

1 Formules d'Al-Kashi

1^{re} Partie : Un peu de recherche

- Recherchez dans un dictionnaire, une encyclopédie ou sur Internet, des informations sur les mathématiciens Al-Kashi et Pythagore.
- Al-Kashi est célèbre pour les formules suivantes qui portent son nom.

« Dans un triangle ABC, on a :
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos \widehat{BAC}$,
 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times \cos \widehat{ABC}$,
 $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \times AC \times BC \times \cos \widehat{ACB}$. »

Expliquez pourquoi chacune de ces formules porte aussi le nom de « théorème de Pythagore généralisé ».

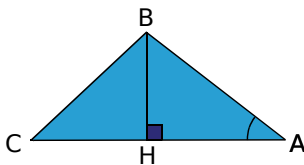
- Préparez avec ces informations un panneau ou un diaporama.

2^e Partie : Quelques tests

- Chaque membre du groupe construit un triangle ABC tel que $AB = 6$ cm et $AC = 5$ cm. Pour le premier, $\widehat{BAC} = 45^\circ$; pour le deuxième, $\widehat{BAC} = 60^\circ$ et pour le troisième, $\widehat{BAC} = 30^\circ$.
- À l'aide des formules d'Al-Kashi et des valeurs remarquables de $\cos 30^\circ$; $\cos 45^\circ$ et $\cos 60^\circ$, calculez la valeur exacte de BC dans chacun des trois triangles. Calculez ensuite les valeurs arrondies au centième de chacun des résultats.

3^e Partie : Démonstration

Sur la figure ci-dessous, [BH] est la hauteur issue de B dans le triangle ABC.

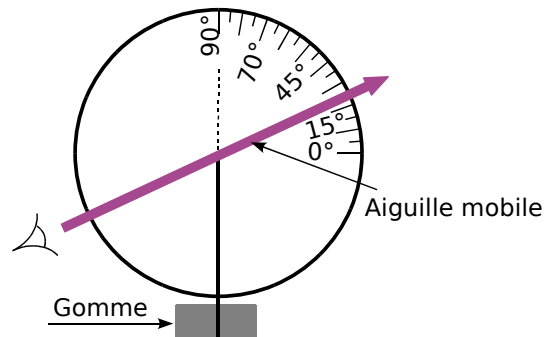


- Pourquoi peut-on utiliser les formules de trigonométrie dans les triangles ABH et BCH ?
- Calculez HA en fonction de l'angle \widehat{BAC} et de AB.
- Déduisez-en une expression de CH en fonction de l'angle \widehat{BAC} , de AB et de AC.
- En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABH, calculez une expression de BH^2 .
- En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle BCH, calculez une expression de BC^2 .
- En utilisant les identités remarquables, réduisez l'expression de BC et retrouvez la première formule d'Al-Kashi (donnée dans la première partie).

2 Triangulation

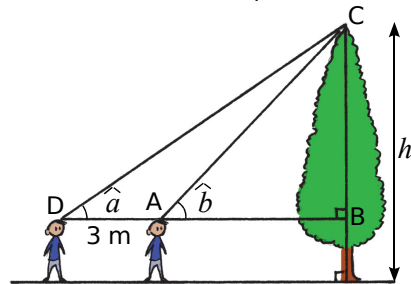
1^{re} Partie : Fabrication d'un viseur

- Dans une feuille de carton rigide, découpez un disque de rayon 10 cm.
- En son centre, avec une attache parisienne, fixez une aiguille plus longue que le diamètre du cercle et un fil au bout duquel vous nouerez une petite gomme.
- Sur un quart du cercle, graduez tous les degrés (inspirez-vous du modèle ci-dessous). Tracez le diamètre au niveau de la graduation 90° . (Il servira à positionner le viseur verticalement au moment de prendre des mesures sur le terrain.)



2^e Partie : Sur le terrain

- Choisissez un objet à mesurer (clocher, arbre...). Munissez-vous du viseur et d'un mètre.
- À l'aide du viseur, prenez les deux mesures d'angles \hat{a} et \hat{b} comme indiqué ci-dessous.



3^e Partie : Interprétation des observations

- Dans le triangle ABC, exprimez la longueur AB en fonction de BC et de \hat{b} . Déduisez-en la longueur DB en fonction de BC et de \hat{b} .
- Dans le triangle BCD, exprimez $\tan \hat{a}$. Vous venez d'obtenir une équation d'inconnue BC. Résolvez cette équation.
- Utilisez les données obtenues avec le viseur pour calculer la longueur BC. Déduisez-en une valeur approchée de la hauteur h .