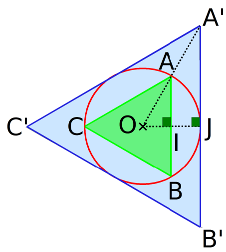
1 Approximation de π

1re Partie : Travail préliminaire



On considère un cercle de rayon 1 dm et de centre O, un triangle équilatéral ABC inscrit dans ce cercle et un triangle équilatéral A'B'C' exinscrit, comme sur la figure ci-contre. Les points I et J sont les pieds des hauteurs issues de O respectivement dans les triangles OAB et OA'B'.

a. Exprime, en décimètres, le périmètre du cercle en fonction de π.

b. Calcule les mesures de $\widehat{AOB}$ et $\widehat{A'OB'}$.

c. Calcule les valeurs exactes de AI et A'J.

d. Encadre le périmètre du cercle par les périmètres des triangles ABC et A'B'C' que tu auras préalablement calculés.

e. Déduis-en un encadrement de la valeur du nombre π.

2e Partie : Travail en groupe

f. En reproduisant la procédure de la partie précédente, chaque groupe doit trouver de nouveaux encadrements de π.
Chaque élève du groupe devra pour cela encadrer le périmètre du cercle précédent par les périmètres de deux polygones réguliers de son choix.

g. Mettez en commun les résultats trouvés à l'aide d'un tableau. Quels sont les polygones qui donnent la meilleure approximation ?

3e Partie : Utilisation d'un tableur

h. On encadre maintenant le cercle initial par deux polygones réguliers à n sommets ABCD et A'B'C'D'. Calculez les mesures des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{A'OB'}$ en fonction de n.

i. En s'inspirant de la méthode utilisée dans les parties précédentes, montrez que :

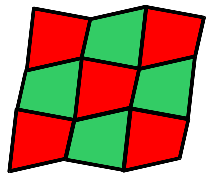
$$AB = 2 \times \sin\left(\frac{\widehat{AOB}}{2}\right) \quad \text{et} \quad A'B' = 2 \times \tan\left(\frac{\widehat{AOB}}{2}\right).$$

j. Déduisez-en un encadrement de la valeur de π en fonction de n.

k. À l'aide d'un tableur, donnez une succession d'encadrements de π et une valeur approchée à 10^{-5} près.
<u>Remarque</u> : les tableurs utilisent des mesures d'angles en radians. Pour convertir la mesure d'un angle en radians, utiliser la fonction « RADIANS(...) » en indiquant dans la parenthèse la mesure en degrés.

2 Pavages

1re Partie : Pavage simple



a. Chaque groupe dessine un quadrilatère quelconque convexe puis chaque élève du groupe le reproduit à l'identique et le colorie en rouge.

b. Chaque élève dessine ensuite l'image de ce quadrilatère par une symétrie de centre un des milieux des côtés du quadrilatère puis la colorie en vert.

c. Découpez puis agencez tous les quadrilatères ainsi construits, de manière à paver une surface.

2e Partie : Pavage semi-régulier

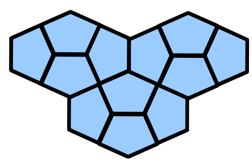
d. Chaque élève du groupe construit au moins un triangle équilatéral, un carré, un hexagone régulier et un octogone régulier, tous de côté 4 cm et les découpe.

e. En mettant en commun tous les polygones construits par les élèves du groupe, recherchez tous les pavages réguliers possibles, c'est-à-dire en n'utilisant qu'un seul type de polygone pour un même pavage.

f. Recherchez maintenant tous les pavages semi-réguliers possibles, c'est-à-dire en s'autorisant à utiliser plusieurs types de polygones réguliers pour un même pavage.

g. Recherchez sur internet le nombre de pavages semi-réguliers possibles.

3e Partie : Pavage du Caire



h. Chaque groupe construit un pentagone du Caire ABCDE en suivant le programme de tracé suivant.

- Tracer un segment [AB] de longueur 5 cm et sa médiatrice (uv) ;
- I étant le milieu de [AB], tracer les deux bissectrices des angles $\widehat{AIu}$ et $\widehat{BIu}$;
- le cercle de centre B passant par A coupe la bissectrice de l'angle $\widehat{BIu}$ en C, et par symétrie, le cercle de centre A passant par B rencontre l'autre bissectrice en E ;
- la perpendiculaire en C à (BC) coupe la médiatrice en D.

i. Chaque élève reproduit le pentagone individuellement puis le colorie à sa guise.

j. Découpez et agencez tous les pentagones des élèves de la classe pour paver une surface.