Série 7 Choisir la représentation adaptée

1 Soit f et g deux fonctions affines telles que :
$f(0) = -2$ et $f(5) = 6{,}5$ | $g(0) = 0{,}8$ et $g(5) = 6{,}8$

a. Justifie que ces fonctions ne sont pas linéaires.

....

....

b. Quelle est la nature de leurs représentations graphiques ?

....

....

c. Écris $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme $ax + b$ où a et b sont des nombres à préciser à chaque fois.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

d. Détermine par le calcul la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$.

....

....

....

....

....

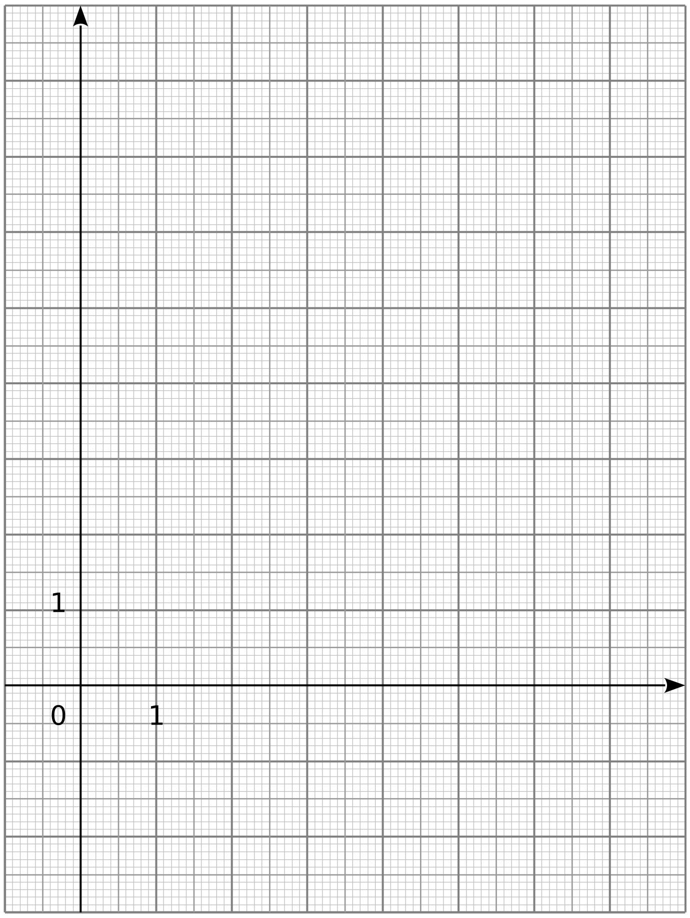
....

....

e. Complète le tableau de valeurs suivant.

x	0	2	4	6	8	10
$f(x)$						
$g(x)$						

f. Construis les courbes représentatives (d_f) et (d_g) des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.



g. Retrouve la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$ sur le graphique où tu feras apparaître les pointillés nécessaires.

....

h. Détermine les coordonnées exactes du point K, intersection de (d_f) et (d_g).

....

....

....

....

i. Résous graphiquement $f(x) < g(x)$.

....

....

....

....

....

Choisir la représentation adaptée

2 L'école décide d'acheter un logiciel pour gérer sa bibliothèque. Il y a trois tarifs :

- Tarif A : 19 euros quel que soit le nombre d'élèves ;
- Tarif B : 10 centimes par élève ;
- Tarif C : 8 euros + 5 centimes par élève.

a. Complète le tableau suivant.

Nombre d'élèves	**100**	**200**	**300**
Tarif A	19 €		
Tarif B			30 €
Tarif C		18 €	

b. Si x représente le nombre d'élèves, entoure la fonction qui correspond au tarif C.

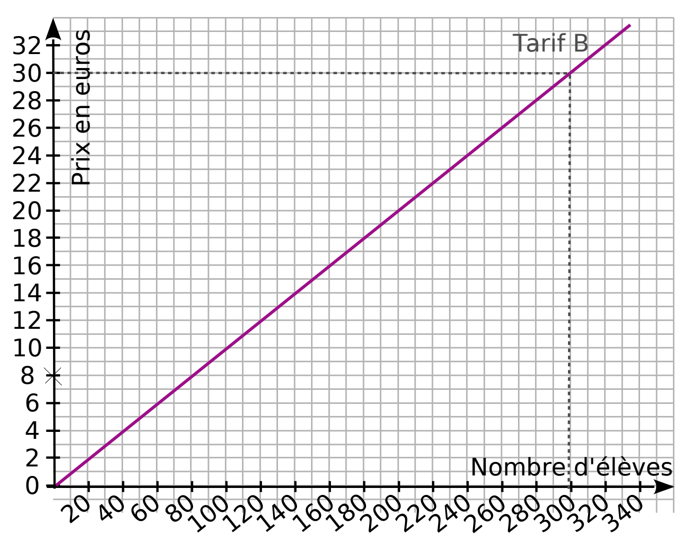
$x \longmapsto 8 + 5x$ $\qquad$ $x \longmapsto 8 + 0{,}05x$ $\qquad$ $x \longmapsto 0{,}05 + 8x$

c. Quelle est la nature de cette fonction ?

....

....

d. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté le tarif B. Sur ce même graphique, représente les tarifs A et C.



e. Par lecture graphique, à partir de combien d'élèves le tarif A est-il plus intéressant que le tarif C ? (On fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture.)

....

....

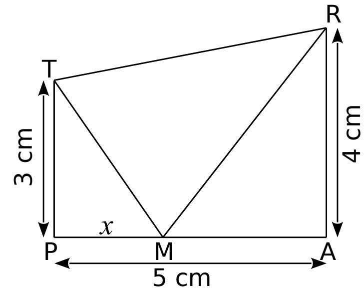
f. Dans l'école, il y a 209 élèves. Quel est le tarif le plus intéressant pour l'école ?

....

3 TRAP est un trapèze rectangle en A et en P tel que :

TP = 3 cm ; PA = 5 cm et AR = 4 cm.

M est un point variable du segment [PA], et on note x la longueur du segment [PM] en cm.



a. Donne les valeurs entre lesquelles x peut varier.

....

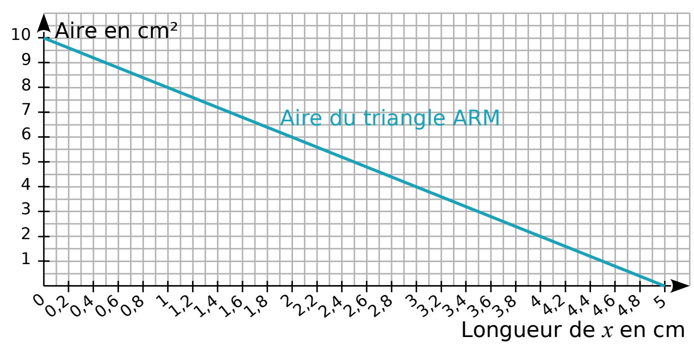
b. Montre que l'aire du triangle PTM est $1{,}5x$ et que l'aire du triangle ARM est $10 - 2x$.

....

....

....

La droite ci-dessous est la représentation graphique de la fonction qui à x associe l'aire du triangle ARM.



Réponds aux questions **c.**, **d.** et **f.** en utilisant ce graphique. Laisse apparents les traits nécessaires.

c. Pour quelle valeur de x l'aire du triangle ARM est-elle égale à 6 cm² ?

....

d. Lorsque x est égal à 4 cm, quelle est l'aire du triangle ARM ?

....

e. Sur ce graphique, trace la droite représentant la fonction : $x \longmapsto 1{,}5x$.

f. Estime, à un millimètre près, la valeur de x pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire.

....

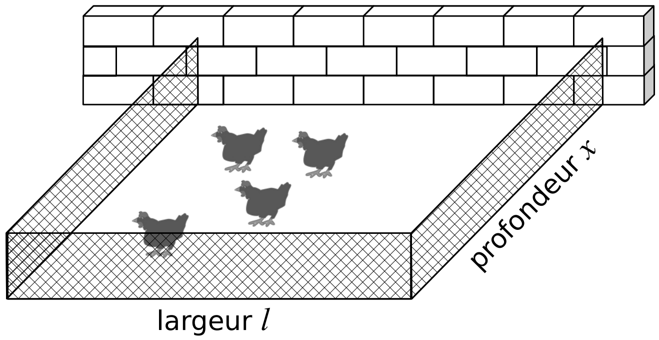
g. Montre par le calcul que la valeur exacte de x, pour laquelle les deux aires sont égales, est $\dfrac{100}{35}$.

....

....

....

4 Un agriculteur souhaite réaliser un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. Il dispose de 21 m de grillage et doit tout utiliser.



L'objectif de cet exercice est de déterminer les dimensions de l'enclos afin que son aire soit maximale. On note l et x respectivement la largeur et la profondeur de l'enclos, en mètres.

a. Quelle est l'aire de l'enclos si x = 3 m ?

....

....

b. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

....

....

c. On note $\mathcal{A}$ la fonction qui à x associe l'aire de l'enclos correspondant. Détermine $\mathcal{A}$.

....

....

d. Avec l'aide de ta calculatrice ou d'un tableur, complète le tableau de valeurs de la fonction $\mathcal{A}$.

x	0	1	2	3	4	5
$\mathcal{A}(x)$						

x	6	7	8	9	10	10,5
$\mathcal{A}(x)$						

e. À l'aide du tableau, décris l'évolution de $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x et donne un encadrement du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ semble maximale.

....

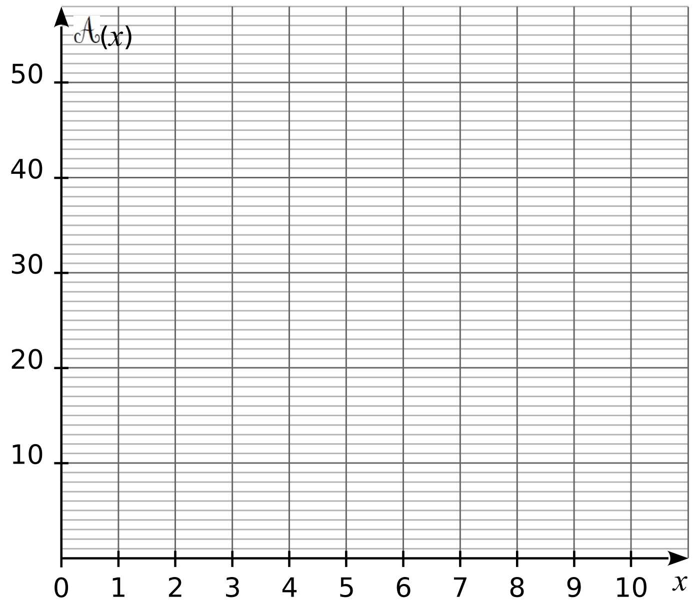
....

....

....

....

f. Construis la courbe représentative de $\mathcal{A}$.



g. Complète ce nouveau tableau de valeurs puis donne un encadrement au dixième du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ semble maximale.

x	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4
$\mathcal{A}(x)$							

....

....

h. Calcule $\mathcal{A}(5{,}25) - \mathcal{A}(x)$ puis montre que cette expression est égale à $2(x - 5{,}25)^2$.

....

....

....

....

....

....

i. Détermine le signe de cette expression et déduis-en la valeur du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ est maximale.

....

....

....

j. Déduis-en les dimensions de l'enclos d'aire maximale.

....

....

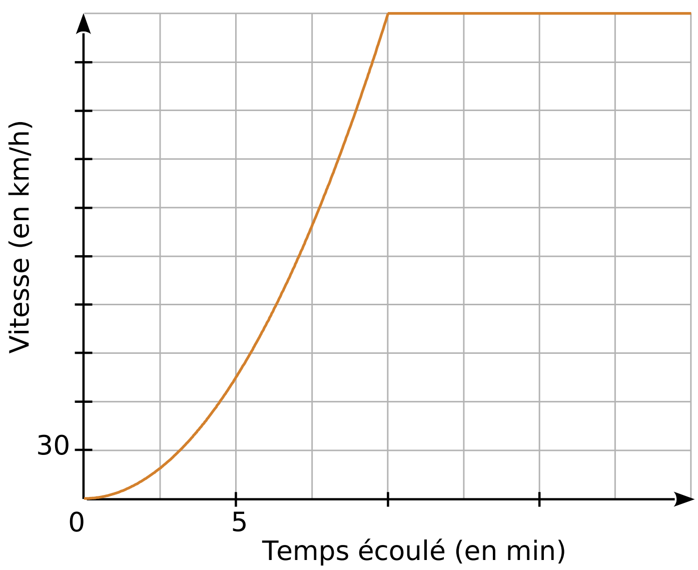
5 La vitesse d'un train en km/h, t minutes après le départ, vaut $3t^2$ pour $0 \leqslant t \leqslant 10$.

On appelle v la fonction qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en minutes, associe la vitesse du train en km/h.

a. Calcule $v(5)$.
Donne une interprétation du résultat.

b. Quel est l'antécédent de 168,75 par v ?
Donne une interprétation du résultat.

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la vitesse, en km/h, du train en fonction du temps écoulé, en minutes, depuis son départ.



c. Combien de temps, environ, met le train pour atteindre 120 km/h ?

d. Quelle est la vitesse maximale du train ?
Au bout de combien de temps est-elle atteinte ?

e. Précise une expression de la fonction v pour $0 \leqslant x \leqslant 20$.

6 Une entreprise fabrique chaque jour un produit. On appelle x la masse journalière produite en kg. x peut varier entre 0 et 45. Le coût de production de ces x kg de produit exprimé en euros est donné par la formule : $C(x) = x^2 - 20x + 200$. Le prix de vente de ce produit est de 34 € le kg. On suppose que tous les objets fabriqués sont vendus.

a. Quel est le coût de production pour 10 kg de produit ?

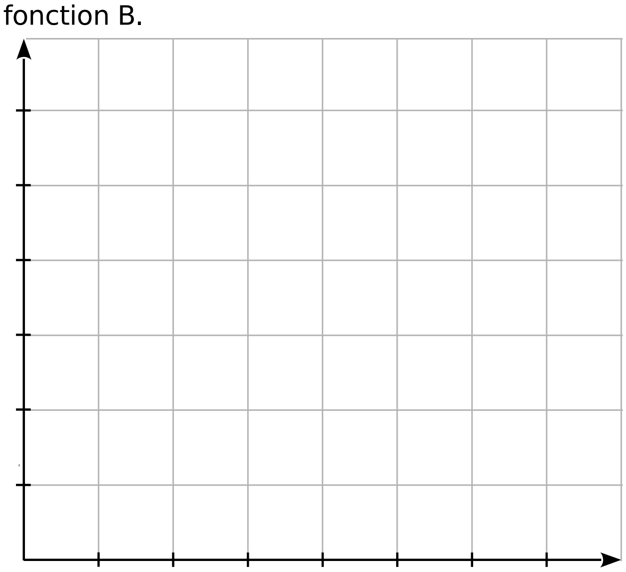
b. Quelle la recette liée à la vente de ces 10 kg ?

c. Quel est le bénéfice réalisé ?

d. Détermine la recette $R(x)$ réalisée lorsque l'entreprise fabrique et vend x kg de produit.

e. Détermine le bénéfice $B(x)$ correspondant.

f. Trace dans un repère la représentation graphique de la fonction B.



g. Pour quelle valeur de x le bénéfice est-il maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?