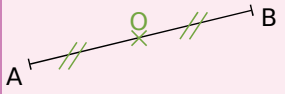
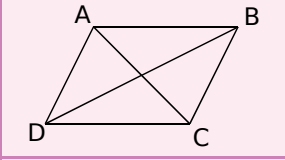
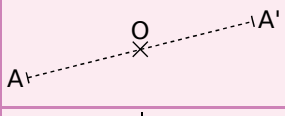
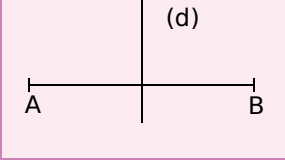
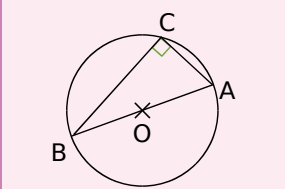
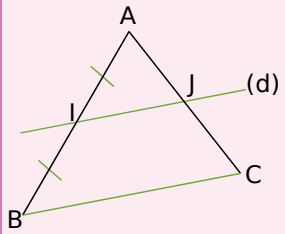
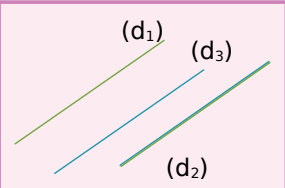
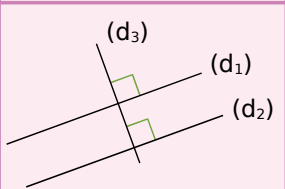
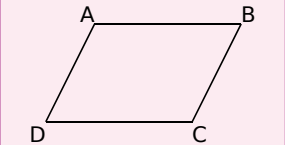
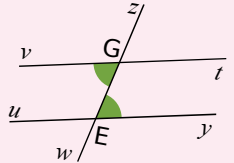
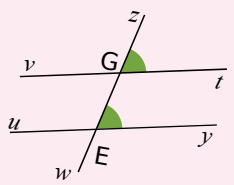
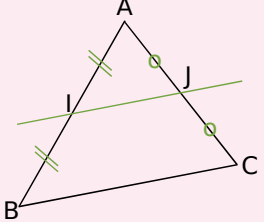
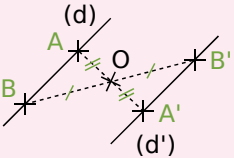


Démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

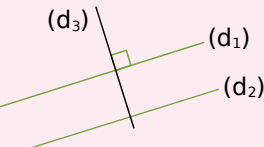
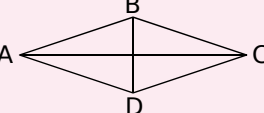

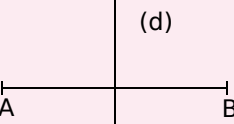
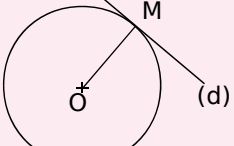
<p>P 1 Si un point est sur un segment et à égale distance de ses extrémités alors ce point est le milieu du segment.</p>		<p>O appartient à [AB] et $OA = OB$ donc O est le milieu de [AB].</p>
<p>P 2 Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu. (Ceci est aussi vrai pour les losanges, rectangles et carrés qui sont des parallélogrammes particuliers.)</p>		<p>ABCD est un parallélogramme donc ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu.</p>
<p>P 3 Si A et A' sont symétriques par rapport à un point O alors O est le milieu du segment [AA'].</p>		<p>A et A' sont symétriques par rapport au point O donc le point O est le milieu de [AA'].</p>
<p>P 4 Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle coupe ce segment en son milieu.</p>		<p>(d) est la médiatrice du segment [AB] donc (d) coupe le segment [AB] en son milieu.</p>
<p>P 5 Si un triangle est rectangle alors son cercle circonscrit a pour centre le milieu de son hypoténuse.</p>		<p>ABC est un triangle rectangle d'hypoténuse [AB] donc le centre de son cercle circonscrit est le milieu de [AB].</p>
<p>P 6 Si, dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté alors elle passe par le milieu du troisième côté.</p>		<p>Dans le triangle ABC, I est le milieu de [AB] et la parallèle (d) à (BC) coupe [AC] en J donc J est le milieu de [AC].</p>

Démontrer que deux droites sont parallèles

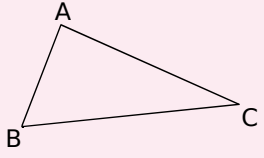
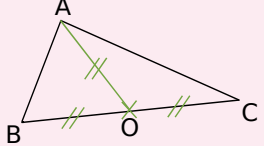
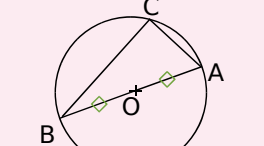
<p>P 7 Si deux droites sont parallèles à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.</p>		<p>$(d_1) \parallel (d_2)$ et $(d_2) \parallel (d_3)$ donc $(d_1) \parallel (d_3)$.</p>
<p>P 8 Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.</p>		<p>$(d_1) \perp (d_3)$ et $(d_2) \perp (d_3)$ donc $(d_1) \parallel (d_2)$.</p>
<p>P 9 Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles. (Ceci est aussi vrai pour les losanges, rectangles et carrés qui sont des parallélogrammes particuliers.)</p>		<p>ABCD est un parallélogramme donc $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$.</p>

<p>P 10 Si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes de même mesure alors ces droites sont parallèles.</p>		<p>Les droites (vt) et (uy) sont coupées par la sécante (zw), \widehat{vGw} et \widehat{zEy} sont alternes-internes et de même mesure donc $(vt) \parallel (uy)$.</p>
<p>P 11 Si deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondants de même mesure alors ces droites sont parallèles.</p>		<p>Les droites (vt) et (uy) sont coupées par la sécante (zw), \widehat{zGt} et \widehat{zEy} sont correspondants et de même mesure donc $(vt) \parallel (uy)$.</p>
<p>P 12 Si, dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté.</p>		<p>Dans le triangle ABC, I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [AC] donc (IJ) est parallèle à (BC).</p>
<p>P 13 Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.</p>		<p>Les droites (d) et (d') sont symétriques par rapport au point O donc $(d) \parallel (d')$.</p>

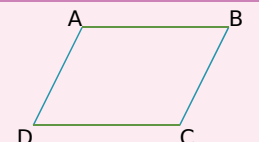
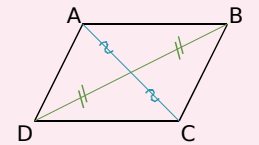
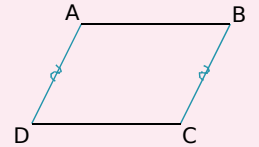
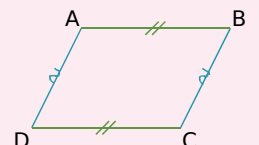
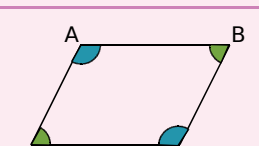
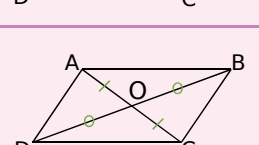
Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

<p>P 14 Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.</p>		<p>$(d_1) \perp (d_3)$ et $(d_1) \parallel (d_2)$ donc $(d_2) \perp (d_3)$.</p>
<p>P 15 Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires. (Ceci est aussi vrai pour le carré qui est un losange particulier.)</p>		<p>ABCD est un losange donc $(AC) \perp (BD)$.</p>
<p>P 16 Si un quadrilatère est un rectangle alors ses côtés consécutifs sont perpendiculaires. (Ceci est aussi vrai pour le carré qui est un rectangle particulier.)</p>		<p>ABCD est un rectangle donc $(AB) \perp (BC)$, $(BC) \perp (CD)$, $(CD) \perp (AD)$ et $(AD) \perp (AB)$.</p>
<p>P 17 Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment.</p>		<p>(d) est la médiatrice du segment [AB] donc (d) est perpendiculaire à [AB].</p>
<p>P 18 Si une droite est tangente à un cercle en un point alors elle est perpendiculaire au rayon de ce cercle qui a pour extrémité ce point.</p>		<p>(d) est tangente en M au cercle de centre O donc (d) est perpendiculaire à [OM].</p>

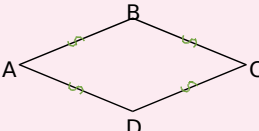
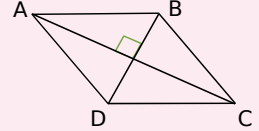
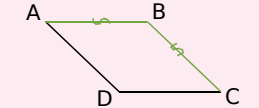
Démontrer qu'un triangle est rectangle

<p>P 19 <u>Réciproque du théorème de Pythagore :</u> Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors le triangle est rectangle et il admet ce plus grand côté pour hypoténuse.</p>		<p>Dans le triangle ABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc le triangle ABC est rectangle en A.</p>
<p>P 20 Si, dans un triangle, la longueur de la médiane relative à un côté est égale à la moitié de la longueur de ce côté alors ce triangle est rectangle et il admet ce côté pour hypoténuse.</p>		<p>Dans le triangle ABC, O est le milieu de [BC] et $OA = \frac{BC}{2}$ donc le triangle ABC est rectangle en A.</p>
<p>P 21 Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés alors il est rectangle et il admet ce diamètre pour hypoténuse.</p>		<p>C appartient au cercle de diamètre [AB] donc ABC est un triangle rectangle en C.</p>


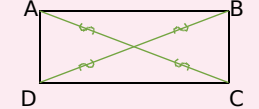
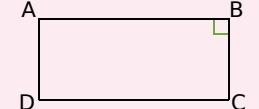
Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

<p>P 22 Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.</p>		<p>Dans le quadrilatère ABCD, (AB) // (CD) et (AD) // (BC) donc ABCD est un parallélogramme.</p>
<p>P 23 Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.</p>		<p>Dans le quadrilatère ABCD, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu. Donc ABCD est un parallélogramme.</p>
<p>P 24 Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.</p>		<p>Dans le quadrilatère non croisé ABCD, (AD) // (BC) et AD = BC donc ABCD est un parallélogramme.</p>
<p>P 25 Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de la même longueur deux à deux alors c'est un parallélogramme.</p>		<p>Dans le quadrilatère non croisé ABCD, AB = CD et AD = BC donc ABCD est un parallélogramme.</p>
<p>P 26 Si un quadrilatère non croisé a ses angles opposés de la même mesure alors c'est un parallélogramme.</p>		<p>Dans le quadrilatère non croisé ABCD, $\hat{A} = \hat{C}$ et $\hat{B} = \hat{D}$ donc ABCD est un parallélogramme.</p>
<p>P 27 Si un quadrilatère non croisé a un centre de symétrie alors c'est un parallélogramme.</p>		<p>O est centre de symétrie du quadrilatère ABCD donc ABCD est un parallélogramme.</p>

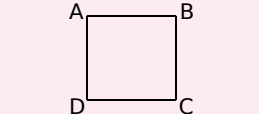
Démontrer qu'un quadrilatère est un losange

<p>P 28 Si un quadrilatère a ses côtés de la même longueur alors c'est un losange.</p>		<p>Dans le quadrilatère ABCD, $AB = BC = CD = DA$ donc ABCD est un losange.</p>
<p>P 29 Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.</p>		<p>ABCD est un parallélogramme et $(AC) \perp (BD)$ donc ABCD est un losange.</p>
<p>P 30 Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de la même longueur alors c'est un losange.</p>		<p>ABCD est un parallélogramme et $AB = BC$ donc ABCD est un losange.</p>

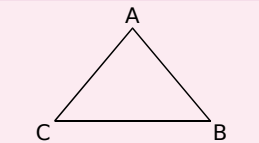
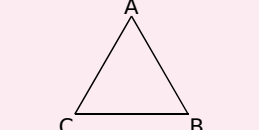
Démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle

<p>P 31 Si un quadrilatère possède trois angles droits alors c'est un rectangle.</p>		<p>ABCD possède trois angles droits donc ABCD est un rectangle.</p>
<p>P 32 Si un parallélogramme a ses diagonales de la même longueur alors c'est un rectangle.</p>		<p>ABCD est un parallélogramme et $AC = BD$ donc ABCD est un rectangle.</p>
<p>P 33 Si un parallélogramme possède un angle droit alors c'est un rectangle.</p>		<p>ABCD est un parallélogramme et $(AB) \perp (BC)$ donc ABCD est un rectangle.</p>

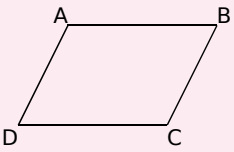
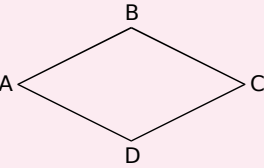
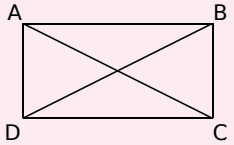
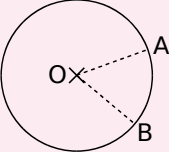
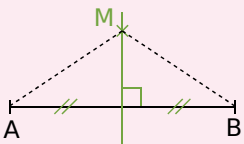
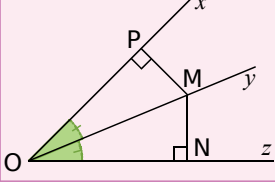
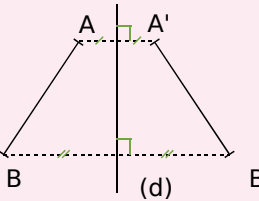
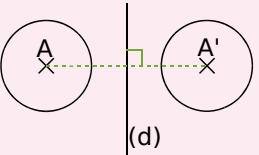
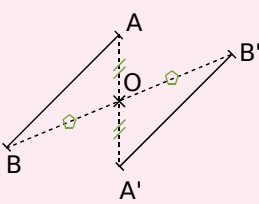
Démontrer qu'un quadrilatère est un carré

<p>P 34 Si un quadrilatère vérifie à la fois les propriétés du losange et du rectangle alors c'est un carré.</p>	
---	--

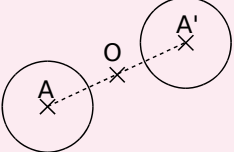
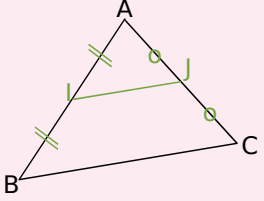
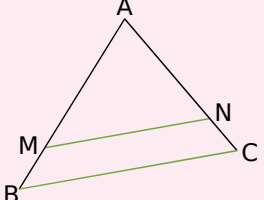
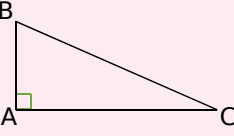
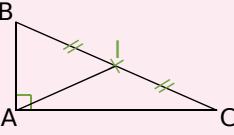
Déterminer la longueur d'un segment

<p>P 35 Si un triangle est isocèle alors il a deux côtés de la même longueur.</p>		<p>ABC est isocèle en A donc $AB = AC$.</p>
<p>P 36 Si un triangle est équilatéral alors il a tous ses côtés de la même longueur.</p>		<p>ABC est équilatéral donc $AB = AC = BC$.</p>

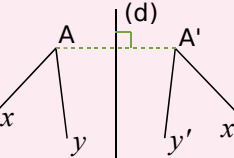
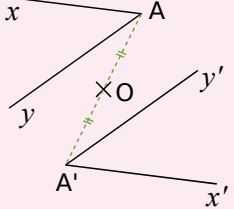
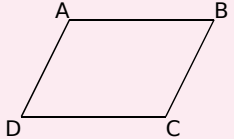
L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations

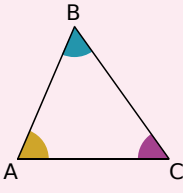
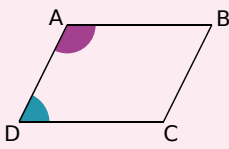
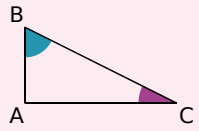
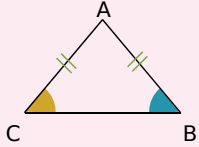
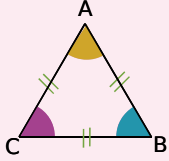
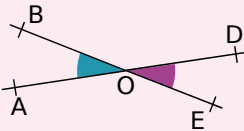
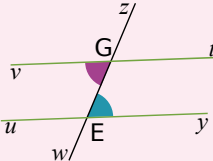
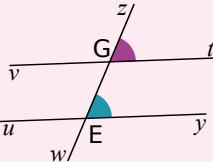
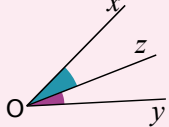
<p>P 37 Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont la même longueur. (C'est également vrai pour les rectangles, les losanges et les carrés qui sont des parallélogrammes particuliers.)</p>		<p>ABCD est un parallélogramme donc $AB = CD$ et $AD = BC$.</p>
<p>P 38 Si un quadrilatère est un losange alors tous ses côtés sont de la même longueur. (C'est également vrai pour les carrés qui sont des losanges particuliers.)</p>		<p>ABCD est un losange donc $AB = BC = CD = DA$.</p>
<p>P 39 Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont la même longueur. (C'est également vrai pour les carrés qui sont des rectangles particuliers.)</p>		<p>ABCD est un rectangle donc $AC = BD$.</p>
<p>P 40 Si deux points appartiennent à un cercle alors ils sont équidistants du centre de ce cercle.</p>		<p>A et B appartiennent au cercle de centre O donc $OA = OB$.</p>
<p>P 41 Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.</p>		<p>M appartient à la médiatrice de [AB] donc $MA = MB$.</p>
<p>P 42 Si un point appartient à la bissectrice d'un angle alors il est situé à la même distance des côtés de cet angle.</p>		<p>M appartient à la bissectrice de l'angle \widehat{xOz} donc $MN = MP$.</p>
<p>P 43 Si deux segments sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont la même longueur.</p>		<p>Les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à l'axe (d) donc $AB = A'B'$.</p>
<p>P 44 Si un cercle est l'image d'un autre cercle par une symétrie alors ils ont le même rayon.</p>		<p>Les cercles de centres A et A' sont symétriques par rapport à (d) donc ils ont le même rayon.</p>
<p>P 45 Si deux segments sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même longueur.</p>		<p>Les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport au point O donc $AB = A'B'$.</p>

L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations

<p>P 46 Si deux cercles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont le même rayon.</p>		<p>Les cercles de centre A et A' sont symétriques par rapport au point O donc ils ont le même rayon.</p>
<p>P 47 Si, dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.</p>		<p>Dans le triangle ABC, I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [AC] donc $IJ = \frac{BC}{2}$.</p>
<p>P 48 <u>Théorème de proportionnalité des longueurs dans un triangle.</u></p>		<p>Dans le triangle ABC, M est un point de [AB], N un point de [AC] et (MN) est parallèle à (BC) donc : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.</p>
<p>P 49 <u>Théorème de Pythagore :</u> Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.</p>		<p>ABC est un triangle rectangle en A donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$.</p>
<p>P 50 Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de la longueur de l'hypoténuse.</p>		<p>ABC est un triangle rectangle en A et I est le milieu de [BC] donc $AI = \frac{BC}{2}$.</p>

Déterminer la mesure d'un angle

<p>P 51 Si deux angles sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont la même mesure.</p>		<p>\widehat{xAy} et $\widehat{x'A'y'}$ sont symétriques par rapport à l'axe (d) donc $\widehat{xAy} = \widehat{x'A'y'}$.</p>
<p>P 52 Si deux angles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même mesure.</p>		<p>\widehat{xAy} et $\widehat{x'A'y'}$ sont symétriques par rapport au point O donc $\widehat{xAy} = \widehat{x'A'y'}$.</p>
<p>P 53 Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses angles opposés ont la même mesure. (C'est également vrai pour les losanges, les rectangles et les carrés qui sont des parallélogrammes particuliers.)</p>		<p>ABCD est un parallélogramme donc $\widehat{ABC} = \widehat{CDA}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$.</p>

<p>P 54 Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.</p>		<p>Dans le triangle ABC, $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$.</p>
<p>P 55 Si un quadrilatère est un parallélogramme alors deux de ses angles consécutifs sont supplémentaires.</p>		<p>ABCD est un parallélogramme donc $\widehat{CDA} + \widehat{DAB} = 180^\circ$.</p>
<p>P 56 Si un triangle est rectangle alors ses angles aigus sont complémentaires.</p>		<p>ABC est un triangle rectangle en A donc $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$.</p>
<p>P 57 Si un triangle est isocèle alors ses angles à la base ont la même mesure.</p>		<p>ABC est un triangle isocèle en A donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.</p>
<p>P 58 Si un triangle est équilatéral alors ses angles mesurent 60°.</p>		<p>ABC est un triangle équilatéral donc $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60^\circ$.</p>
<p>P 59 Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.</p>		<p>Les angles \widehat{AOB} et \widehat{DOE} sont opposés par le sommet donc $\widehat{AOB} = \widehat{DOE}$.</p>
<p>P 60 Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles alternes-internes qu'elles forment sont de même mesure.</p>		<p>Les angles alternes internes sont déterminés par les droites (vt) et (uy) qui sont parallèles et la sécante (zw) donc $\widehat{vGw} = \widehat{zEy}$.</p>
<p>P 61 Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles correspondants qu'elles forment sont de même mesure.</p>		<p>Les angles correspondants sont déterminés par les droites (vt) et (uy) qui sont parallèles et la sécante (zw) donc $\widehat{zGt} = \widehat{zEy}$.</p>
<p>P 62 Si une droite est la bissectrice d'un angle alors elle partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.</p>		<p>La droite (Oz) est la bissectrice de l'angle \widehat{xOy} donc $\widehat{xOz} = \widehat{zOy}$.</p>

Démontrer avec les droites remarquables du triangle

<p>P 63 Si deux points sont symétriques par rapport à une droite alors cette droite est la médiatrice du segment ayant pour extrémités ces deux points.</p>		<p>M' est le symétrique de M par rapport à la droite (d) donc (d) est la médiatrice du segment $[MM']$.</p>
<p>P 64 Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il est situé sur la médiatrice de ce segment.</p>		<p>$MA = MB$ donc M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$.</p>
<p>P 65 Si, dans un triangle, une droite passe par un sommet et est perpendiculaire au côté opposé alors c'est une hauteur du triangle.</p>		<p>Dans le triangle ABC, (d) passe par le sommet C et est perpendiculaire au côté opposé $[AB]$ donc (d) est une hauteur du triangle ABC.</p>
<p>P 66 Si, dans un triangle, une droite passe par un sommet et par le milieu du côté opposé alors c'est une médiane du triangle.</p>		<p>Dans le triangle ABC, (d) passe par le sommet C et par le milieu du côté opposé $[AB]$ donc (d) est une médiane du triangle ABC.</p>
<p>P 67 Si une droite partage un angle en deux angles égaux alors cette droite est la bissectrice de l'angle.</p>		<p>$\widehat{xOy} = \widehat{yOz}$ donc (Oy) est la bissectrice de l'angle \widehat{xOz}.</p>
<p>P 68 Si un point est situé à la même distance des côtés d'un angle alors il appartient à la bissectrice de cet angle.</p>		<p>$MP = MN$ donc M appartient à la bissectrice de l'angle \widehat{xOz}.</p>