

Activités

Activité 1 : Les quadrilatères

a. Comment appelles-tu des figures géométriques qui ont plusieurs côtés ? Trois côtés ? Quatre côtés ?

b. Quatre élèves ont nommé la **Figure 1**. Quels sont ceux qui se sont trompés ?

Saïd	Gaëtan	Bérénice	Soumia
ADCB	ABDC	BCDA	DACB

c. Pour chaque figure, nomme ses côtés et ses diagonales.

d. Dans la vie courante, on dit que : « Lundi et mardi sont deux jours consécutifs. ». Peux-tu citer deux côtés consécutifs de la **Figure 3** ? Deux sommets consécutifs de la **Figure 2** ?

e. Trace un quadrilatère RSTU ayant deux côtés opposés parallèles. Donne deux sommets opposés de ce quadrilatère.

f. Connais-tu des quadrilatères particuliers ? Lesquels ?

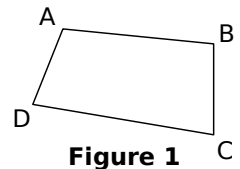


Figure 1

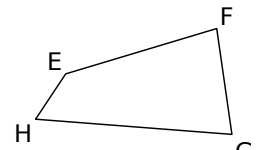


Figure 2

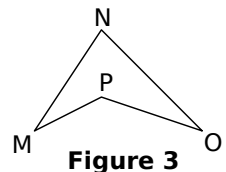


Figure 3

Activité 2 : Parallélogramme et centre de symétrie

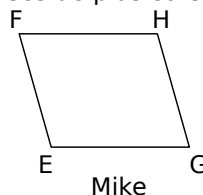
Le professeur demande à deux élèves de donner la définition d'un parallélogramme. Miguel propose : « **Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.** » alors que Tarek propose : « **Un parallélogramme est un quadrilatère qui possède un centre de symétrie.** ».

Le professeur indique que les deux élèves ont raison et que les définitions qu'ils ont données sont équivalentes.

a. On se propose de partir de la définition de Miguel pour aboutir à la définition de Tarek. Le professeur demande aux élèves de tracer un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux. Voici les réponses de plusieurs camarades :



Florent



Mike



Tanguy

Les quadrilatères ci-dessus semblent-ils avoir un centre de symétrie ? Si oui, où se situe-t-il ?

Recopie puis complète la phrase suivante :

« Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux alors il a ... ».

b. On se propose de partir de la définition de Tarek pour aboutir à la définition de Miguel. Soit ABCD un quadrilatère ayant un centre de symétrie que l'on note O.

- Quel est le symétrique par rapport à O : du point A ? Du point B ? De la droite (AB) ? Qu'en déduis-tu pour les deux droites (AB) et (CD) ?
- Quel est le symétrique par rapport à O : du point A ? Du point D ? De la droite (AD) ? Qu'en déduis-tu pour les deux droites (AD) et (CB) ?

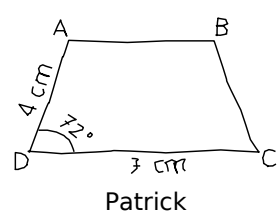
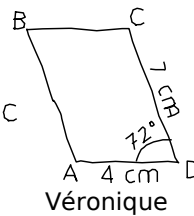
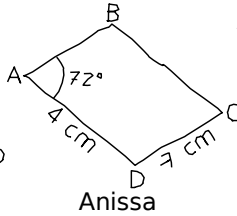
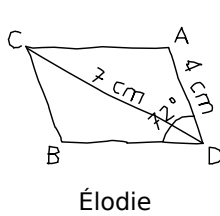
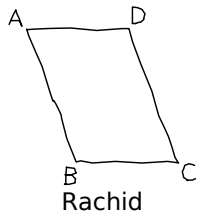
Recopie puis complète la phrase suivante :

« Si un quadrilatère a un centre de symétrie alors il a ses côtés ... ».

Activités



Activité 3 : Une figure à main levée... à l'œil ouvert

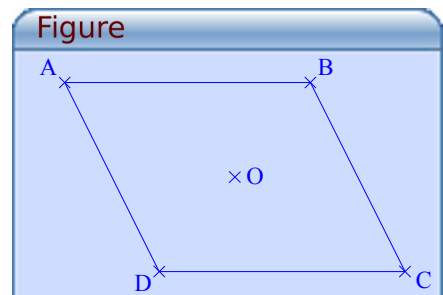
Un professeur demande à ses élèves de tracer une figure à main levée d'un parallélogramme ABCD tel que $AD = 4 \text{ cm}$, $DC = 7 \text{ cm}$, $\widehat{ADC} = 72^\circ$. Voici les figures de cinq élèves :





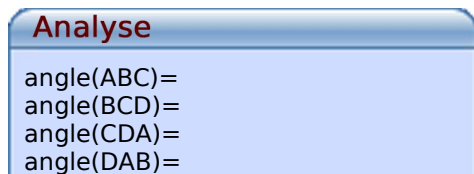
- Quels sont les élèves qui ont schématisé correctement l'énoncé ? Pour les figures fausses, explique l'erreur commise.
- Construis en vraie grandeur le parallélogramme ABCD.

Activité 4 : Propriétés du parallélogramme avec TracenPoche

- Avec le logiciel TracenPoche, place trois points A, B et O. En utilisant le bouton , construis les points C et D symétriques respectifs des points A et B par rapport à O puis trace le parallélogramme ABCD en utilisant le bouton .

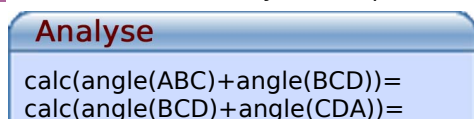


- Trace les segments [AO], [BO], [CO] et [DO]. À l'aide de la règle , fais apparaître les longueurs de ces quatre segments. Déplace les points A et B. Que remarques-tu ? Que représente le point O pour les segments [AC] et [BD] ?
- À l'aide de la règle , fais apparaître les longueurs des quatre côtés du parallélogramme. Déplace les points A et B. Que remarques-tu ? Explique ta réponse en utilisant une propriété de la symétrie.
- Dans la fenêtre Analyse, recopie :



Appuie sur la touche F9 puis déplace les points A et B. Que remarques-tu ? Explique ta réponse en utilisant une propriété de la symétrie.

- Dans la fenêtre Analyse, recopie :



Appuie sur la touche F9 puis déplace les points A et B. Que remarques-tu ?

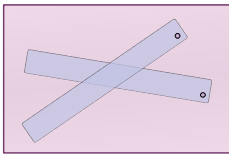
- Pour les questions **b.** à **d.**, écris une propriété qui commence par : « Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ... ».

Activités

Activité 5 : Parallélogrammes de bric et de broc

Pour chaque question, tu justifieras ta réponse.

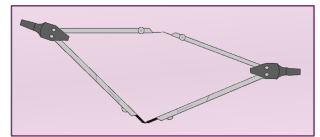
a. Mathilde a superposé deux compas identiques pour matérialiser le même angle et forme ensuite un quadrilatère en croisant les branches. Obtient-elle nécessairement un parallélogramme ?



b. Christophe croise deux règles plates transparentes identiques. A-t-il nécessairement un parallélogramme à l'intersection de ces règles ?

c. Ahmed croise deux règles plates de largeurs différentes. A-t-il nécessairement un parallélogramme à l'intersection de ces règles ?

d. Paul essaie d'obtenir un parallélogramme en faisant coïncider les crayons et les pointes de deux compas de tailles différentes. Y parviendra-t-il ? Pourquoi ?





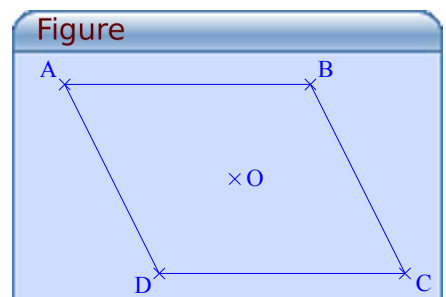
e. Julie a trouvé deux façons de faire un parallélogramme avec deux feutres identiques et deux crayons identiques. Comment a-t-elle fait ?

f. Samir a un mètre pliant en cinq tronçons de 20 cm chacun. Il le déplie entièrement et rejoint les deux extrémités pour former un polygone. Peut-il former un parallélogramme ? Dolorès dit qu'avec un autre mètre dont les dix tronçons mesurent 10 cm chacun, elle a trouvé deux solutions. Explique lesquelles.



Activité 6 : Des parallélogrammes un peu particuliers

a. Avec le logiciel TracenPoche, place trois points A, B et O. En utilisant le bouton , construis les points C et D symétriques respectifs des points A et B par rapport à O puis trace le quadrilatère ABCD en utilisant le bouton . Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Justifie ta réponse.



b. Dans la fenêtre Analyse, recopie :

Analyse

angle(BAD)=
AB=
AD=



Appuie sur la touche F9 puis déplace le point B jusqu'à obtenir $\widehat{BAD} = 90^\circ$. Quelle semble être la nature du quadrilatère ABCD ? Explique ta réponse en utilisant les propriétés sur les angles d'un parallélogramme.

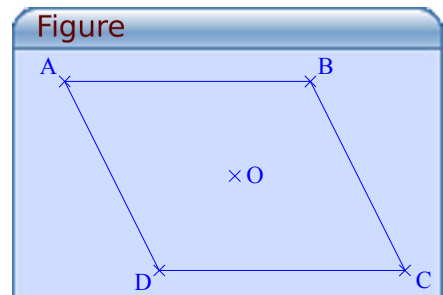
c. Déplace le point B pour que l'angle \widehat{BAD} ne soit pas égal à 90° et pour que $AB = AD$. Quelle semble être la nature du quadrilatère ABCD ? Explique ta réponse en utilisant une propriété sur les côtés opposés d'un parallélogramme.

d. Déplace le point B pour que $\widehat{BAD} = 90^\circ$ et pour que $AB = AD$. Quelle semble être la nature du quadrilatère ABCD ?

Activités

Activité 7 : Vous avez dit diagonales ?


a. Avec le logiciel TracenPoche, place trois points A, B et O. En utilisant le bouton , construis les points C et D symétriques respectifs des points A et B par rapport à O puis trace le quadrilatère ABCD en utilisant le bouton . Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Justifie ta réponse.



b. Dans la fenêtre Analyse, recopie :

Analyse

angle(AOB)=

Appuie sur la touche F9 puis déplace le point B jusqu'à obtenir $\widehat{AOB} = 90^\circ$. Quelle semble être la nature du quadrilatère ABCD ? Vérifie ta conjecture en faisant apparaître la longueur des quatre côtés du quadrilatère ABCD à l'aide de la règle . Explique ta réponse en utilisant une propriété de la médiatrice d'un segment.

c. Dans la fenêtre Analyse, recopie :

Analyse

AC=

BD=

Appuie sur la touche F9 puis déplace le point B jusqu'à obtenir $AC = BD$ et $\widehat{AOB} \neq 90^\circ$. Quelle semble être la nature du quadrilatère ABCD ? Vérifie ta conjecture en recopiant dans la fenêtre Analyse :

Analyse

angle(ABC)=

angle(BCD)=

angle(CDA)=

angle(DAB)=

Appuie sur la touche F9.

d. Avec TracenPoche, dessine un parallélogramme de centre O qui a ses diagonales perpendiculaires et de la même longueur. Que remarques-tu ?

Activité 8 : Mon beau losange

Un professeur demande à trois élèves d'expliquer les différentes étapes pour construire un losange :

- Arnaud dit qu'il trace en pointillés un segment puis fait deux triangles isocèles identiques de chaque côté.
- Sébastien dit qu'il trace en pointillés deux segments perpendiculaires qui se coupent en leur milieu puis qu'il relie leurs extrémités.
- Audrey dit qu'elle trace deux segments de même longueur avec la même extrémité puis qu'elle trace les parallèles à ces deux segments.

a. Pour chaque réponse d'élève, énonce la propriété du losange qui sert à sa construction.

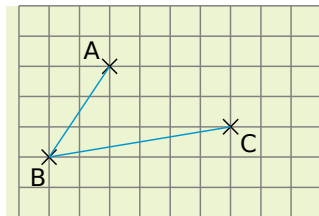
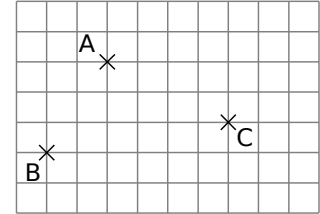
b. Construis les trois losanges en respectant les programmes de construction de chacun.

Méthode 1 : Construire un parallélogramme

dans un quadrillage

Exemple : Soient trois points A, B et C non alignés placés comme ci-contre. Place le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

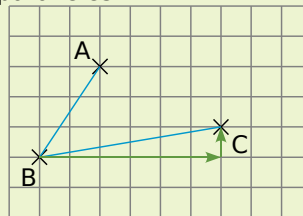
Cela peut être résolu de deux façons différentes :



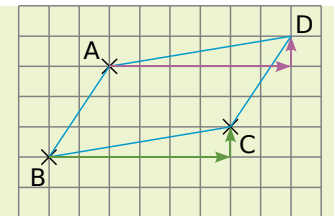
On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD.

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses côtés [BC] et [AD] sont de même longueur et

parallèles.

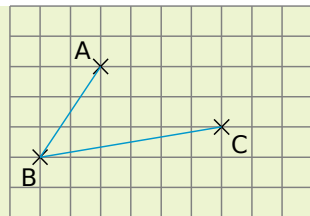


Pour aller de B à C, on se déplace de 6 carreaux vers la droite et de 1 carreau vers le haut.



On reproduit ces mêmes déplacements à partir de A. Ainsi on obtient un quadrilatère non croisé tel que $AD = BC$ et $(AD) \parallel (BC)$, c'est donc bien un parallélogramme.

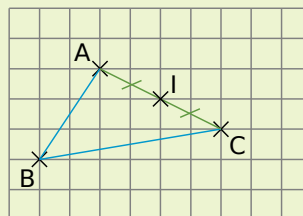
En utilisant la propriété des diagonales d'un parallélogramme



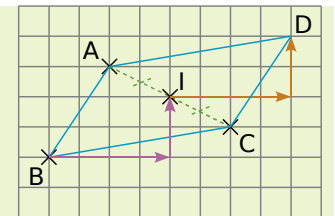
On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD.

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur

milieu qu'on appelle I.



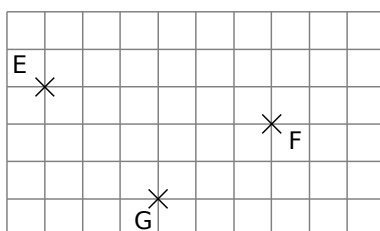
On trace le segment [AC] et on place son milieu I. C'est également le milieu du segment [BD].



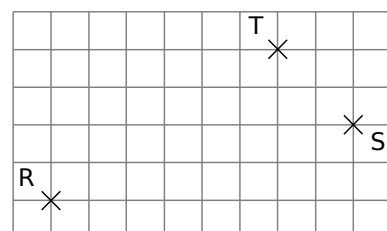
On place D tel que I soit le milieu du segment [BD] en comptant les carreaux. Ainsi ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, c'est donc bien un parallélogramme.

À toi de jouer

1 Reproduis sur ton cahier la figure suivante puis trace le parallélogramme EFGH en utilisant une propriété des côtés du parallélogramme.



2 Reproduis sur ton cahier la figure suivante puis trace le parallélogramme RSTU en utilisant la propriété des diagonales du parallélogramme.



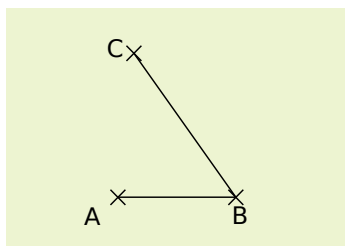
Méthodes

Méthode 2 : Construire un parallélogramme sur papier blanc

Exemple : Soient trois points A, B et C non alignés. Place le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

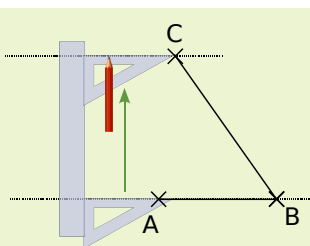
Cela peut être résolu de plusieurs façons différentes, en voici deux :

En utilisant une propriété des côtés d'un parallélogramme

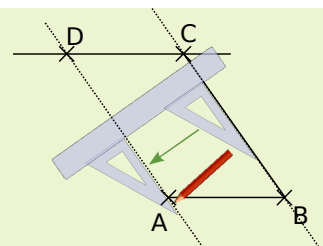


On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD.

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses côtés opposés sont parallèles deux à deux : soit $(AB) \parallel (CD)$ et $(BC) \parallel (AD)$.



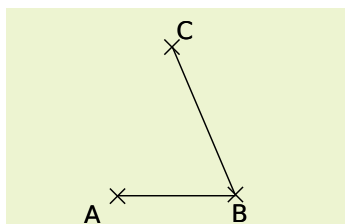
On trace la parallèle à (AB) passant par C.



On trace la parallèle à (BC) passant par A. Ces deux droites sont sécantes en D.

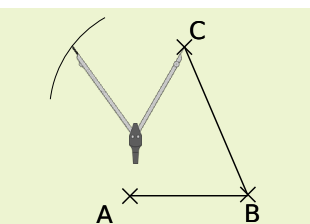
Ainsi ABCD a ses côtés opposés parallèles deux à deux, c'est donc bien un parallélogramme.

En utilisant une autre propriété des côtés d'un parallélogramme

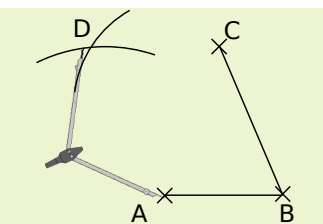


On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD.

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses côtés opposés [AB] et [CD] sont de la même longueur deux à deux : soit $AB = CD$ et $BC = AD$.



À l'aide du compas, on reporte la longueur AB à partir du point C.



On reporte la longueur BC à partir du point A. On place le point D à l'intersection des deux arcs de cercle puis on trace les côtés [AD] et [CD].

Ainsi ABCD a ses côtés opposés égaux deux à deux, c'est donc bien un parallélogramme.

À toi de jouer

3 Construis le parallélogramme PRLG tel que $PR = 5$ cm, $PG = 6$ cm et $\widehat{RPG} = 74^\circ$ en utilisant la propriété sur le parallélisme des côtés opposés du parallélogramme.

4 Construis le parallélogramme DRAP tel que $DR = 6$ cm, $DP = 8$ cm et $\widehat{RDP} = 40^\circ$ en utilisant la propriété sur l'égalité des longueurs des côtés opposés du parallélogramme.

5 Construis le parallélogramme VOLE tel que $VO = 4$ cm, $VE = 5$ cm et $VL = 3$ cm.

Méthodes

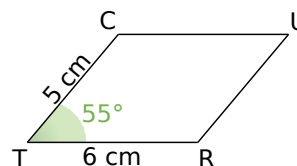
Méthode 3 : Utiliser les propriétés d'un parallélogramme

À connaître

Les propriétés sont du type :

« Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ... ».

Exemple : TRUC est un parallélogramme tel que $CT = 5 \text{ cm}$, $TR = 6 \text{ cm}$ et $\widehat{CTR} = 55^\circ$. Détermine la mesure de l'angle \widehat{CUR} . Justifie.



Recherche :

1 On sait que TRUC est un parallélogramme donc on dispose de toutes les propriétés de ce quadrilatère.

2 On demande la mesure d'un angle, on utilise donc une propriété sur les angles du parallélogramme.

Démonstration :

Données	Propriété	Conclusion
On sait que TRUC est un parallélogramme et que $\widehat{CTR} = 55^\circ$.	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses angles opposés ont la même mesure.	Donc $\widehat{CTR} = \widehat{CUR} = 55^\circ$.

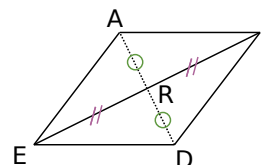
Méthode 4 : Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

À connaître

Les propriétés sont du type :

« Si un quadrilatère a ... alors c'est un parallélogramme. ».

Exemple : Soit IDE un triangle et R le milieu du segment [EI]. On a tracé le point A, symétrique de D par rapport à R. Démontre que AIDE est un parallélogramme.



Recherche :

1 On sait que AIDE est un quadrilatère. On sait de plus que R est le milieu de la diagonale [EI] de ce quadrilatère et qu'il est également le milieu de la diagonale [AD] car D et A sont symétriques par rapport à R.

2 On cherche donc une propriété qui permet de démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme en utilisant ses diagonales.

Démonstration :

Données	Propriété	Conclusion
On sait que R est le milieu de [EI]. On sait que A et D sont symétriques par rapport à R donc R est aussi le milieu de [AD].	Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.	Donc AIDE est un parallélogramme.

Méthode 5 : Construire un quadrilatère particulier par ses diagonales

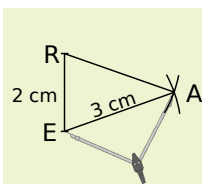
À connaître

Si un parallélogramme a ses **diagonales de même longueur** alors c'est un **rectangle**.

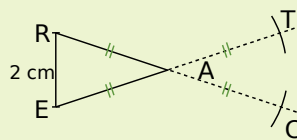
Si un parallélogramme a ses **diagonales perpendiculaires** alors c'est un **losange**.

Si un parallélogramme a ses **diagonales de même longueur et perpendiculaires** alors c'est un **carré**.

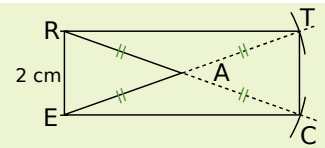
Exemple 1 : Dessine un rectangle RECT de centre A dont les diagonales mesurent 6 cm et tel que $RE = 2$ cm.



Pour que le quadrilatère RECT soit un rectangle, il faut tracer un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu et même longueur. On construit le triangle REA isocèle en A tel que $RE = 2$ cm et $AE = 3$ cm.

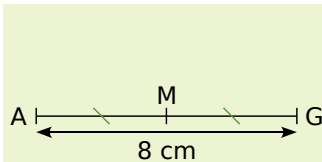


On construit alors les points C et T symétriques respectifs de R et de E par rapport à A.

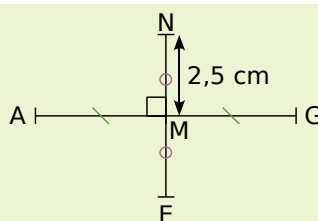


On termine le rectangle en traçant les segments [RT], [TC] et [EC]. Ainsi, le quadrilatère RECT a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui ont même longueur, c'est donc bien un rectangle.

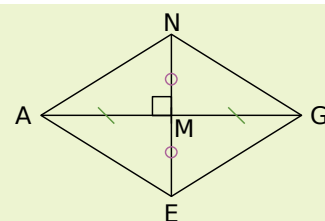
Exemple 2 : Dessine un losange ANGE de centre M dont les diagonales vérifient $AG = 8$ cm et $NE = 5$ cm.



Pour que le quadrilatère ANGE soit un losange, il faut tracer un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu et sont perpendiculaires. On trace la diagonale [AG] et on place son milieu M.



On trace la droite perpendiculaire à la droite (AG) passant par M et on place les points N et E sur cette droite à 2,5 cm du point M.



On relie les points A, N, G et E pour former le losange. Ainsi, le quadrilatère ANGE a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui sont perpendiculaires, c'est donc bien un losange.

Remarque : Pour construire un carré, on utilise la même méthode que pour le losange mais avec des diagonales de même longueur.

À toi de jouer

6 Construis un rectangle BLAN de centre C dont les diagonales mesurent 7 cm et tel que l'angle \widehat{BCL} mesure 80° .

Méthodes

Méthode 6 : Utiliser les propriétés d'un rectangle, d'un losange ou d'un carré

Exemple : MATH est un rectangle de centre I. Démontre que le triangle MAI est un triangle isocèle en I.

Recherche :

① On parle d'un rectangle et de son centre. Le triangle MAI fait intervenir les demi-diagonales du rectangle.

② On s'oriente donc vers une propriété des diagonales du rectangle.

Démonstration :

Données	Propriété	Conclusion
On sait que MATH est un rectangle de centre I.	Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont même longueur et même milieu.	Donc $MI = AI$ puis $\frac{MI}{2} = \frac{AI}{2}$, d'où $MI = AI$. Comme le triangle MAI a deux côtés égaux, il est isocèle en I.

À toi de jouer

7 Dessine un carré BEAU de centre X dont les diagonales mesurent 4 cm. Démontre que le triangle AUX est un triangle rectangle isocèle en X.

Méthode 7 : Démontrer qu'un parallélogramme est un rectangle, un losange ou un carré

À connaître

Si un parallélogramme a **un angle droit** alors c'est un **rectangle**.

Si un parallélogramme a **deux côtés consécutifs de même longueur** alors c'est un **losange**.

Si un parallélogramme a **un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur** alors c'est un **carré**.

Exemple : ABCD est parallélogramme tel que ABD est un triangle isocèle en A. Démontre que ABCD est un losange.

Démonstration :

Données	Propriété	Conclusion
ABD est un triangle isocèle en A donc les côtés [AB] et [AD] sont de même longueur. ABCD est donc un parallélogramme avec deux côtés consécutifs [AB] et [AD] de même longueur.	Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.	Donc ABCD est un losange.

À toi de jouer

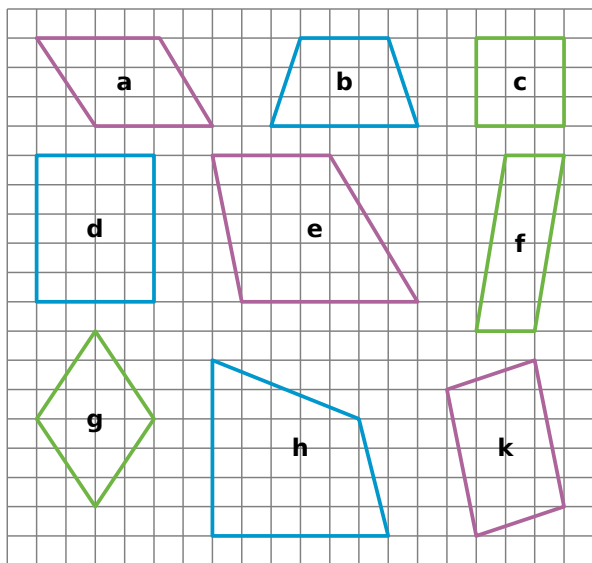
8 Dessine un parallélogramme ABCD tel que $AB = 3$ cm, $AD = 6$ cm et $\widehat{ABC} = 90^\circ$. Démontre que ABCD est un rectangle.

S'entraîner

Série 1 : Propriétés (1)

1 Parallélogrammes ou pas ?

a. Observe tous les quadrilatères ci-dessous et cite tous ceux qui sont des parallélogrammes en justifiant ta réponse.

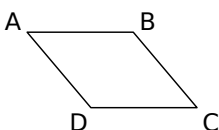


b. Reproduis les parallélogrammes sur ton cahier et code-les.

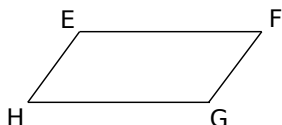
2 Nom d'un parallélogramme !

a. Parmi tous ces noms, relève ceux qui correspondent au parallélogramme ci-dessous :

ABCD BDAC ACDB BADC
BDCA DABC CBAD CABD
BCDA ABDC DBAC ADCB
BACD DACB CDBA DCBA

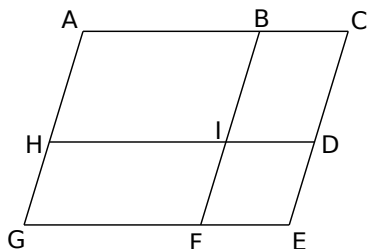


b. Trouve tous les noms possibles du parallélogramme ci-contre (8 réponses).



c. Trouve quatre noms utilisant les lettres E, F, G et H qui ne correspondent pas au parallélogramme du b..

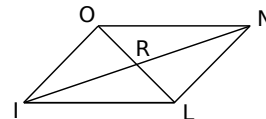
d. Cite tous les parallélogrammes que tu vois sur le dessin ci-dessous (un seul nom par parallélogramme) :



Les droites (AC), (HD) et (GE) sont parallèles.

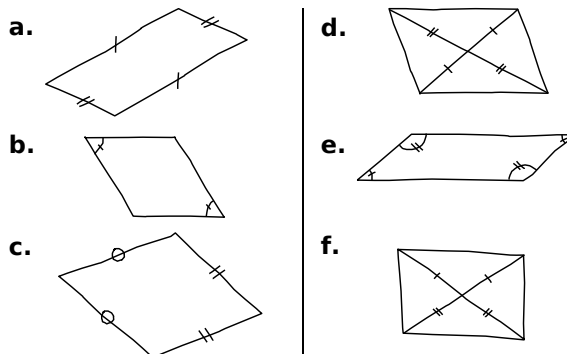
Les droites (AG), (BF) et (CE) sont parallèles.

3 On considère le parallélogramme LION ci-contre. Recopie et complète les phrases :

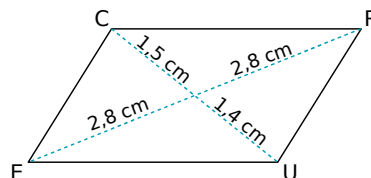


- a. N est l'image de ... par la symétrie de
b. L'image du segment [IL] par la symétrie de centre ... est le segment
c. $OI =$... d. $\widehat{ILN} =$... e. $RL =$...

4 Dans chaque cas, indique si le codage permet de déduire que le quadrilatère est un parallélogramme. Justifie :



5 Le quadrilatère CRUE ci-dessous est-il un parallélogramme ? Explique pourquoi.



6 Milieu de trois segments

- a. Trace trois segments [AB], [CD] et [EF] ayant le même milieu O.
b. Cite une droite parallèle à la droite (AC). Justifie ta réponse.
c. Cite cinq autres paires de droites parallèles.
d. Sur cette figure, trace trois parallélogrammes en utilisant des couleurs différentes.

7 Programme de tracé

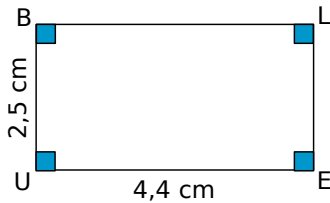
- a. Place trois points A, B et C non alignés et trace la droite (d) parallèle à (AB) passant par C.
b. Trace le cercle de centre C et de rayon AB. Il coupe la droite (d) en deux points D et E.
c. Nomme les deux quadrilatères dont trois des sommets sont A, B et C. Démontre que ce sont des parallélogrammes.

S'entraîner

Série 2 : Propriétés (2)

8 Propriétés du rectangle

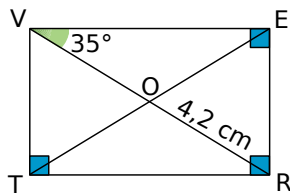
a. Dans la figure ci-dessous, quelle est la nature du quadrilatère BLEU ? Pourquoi ?



b. Que peut-on dire de la longueur des côtés opposés d'un rectangle ? Déduis-en les longueurs des côtés [BL] et [LE].

c. Que peut-on dire des diagonales [BE] et [LU] ?

9 Propriétés du rectangle



a. Recopie et complète :

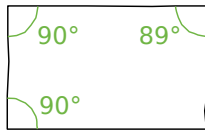
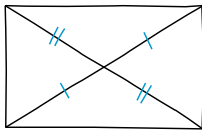
$$\begin{array}{l} OV = \dots ; \\ ET = \dots ; \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \widehat{RVT} = \dots ; \\ \widehat{OEV} = \dots \end{array} \right.$$

b. Cite tous les triangles isocèles de la figure.

c. Cite tous les triangles rectangles de la figure.

10 Avec le codage

Les deux quadrilatères ci-dessous sont-ils des rectangles ? Justifie ta réponse.

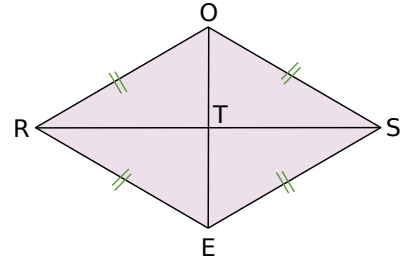


11 À l'aide des étiquettes suivantes (que tu peux utiliser plus d'une fois) reconstitue cinq phrases correctes :

- un parallélogramme qui a
- est un losange
- un rectangle qui a
- des diagonales égales
- deux côtés consécutifs de même longueur
- est un rectangle
- un losange qui a
- des diagonales perpendiculaires
- est un carré

12 Propriétés du losange

Dans chacun des cas suivants, on donne certaines mesures d'un losange ROSE de centre T. Trouve celles qui sont demandées. Justifie tes réponses en appliquant les propriétés du losange.



a. On donne : $RO = 9,1 \text{ cm}$, $\widehat{ORE} = 50^\circ$.
On demande : le périmètre P du losange, \widehat{ORS} , \widehat{OSE} et \widehat{ROS} .

b. On donne : $RT = 2,8 \text{ cm}$, $OE = 4,2 \text{ cm}$.
On demande : OT, RS et \widehat{RTO} .

c. On donne : $RE = 5,1 \text{ cm}$, $\widehat{RES} = 110^\circ$.
On demande : \widehat{REO} , \widehat{ROE} et \widehat{ORE} .

d. On donne : $OR = 5 \text{ cm}$, $\widehat{OSE} = 60^\circ$.
On demande : \widehat{ORE} , \widehat{SOR} , \widehat{SOE} et \widehat{SEO} .
Quelle est la nature du triangle OSE ?

13 Propriétés du carré

a. Construis, sur une feuille blanche, un carré NOIR tel que $NO = 5,2 \text{ cm}$.

b. Place son centre et trace ses axes de symétrie.

c. Explique pourquoi $\widehat{NOR} = 45^\circ$.

d. Recopie et complète :
 $\widehat{RNI} = \dots$; $\widehat{OIN} = \dots$; $\widehat{ONI} = \dots$

14 Faux semblants

a. Construis un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur et qui n'est pas un carré. Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

b. Construis un quadrilatère qui a quatre angles droits et qui n'est pas un carré. Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

15 Axes de symétrie du carré

Sur une feuille blanche, trace deux droites (d) et (d') perpendiculaires. Pour chacun des cas, construis le(s) carré(s) ayant (d) et (d') pour axes de symétrie sachant que ...

a. ... ses côtés mesurent 5 cm.

b. ... ses diagonales mesurent 5 cm.

S'entraîner

Série 3 : Constructions (1)

16 Lorsque c'est possible, construis les parallélogrammes ABCD suivants. Quand la construction n'est pas possible, explique pourquoi.

- AB = 5 cm, AD = 3,5 cm et BD = 7 cm.
- AB = 2 cm, AD = 4,5 cm et AC = 3,5 cm.
- AD = 4 cm, AB = 2,8 cm et BD = 7 cm.

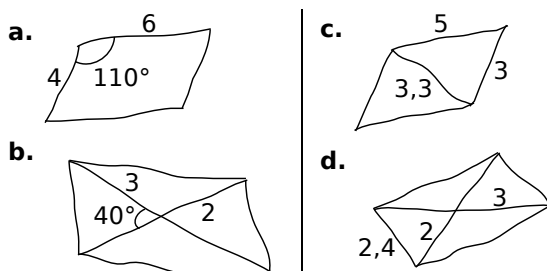
17 Avec trois points

- Place trois points P, I et M non alignés.
- Place à main levée un point N tel que les points P, I, M et N soient les sommets d'un parallélogramme.
- Combien y-a-t-il de positions possibles pour le point N ? On appellera ces points $N_1, N_2 \dots$ Dans chaque cas, trace puis nomme le parallélogramme obtenu.

18 Dans chaque cas, construis un parallélogramme :

- LISE tel que LI = 5 cm et IS = 2,5 cm en utilisant l'équerre et la règle graduée.
- MARC tel que MR = 7 cm et AC = 6 cm en utilisant la règle graduée.
- NOAH tel que NO = 3 cm et NA = 8 cm en utilisant le compas et la règle graduée.
- Les parallélogrammes tracés sont-ils les mêmes pour tous les élèves de la classe ?

19 Construis en vraie grandeur les parallélogrammes schématisés ci-dessous en utilisant les instruments de ton choix. (Les longueurs sont exprimées en centimètres.)



20 Dans un repère

- Place dans un repère les points suivants : A(-1 ; 0), B(1 ; 1) et C(4 ; -2).
- Place les points D, E et F pour que ABCD, ABEC et ACBF soient des parallélogrammes.
- Donne les coordonnées des points D, E et F.
- Que dire des points A, B et C pour le triangle DEF ?

21 Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur les parallélogrammes suivants :

- VERT avec $VT = 5$ cm, $\widehat{ERT} = 125^\circ$ et $VE = 4$ cm.
- BLEU de centre I avec $BL = 6$ cm, $UI = 3$ cm et $IE = 4$ cm.
- NOIR avec $NI = 62$ mm, $\widehat{NIR} = 40^\circ$ et $\widehat{RNI} = 30^\circ$.

22 Trace un segment [GR] de 7 cm de longueur. Construis un parallélogramme dont [GR] est un côté puis un autre dont [GR] est une diagonale.

23 Avec le périmètre

Construis un parallélogramme dont le périmètre est 16 cm et dont la longueur d'un côté est le triple de celle d'un côté consécutif.

24 Avec des cercles

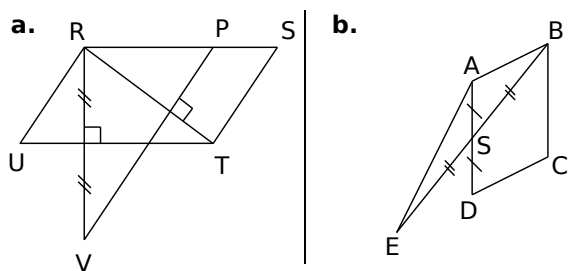
Trace deux cercles concentriques de centre O. En te servant uniquement d'une règle non graduée, trace un parallélogramme de centre O dont deux sommets appartiennent à l'un des cercles et les deux autres à l'autre cercle.

25 À partir d'un programme de tracé

- Construis un parallélogramme NUIT.
- Trace la diagonale [NI].
- Dans le triangle NUI, construis la hauteur relative au côté [UI]. Elle coupe (UI) en O.
- Dans le triangle NIT, construis la hauteur relative au côté [NT]. Elle coupe (NT) en R.
- Quelle semble être la nature du quadrilatère NOIR ?

26 Écris un programme de tracé pour les deux figures suivantes en commençant à chaque fois par :

« Trace un parallélogramme... »



RSTU et ABCD sont des parallélogrammes.

S'entraîner

Série 4 : Constructions (2)

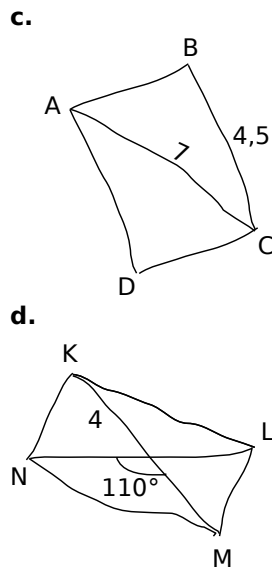
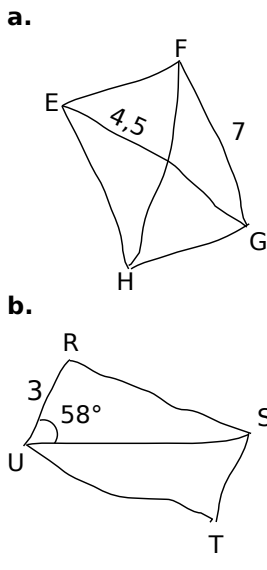
27 Unique ou pas ?

Dans chacun des cas, construis deux figures non superposables quand c'est possible :

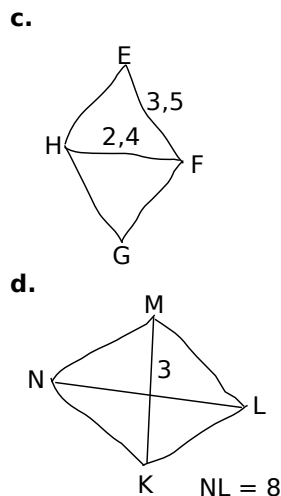
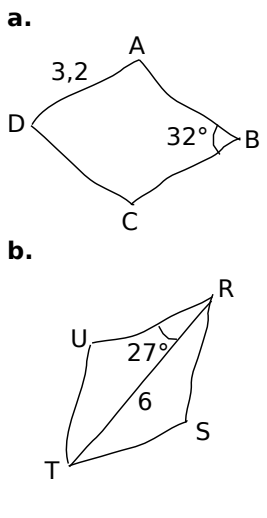
- un rectangle de diagonale 7 cm ;
- un losange de côté 4 cm ;
- un carré de diagonale 6 cm.

28 Construis un triangle LIN rectangle en I. Trace ensuite le rectangle LINU en utilisant le compas et la règle non graduée.

29 Construis les rectangles dessinés ci-dessous à main levée en respectant les mesures indiquées sur les figures (les longueurs sont données en centimètres) :



30 Même exercice pour les losanges suivants :



31 Réalise une figure à main levée puis construis, dans chaque cas, le quadrilatère demandé.

- a.** Le rectangle MANU tel que $MN = 9$ cm et $MA = 5$ cm.
- b.** Le losange OURS tel que $OR = 8$ cm et $US = 6$ cm.
- c.** Le rectangle PAUL tel que $PA = 8$ cm et $\angle LAU = 53^\circ$. Rédige le programme de construction correspondant.
- d.** Le losange LOUP de centre I tel que $OI = 4,5$ cm et $LO = \frac{2}{3} OP$.

32 Un losange a pour périmètre 20 cm et l'une de ses diagonales mesure 6 cm. Construis un tel losange.

33 Avec règle et compas

- a.** Place deux points E et O. Construis les points F, G et H tels que EFGH soit un carré de centre O.
- b.** Décris ta construction.

34 Avec l'équerre et la règle graduée

Place un point C puis construis un carré MUSE de centre C et de côté mesurant 6,4 cm.

35 Avec les axes de symétrie

- a.** Trace une droite (d), place un point S sur la droite (d) et un point L hors de cette droite, (LS) n'étant pas perpendiculaire à (d). Construis un losange dont S et L sont deux sommets et (d) un axe de symétrie.
- b.** Trace une droite (d), place un point T sur la droite (d) et place un point R hors de cette droite. Construis un rectangle dont R est un sommet, T un point d'un côté et (d) un axe de symétrie.

36 Avec le centre de symétrie

- a.** Construis un triangle ABH rectangle en H tel que $BH = 3$ cm et $AH = 2,1$ cm.
- b.** Construis le point C symétrique du point B par rapport à la droite (AH).
- c.** Place les points D et E tels que le quadrilatère BCDE soit un rectangle de centre A.
- d.** Place le point O tel que le quadrilatère COBA soit un losange de centre H.

S'entraîner

Série 5 : Démonstrations (1)

37 Propriétés du parallélogramme

Pour chaque énoncé, trace une figure à main levée et rédige une démonstration :

a. Le quadrilatère NOIR est un parallélogramme tel que $RN = 4$ cm. Donne la longueur OI.

b. Le quadrilatère BLEU est un parallélogramme de centre S tel que sa diagonale [BE] a pour longueur 8 cm. Donne la longueur BS.

c. Le quadrilatère VERT est un parallélogramme tel que l'angle \widehat{VER} a pour mesure 53° . Quelle est la mesure de l'angle \widehat{VTR} ?

38 Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Pour chaque énoncé, trace une figure codée à main levée et rédige une démonstration :

a. JEUX est un quadrilatère de centre K tel que $KJ = KU$ et $KX = KE$. Démonstre que c'est un parallélogramme.

b. GARS est un quadrilatère tel que (GA) est parallèle à (SR) et (GS) est parallèle à (RA). Démonstre que c'est un parallélogramme.

c. DOUX est un quadrilatère non croisé tel que $\widehat{ODX} = \widehat{OUX}$ et $\widehat{DOU} = \widehat{DXU}$. Démonstre que c'est un parallélogramme.

d. VERS est un quadrilatère non croisé tel que (VE) est parallèle à (SR) et $VE = SR$. Démonstre que c'est un parallélogramme.

39 Avec des cercles

a. Construis un cercle (C_1) de centre O et de rayon 3,5 cm, et un cercle (C_2) de centre O et de rayon 5 cm.

b. Place deux points A et B sur (C_1) tels que [AB] soit un diamètre de (C_1). Puis place deux autres points C et D sur (C_2), non alignés avec A et B tels que [CD] soit un diamètre de (C_2).

c. Démonstre que ACBD est un parallélogramme.

d. Donne les longueurs AB et CD. Justifie ta réponse.

40 Cache-cache

a. Trace un parallélogramme EFGH.

b. La parallèle à (EG) passant par H coupe la droite (FG) en M. Construis le point N.

c. Démonstre que EGMH est un parallélogramme.

41 En utilisant la symétrie

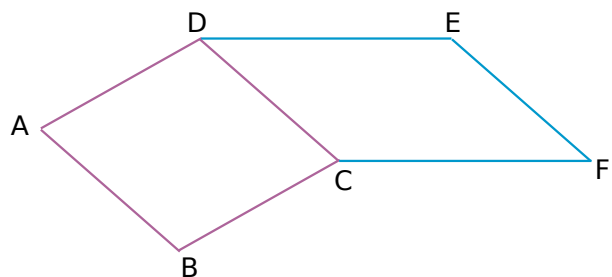
a. On donne un triangle BAS. Construis le point I symétrique du point A par rapport au point B. Construis le point L symétrique du point S par rapport au point B.

b. Démonstre que le quadrilatère LISA est un parallélogramme.

42 En deux étapes

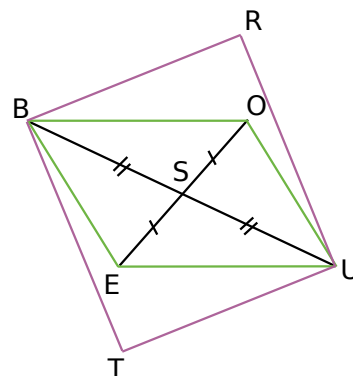
a. ABCD et CDEF sont deux parallélogrammes. Démonstre que ABFE est un parallélogramme.

b. Prouve que $AE = BF$.



43 L'un dans l'autre

Les quadrilatères BOUE et BRUT, représentés sur la figure ci-dessous, sont deux parallélogrammes.



a. Que représente le point S pour la figure ?

b. Démonstre que le quadrilatère TERO est un parallélogramme.

44 Bissectrices

a. Construis un parallélogramme ABCD tel que $\widehat{ADC} = 110^\circ$, $DA = 5$ cm et $DC = 9$ cm. La bissectrice de l'angle \widehat{ADC} coupe le segment [AB] en K et la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} coupe le segment [DC] en L.

b. Démonstre que les angles \widehat{KDC} et \widehat{ABL} sont de même mesure.

c. Démonstre que LBKD est un parallélogramme.

S'entraîner

Série 6 : Démonstrations (2)

45 Propriétés des parallélogrammes particuliers

Pour chaque énoncé, trace une figure à main levée et rédige une démonstration :

a. Le quadrilatère PONT est un losange de centre E. Démontre que les droites (PN) et (OT) sont perpendiculaires.

b. Le quadrilatère CRUE est un rectangle de centre O tel que $CU = 5,5$ cm. Donne la longueur RE.

c. Le quadrilatère TORE est un carré de centre D tel que $TO = 3,7$ cm. Donne la longueur OR.

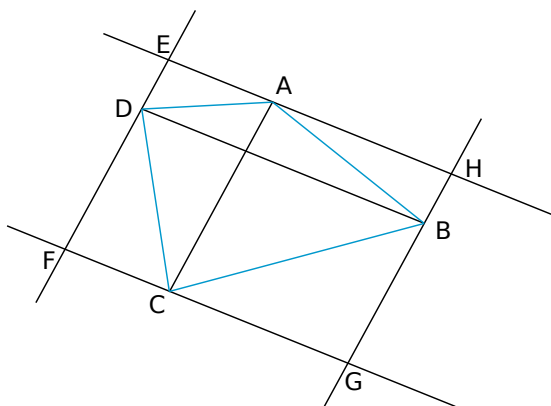
46 Démontrer qu'un parallélogramme est particulier

a. Le quadrilatère CHAT est un parallélogramme tel que $AT = TC$. Démontre que c'est un losange.

b. Le quadrilatère GRIS est un parallélogramme tel que $GI = RS$. Démontre que c'est un rectangle.

c. Le quadrilatère NUIT est un parallélogramme de centre S tel que $SN = SU$ et les droites (IN) et (UT) sont perpendiculaires. Démontre que c'est un carré.

47 D'un quadrilatère à l'autre



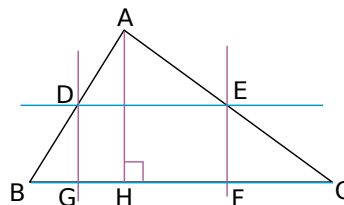
a. Sur la figure ci-dessus, on a dessiné un quadrilatère ABCD puis on a tracé les parallèles aux diagonales passant par les sommets A, B, C et D du quadrilatère. Les droites ainsi obtenues se coupent en E, F, G et H. Démontre que EFGH est un parallélogramme.

b. On suppose maintenant que ABCD est un rectangle. Retrace le dessin et démontre que EFGH est un losange.

c. On suppose enfin que ABCD est un losange. Refais le dessin et démontre que EFGH est un rectangle.

48 Avec les propriétés de droites vues en 6^e

En observant la figure ci-dessous (les droites de même couleur sont parallèles), prouve que le quadrilatère DEFG est un rectangle.



49 Avec la symétrie centrale

a. Construis un rectangle PLUS.

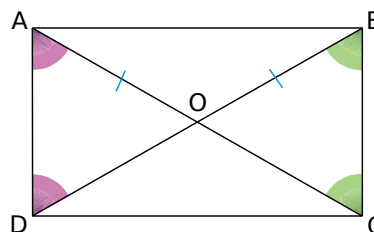
b. Construis les points E et A, symétriques respectifs des points U et P par rapport à L.

c. Prouve que le quadrilatère PEAU est un losange.

50 Avec les angles

Sur la figure ci-dessous :

$$\widehat{OAD} = \widehat{ODA}, \quad OA = OB \text{ et } \widehat{OBC} = \widehat{BCO}.$$



a. Quelle est la nature des triangles AOD, BOA, COB ? Justifie.

b. Que peut-on en déduire pour les longueurs OA, OB, OC et OD ?

c. Démontre alors que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

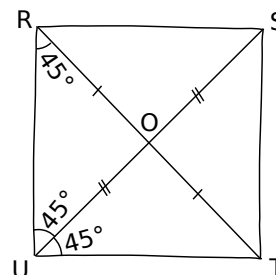
d. Les angles \widehat{OAD} et \widehat{OBC} sont-ils égaux ? Explique pourquoi.

51 À main levée

En utilisant le codage de la figure ci-contre :

a. Démontre que le quadrilatère RSTU est un parallélogramme.

b. Peut-on être plus précis sur la nature du quadrilatère RSTU ?



S'entraîner

52 Les poupées russes

Soit ABCD un parallélogramme. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O. Trace une figure.

- Démontre que O est le milieu de [AC].
- Soit E le milieu de [DO] et F le milieu de [BO]. Explique pourquoi O est le milieu de [EF].
- Démontre que AECF est un parallélogramme.

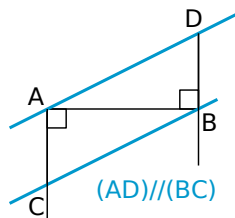
53 Comme au cirque

a. ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD]. La perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AB) en I et la perpendiculaire à (AC) passant par B coupe (DC) en J. Construis la figure.

b. Démontre que le quadrilatère IBJD est un parallélogramme.

54 Triangle et cercle

a. En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, démontre que ADBC est un parallélogramme.



b. Trace un cercle de centre O et de diamètre [AB]. Place un point M en dehors du cercle et de la droite (AB). Place le point N, symétrique du point M par rapport au point O. Démontre que AMBN est un parallélogramme.

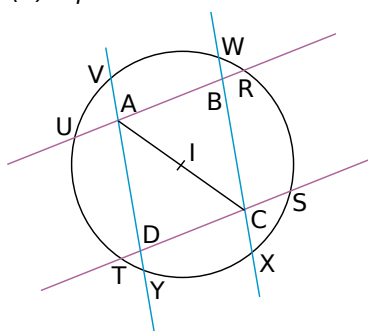
55 Au feu !

a. Construis le parallélogramme FEUX tel que $FE = 5 \text{ cm}$, $EU = 6 \text{ cm}$ et $\widehat{FEU} = 50^\circ$.

b. Trace la perpendiculaire à (FE) passant par F, elle coupe (UX) en R. Trace la perpendiculaire à (UX) passant par U, elle coupe (FE) en G.

c. Quelle est la nature du quadrilatère FRUG ? Justifie ta réponse.

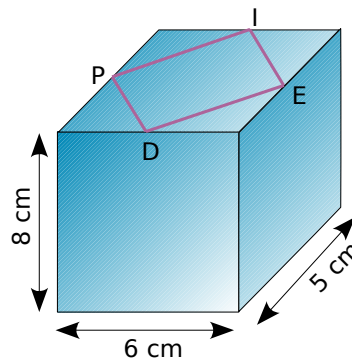
56 ABCD est un parallélogramme de centre I. Le cercle (C) a pour centre I.



- Démontre que RSTU est un rectangle.
- Démontre que VWXY est un rectangle.

57 « Le pied dans le plat »

On a tracé le quadrilatère PIED sur la face supérieure d'un parallélépipède rectangle de telle sorte que chaque sommet du quadrilatère soit le milieu d'une arête de la face.



a. Reproduis le quadrilatère PIED en vraie grandeur.

b. Démontre que c'est un losange.

c. Quels quadrilatères obtient-on si on procède de la même façon sur les autres faces ?

d. Quelle particularité le parallélépipède doit-il avoir pour que PIED soit un carré ?

e. Quelles particularités doit-il avoir pour que les quadrilatères tracés sur toutes ses faces soient des carrés ?

58 Figures juxtaposées

a. Construis un triangle équilatéral ABC de 5 cm de côté.

b. À l'extérieur du triangle et de telle sorte que les figures ne se recouvrent pas, place les points D et E tels que ABDE soit un rectangle avec $AD = 7 \text{ cm}$.

c. De la même façon, place les points F et G tels que ACFG soit un losange avec $\widehat{ACF} = 150^\circ$.

d. En justifiant, donne la mesure de l'angle \widehat{CAG} puis celle de l'angle \widehat{BAG} . Que peut-on en déduire pour les points G, A et E ? Justifie.

59 Bissectrices de deux angles consécutifs

a. Construis un parallélogramme ABCD puis les bissectrices (d_1) et (d_2) respectivement des angles \widehat{ABC} et \widehat{BAD} . Ces droites se coupent en un point U.

b. Détermine $\widehat{BAU} + \widehat{ABU}$ sans effectuer de mesure d'angle. Quelle est la nature du triangle ABU ?

c. Que peut-on en déduire pour les droites (d_1) et (d_2) ?

Travailler en groupe

1 La bataille des quadrilatères !

1^{re} partie : Réalisation des cartes

a. Découpez trois feuilles de format A4 en 16 parties rectangulaires identiques qui formeront les cartes.

b. Sur 7 cartes différentes, tracez une figure à main levée et codée des quadrilatères suivants : parallélogramme, rectangle, losange, carré, cerf-volant, trapèze et quadrilatère quelconque.

c. Sur 7 autres cartes, construisez avec vos instruments les quadrilatères précédents.

d. Pour chaque catégorie (les rectangles, les losanges et les carrés) complétez chaque propriété suivante (ce qui fera 9 cartes au total) :

- « Je suis un quadrilatère avec des diagonales ... » ;
- « Je suis un quadrilatère avec des côtés ... » ;
- « Je suis un quadrilatère avec un centre de symétrie et ... axe(s) de symétrie qui sont ... ».

e. Pour les rectangles et les losanges, complétez chacune des propriétés suivantes sur une carte (ce qui fera 4 cartes au total) :

- « Je suis un parallélogramme qui a des diagonales ... » ;
- « Je suis un parallélogramme qui a des côtés ... ».

f. Pour les carrés, complétez de deux façons différentes chacune des propriétés suivantes sur une carte (ce qui fera 6 cartes au total) :

- « Je suis un parallélogramme qui a ... » ;
- « Je suis un rectangle qui a ... » ;
- « Je suis un losange qui a ... ».

g. Vérifiez que vous avez bien 33 cartes (14 avec des figures et 19 avec des propriétés).

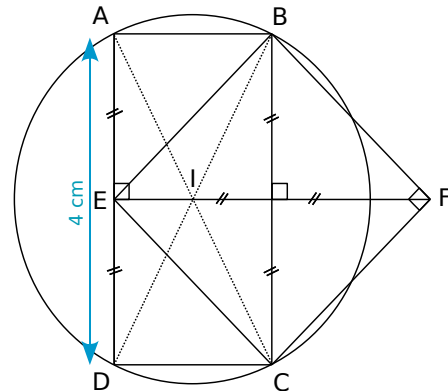
2^e partie : À la bataille !

Maintenant que le jeu est construit, vous allez pouvoir jouer, par groupe de deux, à la bataille des quadrilatères.

h. Mélangez puis distribuez les cartes faces cachées. Appliquez alors les règles de la bataille traditionnelle sachant que les cartes sont rangées dans l'ordre suivant :

- carré (la plus forte) ;
- losange ou rectangle (à égalité) ;
- parallélogramme ;
- trapèze ou cerf-volant (à égalité) ;
- quadrilatère quelconque (la plus faible).

2 Rédiger des programmes de tracé



a. Voici deux programmes de construction de la figure ci-dessus. Le premier a été écrit par un élève et le second par un professeur. Indiquez les différences entre les deux textes et dites pourquoi la formulation de l'élève n'est pas correcte.

Texte de l'élève

Je trace une ligne verticale de 4 cm de longueur et je mets les points A et D. Puis je trace une ligne horizontale formant un angle droit avec la première et qui la coupe au milieu (qui s'appelle E), de 4 cm aussi ; je place le point F au bout. Après, je trace une autre ligne verticale qui forme un angle droit avec la ligne horizontale, je place les points B et C et je trace des lignes qui relient E, B, F et C. Pareil pour A et B, puis C et D. Et pour finir, je prends le compas, je mets la pointe sur I et j'écarte jusqu'au point A pour faire un cercle. Et voilà !

Texte du professeur

Trace un segment $[AD]$ de longueur 4 cm et de milieu E. Place le point F sur la médiatrice de $[AD]$ tel que $EF = 4$ cm. Place les points B et C tel que $BECF$ soit un carré. Place le point I à l'intersection de (BD) et (AC) . Trace le quadrilatère ABCD. Trace le cercle de centre I et passant par A.

b. Dessinez sur une feuille blanche une autre figure géométrique contenant six points, un cercle et deux quadrilatères particuliers (pensez à coder la figure et à nommer les points).

c. Rédigez sur une feuille blanche un programme de construction de la figure tracée au b. en tenant compte des caractéristiques d'un texte mathématique.

d. Échangez avec un autre groupe les programmes de construction puis réalisez la figure correspondant au programme reçu. Remettez le programme de construction et la figure au professeur qui validera l'ensemble.