7}{18} + \frac{11}{18}$
b. $\frac{19}{8} - \frac{15}{8}$	d. $\frac{9}{11} + \frac{7}{11}$	f. $\frac{27}{13} - \frac{1}{13}$

13 Effectue les opérations suivantes :

a. $\frac{2}{13} + \frac{7}{13}$	d. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	g. $\frac{2}{3} - \frac{1}{18}$
b. $\frac{8}{7} - \frac{6}{7}$	e. $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$	h. $\frac{8}{5} - \frac{16}{10}$
c. $\frac{9}{4} - \frac{5}{12}$	f. $\frac{13}{14} + \frac{5}{7}$	i. $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$

14 Effectue les opérations suivantes :

a. $4 - \frac{3}{2}$	d. $7 + \frac{1}{4}$	g. $6 - \frac{5}{3} - \frac{5}{6}$
b. $2 + \frac{1}{3}$	e. $\frac{16}{3} - 3$	h. $2 + \frac{3}{4} + \frac{7}{2}$
c. $\frac{9}{4} - 1$	f. $4 + \frac{5}{7}$	i. $7 - \frac{9}{5} - \frac{13}{25}$

15 Dans chacun des cas suivants, calcule la valeur de $a + b - c$.

a. $a = \frac{1}{2}$; $b = \frac{3}{4}$; $c = \frac{1}{4}$.
b. $a = \frac{7}{6}$; $b = \frac{10}{3}$; $c = \frac{5}{6}$.
c. $a = \frac{1}{3}$; $b = \frac{1}{9}$; $c = \frac{1}{27}$.
d. $a = \frac{2}{5}$; $b = \frac{13}{15}$; $c = \frac{2}{5}$.
e. $a = \frac{13}{18}$; $b = \frac{19}{6}$; $c = \frac{4}{3}$.

16 Étonnant !

- a. Calcule : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$.
b. Calcule : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$.
c. Calcule : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$.
d. Sans calculer, essaie de deviner la valeur de $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ puis vérifie.

17 Jimmy a mangé $\frac{1}{4}$ d'un gâteau. Élise a mangé $\frac{3}{8}$ du même gâteau.

- a. Quelle part du gâteau ont-ils mangée à eux deux ?
b. Quelle part du gâteau reste-t-il ?

18 Jeu vidéo

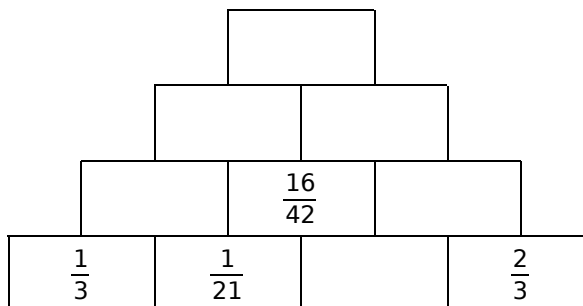
Trois frères veulent acheter un jeu vidéo. Le premier ne possède que les $\frac{3}{5}$ du prix de ce jeu vidéo, le deuxième n'en possède que les $\frac{4}{15}$ et le troisième seulement $\frac{1}{3}$. Ils l'achètent ensemble.

- a. Ont-ils assez d'argent pour acheter ensemble ce jeu vidéo ?
b. Peuvent-ils acheter un second jeu vidéo de même prix ?

19 Triangle

ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB = \frac{5}{7} BC$. Quelle fraction de BC représente son périmètre ?

20 Recopie puis complète la pyramide suivante sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :



S'entraîner

Série 3 : Multiplier

21 Calcule et donne le résultat sous forme fractionnaire en simplifiant si c'est possible :

$$\begin{array}{l|l|l} A = \frac{7}{5} \times \frac{3}{4} & D = 5 \times \frac{7}{2} & G = \frac{1,7}{0,5} \times \frac{1,3}{2,5} \\ B = \frac{4}{3} \times \frac{7}{4} & E = \frac{3}{8} \times 32 & H = \frac{1,4}{3} \times \frac{0,9}{28} \\ C = \frac{1}{5} \times \frac{8}{7} & F = \frac{0,7}{6} \times \frac{1}{4} & I = \frac{2,8}{7} \times 21 \end{array}$$

22 Simplifie puis calcule les produits :

$$\begin{array}{l|l|l} \text{a. } \frac{45}{14} \times \frac{49}{60} & \text{d. } 2 \times \frac{9}{6} & \text{g. } \frac{2,5}{3} \times \frac{3}{0,5} \\ \text{b. } \frac{5}{3} \times \frac{4}{5} & \text{e. } \frac{7}{6} \times \frac{6}{7} & \text{h. } 5,6 \times \frac{9}{0,7} \\ \text{c. } \frac{45}{26} \times \frac{65}{72} & \text{f. } \frac{12,4}{6} \times 8 & \text{i. } 0,55 \times \frac{2}{11} \end{array}$$

23 Simplifie lorsque c'est possible puis calcule les produits :

$$\begin{array}{l|l} \text{a. } \frac{2}{3} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{11} & \text{f. } 6 \times \frac{1}{88} \times \frac{11}{12} \\ \text{b. } \frac{3}{5} \times \frac{13}{7} \times \frac{5}{2} & \text{g. } \frac{5,5}{3} \times \frac{9}{7,7} \\ \text{c. } \frac{3}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{11} & \text{h. } 6 \times \frac{2,8}{3} \times \frac{5}{0,7} \\ \text{d. } \frac{6}{5} \times \frac{1}{14} \times \frac{7}{3} & \text{i. } 0,6 \times \frac{2}{3,6} \\ \text{e. } \frac{45}{6} \times \frac{1}{9} \times \frac{18}{7} & \text{j. } \frac{17}{12,5} \times \frac{2,5}{1,7} \end{array}$$

24 Recopie et complète les égalités :

$$\begin{array}{l|l} \text{a. } \frac{7}{3} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{28}{15} & \text{c. } \frac{7}{2} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{10} \\ \text{b. } \frac{11}{17} \times \frac{\dots}{\dots} = 1 & \text{d. } \frac{1,5}{2} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{9}{20} \end{array}$$

25 Traduis les expressions suivantes :

- la moitié d'un tiers ;
- le triple d'un tiers ;
- le tiers de la moitié ;
- le dixième d'un demi.

26 Traduis puis calcule les expressions suivantes :

- la moitié du tiers d'un gâteau de 600 g ;
- le dixième des trois quarts de 940 km ;
- le cinquième de la moitié de 60 min ;
- la moitié des deux tiers de 27 élèves.

27 Surface d'un champ

Un champ rectangulaire a les dimensions suivantes : un demi hectomètre et cinq tiers d'hectomètre. Quelle est son aire ? Attention à l'unité.

28 Fléchettes harmoniques

La cible est constituée de deux zones : l'une est gagnante (G) et l'autre perdante (P). Une partie est constituée de trois jets consécutifs de fléchettes. En début de partie, un joueur possède 24 points puis après chaque jet, il multiplie ces points par :

	1er jet	2ème jet	3ème jet
Gagnante (G)	$\times 2$	$\times 3$	$\times 4$
Perdante (P)	$\times 1/2$	$\times 1/3$	$\times 1/4$

Paul a fait G, P, P et Mattéo a fait P, G, G.

- Calcule le score de chacun.
- Quel score maximal peut-on atteindre à ce jeu ?
- Quel score minimal peut-on atteindre à ce jeu ?

29 Dilution

On vide le tiers d'un litre de sirop de menthe et on remplace ce tiers par de l'eau. On vide ensuite les trois quarts de ce mélange.

Quelle quantité de pur sirop de menthe reste-t-il dans la bouteille ? Exprime celle-ci en fraction de litre.

30 Au vert

Un primeur a vendu les $\frac{2}{3}$ de ses salades le matin et les $\frac{7}{8}$ du reste l'après-midi.

- Quelle fraction de ses salades lui reste-t-il à midi ?
- Quelle fraction de ses salades le primeur a-t-il vendue l'après-midi ?

31 Pour chaque cas, invente un problème dont la réponse est donnée par le calcul suivant :

- $6 \times \frac{8}{24}$;
- $\frac{5}{6} \times \frac{3}{10} \times 7$;
- $\frac{9}{27} \times \frac{3}{8} \times 14$.

S'entraîner

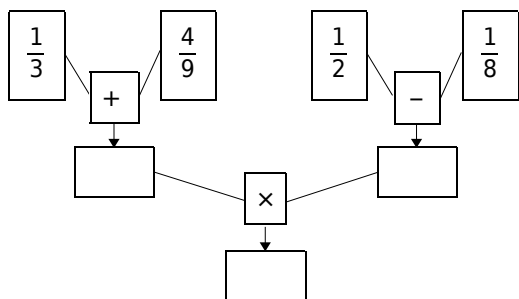
Série 4 : Calculs et priorités

32 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible :

$$\begin{array}{l} A = 5 \times \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \\ B = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} \\ C = \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{12}\right) \times \frac{3}{5} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} D = \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} + \frac{28}{15} \times \frac{25}{14} \\ E = \left(\frac{1}{3} \times \frac{6}{5} - \frac{3}{10}\right) \times \frac{15}{4} \\ F = \frac{8+2}{7+2} \times \frac{3 \times 6}{5 \times 3} \end{array} \right.$$

33 Calculs en série

a. Recopie et complète le diagramme suivant :



b. Écris, sur une seule ligne, l'expression mathématique correspondant à ce calcul.

34 On donne $a = \frac{1}{6}$, $b = \frac{4}{9}$ et $c = \frac{5}{3}$.

- Calcule $a \times b + a \times c$.
- Calcule $a \times (b + c)$.
- Que remarques-tu ? Pourquoi ?

35 Calcule les expressions suivantes de deux façons différentes, d'abord en respectant les priorités puis en utilisant la distributivité :

$$I = \frac{49}{12} \times \left(\frac{3}{7} + \frac{3}{14}\right)$$

$$J = 18 \times \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6}\right)$$

$$K = \frac{3}{8} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{16} \times \frac{1}{3}$$

36 Effectue les calculs suivants :

- La somme de $\frac{1}{10}$ et du produit de $\frac{1}{2}$ par $\frac{2}{5}$.
- Le produit de $\frac{1}{3}$ par la somme de $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{10}$.
- La différence de $\frac{41}{12}$ et du produit de $\frac{5}{2}$ par la somme de $\frac{1}{3}$ et $\frac{5}{6}$.

37 A-t-on $3 \times x = 4 \times y + 5$ pour :

a. $x = \frac{11}{6}$ et $y = \frac{3}{8}$?

b. $x = \frac{11}{3}$ et $y = \frac{3}{2}$?

38 Remplacer l'inconnue

a. Soit $A = \left(5 \times x + \frac{4}{3}\right) \times \frac{6}{5} - \frac{1}{10}$.

Calcule A pour $x = 0$ et pour $x = \frac{1}{5}$.

b. Soit $B = (2 \times x - 3) \times (x + 5)$.

Calcule B pour $x = \frac{3}{2}$.

39 J'avais soif

Après avoir fait un footing, j'ai bu tout le contenu d'une petite bouteille d'eau, soit $\frac{1}{2}$ L. J'ai ensuite bu le quart du contenu d'une bouteille de $\frac{3}{4}$ L. Quelle quantité d'eau ai-je bue en tout ?

40 Le fleuriste

Un fleuriste a vendu les $\frac{3}{5}$ de ses bouquets le matin et les $\frac{3}{10}$ du reste l'après-midi.

- Quelle fraction des bouquets lui reste-t-il en fin de journée ?
- Sachant qu'il lui reste 7 bouquets en fin de journée, quel était le nombre initial de bouquets ?

41 Quel problème ?

Invente un problème où, pour trouver la solution, on doit effectuer le calcul suivant :

$$\frac{5}{3} - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right)$$

42 Coup de pompe !

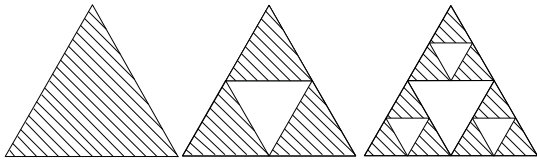
À la fin de son voyage, Sophie constate que son réservoir, qui était plein au départ, est vide aux $\frac{2}{3}$. Elle ajoute 31,5 L, ce qui remplit le réservoir aux $\frac{5}{6}$ de sa capacité. Quelle est la capacité du réservoir ?

Approfondir

43 Triangle de Sierpinski

a. Étapes de construction :

- **Étape 1** : On construit un triangle équilatéral qu'on prend pour unité d'aire.
- **Étape 2** : On trace les trois segments joignant les milieux des côtés du triangle et on enlève le petit triangle central. Il reste trois petits triangles qui se touchent par leurs sommets et dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ.
- **Étape 3** : On répète la deuxième étape avec chacun des petits triangles obtenus.



b. Construis sur ton cahier les triangles obtenus aux étapes 3 et 4 (on prendra 8 cm de côté pour le triangle équilatéral de départ).

c. Quelle fraction d'aire représente la partie hachurée, obtenue aux étapes 1, 2 et 3 ?

d. Même question pour l'étape 4, de deux façons différentes : en regardant le schéma puis en faisant un calcul.

e. Sans construire le triangle, indique quelle fraction d'aire la partie hachurée représente à l'étape 5.

f. Et pour l'étape 8 ?

44 Farandole de fractions

a. On considère les fractions suivantes :

$$\frac{1}{2} ; \frac{2}{3} ; \frac{3}{4} ; \frac{4}{5} ; \dots$$

Complète cette suite logique avec trois autres fractions.

b. Ces fractions sont-elles plus petites ou plus grandes que 1 ? Justifie.

c. À l'aide de ta calculatrice, indique si ces fractions sont rangées dans l'ordre croissant ou décroissant.

d. On considère les fractions suivantes :

$$\frac{3}{2} ; \frac{4}{3} ; \frac{5}{4} ; \frac{6}{5} ; \dots$$

Réponds aux questions a., b. et c. pour cette nouvelle suite.

e. En écrivant les fractions sous forme décimale (on arrondira au centième près quand c'est nécessaire), que remarques-tu pour ces suites ?

45 À la chasse aux décimaux

a. Parmi les fractions suivantes, lesquelles sont des nombres décimaux ?

$$A = \frac{1}{2} ; B = \frac{1}{3} ; C = \frac{1}{7} ; D = \frac{1}{10} ; E = \frac{1}{13} ; \\ F = \frac{1}{25} ; G = \frac{1}{16} ; H = \frac{1}{12} ; I = \frac{1}{4} ; J = \frac{1}{15} .$$

Tu pourras utiliser un tableau pour présenter tes résultats.

b. Donne deux fractions de numérateur 1 (différentes des fractions ci-dessus) : une décimale et une non décimale.

c. Quelles remarques peux-tu faire concernant les fractions décimales ?

d. Sans calculer les quotients, indique si les fractions suivantes sont décimales ou non, en justifiant ta réponse : $\frac{1}{125}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{35}$.

e. Soulimane affirme que toute fraction décimale peut s'écrire avec un dénominateur égal à 10, 100, 1 000, ... Est-ce vrai ?

46 Avec Casenpoche...

a. Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Multiplier ce nombre par lui-même ;
- Ajouter $\frac{35}{36}$ au résultat précédent.

b. Applique ce programme pour le nombre 3, puis pour le nombre $\frac{1}{6}$. Effectue les calculs sur ton cahier.

c. Julien affirme qu'il a trouvé un nombre pour lequel le programme de calcul appliqué à ce nombre donne un résultat égal au double du nombre choisi. S'agit-il d'un des deux nombres de la question b. ? Le nombre 2 convient-il ? (Tu effectueras les calculs sur ton cahier.)

d. Après un effort de réflexion, il se souvient que ce nombre est de la forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont deux nombres entiers strictement plus petits que 8. Combien cela fait-il de possibilités ? Écris toutes les possibilités dans un tableau.

e. À l'aide d'un tableur, essaie de retrouver le nombre de Julien. Existe-t-il une ou plusieurs solutions ?

f. La solution de Julien est plus petite que 1. Quel est donc ce nombre ? Est-ce qu'il vérifie bien ce qu'affirme Julien ? Effectue les calculs sur ton cahier pour mener à bien cette vérification.

Travailler en groupe

1 Construction d'un QCM sur les fractions

QCM signifie « Questionnaire à Choix Multiples » : parmi les réponses proposées pour chaque question, on doit cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

1^{re} étape : un exemple de QCM

a. À la question : « Quel est le résultat du calcul $3 + 4 \times 6$? », voici quatre propositions de réponses :

A : 42 B : 72 C : 27 D : 13

Quelle est la bonne réponse ?

b. En général, dans un QCM, les réponses proposées, sauf la bonne évidemment, correspondent à des erreurs possibles. À quelles erreurs correspondent les mauvaises réponses de la question précédente ?

2^e étape : construction d'un QCM

Vous allez construire un QCM que vous soumettrez par la suite à un autre groupe. Ce QCM comportera cinq questions. Suivez attentivement les consignes de construction.

c. Pour chaque question, vous proposerez quatre réponses dont une seule sera exacte. Vous pouvez choisir la difficulté et la formulation de chaque question (on peut s'aider pour cela des exercices du manuel) mais chaque question doit porter sur un domaine bien précis comme indiqué dans le tableau ci-dessous :

Q1	Comparaison de fractions
Q2	Addition ou soustraction de fractions
Q3	Multiplication de fractions
Q4	Calcul de fractions avec des priorités
Q5	Petit problème avec les fractions

Vérifiez bien qu'une des solutions proposées est la bonne puis échangez votre QCM avec un autre groupe.

3^e étape : calcul des points

d. Une fois terminé, récupérez votre QCM complété et comptabilisez le nombre de réponses justes.

e. Pour éviter les réponses « au hasard », on applique souvent un décompte particulier pour les QCM. En voici un exemple : on part de 15, on ajoute 1 point pour chaque bonne réponse, on enlève 1 point pour chaque question sans réponse et on enlève 3 points pour chaque mauvaise réponse. Appliquez cette règle.

2 Dans l'Ancienne Égypte

Dans l'Ancienne Égypte, l'œil du pharaon était utilisé pour signifier « 1 sur ».

$\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{2}$ avaient leur propre signe :

$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{2}$	
---------------	--	---------------	--	---------------	--

a. Recopiez puis complétez le tableau suivant :

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{15}$

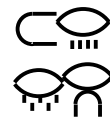
b. Calculez les sommes suivantes puis donnez leur écriture égyptienne :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} ; \frac{1}{6} + \frac{1}{6} ; \frac{1}{3} + \frac{1}{6} ; \frac{1}{6} + \frac{1}{12}.$$

c. Pour écrire une fraction, les Égyptiens la décomposaient en une somme de fractions de numérateur 1. Par exemple : $\frac{3}{8}$ s'écrivait comme la somme de $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{8}$:

Vérifiez en faisant le calcul.

À quelles fractions correspondent les écritures suivantes ?



d. Inversement, pouvez-vous proposer une écriture égyptienne pour les fractions suivantes ?

$$\frac{5}{12} ; \frac{3}{14} ; \frac{7}{12} ; \frac{3}{5}.$$

La décomposition est-elle toujours unique ?

e. Plus difficile !

Pour effectuer le calcul $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$, le scribe transformait successivement cette somme en $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ puis en $1 + \frac{1}{6}$, ce qu'il pouvait alors écrire :

f. Faites comme lui pour les sommes :

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} ; \frac{1}{2} + \frac{3}{5} ; \frac{3}{4} + \frac{7}{12}.$$