

1 À la recherche du bon théorème

a. Sur les figures suivantes, les droites repassées en gras sont parallèles. Indique, si possible, le numéro du théorème que tu peux appliquer parmi les trois théorèmes suivants :

Théorème 1 : « Si dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté. »

Théorème 2 : « Si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté. »

Théorème 3 : « Si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté alors elle passe par le milieu du troisième côté. »

b. Colorie en vert le triangle que tu utilises.

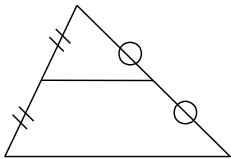


fig 1 : th

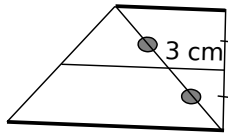


fig 2 : th

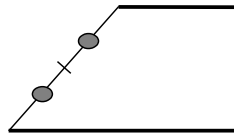


fig 3 : th

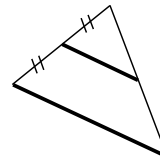


fig 4 : th

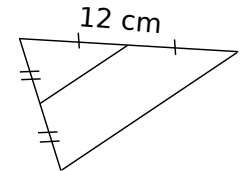


fig 5 : th

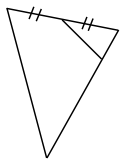


fig 6 : th

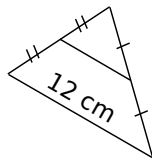


fig 7 : th

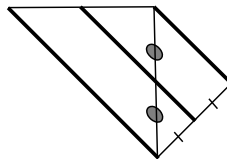


fig 8 : th

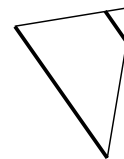


fig 9 : th

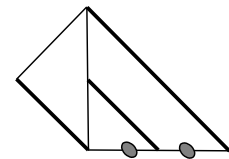
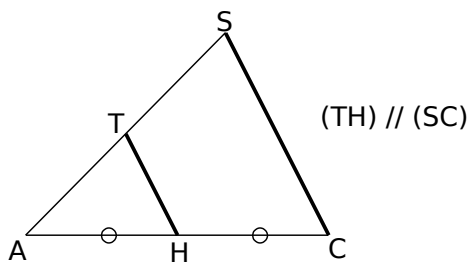


fig 10 : th

2 Montre que T est le milieu du segment [AS].



Données :

.....

.....

Propriété :

.....

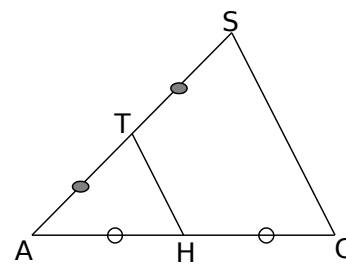
.....

.....

Conclusion :

.....

3 Montre que (CS) et (TH) sont parallèles.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4 Sans la figure

a. Construis un triangle CHN tel que $CH = 2,3$ cm ; $CN = 3$ cm et $NH = 4$ cm. Construis le point I symétrique du point C par rapport à H et le point E symétrique du point C par rapport à N.

b. Montre que les droites (HN) et (IE) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. Calcule IE.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

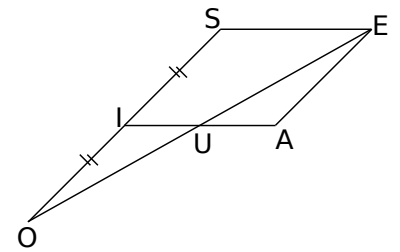
.....

.....

.....

Ainsi $IE =$

5 AISE est un parallélogramme tel que $SE = 2$ cm et $IS = 1,8$ cm.



a. Que peux-tu dire des droites (UI) et (ES) ? Justifie.

.....

.....

.....

b. Montre que U est le milieu du segment [OE].

.....

.....

.....

.....

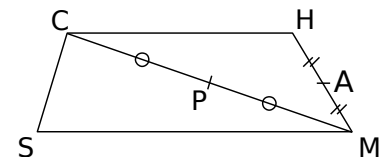
.....

c. Calcule UI.

.....

.....

6 CHMS est un trapèze dont les côtés [CH] et [MS] sont parallèles.



a. Montre que (CH) et (PA) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. Montre que (PA) et (MS) sont parallèles.

.....

.....

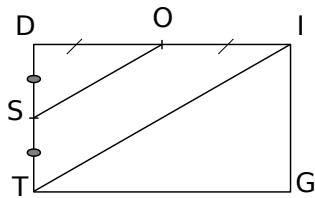
.....

.....

.....

.....

7 DIGT est un rectangle tel que $DI = 5,6$ cm et $DT = 3,2$ cm.



a. Donne la valeur arrondie au dixième de TI .

b. Déduis-en la valeur arrondie au dixième de OS .

8 Dans le triangle ABC , les points I , J , K et L sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[AC]$, $[AI]$ et $[AJ]$.

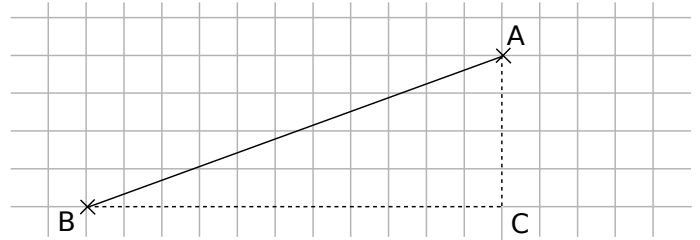
a. Montre que $KL = \frac{1}{2} IJ$.

b. Montre que $IJ = \frac{1}{2} BC$.

c. Déduis-en que $KL = \frac{1}{4} BC$.

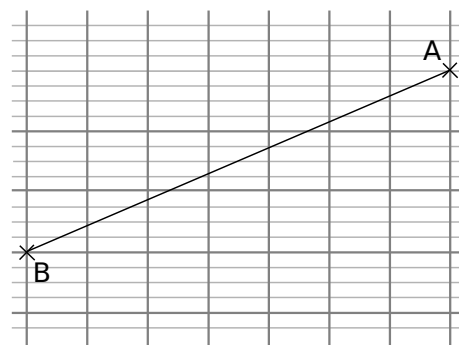
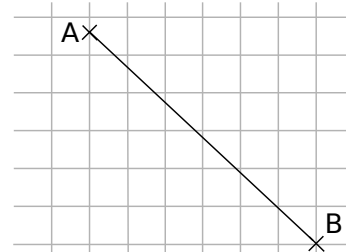
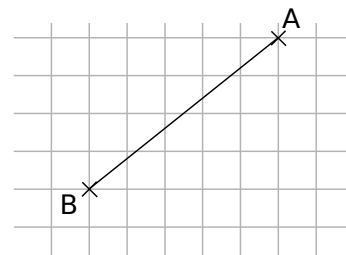
9 En utilisant les carreaux !

a. Sur le dessin ci-dessous, place le point J milieu du segment $[AC]$ puis trace la droite parallèle à (BC) passant par J . Elle coupe $[AB]$ en I .



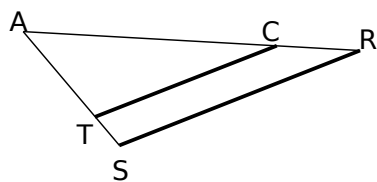
b. Montre que I est le milieu du segment $[AB]$.

c. Utilise la méthode précédente pour construire le milieu du segment $[AB]$ dans chaque cas.



1 Dans chaque cas, écris les rapports égaux. (Les droites en gras sont parallèles.)

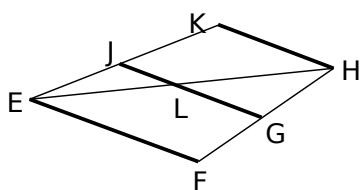
Figure 1



a. Dans le triangle ARS,

donc $\frac{AT}{\dots\dots} = \frac{AC}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{SR}$.

Figure 2



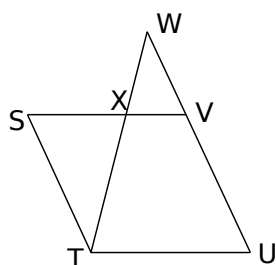
b. Dans le triangle EFH,

donc $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

c. Dans le triangle

donc $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

Figure 3

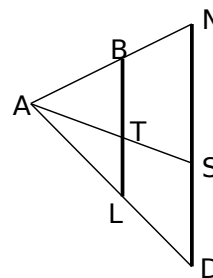


STUV est un parallélogramme

d. Dans le triangle

donc $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

Figure 4

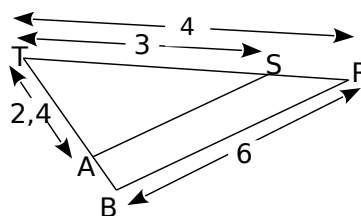


e. Dans le triangle ASN,

donc $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

f. Dans le triangle ADN,

2 Les droites (AS) et (BR) sont parallèles. Les longueurs données sur la figure sont en centimètres.



Calcule la longueur des segments [AS] et [TB].

En remplaçant par les données numériques, on a :

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

Calcul de TB :

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

d'où $TB \times \dots\dots = \dots\dots$

soit $TB = \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots}$

Donc $TB = \dots\dots$ cm.

Calcul de AS :

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

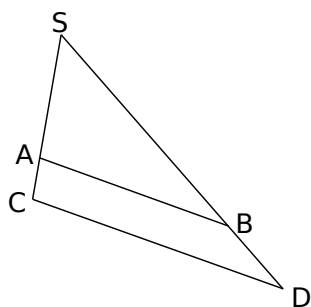
d'où $AS \times \dots\dots = \dots\dots$

soit $AS = \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots}$

Donc $AS = \dots\dots$ cm.

3 On considère la figure ci-dessous dans laquelle les droites (AB) et (CD) sont parallèles. De plus $SA = 3$ cm, $AB = 4$ cm et $CD = 5,5$ cm.

a. Place les mesures sur la figure et repasse les droites parallèles en vert



b. Calcule la longueur SC. (Tu arrondiras le résultat au millimètre.)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4 *En construisant d'abord*

a. Ci-dessous, construis un triangle RUD tel que $RU = 3$ cm, $RD = 3,6$ cm et $UD = 4$ cm. Place le point A sur la demi-droite [RU) tel que $RA = 5$ cm. Trace la parallèle à (UD) passant par A. Elle coupe (RD) en B. Elle coupe (SD) en C.

b. Calcule la valeur exacte de AB et de RB puis

l'arrondi au millimètre de RB.

.....

.....

.....

.....

.....

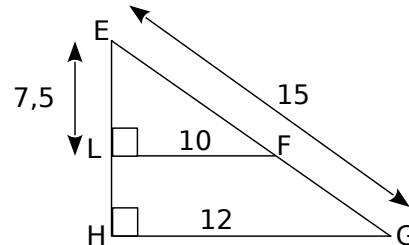
.....

.....

.....

.....

5 *En démontrant d'abord*



a. Démontre que (LF) et (HG) sont parallèles.

b. Calcule EH, EF et FG.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

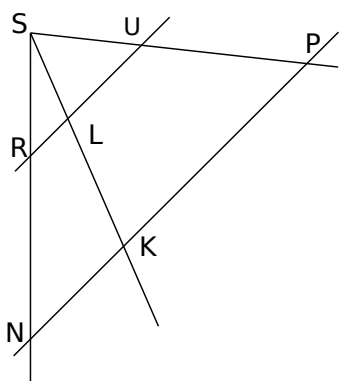
.....

.....

.....

6 Sur la figure ci-dessous, les droites (UR) et

(NP) sont parallèles. On sait que $SU = 25$ mm, $SP = 7$ cm et $RL = 9$ mm.



a. Dans quels triangles peux-tu écrire des rapports égaux ? Pourquoi ?

.....

b. Écris les rapports égaux dans les triangles demandés.

Dans le triangle SPK,

.....

Dans le triangle SKN,

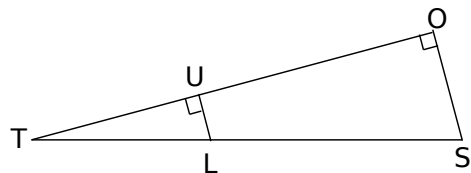
.....

c. Dédus-en des rapports égaux permettant de calculer NK, puis calcule cette longueur.

.....

7 Extrait du brevet : éclipse de Soleil

Tom observe une éclipse de Soleil. Cette situation est schématisée sur le dessin ci-dessous.



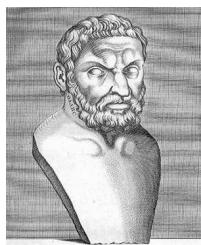
Tom observe du point T ; le point S représente le centre du Soleil ; le point L représente le centre de la Lune. Les points T, L et S sont alignés. Le rayon du Soleil SO mesure environ 695 000 km ; le rayon de la Lune LU mesure environ 1 736 km.

La distance TS est égale à 150 millions de km.

Calcule la distance TL . (Tu donneras l'arrondi au kilomètre.)

.....

1 Voici la gravure que donne l'encyclopédie Wikipedia pour illustrer le mathématicien grec Thalès de Milet.



Indique sous chaque image si elle correspond à une réduction, à un agrandissement ou à une déformation de cette gravure.

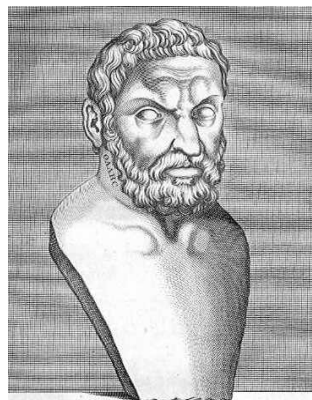


Photo 1



Photo 2



Photo 3



Photo 4

2 Pour chacune des figures 2, 3 et 4, précise si c'est un agrandissement ou une réduction de la figure 1 et indique le rapport.

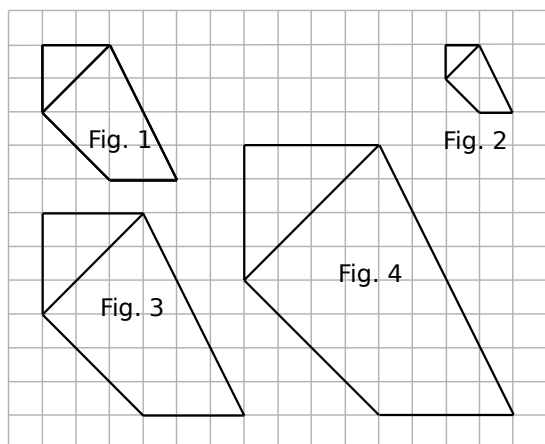


Fig. 2 :

Fig. 3 :

Fig. 4 :

3 On reprend les figures de l'exercice 2. Complète chaque phrase en précisant si c'est un agrandissement ou une réduction, et le rapport.

a. La figure 2 par rapport à la figure 1 est

b. La figure 4 par rapport à la figure 1 est

Écris deux autres phrases similaires de ton choix.

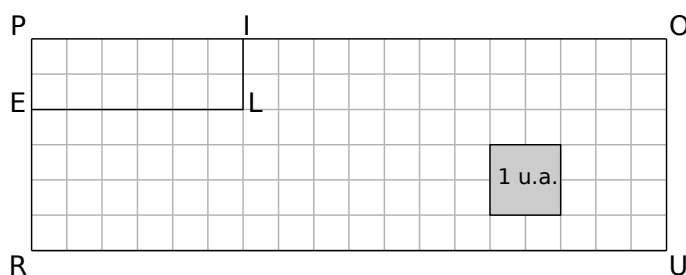
c.

d.

4 Complète le tableau.

Distance sur la figure de départ	Rapport	Distance sur la figure d'arrivée
3 cm	3	
15 m	0,8	
	7,5	225 mm
	$\frac{2}{5}$	1,24 cm
2,5 cm		10 cm
2 dm		2,4 dm
9,3 m		6,2 m

5 On considère la figure suivante.



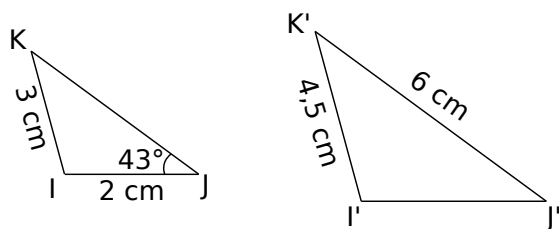
a. POUR est un agrandissement de PILE de rapport

b. PILE est une réduction de POUR de rapport

c. Quelle est l'aire en unités d'aire (u. a.) de POUR ? | de PILE ?

d. Quel est le rapport entre ces deux aires ?

6 On a représenté ci-dessous un triangle I'J'K' qui est un agrandissement du triangle IJK.



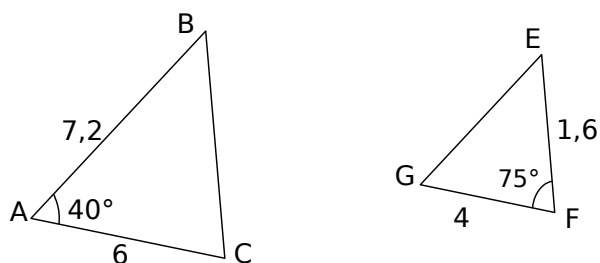
a. Détermine le rapport k d'agrandissement sous forme fractionnaire puis sous forme décimale.

b. Calcule la longueur I'J'.

c. Calcule la longueur KJ.

d. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{I'J'K'}$.

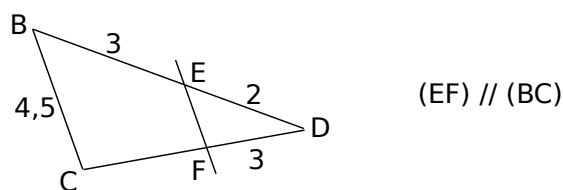
7 Le triangle EFG est une réduction du triangle ABC, complète les mesures de longueurs et d'angles manquantes.



8 Soit le triangle IJK tel que $\widehat{IJK} = 80^\circ$; $IJ = 2$ cm et $JK = 4$ cm. Construis-en un agrandissement de rapport 1,25.

9 Soit le triangle ABC tel que $\widehat{ABC} = 70^\circ$; $\widehat{BAC} = 53^\circ$ et $AB = 14$ m. Construis-en une réduction de rapport $\frac{1}{200}$.

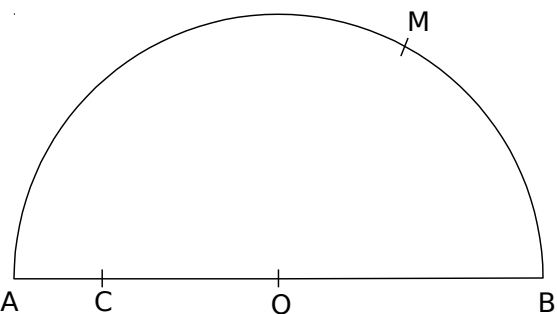
10 Avec le théorème de Thalès



a. Calcule EF et CD, en justifiant ta réponse.

b. Le triangle EFD est-il une réduction du triangle ABC ? Si oui, donne le rapport de réduction.

1 On a tracé un demi-cercle de centre O et de diamètre [AB] et on a placé un point M sur le demi-cercle et un point C sur [AO].



a. Construis le point D symétrique du point C par rapport au point O.

- Trace les droites parallèles à (OM) passant par C et D. Elles coupent le demi-cercle respectivement en E et F.
- Soit P et S les points d'intersection respectifs de (OM) avec (CF) et (EF).

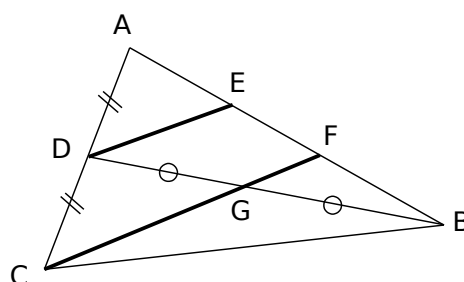
On veut montrer que le triangle CEF est rectangle.

b. Démontre que P est le milieu de [CF] et S celui de [EF].

c. Démontre que (OS) est la médiatrice de [EF].

d. Démontre que le triangle CEF est rectangle.

2 Sur la figure ci-contre, les droites tracées en gras sont parallèles et $AB = 6$ cm.

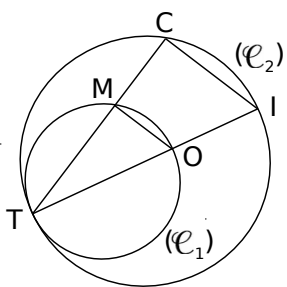


a. Démontre que E est le milieu de [AF].

b. Démontre que F est le milieu de [EB].

c. Déduis-en les mesures de [AE], [EF] et [FB].

3 Des cercles



On a tracé deux cercles (\mathcal{C}_1) et (\mathcal{C}_2) de diamètres respectifs $[TO]$ et $[TI]$.

$TO = 3,5 \text{ cm}$;
 $TI = 5,6 \text{ cm}$.

a. Démontre que TOM et TIC sont rectangles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. Pourquoi le triangle TIC est-il un agrandissement du triangle TOM ? Quel est le coefficient d'agrandissement ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. Sachant que $OM = 2,1 \text{ cm}$, calcule MT . Déduis-en les longueurs IC et TC .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4 a. Trace un cercle (\mathcal{C}) de centre O et diamètre $7,2 \text{ cm}$. Place un point A sur le cercle.

- Place un point M_1 sur le cercle. Marque en vert le milieu I_1 de $[AM_1]$.
- Recommence avec un point M_2 sur le cercle et le milieu I_2 de $[AM_2]$, puis un point M_3 sur le cercle etc...

b. Où semblent se trouver les points I_1, I_2, I_3, \dots ?

.....

.....

c. Justifie cette conjecture. Pour cela, appelle O' le milieu du segment $[AO]$. Trace le triangle AOM_1 et calcule la longueur $O'I_1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d. Si tu fais le même raisonnement dans le triangle AOM_2 , à quelle conclusion aboutis-tu ?

.....

.....

e. Démontre que les points I_1, I_2, I_3, \dots sont sur un cercle dont tu préciseras le centre et le rayon.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

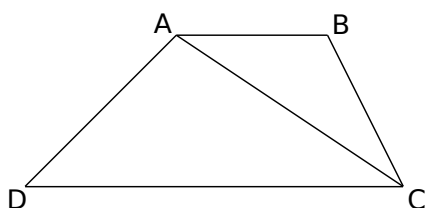
.....

.....

.....

.....

5 On considère le trapèze ci-dessous dans lequel (AB) est parallèle à (DC).



a. Place les points R, S et T milieux respectifs de [AD], [AC] et [BC].

On veut démontrer que R, S et T sont alignés.

b. Démontre que (RS) est parallèle à (DC).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. Démontre que (ST) est parallèle à (AB).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d. Démontre que les points R, S et T sont alignés.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

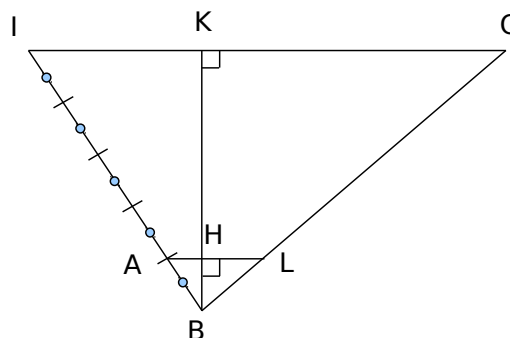
.....

.....

.....

.....

6 *Agrandissement et aires*



a. Quelle est la valeur numérique de $\frac{BA}{BI}$?

b. Montre que les droites (LA) et (CI) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. Calcule BK en fonction de BH. Justifie.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d. Calcule CI en fonction de LA. Justifie.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e. Montre que l'aire du triangle BIC est 25 fois plus grande celle du triangle BAL.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....