

» Nombres en écriture  
fractionnaire

N2



Señon

### Activité 1 : Q.C.M.

- Parmi les nombres suivants, quelles sont les fractions ?
  - $\frac{3}{11}$
  - $\frac{1,2}{1,7}$
  - $\frac{121}{3}$
  - $\frac{3}{0,8}$
- Quels sont les nombres égaux à  $\frac{2}{5}$  ?
  - 2,5
  - 0,4
  - $\frac{6}{15}$
  - $\frac{24}{54}$
- Quelles sont les fractions que l'on ne peut plus simplifier ?
  - $\frac{2}{7}$
  - $\frac{120}{55}$
  - $\frac{99}{117}$
  - $\frac{33}{100}$
- Quels sont les nombres supérieurs à  $\frac{19}{9}$  ?
  - $\frac{19}{8}$
  - $\frac{22}{9}$
  - 2
  - 3
- Quelle est la somme de  $\frac{1}{7}$  et  $\frac{1}{14}$  ?
  - $\frac{11}{714}$
  - $\frac{2}{21}$
  - $\frac{3}{14}$
  - $\frac{3}{7}$
- Quel est le produit de  $\frac{8}{9}$  par  $\frac{3}{4}$  ?
  - $\frac{24}{36}$
  - $\frac{2}{3}$
  - $\frac{32}{27}$
  - $\frac{32 \times 27}{36}$

### Activité 2 : Signes de quotients

- Calcule les quotients :  $(-3) \div 4$  ;  $3 \div (-4)$  et  $-(3 \div 4)$ .
  - Qu'en déduis-tu pour les nombres  $\frac{-3}{4}$  ;  $\frac{3}{-4}$  et  $-\frac{3}{4}$  ?
- De la même façon, que dire des nombres  $\frac{-2,5}{-3,2}$  ;  $\frac{2,5}{3,2}$  ;  $-\frac{-2,5}{3,2}$  ;  $-\frac{2,5}{-3,2}$  ? Justifie.
- On veut calculer le produit de  $\frac{-3}{5}$  par  $\frac{7}{-8}$ .

**1<sup>re</sup> méthode : on détermine d'abord le signe de ce produit.**

- Détermine le signe de chacun des deux nombres. Puis déduis, à l'aide de la règle des signes, le signe du produit des deux nombres.
- Termine le calcul.

**2<sup>e</sup> méthode : on applique la règle de la multiplication de deux fractions.**

- Sachant que  $\frac{-3}{5} \times \frac{7}{-8} = \frac{(-3) \times 7}{5 \times (-8)}$ , calcule le numérateur et le dénominateur du quotient.
- Termine le calcul.

## Activité 3 : Produits en croix avec tableur

1. Écris trois fractions égales à  $\frac{3}{5}$  autres que  $\frac{9}{15}$ .

Dans un tableur, remplis les cellules comme ci-contre :

	A	B	C
1	Fraction a/b	Fraction c/d	
2			
3	3	9	
4	5	15	
5			

2. Programme en C2 le produit de A4 par B3 et en C5 le produit de A3 par B4.

3. Teste dans le tableur les trois fractions trouvées au 1. Que remarques-tu dans les cellules C2 et C5 ?

4. En te servant du tableur, trouve parmi les nombres en écriture fractionnaire suivants ceux qui sont égaux à  $\frac{3}{5}$  :  $\frac{301}{501}$  ;  $\frac{192}{320}$  ;  $\frac{8,1}{13,5}$  ;  $\frac{2\ 500}{4\ 000}$ .

5. Un nombre en écriture fractionnaire égal à  $\frac{3}{5}$  s'écrit sous la forme  $\frac{3k}{5k}$  où  $k$  est un nombre non nul. Démontre que leurs produits en croix sont égaux.

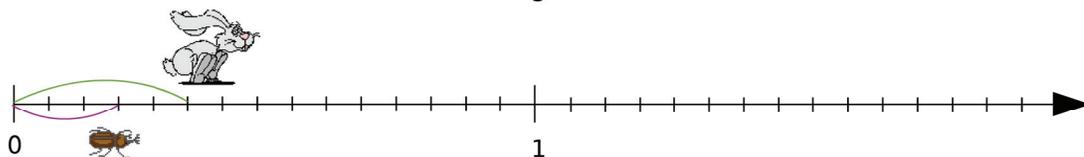
6. On veut déterminer la fraction de dénominateur 120 égale à la fraction  $\frac{3}{5}$ . Remplis les cellules du tableur que l'on connaît et programme en B3 le nombre cherché.

7. De la même façon, trouve les nombres manquants :  $\frac{3}{5} = \frac{\dots}{75}$  ;  $\frac{3}{5} = \frac{\dots}{125}$  ;  $\frac{3}{5} = \frac{\dots}{0,25}$ .

## Activité 4 : Comparaison dans tous les cas

1. Première partie : Dénominateurs n'ayant pas de diviseur commun autre que 1

Corentin le lapin et Luce la puce décident de faire une course. Corentin fait des bonds de  $\frac{1}{3}$  de mètre tandis que Luce fait des bonds de  $\frac{1}{5}$  de mètre.



a. Quand Corentin fait deux bonds, Luce en fait trois. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus représentant la course, puis place les points C et L pour indiquer les positions de Corentin et de Luce.

b. Complète les phrases suivantes :

« Corentin a parcouru  $\frac{\dots}{\dots}$  de mètre, ce qui équivaut à  $\frac{\dots}{15}$  de mètre. »

« Luce a parcouru  $\frac{\dots}{\dots}$  de mètre, ce qui équivaut à  $\frac{\dots}{15}$  de mètre. »

c. En t'aidant de la question b., indique lequel des deux a parcouru la plus grande distance. Parmi les fractions  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{3}{5}$ , laquelle est la plus grande ?

## 2. Deuxième partie : Dénominateurs ayant plusieurs diviseurs communs

Lola la tortue et Jeannot le lièvre décident de faire une course sur une demi-droite graduée. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Lola parcourt  $\frac{5}{4}$  d'unité et Jeannot parcourt  $\frac{7}{6}$  d'unité.

- Trace une demi-droite et gradue-la pour y placer les points L et J indiquant les positions de Lola et Jeannot.
- Lequel des deux a parcouru le plus grand trajet ? Parmi les fractions  $\frac{5}{4}$  et  $\frac{7}{6}$ , laquelle est la plus grande ?

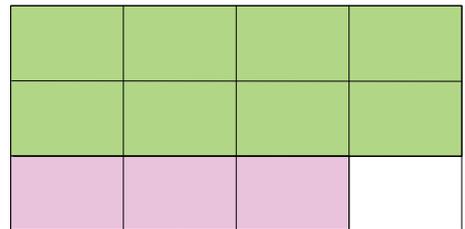
## 3. Troisième partie : Bilan

- Énonce une règle qui permet de comparer des fractions de dénominateurs différents.
- Applique la règle que tu as trouvée pour comparer :  $\frac{7}{5}$  et  $\frac{13}{11}$  puis  $\frac{3}{25}$  et  $\frac{1}{10}$ .

## Activité 5 : Additions et soustractions

### 1. Première partie : Dénominateurs n'ayant pas de diviseur commun autre que 1

- Complète les phrases suivantes :
  - L'aire de la région verte représente  $\frac{2}{\dots}$  de l'aire totale ;
  - L'aire de la région rose représente  $\frac{1}{\dots}$  de l'aire totale.



- Quel calcul permet d'obtenir l'aire que représente la région coloriée par rapport à l'aire totale ?
- En t'aidant du dessin, complète l'égalité :  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{\dots}{\dots}$ .
- Comment retrouver ce résultat par le calcul ?

### 2. Deuxième partie : Dénominateurs ayant plusieurs diviseurs communs

- On veut colorier, en bleu,  $\frac{1}{8}$  de l'aire d'un rectangle et, en orange,  $\frac{5}{6}$  de l'aire du même rectangle. Quelles dimensions minimales peux-tu donner à ce rectangle pour que ce partage soit facile à effectuer ? Fais une figure.
- Reprends les questions **b.** à **d.** de la première partie.

### 3. Troisième partie : Bilan

- Énonce une règle qui permet d'additionner ou de soustraire des fractions de dénominateurs différents.
- Applique cette règle pour effectuer les calculs suivants :  $\frac{1}{5} + \frac{7}{2}$  et  $\frac{7}{10} - \frac{11}{15}$ .

## Activité 6 : Inverses

1. Quelle est la longueur du côté d'un carré d'aire 1 unité d'aire ?
2. On considère plusieurs rectangles qui ont tous la même aire de 1 U.A.. Recopie puis complète le tableau suivant par les nombres qui conviennent :

	Rectangle 1	Rectangle 2	Rectangle 3	Rectangle 4	Rectangle 5	Rectangle 6
Longueur	2			3		$\frac{4}{3}$
Largeur		0,1	0,25		$\frac{1}{7}$	

- a. Que dire de la longueur de ces rectangles ? Et de la largeur ?
- b. Quel lien y a-t-il entre la longueur et la largeur de ces rectangles ?

**On dit que deux nombres sont inverses l'un de l'autre quand leur produit est égal à 1.**

- c. Recopie et complète : les nombres 2 et ... sont inverses l'un de l'autre, ainsi que 0,1 et ... ; 0,25 et ... ; 3 et ... ;  $\frac{1}{7}$  et ... ;  $\frac{4}{3}$  et ... .  
Que peux-tu dire pour le nombre 1 ?
- d. Soit  $x$  un nombre non nul, quel est l'inverse de  $x$  ? Justifie.
- e. Soient  $a$  et  $b$  deux nombres non nuls, quel est l'inverse de  $\frac{a}{b}$  ? Justifie.

## Activité 7 : Divisions

1. Sachant que pour tous nombres  $a$  et  $b$  non nuls :  $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ , décompose de la même

façon le quotient  $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{3}}$ .

2. Que peux-tu dire du nombre  $\frac{1}{\frac{5}{3}}$  ? Déduis-en une fraction égale à ce nombre.

3. Transforme alors le quotient  $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{3}}$  en produit et complète la phrase suivante :

« Diviser par une fraction, c'est ... ».

4. Termine alors le calcul du quotient de  $\frac{3}{2}$  par  $\frac{5}{3}$ .

5. Applique cette règle pour effectuer les calculs suivants :  $\frac{\frac{10}{11}}{\frac{7}{8}}$  ;  $\frac{\frac{4}{7}}{\frac{5}{9}}$  ;  $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{14}{3}}$ .

## I - Égalité de quotients

### A - Simplification de quotient

→ ex 1

#### Règle

Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal.

Pour tous nombres  $a$ ,  $b$  et  $k$  où  $b$  et  $k$  sont non nuls :

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b} \text{ et } \frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$$

**Exemple 1 :** Simplifie le quotient  $\frac{42}{-140}$ .

$$\frac{42}{-140} = -\frac{42}{140}$$

→ On détermine le signe du quotient.

$$\frac{42}{-140} = -\frac{3 \times 2 \times 7}{10 \times 7 \times 2}$$

→ On cherche les facteurs communs à 42 et 140.

$$\frac{42}{-140} = -\frac{3}{10}$$

→ On simplifie le quotient.

**Exemple 2 :** Détermine le nombre manquant dans l'égalité  $\frac{-1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$ .

$$\frac{-1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$$

(Diagramme illustrant la multiplication des deux termes par 3 : une flèche circulaire part de 6 vers 18 avec '×3', et une autre part de -1,2 vers le point d'interrogation avec '×3')

→ Pour passer de 6 à 18, on multiplie par 3.

donc  $\frac{-1,2}{6} = \frac{-3,6}{18}$

→ Ainsi, pour trouver le nombre manquant, on multiplie -1,2 par 3, ce qui donne -3,6.

### B - Réduction de quotients au même dénominateur

→ ex 2

**Exemple 1 :** Réduis les quotients  $\frac{2}{9}$  et  $\frac{5}{12}$  au même dénominateur.

Multiple de 9 : 9, 18, 27, 36, 45, 54, ...

Multiple de 12 : 12, 24, 36, 48, 60, ...

Un multiple commun de 9 et 12 est 36. C'est aussi le plus petit.

→ On cherche un multiple commun non nul aux dénominateurs (le plus petit possible).

$$\frac{2}{9} = \frac{2 \times 4}{9 \times 4} = \frac{8}{36} \text{ et } \frac{5}{12} = \frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \frac{15}{36}$$

→ On détermine les écritures fractionnaires ayant 36 pour dénominateur.

**Exemple 2 :** Compare les quotients  $\frac{2}{7}$  et  $\frac{3}{8}$ .

Les dénominateurs 7 et 8 n'ont aucun diviseur commun autre que 1.

Le plus petit multiple commun est  $7 \times 8 = 56$ , donc  $\frac{2 \times 8}{7 \times 8} = \frac{16}{56}$  et  $\frac{3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{21}{56}$ .

Or  $\frac{16}{56} < \frac{21}{56}$  donc  $\frac{2}{7} < \frac{3}{8}$ .

## C - Produit en croix

→ ex 3

### Propriétés

- Si deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux alors leurs produits en croix sont égaux.
- **Réciproquement**, si les produits en croix de deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux **alors** ces deux nombres sont égaux.

Pour tous nombres  $a, b, c$  et  $d$   
où  $b$  et  $d$  sont non nuls :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ équivaut à } a \times d = b \times c.$$

**Remarque :** En particulier, pour démontrer que deux nombres en écriture fractionnaire ne sont pas égaux, il suffit de démontrer que leurs produits en croix ne sont pas égaux.

**Exemple 1 :** Les nombres  $\frac{2,1}{3,5}$  et  $\frac{4,1}{6,9}$  sont-ils égaux ? Justifie.

$$2,1 \times 6,9 = 14,49 \text{ et } 3,5 \times 4,1 = 14,35 \quad \longrightarrow \text{ On calcule les produits en croix.}$$

$$14,49 \neq 14,35 \quad \longrightarrow \text{ On les compare.}$$

$$\text{donc } \frac{2,1}{3,5} \neq \frac{4,1}{6,9} \quad \longrightarrow \text{ Les produits en croix ne sont pas égaux donc les nombres ne sont pas égaux.}$$

**Exemple 2 :** Détermine le nombre manquant dans l'égalité  $\frac{-1,2}{6} = \frac{\dots}{7}$ .

$$-1,2 \times 7 = 6 \times ? \quad \longrightarrow \text{ On écrit l'égalité des produits en croix.}$$

$$\text{donc } -8,4 = 6 \times ?$$

$$? = -\frac{8,4}{6} = -1,4 \quad \longrightarrow \text{ On trouve le nombre manquant.}$$

## II - Addition ou soustraction

→ ex 4

### Règle

Pour **additionner (ou soustraire)** des nombres en écriture fractionnaire **ayant le même dénominateur**, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Pour tous nombres  $a, b$  et  $c$   
où  $b$  est non nul :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}.$$

**Remarque :** Si les nombres en écriture fractionnaire n'ont pas le même dénominateur, il faut les réduire au même dénominateur.

**Exemple :** Calcule l'expression  $A = -1 + \frac{13}{30} - \frac{-11}{12}$ .

Multiples de 30 : 30 ; 60 ; 90 ; 120 ...  
Multiples de 12 : 12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 ...  
→ On cherche le plus petit multiple commun non nul à 30 et 12.

$$A = \frac{-1 \times 60}{1 \times 60} + \frac{13 \times 2}{30 \times 2} + \frac{11 \times 5}{12 \times 5} \quad \longrightarrow \text{ On détermine le signe de chaque quotient et on réduit les quotients au même dénominateur 60.}$$

$$A = \frac{-60}{60} + \frac{26}{60} + \frac{55}{60} = \frac{-60 + 26 + 55}{60} \quad \longrightarrow \text{ On additionne les numérateurs et on garde le dénominateur.}$$

$$A = \frac{21}{60} = \frac{7 \times 3}{20 \times 3} = \frac{7}{20} \quad \longrightarrow \text{ On simplifie si possible.}$$

## III - Multiplication

→ ex 5

### Règle

Pour **multiplier des nombres en écriture fractionnaire**, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour tous nombres  $a, b, c$  et  $d$  où  $b$  et  $d$  sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

**Remarque :** Si  $b = 1$ , la formule devient  $a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$ .

**Exemple :** Calcule l'expression  $B = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$ .

Donne le résultat sous forme simplifiée.

$$B = -\frac{35 \times 39}{33 \times 80}$$

→ On détermine le signe du résultat.

$$B = -\frac{7 \times \mathbf{5} \times 13 \times \mathbf{3}}{11 \times \mathbf{3} \times 2 \times \mathbf{5} \times 8}$$

→ On cherche des facteurs communs.

$$B = -\frac{7 \times 13}{11 \times 2 \times 8}$$

→ On simplifie.

$$B = -\frac{91}{176}$$

→ On calcule.

## IV - Division de deux quotients

### A - Inverse d'un nombre non nul

→ ex 6

#### Définition

**Deux nombres sont inverses** l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

#### Propriétés

- Tout nombre  $x$  non nul admet un inverse (noté  $x^{-1}$ ) qui est le nombre  $\frac{1}{x}$ .
- Tout nombre en écriture fractionnaire  $\frac{a}{b}$  ( $a \neq 0$  et  $b \neq 0$ ) admet un inverse qui est le nombre  $\frac{b}{a}$ .

#### Remarques :

- Un nombre et son inverse ont toujours le même signe. En effet, leur produit 1 est positif et seul le produit de deux nombres de même signe est positif.
- Zéro est le seul nombre qui n'admet pas d'inverse. En effet, tout nombre multiplié par 0 donne 0 et ne donnera jamais 1.

**Exemple :** Quels sont les inverses des nombres 3 et  $\frac{-7}{3}$  ?

L'inverse de 3 est  $3^{-1} = \frac{1}{3}$ .

L'inverse de  $\frac{-7}{3}$  est  $\left(\frac{-7}{3}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{-7}{3}} = \frac{3}{-7} = \frac{-3}{7}$ .

## B - Diviser des quotients

→ ex 7

### Règle

**Diviser par un nombre non nul** revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Pour tous nombres  $a, b, c$  et  $d$   
où  $b, c$  et  $d$  sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \text{ ou } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} .$$

**Exemple 1 :** Calcule  $C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$ .

$$C = + \left( \frac{8}{7} \div \frac{5}{3} \right) \quad \longrightarrow \quad \text{On détermine le signe du résultat.}$$

$$C = \frac{8}{7} \times \frac{3}{5} \quad \longrightarrow \quad \text{On multiplie par l'inverse du deuxième quotient.}$$

$$C = \frac{8 \times 3}{7 \times 5} \quad \longrightarrow \quad \text{On multiplie les fractions.}$$

$$C = \frac{24}{35} \quad \longrightarrow \quad \text{On calcule.}$$

**Exemple 2 :** Calcule  $D = \frac{-\frac{32}{21}}{-\frac{48}{35}}$  et donne le résultat en le simplifiant le plus possible.

$$D = - \frac{\frac{32}{21}}{\frac{48}{35}} \quad \longrightarrow \quad \text{On détermine le signe du résultat.}$$

$$D = - \frac{32}{21} \times \frac{35}{48} \quad \longrightarrow \quad \text{On multiplie par l'inverse du deuxième quotient.}$$

$$D = - \frac{8 \times 2 \times 2 \times 7 \times 5}{7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 8} \quad \longrightarrow \quad \text{On cherche des facteurs communs.}$$

$$D = - \frac{10}{9} \quad \longrightarrow \quad \text{On calcule sans oublier de simplifier avant !}$$

**Exemple 3 :** Quelle est la nature du nombre  $E$  défini par  $E = \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}}$  ?

$$E = \frac{\frac{3}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{3}{3} - \frac{2}{3}} = \frac{5}{1} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} E \text{ peut s'écrire aussi } E = \left(1 + \frac{2}{3}\right) \div \left(1 - \frac{2}{3}\right). \\ \text{On commence donc par calculer les parenthèses.} \end{array}$$

$$E = \frac{5}{3} \times \frac{3}{1} \quad \longrightarrow \quad \text{On multiplie par l'inverse du deuxième quotient.}$$

$$E = \frac{5 \times 3}{3 \times 1} \quad \longrightarrow \quad \text{On cherche des facteurs communs.}$$

$E = 5$  donc  $E$  est un nombre entier.



À toi de jouer!

**1** Simplifie les écritures fractionnaires.

a.  $\frac{-85}{-150}$

b.  $\frac{4,5}{0,05}$

c.  $\frac{-3 \times 4 \times (-7)}{-5 \times 2 \times 7}$

d.  $\frac{-10,5}{-0,15}$

**2** Compare les nombres suivants.

a.  $\frac{5}{12}$  et  $\frac{1}{3}$

b.  $\frac{4}{3}$  et  $\frac{5}{4}$

c.  $\frac{9}{10}$  et  $\frac{11}{12}$

d.  $\frac{19}{20}$  et  $\frac{31}{32}$

**3** Les nombres suivants sont-ils égaux ?

a.  $\frac{-7}{6}$  et  $\frac{-6}{-5}$

b.  $\frac{14,5}{25}$  et  $\frac{-11,6}{-20}$

**4** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a.  $1 - \frac{-7}{3}$

b.  $\frac{-2}{3} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}$

c.  $\frac{-2}{10} + \frac{7}{25}$

d.  $\frac{3}{7} - \frac{7}{10}$

**5** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a.  $\frac{-12}{33} \times \frac{44}{-15}$

b.  $\frac{-7}{15} \times \left(-\frac{5}{21}\right)$

c.  $-\frac{51}{26} \times \frac{39}{-34}$

d.  $3 \times \frac{7}{-3}$

**6** Donne les inverses des nombres suivants :  $-6$  ;  $3,5$  ;  $\frac{-15}{4}$  ;  $\frac{1}{4}$ .

**7** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

B =  $\frac{-7}{3} \div \frac{-21}{6}$

C =  $\frac{-4}{7} \div \frac{7}{3}$

D =  $\frac{-4}{7} \div \frac{3}{-5}$

Tous ces exercices sont corrigés à la fin du manuel. Corrections animées sur <http://manuel.sesamath.net>



## Comparaison

### 1 Signes

Donne le signe des nombres suivants :

$$\frac{-5,2}{4,23} ; -\frac{5}{-2,1} ; \frac{472}{23} ; \frac{-8,9}{-45} ; -\frac{12}{13} ; -\frac{11}{-5,2}$$

2 Indique les nombres égaux parmi ceux de la liste ci-dessous :

$$\frac{-8}{9} ; -\frac{8}{9} ; \frac{-8}{-9} ; -\frac{8}{-9} ; \frac{8}{-9} ; -\frac{-8}{9} ; \frac{8}{9}$$

### 3 Encadrement

a. On considère la fraction  $\frac{56}{21}$ .

Effectue la division euclidienne de 56 par 21 et déduis-en un encadrement de la fraction par deux nombres entiers consécutifs.

b. Encadre  $\frac{-89}{15}$  puis  $\frac{47}{59}$  par deux nombres entiers consécutifs.

c. Encadre respectivement  $\frac{-47}{25}$  et  $\frac{13}{-4}$  par deux nombres entiers consécutifs et déduis-en la comparaison de ces deux fractions.

d. Peux-tu appliquer la même méthode pour comparer  $\frac{25}{3}$  et  $\frac{90}{11}$  ?

### 4 Avec des valeurs approchées

Soient deux nombres :  $a = \frac{816}{577}$  et  $b = \frac{577}{408}$ .

a. Donne la valeur arrondie de  $a$  et celle de  $b$  au millième. Peux-tu en déduire la comparaison de  $a$  et de  $b$  ?

b. Donne des valeurs approchées de  $a$  et  $b$  qui permettent de les comparer. Compare  $a$  et  $b$ .

### 5 Égalités

Recopie et complète chacune des égalités suivantes :

a.  $\frac{\dots}{-5} = \frac{10}{20}$

b.  $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{27}$

c.  $\frac{-15}{45} = \frac{-5}{\dots}$

d.  $\frac{\dots}{-18} = \frac{7}{6}$

e.  $3 = \frac{\dots}{4}$

f.  $-2,1 = \frac{-21}{\dots}$

6 Dans chaque cas, à partir des égalités données et en utilisant seulement les quatre nombres qui apparaissent, écris toutes les égalités d'écritures fractionnaires possibles :

a.  $7 \times (-8) = -4 \times 14$  | c.  $2,1 \times 12 = 9 \times 2,8$

b.  $-3 \times (-1) = 2 \times 1,5$  | d.  $-4 \times 9 = 12 \times (-3)$

### 7 Produits en croix

Recopie et complète les égalités suivantes en justifiant par un calcul :

a.  $\frac{-5}{12} = \frac{\dots}{18}$

c.  $\frac{4}{\dots} = \frac{5}{7}$

b.  $\frac{\dots}{-2,4} = \frac{0,8}{3,2}$

d.  $\frac{-819}{195} = \frac{63}{\dots}$

### 8 Égalité ?

Recopie et complète en utilisant = ou  $\neq$ , en justifiant dans chaque cas :

a.  $\frac{-9,1}{5,2} \dots \frac{79,8}{-45,6}$

c.  $\frac{17,36}{-22,32} \dots \frac{28,7}{36,9}$

b.  $\frac{-5}{-3} \dots \frac{-3,5}{2,1}$

d.  $\frac{-56}{-57} \dots \frac{57}{58}$

### 9 Avec un dénominateur entier positif

Réécris chacune des écritures fractionnaires suivantes avec un dénominateur entier positif :

$$\frac{4}{-5} ; \frac{-8}{-7} ; -\frac{5,2}{-7} ; \frac{7}{-2,1} ; \frac{8,2}{0,12} ; -\frac{-1}{-3,54}$$

### 10 Même dénominateur positif

a. Recopie et complète la phrase suivante : « Deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur positif sont rangés... ».

b. Compare les nombres suivants :

$\frac{-7,5}{3}$  et  $\frac{-7,49}{3}$

$-\frac{0,74}{5}$  et  $\frac{-0,7309}{5}$

$\frac{4,05}{2,1}$  et  $\frac{4,2}{2,1}$

$\frac{8}{-5,23}$  et  $\frac{-7,9}{5,23}$

### 11 Avec le même numérateur

a. Recopie et complète la phrase suivante : « Deux nombres positifs en écriture fractionnaire de même numérateur sont rangés... »

b. Compare les nombres suivants :

$\frac{3,5}{8,2}$  et  $\frac{3,5}{8,15}$

$-\frac{-1}{6}$  et  $\frac{1}{5,7}$

## 12 Avec le même numérateur (bis)

Compare les nombres suivants en commençant par comparer leurs opposés :

a. $\frac{1}{-5}$ et $\frac{1}{-7}$	c. $-\frac{5,23}{14,5}$ et $-\frac{5,23}{14,6}$
b. $\frac{-3}{8}$ et $\frac{-3}{8,2}$	d. $\frac{-7,5}{0,23}$ et $\frac{75}{-2,4}$

13 Dans chaque cas, réécris les nombres avec le même dénominateur positif puis compare-les :

a. $\frac{-5}{4}$ et $\frac{-9}{8}$	d. $-\frac{2}{11}$ et $\frac{-5}{33}$
b. $\frac{2,7}{-9}$ et $\frac{-1}{3}$	e. $\frac{7}{2,5}$ et $\frac{20,5}{7,5}$
c. 3 et $-\frac{20,9}{-7}$	f. $\frac{13}{-27}$ et $\frac{-79}{162}$

## 14 Multiple commun

a. Quels sont les dix premiers multiples de 12 ? Ceux de 18 ? Déduis-en le plus petit multiple non nul commun à 12 et 18, puis un dénominateur commun positif des fractions :

$$\frac{-7}{12} \text{ et } \frac{-11}{18}$$

Compare alors ces deux nombres.

b. La méthode précédente permet-elle de trouver rapidement un dénominateur commun aux nombres :

$$\frac{8}{11} \text{ et } \frac{10}{13} ?$$

Comment en trouver un alors rapidement ? Compare ces deux nombres.

15 Dans chaque cas, réécris les nombres avec le même dénominateur positif, puis compare-les :

a. $\frac{-5}{8}$ et $\frac{-3,8}{6}$	c. $\frac{3}{-50}$ et $-\frac{4}{75}$
b. $\frac{14}{5}$ et $\frac{20}{7}$	d. $\frac{54,5}{0,27}$ et $\frac{-2,62}{-0,13}$

## 16 Compare en justifiant :

a. $-\frac{12}{18}$ et $\frac{399}{-300}$	d. $-\frac{5}{6}$ et $-\frac{15}{14}$
b. $\frac{2}{57}$ et $\frac{1}{28,4}$	e. $\frac{6}{13}$ et $\frac{29}{65}$
c. $\frac{-75}{11}$ et $\frac{31}{-15}$	f. $\frac{3}{-22}$ et $\frac{4,5}{33}$

## 17 Dans l'ordre

a. Range les nombres suivants dans l'ordre croissant sans utiliser de valeurs approchées :

$$\frac{7}{-15} ; \frac{7}{3} ; \frac{490}{420} ; \frac{-5}{12} ; \frac{-24}{-18} ; 2,5.$$

b. Range les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

$$\frac{-29}{100} ; \frac{7}{-25} ; -0,285 ; -\frac{1}{5} ; \frac{13}{-50} ; 0 ; \frac{-1}{2,5}.$$

## 18 Trajet

Quatre amis font un voyage en trois jours. Le premier jour, ils parcourent 40 % du trajet total ; le deuxième jour, un quart et le dernier jour,  $\frac{7}{20}$  du trajet total.

Quel jour ont-ils parcouru la plus grande distance ?

Peux-tu calculer la distance parcourue chaque jour ?

## Additions, soustractions

### 19 La règle

Calcule les sommes et les différences suivantes en respectant les étapes :

$$\frac{-4}{5} + \frac{7}{5} = \frac{\dots + \dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

a. $\frac{9}{7} + \frac{-8}{7}$	f. $\frac{-1}{3} - \frac{2}{3}$
b. $\frac{5,2}{41} + \frac{8,56}{41}$	g. $\frac{-5}{14} - \frac{-2}{14}$
c. $\frac{-5}{3} + \frac{-6}{3}$	h. $\frac{1}{8} - \frac{9}{8}$
d. $-\frac{7}{15} - \frac{7}{15}$	i. $\frac{5}{12} + \frac{11}{12} - \frac{7}{12}$
e. $\frac{56}{57} - \frac{58}{57}$	j. $-\frac{1}{25} - \frac{-11}{25} + \frac{-8}{25}$

### 20 Dénominateurs positifs

Calcule en réécrivant dans chaque cas les fractions avec le même dénominateur positif :

a. $\frac{8}{-5} + \frac{7}{5}$	c. $\frac{5}{6} - \frac{7}{-6}$
b. $\frac{-4}{-15} + \frac{1}{-15}$	d. $\frac{-9}{17} + \frac{1}{-17}$



## 21 Même dénominateur

Écris les nombres suivants, si c'est possible, sous la forme  $\frac{a}{30}$ , où  $a$  est un nombre décimal relatif :

$$\frac{3}{10} ; \frac{1}{-3} ; -2 ; \frac{2,1}{0,6} ; \frac{-18}{90} ; \frac{1}{7} ; \frac{1}{-60}$$

## 22 Avec un multiple

a. On remarque que  $3 \times 8 = 24$  ;

Calcule :  $\frac{-5}{24} + \frac{1}{3}$  en écrivant les fractions avec le même dénominateur positif.

b. Combien de quart(s) faut-il pour faire une unité ? Calcule  $1 - \frac{5}{4}$  en écrivant les fractions avec le même dénominateur positif.

c. Complète :  $-3 = \frac{\dots}{1} = \frac{\dots \times \dots}{1 \times \dots} = \frac{\dots}{8}$ .

Calcule  $-3 + \frac{5}{-8}$  en écrivant les fractions avec le même dénominateur positif.

## 23 Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes :

a. $\frac{5}{6} + \frac{-1}{3}$	e. $\frac{4}{11} + 2$
b. $\frac{7}{9} - \frac{1}{-27}$	f. $\frac{8}{-91} + \frac{-1}{7}$
c. $\frac{-8}{5} + \frac{23}{50}$	g. $\frac{5}{2} - \frac{-45}{4} + \frac{2}{8}$
d. $\frac{45}{15} - \frac{7}{3}$	h. $4 - \frac{5}{-49} + \left(-\frac{8}{7}\right)$

## 24 Trouver un dénominateur commun

a. Écris la liste des premiers multiples de 8 puis celle des premiers multiples de 6. Trouve le plus petit multiple non nul commun à 8 et 6.

Utilise alors ce nombre pour écrire les fractions  $\frac{-5}{8}$  et  $\frac{7}{6}$  avec le même dénominateur positif et calcule :  $\frac{-5}{8} + \frac{7}{6}$ .

b. Cette méthode permet-elle de trouver rapidement un dénominateur commun pour calculer :

$$\frac{5}{17} + \frac{1}{50} ?$$

Quel dénominateur commun choisir alors ? Calcule cette somme.

## 25 Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes :

a. $\frac{-7}{50} + \frac{2}{75}$	e. $\frac{17}{-24} + \left(-\frac{5}{36}\right)$
b. $\frac{1}{5} + \frac{-2}{3}$	f. $\frac{3}{16} - \frac{-1}{12}$
c. $\frac{1}{12} - \frac{1}{9}$	g. $\frac{8}{-17} - \left(-\frac{1}{15}\right)$
d. $\frac{4}{18} + \frac{5}{27}$	h. $\frac{2}{5} + \frac{-2}{15} - \frac{7}{12}$

## 26 Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes et donne les résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

a. $\frac{42}{75} - \left(-\frac{22}{30}\right)$	e. $\frac{9}{-55} - \frac{-7}{44}$
b. $\frac{85}{4} + \frac{25}{-5}$	f. $\frac{-9}{-18} - \frac{5}{30} + \left(-\frac{9}{6}\right)$
c. $\frac{-12}{25} - 8$	g. $\frac{1}{15} + \left(-\frac{1}{18}\right)$
d. $-\frac{14}{27} + \frac{-5}{108}$	h. $\frac{3}{-7} + \frac{2}{5} - \frac{4}{3}$

## 27 Héritage

Après de longues négociations, il a été convenu que Léa héritera de deux quinzièmes de la fortune de son oncle du bout du monde ; Florian, d'un neuvième de cette fortune ; Jean et Justine se partageront équitablement le reste.

Quelles seront les parts respectives de Jean et Justine ?

## 28 Opposés

Complète les égalités suivantes et écris, dans chaque cas, trois phrases utilisant le mot « opposé(s) » :

a. $\frac{-2}{5} + \dots = 0$	c. $\dots + \frac{-12}{-8} = 0$
b. $\dots + \frac{7}{-8} = 0$	d. $\left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{9,6}{12} = \dots$

## 29 Avec des lettres

On donne :  $a = \frac{-8}{28}$  ;  $b = \frac{1}{35}$  et  $c = \frac{45}{-21}$ .

- Calculer  $a - b + c$  et  $b - a - c$ .
- Que remarques-tu ?

## Multiplications

### 30 La règle et les signes

Effectue les produits suivants :

a.  $\frac{3}{2} \times \frac{5}{7}$

b.  $\frac{-4}{11} \times \frac{1}{-3}$

c.  $3 \times \frac{-7}{5}$

d.  $\frac{5}{-4} \times \frac{5}{-2}$

e.  $\frac{8}{17} \times \frac{5}{-3}$

f.  $-\frac{13}{5} \times \left(-\frac{2}{11}\right)$

g.  $\left(-\frac{7}{15}\right) \times (-8) \times \frac{2}{3}$

h.  $\frac{-1}{2} \times \frac{5}{-4} \times \frac{-3}{2}$

### 31 Toujours plus simple

Simplifie, si possible, les écritures fractionnaires suivantes :

a.  $\frac{-5 \times 2}{2 \times 7}$

b.  $\frac{-5 + 2}{7 + 2}$

c.  $\frac{4 \times (-11)}{4 \times (-11) \times 3}$

d.  $\frac{8 \times (-3) \times 7 \times 5}{3 \times 5 \times 8 \times 7}$

e.  $\frac{-5 \times 8}{2 \times (-7)}$

f.  $\frac{5 \times (-9) \times 2}{-7 \times 10 \times (-1)}$

### 32 Calculer en simplifiant

Pour chacun des produits suivants, applique la règle de multiplication sans effectuer les calculs, simplifie lorsque cela est possible et donne alors le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

a.  $\frac{8}{5} \times \frac{5}{7}$

b.  $\frac{-3}{10} \times \frac{-11}{3}$

c.  $\frac{-2}{3} \times \frac{-5}{2} \times \frac{3}{-7}$

d.  $\frac{5}{-7} \times \left(-\frac{7}{5}\right)$

e.  $-15 \times \frac{2}{15}$

f.  $\left(-\frac{8}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right) \times 3$

### 33 Complète les égalités suivantes :

a.  $\frac{8}{\dots} \times \frac{7}{3} = -\frac{8}{3}$

b.  $\frac{-5}{3} \times \frac{7}{\dots} = \frac{7}{6}$

c.  $\frac{6}{5} \times \dots = -6$

d.  $\left(-\frac{8}{21}\right) \times \frac{\dots}{\dots} = 1$

e.  $\frac{\dots}{10} \times \frac{7}{\dots} = -5$

f.  $\frac{\dots}{-9} \times \frac{2}{\dots} = \frac{4}{15}$

g.  $\frac{-5}{\dots} \times \frac{3}{-14} \times \frac{\dots}{25} = \frac{-2}{7}$

### 34 Simplifier avant de calculer

a. Écris 15 sous la forme d'un produit de deux nombres entiers. Décompose de même 20 en produit de nombres entiers positifs les plus petits possibles.

b. Recopie et complète les égalités suivantes :

$$\frac{15}{7} \times \frac{11}{20} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{(\dots \times \dots) \times \dots}{\dots \times (\dots \times \dots \times \dots)}$$

c. Simplifie l'expression obtenue et donne le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

35 Calcule les produits suivants en simplifiant, puis donne les résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

a.  $\frac{-7}{25} \times \frac{-5}{8}$

b.  $\frac{18}{-49} \times \frac{14}{27}$

c.  $\frac{45}{28} \times \frac{7}{-15}$

d.  $\frac{-2}{6} \times \left(-\frac{21}{11}\right)$

e.  $\frac{21}{32} \times \frac{108}{49}$

f.  $-26 \times \frac{-5}{39}$

g.  $\frac{8}{5} \times \frac{-5}{21} \times \left(-\frac{9}{16}\right)$

h.  $\frac{56}{-5} \times \frac{30}{21} \times \frac{7}{10}$

### 36 Avec la calculatrice

Utilise ta calculatrice pour effectuer les produits suivants et donne les résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

a.  $\frac{686}{-153} \times \frac{-99}{-196}$

b.  $\frac{2,1}{12,5} \times \left(-\frac{6,25}{0,49}\right)$

### 37 Calcule mentalement :

a. les trois quarts de 400 ;

b. le double de  $\frac{-7}{15}$  ;

c. les cinq septièmes des six cinquièmes de l'unité ;

d. les  $\frac{7}{10}$  de  $\frac{9}{10}$ .

### 38 Dépense

Abdel dépense les  $\frac{5}{12}$  de son argent de poche, puis les trois quarts de ce qu'il lui reste alors.

a. Quelle fraction de son argent de poche a-t-il dépensée la deuxième fois ?

b. Le montant de son argent de poche étant de 72 €, combien a-t-il dépensé au total ?

## Divisions

### 39 Inverses

Recopie et complète les égalités suivantes et écris, dans chaque cas, trois phrases utilisant le mot « inverse(s) » :

a. $4 \times \frac{1}{\dots} = 1$	e. $\frac{3}{4} \times \frac{\dots}{\dots} = 1$
b. $\dots \times 0,25 = 1$	f. $\frac{\dots}{-25} \times \frac{\dots}{7} = 1$
c. $\frac{1}{\dots} \times (-3) = 1$	g. $\dots \times \left(-\frac{8}{5}\right) = 1$
d. $\dots \times \left(-\frac{1}{15}\right) = 1$	h. $-0,01 \times \dots = 1$

### 40 Ne pas confondre !

a. Recopie et complète les égalités suivantes :

$$\left(\frac{9}{-14}\right) \times \dots = 1 \text{ et } \left(\frac{9}{-14}\right) + \dots = 0.$$

Écris deux phrases, l'une utilisant le mot « opposé(s) » et l'autre, le mot « inverse(s) ».

b. Trouve deux nombres qui sont leur propre inverse. Trouve un nombre qui est son propre opposé.

c. Tous les nombres ont-ils un inverse ? Un opposé ?

d. Quel est l'opposé de l'inverse de 4 ? Quel est l'inverse de l'opposé de 4 ?

### 41 Notations $x^{-1}$ et $\frac{1}{x}$

a. Que désignent les notations ci-dessus ?

b. Recopie et complète le tableau ci-dessous avec des écritures fractionnaires.

$x$	7	$\frac{-3}{5}$	$-\frac{8}{9}$	-0,6	1,25
$x^{-1}$ ou $\frac{1}{x}$					

c. Détermine l'inverse de l'inverse de chaque nombre. Que remarques-tu ?

### 42 Mentalement

a. Effectue mentalement les calculs suivants :  $16 \div 2$  ;  $100 \times 0,25$  ;  $16 \times 0,5$  ;  $100 \div 4$ .

b. Justifie les résultats égaux avec la règle de division.

### 43 La règle

Applique dans chaque cas la règle de division puis effectue les calculs :

a. $\frac{2}{3} \div 5$	d. $8 \div \frac{1}{8}$
b. $\frac{-5}{7} \div (-4)$	e. $\frac{-3}{2} \div \frac{-5}{7}$
c. $\frac{5}{6} \div \frac{7}{-11}$	f. $\frac{1}{10} \div \left(-\frac{7}{9}\right)$

### 44 Trait de fraction

Écris les quotients suivants en utilisant le symbole  $\div$  puis effectue le calcul :

$$A = \frac{2}{\frac{3}{5}} ; B = \frac{\frac{2}{3}}{5} ; C = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{11}}.$$

### 45 Division et simplification

Applique la règle de division, simplifie puis effectue les calculs et donne les résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

a. $\frac{8}{-15} \div \frac{-4}{5}$	d. $\frac{-5}{6} \div \left(-\frac{15}{18}\right)$
b. $\frac{9}{10} \div (-3)$	e. $12 \div \frac{3}{-4}$
c. $\frac{-4}{45} \div \frac{16}{15}$	f. $1 \div \left(\frac{-7}{4}\right)$

### 46 Partage

a. Calcule la moitié de  $\frac{-5}{12}$ .

b. Il reste les  $\frac{7}{8}$  d'un gâteau.

Trois amis décident de se partager équitablement ce reste : quelle fraction du gâteau aura chacun d'entre eux ?

### 47 Avec des lettres

a. Sachant que  $a = \frac{-2}{21}$  et  $b = \frac{5}{-7}$ , calcule :

$$\frac{a}{b} ; \frac{b}{a} ; a \times b ; a + b \text{ et } a - b.$$

Tu donneras les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.

b. Même consigne avec  $a = \frac{5}{24}$  et  $b = \frac{35}{18}$ .

# Exercices d'approfondissement

## 48 Priorités opératoires

Effectue les calculs suivants en respectant les priorités opératoires :

$$\begin{array}{l} A = \frac{1}{5} \times \frac{-4}{3} + \frac{7}{2} \\ B = \frac{4}{5} \div \left(-\frac{3}{7}\right) - \frac{7}{10} \\ C = \frac{13}{7} + \left(-\frac{8}{7}\right) \div \left(-\frac{4}{5}\right) \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} D = \frac{7}{3} + \frac{3}{2} \times \frac{-10}{21} \\ E = \frac{5}{8} + \left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{9}{16}\right) \\ F = \frac{6}{5} - \left(-\frac{1}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \end{array}\right.$$

## 49 Priorités opératoires (bis)

Effectue les calculs suivants en respectant les priorités opératoires :

$$\begin{array}{l} A = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{5}\right) \left(\frac{5}{4} - \frac{4}{3}\right) \\ B = \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{2}\right) \div \left(-\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} C = \frac{3}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} - \frac{4}{3} \\ D = \frac{4}{3} - \frac{5}{2} \div \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{3}{4} \end{array}\right.$$

## 50 Extrait du Brevet

a. Soit  $A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}$ . Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

b. Effectuer le calcul suivant. Le résultat sera donné sous la forme d'un entier.

$$B = \left(2 + \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right).$$

## 51 Parenthèses et fractions

a. Calcule de deux manières différentes les expressions suivantes :

$$A = -2 \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) + \frac{3}{2} \quad B = 4 \left(\frac{3}{4} - \frac{-1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{-6}\right)$$

b. Donne l'arrondi au centième puis la troncature au centième de chaque résultat.

## 52 Égalités et fractions

a. L'égalité  $3x^2 + 5x - 3 = 6x + 1$  est-elle vraie pour  $x = \frac{4}{3}$  ?

b. Teste l'égalité  $\frac{x-1}{2x+5} = \frac{-3x+2}{x-3}$  dans le cas où  $x = -\frac{1}{4}$ .

## 53 Calcul littéral et fractions

Calcule les expressions suivantes lorsque :

$$a = \frac{2}{3} ; b = -\frac{3}{2} ; c = \frac{-3}{4}.$$

$$\begin{array}{ll} \text{a. } 3a - b - c & \text{d. } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \\ \text{b. } -2a + 4b - 5c & \text{e. } \frac{a+c}{a-b} \\ \text{c. } 6b^2 - 3a + 5 & \end{array}$$

## 54 Quotient de quotients...

Calcule puis simplifie au maximum le résultat :

$$\begin{array}{l} A = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}} \\ B = 2 + \frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{14}} \\ C = -\frac{3}{14} - \frac{3}{\frac{7}{5}} + 2 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} D = \frac{7}{5} + \frac{\frac{8}{15}}{\frac{2}{3}} - \frac{19}{2} \\ E = \frac{3 - \frac{7}{5}}{1 - \frac{9}{10}} \\ F = \frac{7}{-8} + \frac{5}{\frac{6}{4}} - 1 \end{array}\right.$$

## 55 Sois malin !

Calcule les expressions suivantes :

$$\begin{array}{l} A = \frac{\left(1 - \frac{1}{5}\right) \left(1 - \frac{2}{5}\right) \left(1 - \frac{3}{5}\right) \left(1 - \frac{4}{5}\right) \left(1 - \frac{5}{5}\right)}{3 - \frac{2}{7}} \\ B = \frac{25}{8} \times \frac{\left(\frac{23}{4} - 13 \times \frac{27}{19}\right)}{\frac{23}{4} - 13 \times \frac{27}{19}} \div \frac{35}{8} \\ C = \frac{12}{9 + \frac{\frac{8}{7} + \frac{6}{5} + \frac{4}{3} + \frac{2}{1+1}}{7}} \\ D = \left(2 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{2 + \frac{3}{4}} - \frac{\frac{3}{7} - \frac{8}{9}}{\frac{8}{9} - \frac{3}{7}} \\ E = \frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{2}{2}\right) \left(1 - \frac{3}{2}\right) \left(1 - \frac{4}{2}\right) \left(1 - \frac{5}{2}\right) \left(1 - \frac{6}{3}\right)}{1 - \frac{1}{2}} \end{array}$$



## 56 Comptes de Marseillais...

Voici un extrait de MARIUS, une œuvre de Marcel Pagnol (Acte II) :

César : « ...Eh bien, pour la dixième fois, je vais t'expliquer, le picon-citron-curaçao. Approche-toi ! Tu mets d'abord un tiers de curaçao. Fais attention : un tout petit tiers. Bon. Maintenant, un tiers de citron. Un peu plus gros. Bon. Ensuite, un bon tiers de Picon. Regarde la couleur. Regarde comme c'est joli. Et à la fin un grand tiers d'eau. Voilà.

Marius : - Et ça fait quatre tiers.

César : - Exactement. J'espère que cette fois, tu as compris.

Marius : - Dans un verre, il n'y a que trois tiers.

César : - Mais imbécile, ça dépend de la grosseur des tiers !...

Marius : - Eh non, ça ne dépend pas. Même dans un arrosoir, on ne peut mettre que trois tiers.

César (trionphal) : - Alors, explique-moi comment j'en ai mis quatre dans ce verre. »

**a.** Que penses-tu de cette scène ? Comment expliques-tu la réaction de Marius ?

**b.** Pourquoi est-il indiqué « César (trionphal) » à la fin du texte ?

## 57 À chacun sa part !

Boris a gagné au jeu « Megariche » le week-end dernier. Il décide de partager la somme avec ses amis. Il donne un huitième des gains à Marc et un sixième à Fabrice. Il propose un cinquième de ce qu'il n'a pas encore distribué à Bruno. Le reste, il le garde pour lui.

Quelle fraction du gain reste-t-il à Boris ?

## 58 Sens de l'amitié : oui, mais !

Anne-Cécile rend visite à plusieurs amis à son retour d'Australie. À chaque fois, ses amis lui offrent gentiment un morceau de son gâteau préféré.

Le premier jour, gourmande, elle mange un demi-gâteau chez Sophie. Le lendemain, Marie lui donne un quart de gâteau. Plus raisonnable, le troisième jour, elle prend juste un huitième de gâteau avec Mathieu et le quatrième jour, un seizième avec Franck.

Le cinquième jour, elle prend juste un trente deuxième de gâteau chez Hafid, pour lui faire plaisir.

**a.** Quelle proportion de gâteau a-t-elle mangée en cinq jours ?

**b.** En continuant ainsi, parviendra-t-elle à manger un gâteau entier ?

## 59 Extrait du Brevet

$$A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} \quad B = \frac{6}{5} \div \left( \frac{1}{15} - \frac{1}{5} \right)$$

**a.** Calculer A et écrire la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

**b.** Calculer B et écrire la réponse sous la forme d'un entier.

## 60 Extrait du Brevet

**a.** Effectuer le calcul suivant et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1}{9} + \frac{1}{12}$$

**b.** En électricité, pour calculer des valeurs de résistances, on utilise la formule :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Sachant que  $R_1 = 9$  ohms et que  $R_2 = 12$  ohms, déterminer la valeur exacte de R.

## 61 Volume d'un tonneau

Le volume V d'un tonneau est donné par la formule suivante :

$$V = \pi L \left[ \frac{d}{2} + \frac{2}{3} \left( \frac{D}{2} - \frac{d}{2} \right) \right]^2$$

**a.** Calcule le volume de ce tonneau en  $m^3$ . Tu donneras la valeur approchée à  $0,001 m^3$  par excès, puis en litres à 1 litre par excès, sachant que :

$$L = 1,60 \text{ m} \quad d = 0,85 \text{ m} \quad D = 1,34 \text{ m}$$

**b.** Un viticulteur décide d'utiliser ce tonneau pour faire fermenter son raisin. Combien de bouteilles de 75 cl pourra-t-il remplir pour commercialiser son vin rouge ?

## 62 Géométrie et fractions

La longueur et la largeur d'un rectangle ont été multipliées respectivement par  $\frac{7}{5}$  et  $\frac{2}{3}$ .

**a.** Par quel nombre a été multipliée l'aire du rectangle initial (tu donneras le résultat sous la forme d'une fraction) ?

**b.** Par quelle fraction a été multiplié le périmètre du rectangle initial, sachant que sa longueur mesure 7 cm et sa largeur mesure 4 cm ?

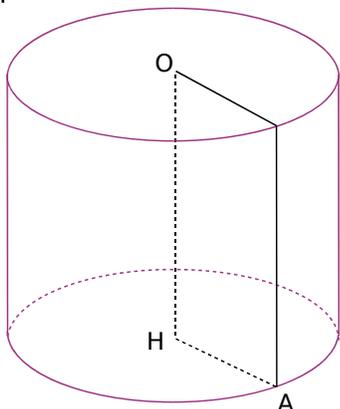
# Exercices d'approfondissement

## 63 Espace et fractions

On considère le cylindre de révolution  $\mathcal{C}$  suivant de hauteur OH :

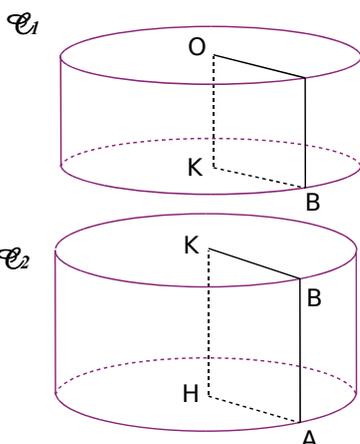
$$OH = \frac{4}{3} \text{ dm}$$

$$AH = \frac{3}{2} \text{ dm}$$



- Calcule OA en justifiant ta réponse.
- Calcule le volume  $V$  de  $\mathcal{C}$ . Tu donneras le résultat sous la forme  $k\pi$  où  $k$  est un nombre entier.

On coupe le cylindre  $\mathcal{C}$  aux neuf seizièmes de sa hauteur en partant du point O. On obtient alors deux cylindres de révolution  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$ , comme le montre le schéma ci-dessous (les dimensions ne sont pas respectées) :



- Quelle est la mesure de la hauteur [OK] de  $\mathcal{C}_1$  ? Déduis-en la mesure de la hauteur [KH] de  $\mathcal{C}_2$ .
- Quelle est la mesure du rayon de la base de  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  ?
- Calcule le volume  $V_1$  de  $\mathcal{C}_1$ . Tu donneras le résultat sous la forme  $p\pi$  où  $p$  est une fraction la plus simple possible.
- Calcule et simplifie le rapport  $\frac{V_1}{V}$ .  
Que remarques-tu ?

## 64 Années bissextiles et calendriers

Nos ancêtres s'intéressaient déjà il y a 8 000 ans au mouvement des étoiles afin de prévoir le retour des saisons.

Depuis plus de 2 000 ans, les astronomes savent que les saisons se reproduisent environ tous les 365,25 jours (on appelle année tropique cette durée de 365,25 jours).

- Quelle est la différence entre une année tropique et une année « civile » de 365 jours ? Que devient cette différence au bout de 4 ans ?
- Recopie et complète l'égalité suivante :

$$365,25 = 365 + \frac{\dots}{\dots}$$

L'astronome Sosigène conseilla donc à Jules César de suivre la règle suivante pour mettre au point le *Calendrier Julien* :

Chaque année compte 365 jours, sauf les années multiples de 4, qui durent 366 jours.

- Ces années de 366 jours sont appelées années bissextiles. Parmi les années suivantes, quelles sont les années bissextiles : 396 ; 744 ; 1492 ; 1515 ?

Les mesures et les calculs devenant de plus en plus précis, on sait maintenant qu'une année tropique dure en réalité 365,24219 jours au lieu de 365,25 jours.

- En 400 ans, combien de jours représente cette imprécision du Calendrier Julien ? Recopie et complète l'égalité suivante :

$$365,24219 \approx 365 + \frac{\dots}{\dots} - \frac{\dots}{400}$$

Cette imprécision a provoqué en seize siècles un décalage des saisons, si bien qu'en 1582, le pape Grégoire XIII décida que le jeudi 4 octobre serait immédiatement suivi par le vendredi 15 octobre ! Grégoire XIII décida aussi de corriger l'imprécision du Calendrier Julien en mettant au point le *Calendrier Grégorien* (notre calendrier actuel) :

Chaque année compte 365 jours, sauf les années multiples de 4, qui durent 366 jours.  
*Exceptions* : les années multiples de 100 mais non multiples de 400 durent 365 jours.

- En utilisant le résultat de la question d., explique l'intérêt de faire de telles exceptions.
- En histoire, on parle toujours de la révolution d'Octobre, lorsqu'on étudie la naissance de l'URSS. Pourtant, les Russes célèbrent cet événement début novembre. Peux-tu, à partir des informations précédentes, en deviner la raison ? Tu pourras t'aider d'une encyclopédie si tu en as besoin.

## 1 Dominos en fractions

Vous allez créer un jeu de dominos utilisant des fractions.

a. Répartissez-vous le travail pour compléter le tableau ci-dessous. La première ligne (cases A1 à F1) contient les résultats des calculs situés dans les lignes 2 à 7.

	A	B	C	D	E	F
1	$\frac{5}{3}$	$\frac{-3}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{-9}{4}$	$\frac{2}{7}$	3
2	$\frac{1}{3} + \frac{4}{3}$	$\frac{-4}{5} + \frac{1}{5}$				
3	$\frac{7}{3} - \frac{4}{6}$	$\frac{2}{15} - \frac{1}{5} - \frac{8}{15}$				
4	$\frac{2}{3} + 1$	$\frac{12}{5} - 3$				
5						
6						
7						

Quelques exemples (cases A2, B2, A3, B3, A4, B4) ont été donnés à titre indicatif. Pour chaque colonne, il faut trouver :

- **ligne 2** : une somme algébrique de fractions de même dénominateur ;
- **ligne 3** : une somme algébrique de fractions de dénominateurs différents ;
- **ligne 4** : une somme algébrique d'un nombre entier et d'une fraction ;
- **ligne 5** : un produit de deux fractions ;
- **ligne 6** : un produit de trois fractions ;
- **ligne 7** : un quotient de deux fractions.

b. Créez le jeu de dominos en respectant le plan suivant (à chaque fois, il faut remplacer le nom de la case par son contenu).

Taille d'un domino : 6 cm sur 2 cm.

A1	A2	A3	B1	A4	C2
A5	D3	A6	E4	A7	F5
B2	B3	B4	C1	B5	D2
B6	E3	B7	F4	C3	C4
C5	D1	C6	E2	C7	F3
D4	D5	D6	E1	D7	F2
E5	E6	E7	F1	F6	F7

c. Découpez les dominos et échangez votre jeu avec un autre groupe. Il ne vous reste plus qu'à jouer en accolant deux cases de même valeur.

## 2 Fractions en tableur

a. Calculez puis donnez le résultat sous forme d'une fraction la plus simple possible :

$$A = \frac{-3}{7} \times \frac{5}{2} ; \quad B = \frac{2}{3} \times \frac{9}{2}$$

$$C = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} ; \quad D = \frac{5}{6} + \frac{3}{8}$$

b. Vous allez créer un modèle de fichier tableur permettant de trouver le produit de deux fractions :

	A	B	C	D	E
1	-3	*	5	=	
2	7		2		

- Recopiez les cellules ci-dessus ;
- Dans la cellule E1, tapez « =A1\*C1 » ;
- Dans la cellule E2, tapez « =A2\*C2 » ;
- Utilisez cette feuille de calcul pour vérifier le résultat du calcul B (question a.). Que remarquez-vous ?

c. Sur le même fichier, vous allez maintenant construire un outil permettant de calculer la somme de deux fractions.

4	2		3	=	
5	3	+	4		

- Recopiez les cellules ci-dessus ;
- Que faut-il taper comme formules dans les cellules E4 et E5 ?
- Utilisez cette feuille de calcul pour vérifier le résultat du calcul D (question a.). Que remarquez-vous ?

d. Procédez de la même façon pour construire sur le même fichier quatre outils permettant :

- de calculer le produit de trois fractions ;
- de calculer la différence de deux fractions ;
- de calculer la somme de trois fractions ;
- de calculer le quotient de deux fractions.

e. Construisez un nouvel outil permettant de calculer la somme de deux fractions en faisant apparaître les étapes intermédiaires.

f. Refaites tous les calculs avec le fichier tableur qui se trouve en complément. Quelle est la nouveauté apportée par ce fichier par rapport au vôtre ?

g. Dans quels cas, les deux fichiers donnent-ils des résultats identiques ?

## Se tester avec le QCM!

		R1	R2	R3	R4
1	La valeur arrondie au dixième de $\frac{2}{3}$ est...	0	1	0,6	0,7
2	Une valeur approchée de $\frac{19}{13}$ au millième près est...	1,46	1,461	1,462	1,4615
3	$\frac{-24}{-18} = \dots$	$\frac{20}{15}$	$-\frac{4}{3}$	1,33	$\frac{4}{3}$
4	L'opposé de $\frac{4}{5}$ est...	$\frac{5}{4}$	$-\frac{4}{-5}$	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{4}{5}$
5	$\left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = \dots$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{4}{-5}$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{4}{5}$
6	$\frac{37}{15}$ est supérieur à...	2	$\frac{77}{30}$	$\frac{598}{599}$	$\frac{25}{10}$
7	$\frac{-14}{5}$ est inférieur à...	$\frac{14}{-5}$	-2	$-\frac{14}{3}$	son inverse
8	$\frac{17}{24}$ est le résultat de...	$\frac{10}{12} + \frac{7}{12}$	$\frac{5}{24} + \frac{1}{2}$	$16 + \frac{1}{24}$	$\frac{15}{8} - \frac{7}{6}$
9	$\frac{-5}{6}$ est le résultat de...	$-\frac{1}{3} \times \frac{-5}{2}$	$-\frac{5}{11} \times \frac{11}{6}$	$\frac{-30}{36} \div 6$	$-5 \times \frac{1}{6}$
10	$-\frac{7}{5} \div \frac{2}{-3} = \dots$	2,1	$\frac{10}{21}$	$\frac{3,5}{1,6}$	$-\frac{21}{10}$
11	$\frac{2}{\frac{3}{4}} = \dots$	$2 \div 3 \div 4$	$\frac{8}{3}$	$\frac{2}{12}$	On ne peut pas calculer
12	$\frac{3}{2} + \frac{-3}{2} \times \frac{5}{6} = \dots$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{-33}{12}$	$\frac{-12}{14}$
13	L'inverse de $\frac{3}{5} + \frac{3}{11}$ est...	$\frac{16}{3}$	$\frac{55}{48}$	$\frac{16}{6}$	$\frac{48}{55}$
14	$\frac{3}{4}$ est égal...	au double de $\frac{3}{8}$	à la moitié de $\frac{63}{42}$	à $\frac{3+13}{4+13}$	à $\frac{-3}{x} \div \frac{-4}{x}$ x non nul

## Récréation mathématique

### Étourdi !

Un abreuvoir est alimenté par deux robinets. Lorsque le robinet d'évacuation est fermé, le premier robinet seul le remplit en 4 heures. Le deuxième robinet seul le remplit en 3 heures.

Lorsque l'abreuvoir est plein, le robinet d'évacuation le vide en 2 heures.

Alors que l'abreuvoir est vide, l'éleveur ouvre les deux robinets pour le remplir, mais oublie de fermer le robinet d'évacuation !

L'abreuvoir va-t-il quand même se remplir ?  
Si oui, en combien de temps ?

