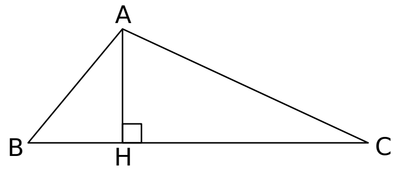
Activités

Activité 1 : Du côté des triangles...



a. Donne tous les noms possibles du triangle ABC.

b. Donne tous les noms possibles de l'angle $\widehat{ABC}$.

c. Quel angle du triangle AHC possède la plus petite mesure ?

d. Dans le triangle ABC, quel est le côté opposé au sommet B ?

e. Dans le triangle AHC, quel est le sommet opposé au côté [HC] ?

f. Quel est l'angle droit du triangle HAB ?

g. Quels sont les noms des trois angles du triangle ACH ?

h. Dans cette figure, quels sont les angles aigus, droits et obtus ?

i. Mickaël affirme que l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 80°. Sans mesurer, comment peux-tu lui montrer qu'il a tort ?

Activité 2 : Du côté des triangles particuliers...

Romuald doit construire un triangle IJK rectangle en I, Isabelle un triangle EFG isocèle en F et Eddy un triangle équilatéral QRS.

a. Trace trois figures à main levée pour représenter ces triangles. Code-les.

b. Dans le triangle IJK, quel nom donne-t-on au côté [JK] ?

c. Dans le triangle EFG, quelle est la base ? Quel est le sommet principal ? Que peut-on dire des côtés [EF] et [GF] ? Que peut-on dire des angles $\widehat{FEG}$ et $\widehat{FGE}$?

d. Que peut-on dire des côtés du triangle QRS ? Et de ses angles ?

e. En observant le codage, indique la nature des triangles ci-dessous :

Activité 3 : Somme des angles d'un triangle (découverte)

a. Trace deux triangles quelconques de formes différentes et mesure leurs angles à l'aide d'un rapporteur.

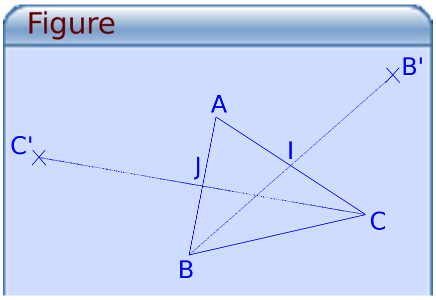
b. Trace un triangle particulier (isocèle, rectangle ou équilatéral) puis mesure ses angles à l'aide d'un rapporteur.

c. Pour chacun des trois triangles tracés, additionne les mesures de ses trois angles. Que remarques-tu ?

d. Essaie de tracer un triangle dont la somme des angles vaut 220°. Que remarques-tu ?

Activité 4 : Somme des angles d'un triangle (démonstration)

a. Avec le logiciel TracenPoche, place trois points A, B et C puis en utilisant le bouton , construis le triangle ABC. Place les points I et J, milieux respectifs de [AC] et [AB] à l'aide du bouton . En utilisant le bouton , construis le point C', symétrique de C par rapport à J et enfin le point B', symétrique de B par rapport à I.



b. Dans la fenêtre Analyse, recopie :

> **Analyse**
> A,B',C' alignés ?

Appuie sur la touche F9 puis déplace les points A, B et C. Que remarques-tu ?
Nous allons démontrer ce que TracenPoche affirme.

c. En utilisant une propriété sur la symétrie centrale, démontre que les droites (AB') et (AC') sont parallèles à la droite (BC). Déduis-en que les points C', A et B' sont alignés. Trace alors, avec TracenPoche, la droite (B'C').

d. On va maintenant s'intéresser aux angles. Dans la fenêtre Analyse, recopie :

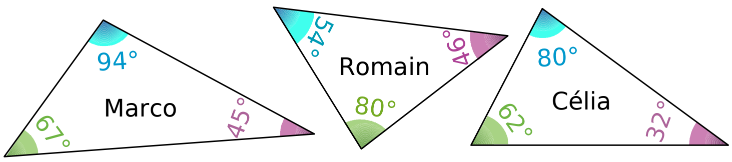
> **Analyse**
> angle(ABC)=
> angle(BAC')=

Appuie sur la touche F9 puis déplace les points A, B et C. Que remarques-tu ?
Nous allons démontrer ce que TracenPoche affirme.

e. En utilisant la symétrie de centre J, démontre que $\widehat{ABC} = \widehat{BAC'}$ puis en utilisant la symétrie de centre I, démontre que $\widehat{ACB} = \widehat{CAB'}$.

f. Déduis-en que $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$.

g. Marco, Célia et Romain ont tracé chacun un triangle et ont mesuré leurs angles. Sans utiliser de rapporteur, indique ceux qui se sont trompés :



Activité 5 : Calcul du troisième angle

On connaît les mesures de deux angles d'un triangle et on cherche la mesure du troisième à l'aide d'un tableau.

	A	B	C
1	Valeur du premier angle	57	°
2	Valeur du deuxième angle	72	°
3			
4	Valeur du troisième angle		
5	(calcul sans parenthèse)		
6			
7	Valeur du troisième angle		
8	(calcul avec des parenthèses)		

a. Quelles formules faut-il écrire dans les cellules B4 et B7 du tableau ?

b. Dans un triangle KLM, on sait que $\widehat{LMK} = 57°$ et que $\widehat{KLM} = 72°$. Rédige, de deux façons différentes, le calcul de la mesure de l'angle $\widehat{MKL}$.

Activité 6 : Le cas du triangle isocèle

On connaît la mesure de l'angle principal d'un triangle isocèle et on cherche les mesures des deux autres angles à l'aide d'un tableur.

	A	B	C
1	Pour un triangle isocèle :		
2	Valeur de l'angle principal	66	°
3			
4	Valeur des deux autres angles		

a. Quelle formule faut-il écrire dans la cellule B4 du tableur ?

b. Dans un triangle RST isocèle en S, on sait que $\widehat{RST} = 48°$. Rédige les calculs des mesures des angles $\widehat{SRT}$ et $\widehat{STR}$.

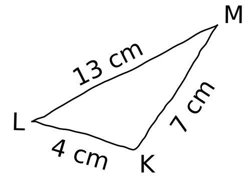
Activité 7 : Hasardons-nous à construire un triangle

a. Choisis trois nombres compris entre 2 et 15. Note-les sur ton cahier. À main levée, trace un triangle dont les trois nombres choisis sont les mesures de ses côtés (en cm).

b. Essaie de construire précisément ce triangle (en t'aidant de ta règle et de ton compas).

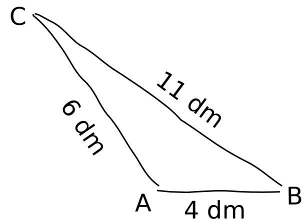
c. Tous les élèves de la classe ont-ils forcément réussi à tracer leur triangle ? Explique pourquoi.

d. Penses-tu qu'il soit possible de tracer le triangle représenté ci-contre à main levée ? Justifie.



Activité 8 : Constructible ou non ?

Un professeur demande à ses élèves s'il est possible de construire le triangle ABC tracé à main levée ci-contre :



Voici les réponses de quatre élèves :

- Kim dit que le triangle ABC est constructible puisque la figure est tracée.
- Jordan dit que, comme $4 < 6 + 11$, le triangle ABC est constructible.
- Mickaël dit qu'il est d'accord avec Jordan car en plus $6 < 11 + 4$.
- Imad dit que l'inégalité $11 < 6 + 4$ est fausse et que le triangle ABC n'est donc pas constructible.

a. Que penses-tu de chacune des réponses ? Qui a raison ?

b. Au total, combien d'inégalités ont été proposées par ces élèves ? Pour savoir si le triangle ABC est constructible faut-il vérifier toutes ces inégalités ?

c. À main levée, trace un triangle non constructible ayant des côtés mesurant 7,5 m, 12 m et une troisième valeur de ton choix, plus grande que les deux autres.

d. À main levée, trace un triangle non constructible ayant des côtés mesurant 6,5 km, 10 km et une troisième valeur de ton choix, plus petite que les deux autres.

Activité 9 : Inégalité ou égalité ?

Nous allons utiliser le logiciel TracenPoche pour mener une petite expérience :

a. Place trois points A, B et M et trace les segments [AM], [MB] et [AB]. Dans la fenêtre Analyse, recopie :

Analyse

AB=
calc(AM+BM)=

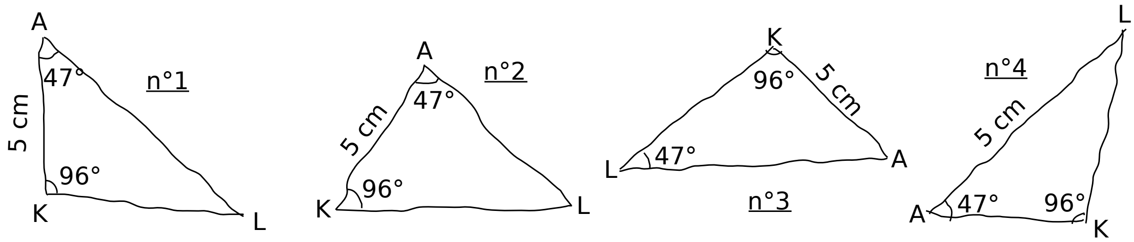
b. Appuie sur la touche F9 puis déplace les points et observe les nombres donnés.

c. Peut-on avoir AM + MB < AB ? Si oui, quand cela se produit-il ?

d. Peut-on avoir AM + MB = AB ? Si oui, quand cela se produit-il ?

Activité 10 : Une figure à main levée... à l'œil ouvert

a. Un professeur demande à ses élèves de tracer une figure à main levée d'un triangle AKL tel que AK = 5 cm, $\widehat{LAK}$ = 47° et $\widehat{LKA}$ = 96°. Voici les figures de quatre élèves :

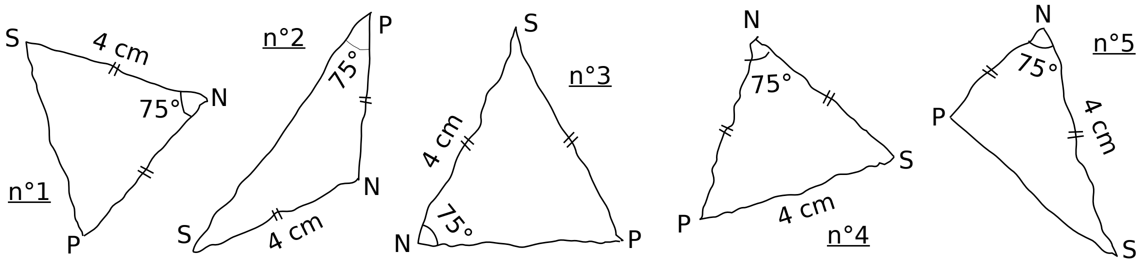


Que penses-tu de chacune de ces figures ? Selon toi, lesquelles représentent correctement le triangle AKL ?

b. En commençant par le segment [AK], construis précisément le triangle AKL.

Activité 11 : Une figure à main levée... à l'œil ouvert (bis)

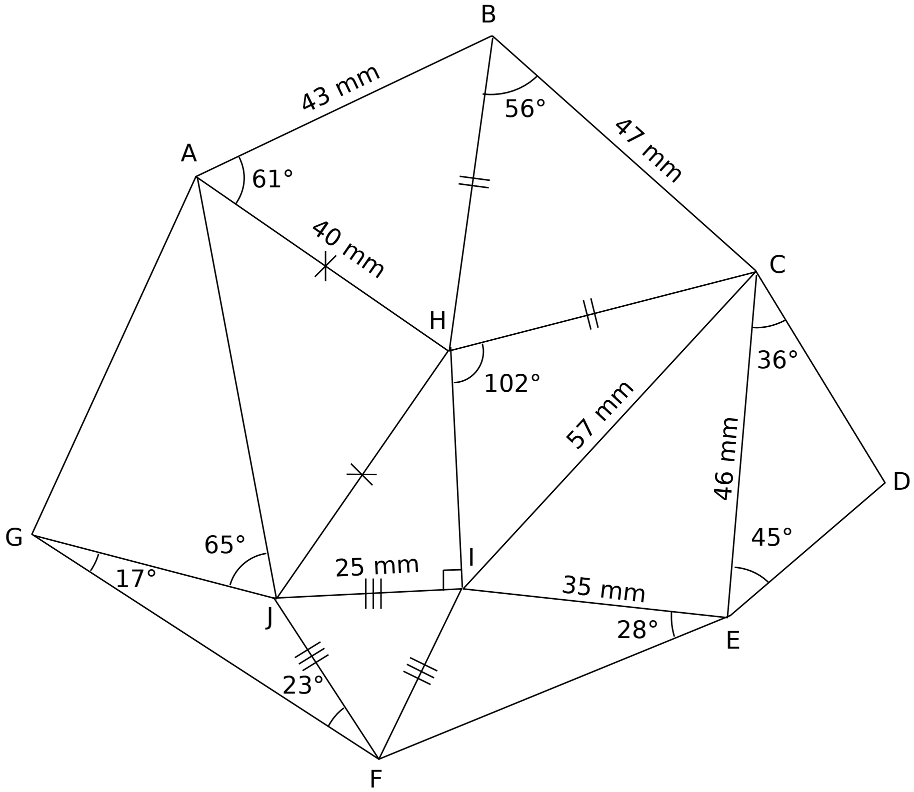
a. Un professeur demande à ses élèves de tracer une figure à main levée d'un triangle NPS isocèle en N tel que NS = 4 cm et $\widehat{SNP}$ = 75°. Voici les figures de cinq élèves :



Que penses-tu de chacune de ces figures ? Selon toi, lesquelles représentent correctement le triangle NPS ?

b. En commençant par le segment [NS], construis précisément le triangle NPS.

Activité 12 : Des triangles, beaucoup de triangles



a. Parmi les onze triangles tracés, indique ceux qui sont isocèles, rectangles ou équilatéraux.

b. Calcule le périmètre du triangle CIE.

c. Recopie et complète le tableau suivant (une ligne par triangle) :

Triangle	Je connais ou je peux calculer :
ABH	un angle et les 2 côtés adjacents à cet angle
...	...

d. Quels sont les triangles dont on ne connaît pas assez de données pour pouvoir les construire individuellement ?

Activité 13 : Trois données insuffisantes

a. Trace un triangle EFG tel que $\widehat{EFG} = 48°$, $\widehat{FGE} = 70°$ et $\widehat{GEF} = 62°$. Mesure le périmètre de ce triangle. Obtiens-tu la même valeur que tous les autres élèves de la classe ?

b. Trace un segment [RS] qui mesure 5 cm et une demi-droite [Sx) telle que $\widehat{RSx} = 50°$.

c. Trace le cercle de centre R et de rayon 4 cm. En combien de points coupe-t-il la demi-droite [Sx) ? Nomme ces points T et U.

d. Quelles mesures sont communes aux triangles RST et RSU ? Combien y en a-t-il ?

e. Trois mesures permettent-elles toujours de construire un triangle unique ? Justifie.

Activité 14 : Un joli cercle d'amis

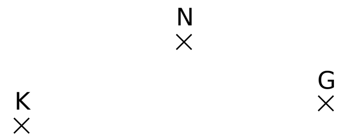
Kévin et Nicolas ont tous les deux leur arbre fétiche sous lequel ils aiment se reposer à l'ombre. Mais ils aiment aussi faire la course en partant chacun de leur arbre. Pour que la course soit équitable, il faut que l'arrivée soit située à la même distance des deux arbres.

a. Sur ton cahier, place deux points K et N (distants de 4 cm) pour représenter les arbres de Kévin et de Nicolas. Construis ensuite un point à égale distance des deux arbres K et N et places-y un drapeau.

b. Où placer l'arrivée pour que la course soit la plus courte possible ?

Si Kévin et Nicolas veulent une course plus longue, où peuvent-ils encore planter le drapeau ? Quel est l'ensemble des points possibles pour l'arrivée ? Trace-le en bleu.

c. Sur ton cahier, place un point G, comme sur la figure ci-dessous :



Gabin a aussi son arbre et il aimerait bien jouer avec Nicolas au même jeu. Trace en rouge l'ensemble des points situés à égale distance des arbres de Gabin et de Nicolas.

d. Mais Kévin, désormais, s'ennuie. Il propose : « Organisons une course à trois ! ». Où peuvent-ils planter le drapeau ? Pourquoi ?

e. Yann n'a pas d'arbre à lui mais veut aussi courir avec ses amis. Nicolas est catégorique : « Si tu veux jouer avec nous, ton arbre doit être aussi loin du drapeau que les nôtres ! » Place plusieurs points où pourrait être l'arbre de Yann.

Trace, au crayon de papier, l'ensemble de ces points.

Activité 15 : Position du centre du cercle circonscrit

Nous allons utiliser le logiciel TracenPoche pour mener une petite expérience :

a. Trace un triangle ABC puis en utilisant le bouton , construis les médiatrices de ses côtés. Place le point O au point de concours des médiatrices en utilisant le bouton . Explique pourquoi le point O est le centre d'un cercle qui passe par les trois sommets du triangle ABC. Avec le bouton , construis ce cercle, circonscrit au triangle ABC.

b. Déplace les sommets du triangle ABC. Le point O se trouve-t-il toujours à l'intérieur du triangle ABC ?

c. Dans la fenêtre Analyse, recopie :

Analyse

angle(ABC)=
angle(BCA)=
angle(CAB)=

Appuie sur la touche F9 puis déplace le point A. À quelle condition le point O se trouve-t-il à l'intérieur du triangle ABC ? Et sinon, que se passe-t-il ?

d. Le point O peut-il se trouver sur l'un des côtés du triangle ABC ? Si oui, que peut-on dire alors de sa position ? Et quelle est la nature du triangle ?

Méthodes

Méthode 1 : Utiliser la somme des angles d'un triangle

À connaître

Dans un triangle, **la somme des mesures des angles** vaut 180°.

Exemple : Le triangle PAF est tel que $\widehat{PAF}$ = 67° et $\widehat{FPA}$ = 56°. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{PFA}$?

La somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180°.
$\widehat{PAF}$ + $\widehat{FPA}$ = 67° + 56° = 123°.
$\widehat{PFA}$ = 180° – 123° = 57°.
Donc l'angle $\widehat{PFA}$ mesure 57°.

À toi de jouer

1 Peut-on construire le triangle DOG avec $\widehat{DOG}$ = 72° ; $\widehat{OGD}$ = 37° et $\widehat{GDO}$ = 73° ? Justifie ta réponse.

2 Dans le triangle RAT, $\widehat{RAT}$ vaut 34° et l'angle $\widehat{ATR}$ mesure 23°. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{TRA}$?

3 Le triangle BEC est isocèle en B et $\widehat{EBC}$ vaut 107°. Quelles sont les mesures des deux autres angles ?

4 Quelles sont les mesures des angles d'un triangle équilatéral ?

Méthode 2 : Utiliser l'inégalité triangulaire

À connaître

Dans un triangle, **la longueur d'un côté** est toujours **inférieure** à **la somme des longueurs des deux autres côtés**.
Lorsqu'il y a égalité, les trois points sont alignés.

Remarque : Pour vérifier si on peut construire un triangle, il suffit de vérifier que la plus grande longueur est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple 1 : Peut-on construire le triangle COR avec CO = 5 cm ; OR = 6 cm et RC = 4 cm ?

[OR] est le plus grand côté (OR = 6 cm) donc on calcule RC + CO = 4 + 5 = 9 .
Comme OR < RC + CO, le triangle COR est constructible.

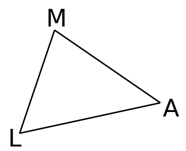
Exemple 2 : Écris les trois inégalités pour le triangle BOL.

Dans le triangle BOL, on a :

BO < BL + OL ;
OL < BO + BL ;
LB < OB + OL.

À toi de jouer

5 Écris toutes les inégalités pour le triangle ci-contre :

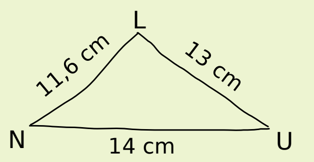


6 Le triangle THE avec TH = 3,4 cm ; HE = 7 cm et ET = 3,7 cm est-il constructible ? Justifie ta réponse.

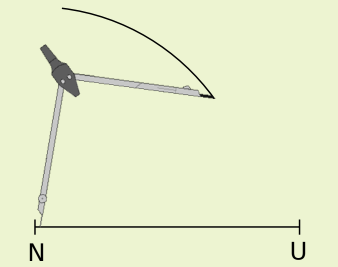
7 Peut-on construire le triangle SEL tel que SE = 9 cm ; EL = 3 cm et LS = 4 cm ? Justifie ta réponse.

Méthode 3 : Construire un triangle connaissant les longueurs des côtés

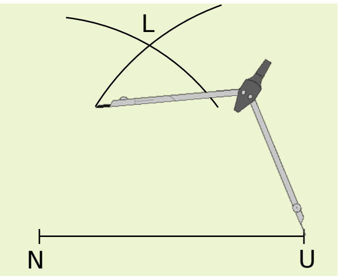
Exemple : Construis le triangle LUN tel que NU = 14 cm ; UL = 13 cm et LN = 11,6 cm.



On vérifie que le triangle est constructible puis on effectue une figure à main levée.



On construit un segment [NU] de 14 cm de longueur. On trace un arc de cercle de centre N et de 11,6 cm de rayon.



On trace un arc de cercle de centre U et de 13 cm de rayon. L'intersection des deux arcs est le point L.

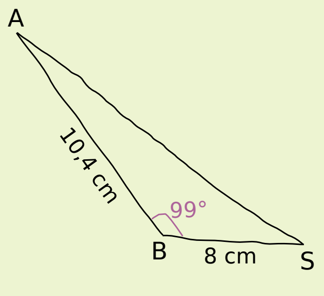
À toi de jouer

8 Construis le triangle DUO tel que DU = 7,3 cm ; UO = 6,2 cm et OD = 12 cm.

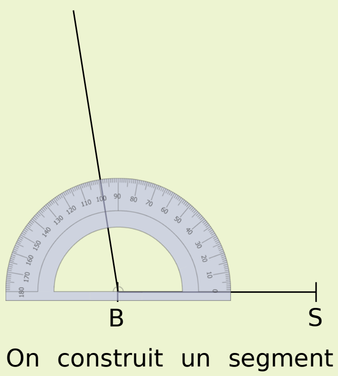
9 Construis le triangle UNO isocèle en U avec UN = 8 cm et NO = 3,6 cm.

Méthode 4 : Construire un triangle connaissant un angle et les longueurs de ses côtés adjacents

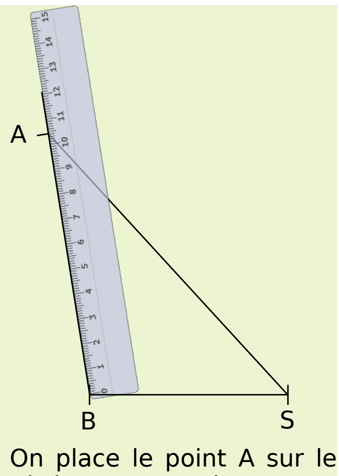
Exemple : Construis un triangle BAS tel que AB = 10,4 cm ; BS = 8 cm et $\widehat{ABS}$ = 99°.



On effectue une figure à main levée en respectant la nature des angles (aigu ou obtus).



On construit un segment [SB] de 8 cm de longueur. On trace un angle mesurant 99° de sommet B et de côté [BS].



On place le point A sur le côté de l'angle à 10,4 cm du point B.

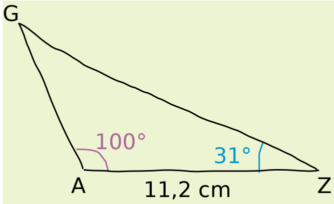
À toi de jouer

10 Construis un triangle LET tel que $\widehat{ETL}$ = 55° ; ET = 5 cm et TL = 4,3 cm.

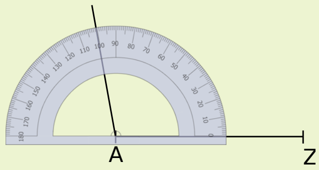
11 Construis un triangle SEL tel que SL = 6,4 cm ; $\widehat{SLE}$ = 124° et LE = 7,9 cm.

Méthode 5 : Construire un triangle connaissant deux angles et la longueur de leur côté commun

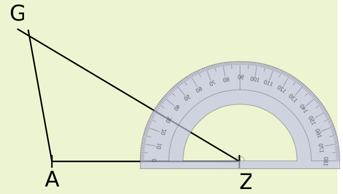
Exemple : Construis le triangle GAZ tel que AZ = 11,2 cm ; $\widehat{GAZ}$ = 100° et $\widehat{AZG}$ = 31°.



On effectue une figure à main levée en respectant la nature des angles (aigu ou obtus).



On trace un segment [AZ] de longueur 11,2 cm. On construit un angle de sommet A, de côté [AZ] et mesurant 100°.



On construit un angle de sommet Z, de côté [ZA] et mesurant 31°. Les côtés des deux angles se coupent au point G.

À toi de jouer

12 Construis le triangle SUD tel que UD = 6 cm ; $\widehat{SUD}$ = 65° ; $\widehat{SDU}$ = 36°.

13 Construis le triangle EST tel que ET = 4,6 cm ; $\widehat{SET}$ = 93° et $\widehat{ETS}$ = 34°.

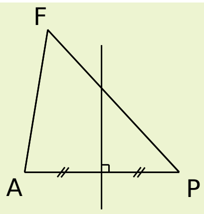
Méthode 6 : Construire le cercle circonscrit à un triangle

À connaître

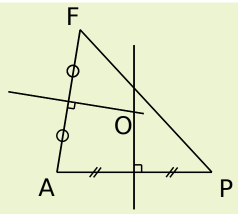
> Les médiatrices des trois côtés d'un triangle sont **concourantes**.
> Leur point de concours est **le centre du cercle circonscrit au triangle**. Ce cercle passe par les trois sommets du triangle.

Remarque : Il suffit de tracer les médiatrices de deux côtés pour déterminer le centre du cercle circonscrit.

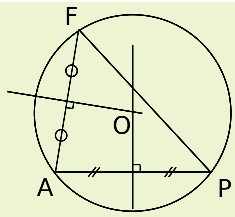
Exemple : Trace le cercle circonscrit au triangle PAF.



On construit la médiatrice du segment [AP].



On construit la médiatrice du segment [FA]. Soit O le point d'intersection des deux médiatrices.



Le cercle circonscrit est le cercle de centre O et de rayon OA (ou OF ou OP).

À toi de jouer

14 Construis le triangle FEU tel que FE = 6 cm ; EU = 3,7 cm et UF = 3,5 cm. Trace le cercle circonscrit au triangle FEU.

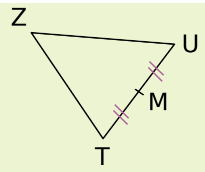
15 Construis le triangle EAU et son cercle cirsconscrit sachant que : EA = 6,1 cm ; AU = 3 cm et UE = 4,9 cm.

Méthode 7 : Construire les médianes d'un triangle

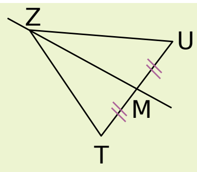
À connaître

Dans un triangle, **une médiane** est une droite qui passe par un sommet du triangle et le milieu du côté opposé.

Exemple : Construis la médiane issue de Z dans le triangle ZUT.



On détermine le milieu du segment [UT] qui est le côté opposé au sommet Z.



On trace la droite qui passe par le sommet Z et par le point M.

À toi de jouer

16 Construis un triangle POL tel que PO = 4,5 cm ; OL = 4,8 cm et LP = 4 cm. Trace la médiane issue de P de ce triangle.

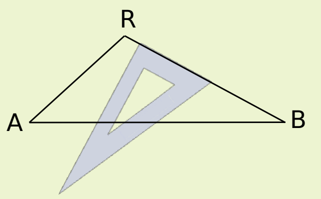
17 Construis un triangle QUA tel que QU = 2 cm ; UA = 5,4 cm et $\widehat{QUA}$ = 93°. Trace toutes les médianes de ce triangle.

Méthode 8 : Construire les hauteurs d'un triangle

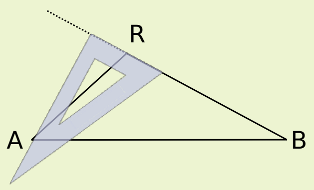
À connaître

Dans un triangle, **une hauteur** est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

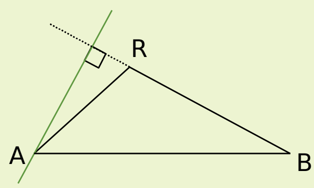
Exemple : Trace la hauteur relative au côté [BR].



On positionne l'équerre perpendiculairement au côté [BR].



On fait glisser l'équerre jusqu'au point A. Il faut parfois prolonger le côté [BR].



La hauteur relative au côté [BR] est la droite perpendiculaire au côté [BR] et passant par A.

À toi de jouer

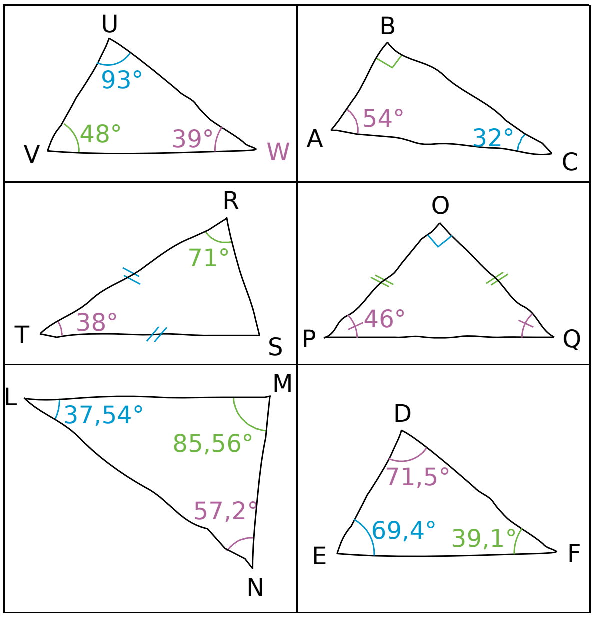
18 Construis le triangle CAR tel que CA = 4,6 cm ; AR = 4,3 cm et $\widehat{CAR}$ = 102° puis trace la hauteur issue de R et celle issue de C.

19 Construis un triangle TAX tel que TA = 6,3 cm ; $\widehat{TAX}$ = 57° et $\widehat{ATX}$ = 63° puis trace ses hauteurs.

20 Construis un triangle BUS tel que BU = 6,4 cm ; US = 4,8 cm et BS = 8 cm. Trace les trois hauteurs de ce triangle.

Série 1 : Somme des angles

1 *Les triangles représentés ci-dessous à main levée existent-ils ? Justifie chacune des réponses par un calcul.*



2 *Nature du triangle*

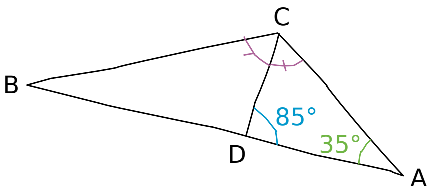
Dans chacun des cas suivants, quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie.

a. $\widehat{BAC} = 28°$ et $\widehat{ABC} = 124°$.

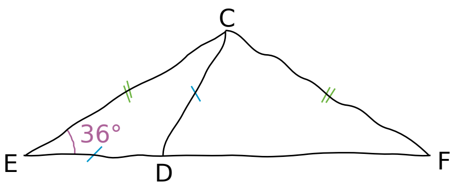
b. $\widehat{BAC} = 37°$ et $\widehat{ABC} = 53°$.

c. $\widehat{ACB} = 60°$ et BA = BC.

3 *Calcule la mesure de l'angle* $\widehat{ABC}$ *.*



4 *On considère la figure suivante réalisée à main levée (attention la figure est volontairement fausse) :*



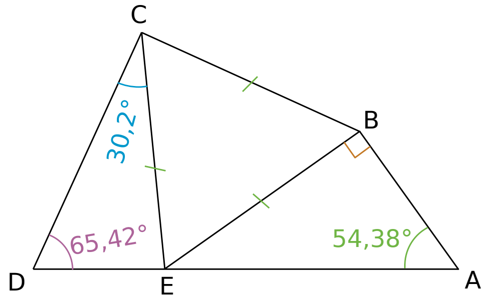
a. Les points E, D et F sont alignés. En utilisant les indications portées sur la figure, calcule les mesures des angles $\widehat{ECD}$, $\widehat{EDC}$, $\widehat{CDF}$ et $\widehat{DCF}$.

b. Que peut-on dire du triangle CDF ? Justifie.

c. Construis la figure lorsque CD = 5 cm.

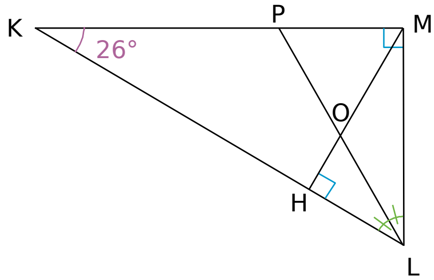
5 *Combien de triangles ABC isocèles de dimensions différentes peut-on construire sachant que* $\widehat{ABC} = 70°$ *et AB = 5 cm ?*

6 *En observant la figure ci-dessous, Aline affirme que les points D, E et A sont alignés. Qu'en penses-tu ?*



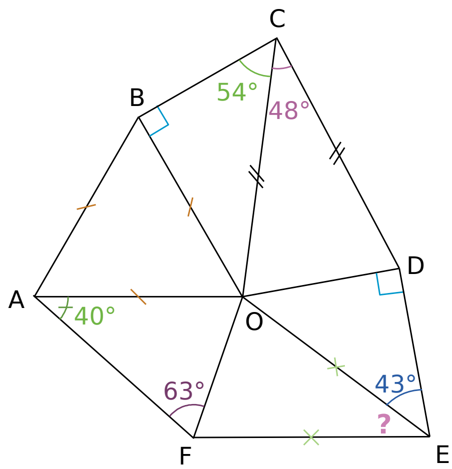
7 *Triangle rectangle et bissectrice*

Sur la figure ci-dessous, la demi-droite [LP) est la bissectrice de l'angle $\widehat{KLM}$.



Dans cette figure, calcule (sans justifier) les angles nécessaires pour démontrer que le triangle POM est isocèle et précise en quel point.

8 *Calcul sans justification*

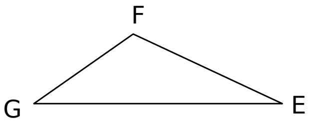


À partir des données de la figure, calcule (sans justifier) la mesure de l'angle $\widehat{OEF}$.

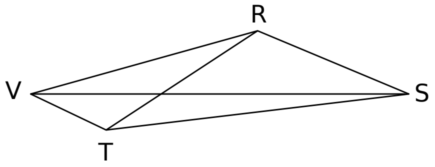
Série 2 : Inégalités triangulaires

9 *Écrire des inégalités triangulaires*

a. Écris les trois inégalités triangulaires pour le triangle EFG suivant :

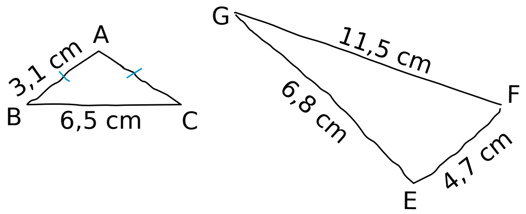


b. Écris les trois inégalités triangulaires pour le triangle RST suivant :



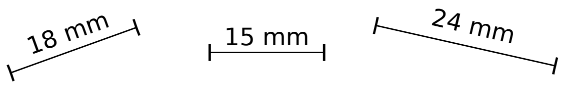
c. Écris les trois inégalités triangulaires pour un triangle HLM.

10 *Explique pourquoi il est impossible de construire de tels triangles :*

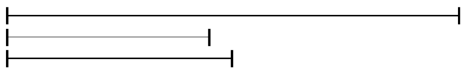


11 *Dans chacun des cas suivants, indique, sans le construire, si les trois segments peuvent être les côtés d'un même triangle.*

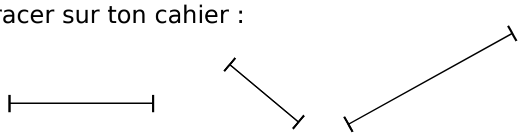
a. En effectuant des calculs :



b. En mesurant et en effectuant les calculs nécessaires :



c. À l'aide du compas et d'une demi-droite à tracer sur ton cahier :



12 *Tous les côtés du triangle YHU ont pour mesure un nombre entier d'unités de longueur. Dans chaque cas indique la valeur minimale et maximale de YH lorsque :*

a. UH = 6 et UY = 6.

b. UH = 12 et UY = 3.

13 *Soit un segment [AB] mesurant 7 cm. Construis sur la même figure, lorsque cela est possible, des points M, N, P, Q, R et S du même côté de (AB), vérifiant les conditions ci-dessous. Dans les cas où les points sont alignés, tu préciseras la position relative des trois points.*

a. AM = 6 cm et BM = 4,5 cm.

b. AN = 4,8 cm et BN = 2,2 cm.

c. AP = 5 cm et BP = 12 cm.

d. AQ = 3,1 cm et BQ = 3 cm.

e. AR = 6,5 cm et BR = 2,4 cm.

f. AS = 11 cm et BS = 4 cm.

14 *Le périmètre d'un triangle est 18 cm. Ce triangle peut-il avoir un côté :*

a. de 7 cm ? Justifie.

b. de 6,4 cm ? Justifie.

c. de 10,5 cm ? Justifie.

d. de 9 cm ? Justifie.

15 *Quelle étourdie !*

Marie a recopié l'exercice de Mathématiques à faire pour demain ! En voici l'énoncé :

« ABCD est un quadrilatère tel que :
AB = 3 cm ; BC = 5 cm ; AC = 7 cm ; CD = 3 cm
et BD = 1 cm. »

Après plusieurs essais, sans succès, Marie réalise qu'une des longueurs est fausse. Laquelle ? Modifie-la pour qu'il soit possible de placer les quatre points.

16 *Un aperçu d'une rue...*

Dans la rue principale rectiligne d'un village, se trouvent une pharmacie P, une librairie L, un fleuriste F, un boulanger **B** et un coiffeur **C**. Le boulanger et le coiffeur sont distants de 30 m l'un de l'autre.

La pharmacie P est telle que BP = CP + 30.

La librairie L est telle que LB + 30 = LC.

Le fleuriste F est tel que FB + FC = 30.

a. Reproduis la droite ci-dessus (sur ce dessin 1 cm représente 10 m dans la réalité).

b. Colorie :

- en vert la zone où se trouve la pharmacie ;
- en bleu la zone où se trouve la librairie ;
- en rouge la zone où se trouve le fleuriste.

S'entraîner

Série 3 : Constructions

17 *Dans chaque cas, replace les informations sur une figure à main levée :*

a. Le triangle SUR tel que SU = 4,5 cm, $\widehat{USR}$ = 60° et $\widehat{RUS}$ = 40°.

b. Le triangle QTD tel que QT = 1 dm, TD = 7 cm et $\widehat{QTD}$ = 70°.

c. Le triangle MFV tel que MF = 9 cm, FV = 12 cm et MV = 6 cm.

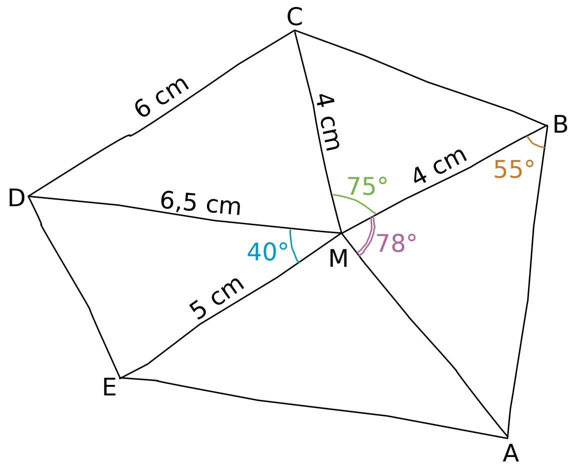
18 *Après avoir tracé une figure à main levée, construis les triangles suivants :*

a. Le triangle GHI tel que GH = 8 cm, HI = 5 cm et GI = 6 cm.

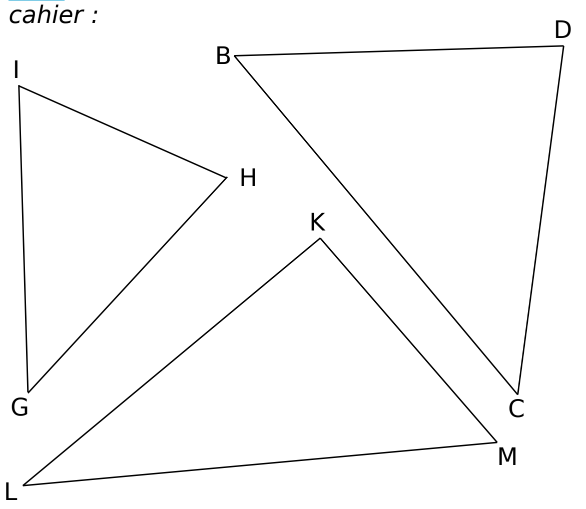
b. Le triangle MNO tel que MN = 4,5 cm, MO = 7 cm et $\widehat{NMO}$ = 48°.

c. Le triangle DEF tel que DE = 8 cm, $\widehat{FDE}$ = 45° et $\widehat{FED}$ = 28°.

19 *Sur ton cahier, reproduis en vraie grandeur la figure ci-dessous :*



20 *Reproduis les triangles suivants sur ton cahier :*



21 *Dans chaque cas, replace les informations sur une figure à main levée (code les longueurs et les angles) :*

a. Le triangle POL isocèle en P tel que PO = 14 cm et LO = 5 cm.

b. Le triangle MER équilatéral tel que ME = 5 cm.

c. Le triangle FAC rectangle en C tel que $\widehat{AFC}$ = 50° et CA = 6,5 cm.

22 *Après avoir tracé une figure à main levée, construis les triangles suivants :*

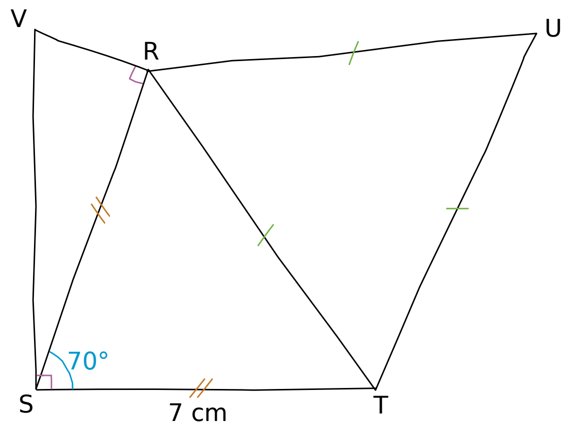
a. Le triangle VUZ isocèle en U tel que VU = 6,5 cm et VZ = 4,5 cm.

b. Le triangle KGB équilatéral tel que KG = 6 cm.

c. Le triangle CIA rectangle en C tel que $\widehat{CIA}$ = 37° et CI = 5,5 cm.

d. Le triangle RTL isocèle en T tel que RT = 8 cm et $\widehat{TRL}$ = 48°.

23 *Sur ton cahier, reproduis en vraie grandeur la figure ci-dessous :*



Écris ensuite le programme de construction.

24 *Pour chacun des triangles suivants, effectue les calculs nécessaires afin de les tracer.*

a. Le triangle EFG tel que EF = 7,5 cm, $\widehat{EFG}$ = 49° et $\widehat{EGF}$ = 72°.

b. Le triangle PLM équilatéral de périmètre 15 cm.

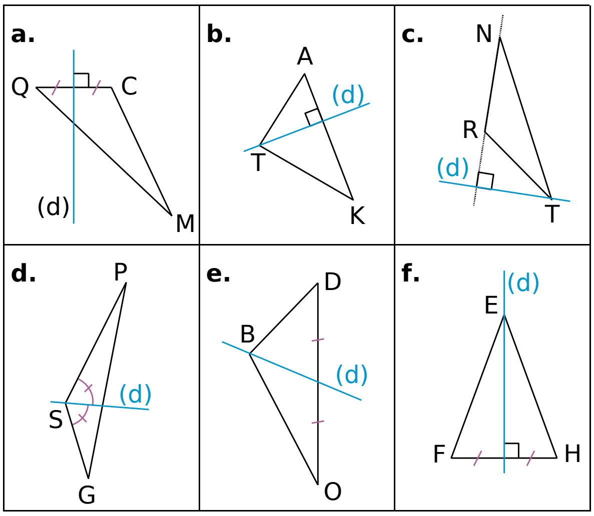
c. Le triangle RST isocèle en S de périmètre 13 cm et tel que ST = 4 cm.

d. Le triangle AYB isocèle et rectangle en Y tel que BA = 7 cm.

e. Le triangle OCI isocèle en I tel que CO = 4,5 cm et $\widehat{CIO}$ = 30°.

Série 4 : Droites remarquables

25 *Dans chaque cas, décris précisément la droite (d) en utilisant les mots : médiatrice, bissectrice, médiane et hauteur.*



26 *Vocabulaire*

a. Construis un triangle BOA. Trace la droite (d_1) perpendiculaire à [BO] et passant par A.

b. Trace la droite (d_2) perpendiculaire au segment [OA] et passant par son milieu.

c. Trace la droite (d_3) qui coupe l'angle $\widehat{BOA}$ en deux angles égaux.

d. Trace la droite (d_4) qui passe par O et par le milieu de [BA].

e. Reformule la consigne de cet exercice en utilisant les mots : médiatrice, bissectrice, médiane et hauteur.

27 *Tracés à main levée et codages*

a. Construis un triangle TOC à la règle.

b. À main levée, trace puis code :

- en bleu, la médiatrice de [TO] ;
- en noir, la médiane relative à [OC] ;
- en rouge, la hauteur issue de O.

28 *À l'intérieur ? Avec les médiatrices*

a. Construis un triangle CHV dont tous les angles sont aigus. Trace les médiatrices et le cercle circonscrit à ce triangle.

b. Construis un triangle GAJ tel que $\widehat{AGJ}$ soit un angle obtus. Trace les médiatrices et le cercle circonscrit à ce triangle.

c. Construis un triangle DPC rectangle en P. Trace les médiatrices et le cercle circonscrit à ce triangle.

d. Observe les trois figures. Quelles remarques peux-tu faire ?

29 *Hauteur (« relative à » ou « issue de »)*

a. Construis le triangle JVE puis trace :

- en bleu, la hauteur issue du sommet E ;
- en noir, la hauteur issue du sommet J ;
- en rouge, la hauteur relative à [JE].

b. Observe ces trois hauteurs. Quelle remarque peux-tu faire ?

30 *À l'intérieur ou pas ? Prenons de la hauteur*

a. Construis un triangle DER ayant tous ses angles aigus. Trace les hauteurs de ce triangle.

b. Construis un triangle NRV tel que $\widehat{NRV}$ soit un angle obtus. Trace les hauteurs de ce triangle.

c. Construis un triangle GHT rectangle en T. Trace les hauteurs de ce triangle.

d. Observe les trois figures. Quelles remarques peux-tu faire ?

31 *Médiane (« relative à » ou « issue de »)*

a. Construis un triangle UVB puis trace :

- la médiane issue de V ;
- la médiane relative au côté [BV] ;
- la médiane issue de B.

b. Observe la figure. Que peux-tu dire de ces trois médianes ?

32 *Bissectrices*

a. Trace deux droites (LN) et (JF) sécantes en A. Trace les segments [JN] et [FL].

b. Trace avec le rapporteur et la règle, la bissectrice issue de A dans le triangle AJN.

c. Trace avec la règle et le compas la bissectrice de l'angle $\widehat{FAL}$.

d. Observe la figure. Que peux-tu dire de ces deux bissectrices ?

33 *Tracés de médiatrices d'un triangle*

a. Construis un triangle CJR.

a. Trace en rouge la médiatrice de [JR] à l'aide du compas.

b. Trace en noir la médiatrice de [CJ] avec la règle graduée et l'équerre.

c. Construis la médiatrice (m) de [CR] avec juste une équerre non graduée. Justifie.

d. Comment construire (m) avec uniquement une règle graduée ? Explique ta réponse.

34 *Avec le périmètre et les angles*

On veut tracer un triangle tel que son périmètre mesure 16 cm et deux de ses angles mesurent 64° et 46°.

a. Fais un dessin à main levée de ce triangle et calcule la mesure de son troisième angle.

b. Trace un segment [DE] mesurant 16 cm et place A tel que : $\widehat{ADE} = 32°$ et $\widehat{AED} = 23°$ (on a pris les moitiés de 64° et 46°).

c. Place un point B sur le segment [DE] à égale distance de A et de D puis un point C sur le segment [DE] à égale distance de A et de E. Indique la nature des triangles ABD et ACE.

d. Calcule les mesures des angles des triangles ABD et ACE.

e. Démontre que le périmètre et les angles du triangle ABC correspondent bien à ceux du triangle cherché.

f. Trace un triangle RST de périmètre 20 cm tel que $\widehat{RST} = 36°$ et $\widehat{STR} = 68°$.

35 *De multiples triangles*

Ludie a trouvé un triangle intéressant : tous ses angles ont pour mesure un entier pair (c'est à dire multiple de 2) : 44°, 66° et 70°.

a. Trouve un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont paires.

En poursuivant ses recherches, elle a trouvé un triangle dont les mesures sont des multiples de 3 : 45°, 51° et 84°.

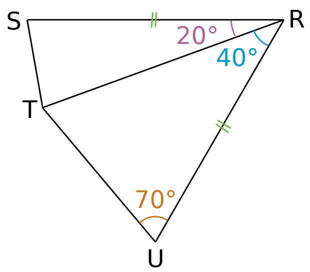
b. Trouve un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont des multiples de 3.

c. Continue les recherches de Ludie en cherchant des triangles dont les mesures des angles sont des multiples de 4.

d. Cela est-il possible avec tous les nombres entiers ? Justifie.

36 *Des diagonales intéressantes*

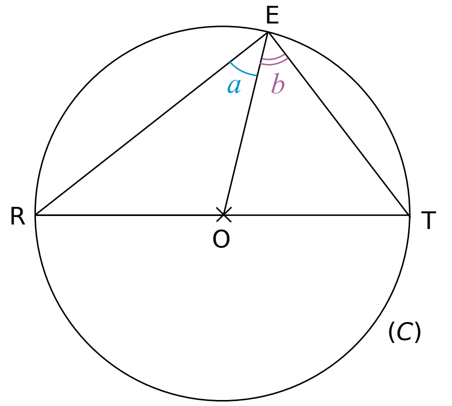
a. En prenant RU = 6 cm, trace sur ton cahier la figure suivante :



b. Donne la nature des triangles TUR, STR et SUR. Justifie en t'aidant des propriétés des triangles.

c. Que peut-on dire des diagonales du quadrilatère RUTS ?

37 *Soit (C) un cercle de centre O et de diamètre [RT] et E un point quelconque de (C).*



a. Reproduis cette figure et code-la. Quelle est la nature des triangles ORE et TEO ?

b. On désigne par a et b les mesures respectives des angles $\widehat{REO}$ et $\widehat{OET}$. Quelles sont les mesures des angles $\widehat{ORE}$ et $\widehat{OTE}$?

c. En te plaçant dans le triangle RET, explique pourquoi : $2 \times a + 2 \times b = 180°$.

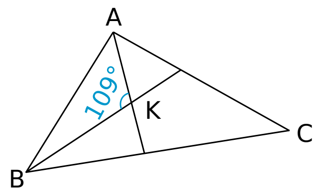
d. Déduis-en que le triangle RTE est rectangle et précise en quel point.

e. Complète la propriété suivante :

« Si un côté d'un triangle est un ... du cercle ... à ce triangle alors ce triangle est ... .».

38 *Avec deux bissectrices*

Dans le triangle ABC, les bissectrices de deux des angles se coupent au point K, en formant un angle de 109°.



a. Reproduis cette figure à main levée et code-la.

b. On désigne par x et y les mesures respectives des angles $\widehat{BAK}$ et $\widehat{ABK}$. Quelles sont les mesures des angles $\widehat{KAC}$ et $\widehat{KBC}$?

c. Sans calculer les mesures des angles $\widehat{BAK}$ et $\widehat{ABK}$, indique la valeur de $x + y$. Déduis-en la valeur de $2 \times x + 2 \times y$.

d. En te plaçant dans le triangle ABC, trouve la valeur de : $2 \times x + 2 \times y + \widehat{ACB}$. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

e. Trace un triangle ABC tel qu'il est décrit dans cet exercice.

1 *Étude des mesures des angles d'un triangle*

1re partie :

a. Alex, Bérénice, Clémence et Damien ont chacun tracé un triangle et ont noté certaines mesures d'angles dans le tableau ci-contre. Gaëtan a tracé un triangle équilatéral et Hamid a tracé un triangle isocèle dont la mesure de l'angle principal est 20°.

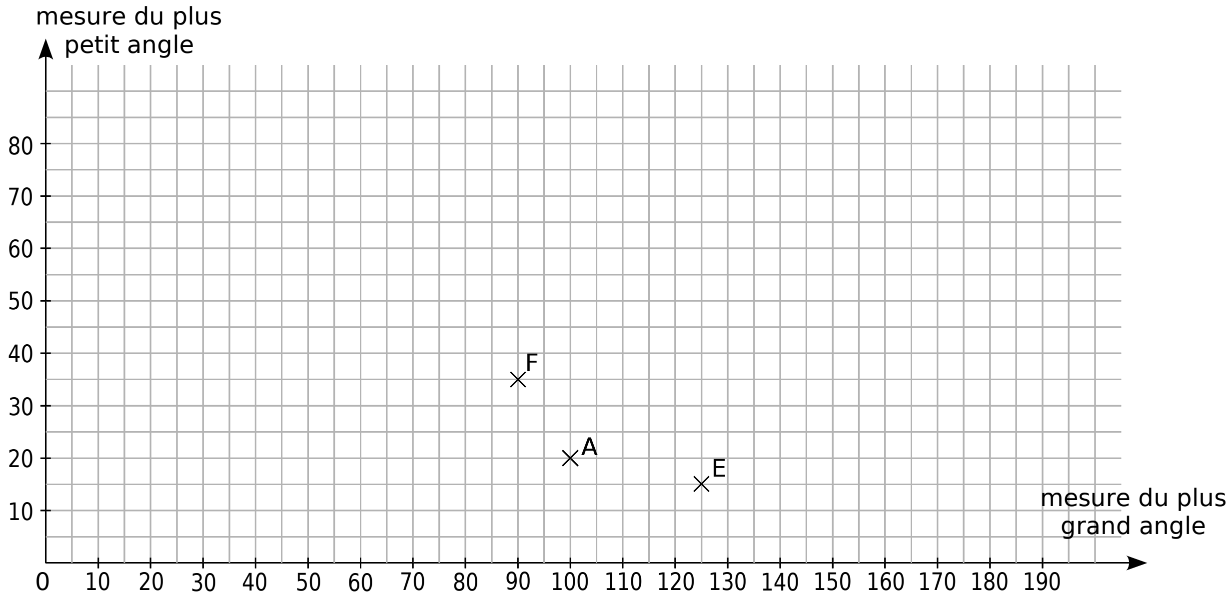
Complétez ce tableau.

Élève	Mesures des angles du triangle		
Alex	20°	60°	
Bérénice	50°		70°
Clémence	155°	10°	
Damien		45°	45°
Gaëtan			
Hamid			

b. Dans un autre tableau, indiquez pour chaque triangle le plus grand angle et le plus petit angle.

Élève	Mesure du plus grand angle	Mesure du plus petit angle
Alex		
Bérénice		
Clémence		
Damien		
Gaëtan		
Hamid		

c. Sur le graphique, le triangle d'Alex est repéré par le point A(100 ; 20) dont l'abscisse est la mesure du plus grand angle et l'ordonnée celle du plus petit angle. Placez les points B, C, D, G et H qui repèrent les triangles de Bérénice, Clémence, Damien, Gaëtan et Hamid.



d. Sur le graphique, on a placé les points E et F qui représentent les triangles d'Emma et de Fabien. Complétez-le tableau ci-contre :

Élève	Mesures des angles du triangle		
Emma			
Fabien			

2e partie :

e. Alex remarque qu'on ne peut pas placer de point avec une abscisse inférieure à 60 ou supérieure à 180. Justifiez sa remarque puis hachurez au crayon de papier ces parties du graphique.

f. Clémence remarque ensuite qu'on ne peut pas placer de points avec une ordonnée supérieure à 60. Justifiez sa remarque puis hachurez au crayon de papier cette partie du graphique.

g. Placez, en rouge, les points de coordonnées (75 ; 25) et (110 ; 50). Représentent-ils des triangles ? Justifiez votre réponse (en calculant quelle serait alors la mesure du troisième angle).

h. Chaque élève du groupe doit donner les coordonnées de deux autres points (situés en dehors des hachures) qui ne représentent pas un triangle puis les placer en rouge sur le graphique.

i. On s'intéresse, à présent, aux triangles isocèles dont la mesure de l'angle principal est un multiple de dix. Complète le tableau ci-dessous (en ajoutant autant de colonnes que nécessaire) :

Mesure de l'angle principal	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	...
Mesure des deux angles égaux									

Sur le graphique, placez des points verts correspondant à ces triangles isocèles.

Où semblent-ils situés ? Que dire alors de la zone des points qui représentent les triangles ?

2 *Les apprentis carreleurs*

1re Partie : des triangles en or !

a. À main levée, dessinez deux triangles isocèles différents, tels que :

- le plus grand côté de chacun mesure 8 cm,
- chacun possède au moins un angle de 36°.

b. Calculez les mesures des angles de ces deux triangles.

c. Tracez ces triangles avec précision et numérotez-les :

- le ① n'a que des angles aigus,
- le ② possède un angle obtus.

d. Tracez la bissectrice de l'un des deux grands angles du triangle ① puis calculez les mesures de tous les angles de la figure.

e. Après avoir observé attentivement la figure précédente, démontrez que les petits côtés des triangles ① et ② ont même mesure.

2e Partie : un premier pavage

Les deux questions ci-dessous sont à faire sur deux feuilles de brouillon distinctes.

f. Dans un rectangle de longueur 23 cm et de largeur 15 cm, tracez le maximum de triangles identiques au ① en les plaçant les uns contre les autres astucieusement.

g. En plaçant à nouveau les triangles de la meilleure façon possible, tracez une dizaine de triangles identiques au ②.

3e Partie : un pavage plus complexe

Découpez les triangles tracés dans la seconde partie.

h. En assemblant deux triangles ① et un triangle ②, formez un plus grand triangle. Que peut-on dire du grand triangle ainsi formé ?

i. Prenez le triangle formé au **h.** et ajoutez trois triangles ① et deux triangles ② afin de former un plus grand triangle encore.

j. Prenez le triangle formé au **i.** puis ajoutez huit triangles ① et cinq triangles ② afin de former un énorme triangle !