

I - Angle inscrit

→ ex 1 et 2

Définitions

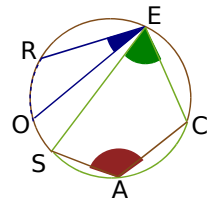
Un **angle inscrit dans un cercle** est un angle dont le sommet est un point du cercle et dont les côtés coupent le cercle en des points distincts du sommet.
La portion de cercle comprise entre les deux côtés de l'angle s'appelle l'**arc de cercle intercepté**.

Exemple 1 : Donne le nom des arcs de cercle interceptés par les angles inscrits dans le cercle ci-dessous.

L'angle inscrit \widehat{REO} intercepte le petit arc de cercle \widehat{RO} .

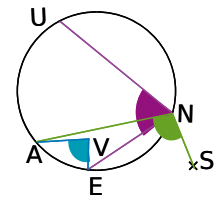
L'angle inscrit \widehat{SEC} intercepte le petit arc de cercle \widehat{SC} .

L'angle inscrit \widehat{SAC} intercepte le grand arc de cercle \widehat{SC} .



Exemple 2 : Les angles \widehat{UNE} ; \widehat{AVE} et \widehat{ANS} sont-ils des angles inscrits dans le cercle (\mathcal{C}) ? Si oui, donne le nom de l'arc intercepté.

- Le sommet de l'angle \widehat{UNE} appartient au cercle et ses côtés recoupent le cercle (\mathcal{C}) en U et E : l'angle \widehat{UNE} est un angle inscrit dans le cercle (\mathcal{C}). Il intercepte l'arc \widehat{UE} .
- Le sommet de l'angle \widehat{AVE} n'est pas un point du cercle : l'angle \widehat{AVE} n'est pas un angle inscrit dans le cercle (\mathcal{C}).
- Le côté [NS] de l'angle \widehat{ANS} ne coupe le cercle qu'en N : l'angle \widehat{ANS} n'est pas un angle inscrit dans le cercle (\mathcal{C}).



Propriété

Si deux angles sont **inscrits dans un même cercle** et s'ils **interceptent le même arc**, alors ils ont la même mesure.

Exemple 3 : Sur la figure ci-contre, l'angle \widehat{OTE} mesure 67° .
Détermine la mesure de l'angle \widehat{OLE} .

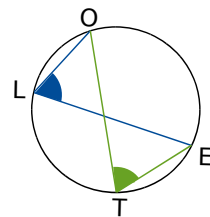
Les angles \widehat{OTE} et \widehat{OLE} sont inscrits dans le cercle (\mathcal{C}).

Ils interceptent tous les deux l'arc \widehat{OE} .

Donc ils ont la même mesure.

L'angle \widehat{OTE} mesure 67° .

Donc l'angle \widehat{OLE} mesure 67° .



II - Angle au centre

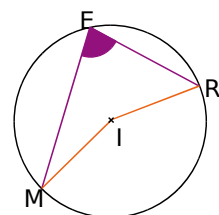
→ ex 3

Définitions

Un **angle au centre** du cercle (\mathcal{C}) est un angle dont le sommet est le centre du cercle (\mathcal{C}).
La portion de cercle comprise entre les deux côtés de l'angle s'appelle l'**arc de cercle intercepté**.

Exemple 1 : Sur la figure ci-contre, I est le centre du cercle.
Quel est l'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{MER} ?

L'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{MER} est l'angle \widehat{MIR} .
Ces deux angles interceptent le même arc.



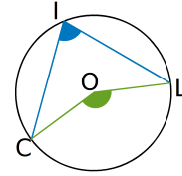
Propriété

Si un **angle inscrit** dans un cercle et un **angle au centre** (son sommet est le centre du cercle) interceptent le même arc de cercle, alors l'angle au centre mesure le double de l'angle inscrit.

Exemple 2 : La figure ci-contre représente un cercle (\mathcal{C}) de centre O . L'angle \widehat{CIL} mesure 76° . Détermine la mesure de l'angle \widehat{COL} .

Dans le cercle, l'angle inscrit \widehat{CIL} et l'angle au centre \widehat{COL} interceptent le même arc \widehat{CL} .

Donc l'angle au centre \widehat{COL} mesure le double de l'angle inscrit \widehat{CIL} .
 $\widehat{COL} = 2 \times \widehat{CIL} = 2 \times 76^\circ = 152^\circ$



III - Polygones réguliers

→ ex 4 et 5

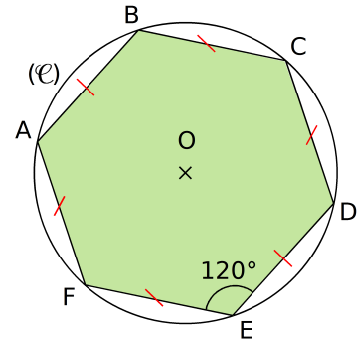
Définition

Un **polygone** est **régulier** lorsque tous ses côtés ont la même longueur et tous ses angles ont la même mesure.

Exemple 1 : Quelle est la mesure des angles d'un hexagone régulier ?

ABCDEF est un hexagone de centre O inscrit dans le cercle (\mathcal{C}) de centre O . Tous ses côtés sont donc égaux au rayon du cercle.

Les triangles OAB , OBC , OCD , ODE , OEF et OFA sont équilatéraux donc leurs angles sont tous égaux à 60° . On en déduit donc que tous les angles d'un hexagone sont égaux à $60^\circ \times 2 = 120^\circ$.

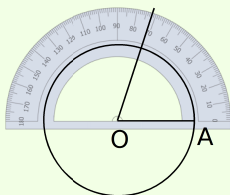


Propriété

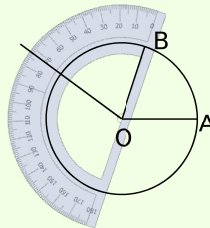
Un polygone régulier à n côtés est **inscritible** dans un cercle. Tous les angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs du polygone ont la même mesure.

Exemple 2 : Construis un cercle de centre O . Inscris un pentagone ABCDE dans ce cercle.

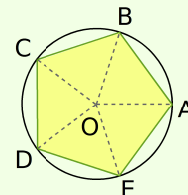
Un pentagone a cinq côtés. Les angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs du polygone sont tous égaux à 72° ($360 \div 5 = 72$).



On construit le cercle et l'un de ses rayons $[OA]$ et un autre rayon $[OB]$ tel que $\widehat{AOB} = 72^\circ$.



On trace un autre rayon $[OC]$ tel que $\widehat{BOC} = 72^\circ$.

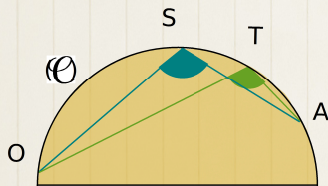


Ainsi de suite jusqu'à obtenir le pentagone ABCDE.

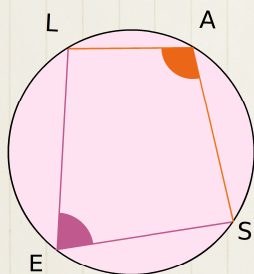


À toi de jouer!

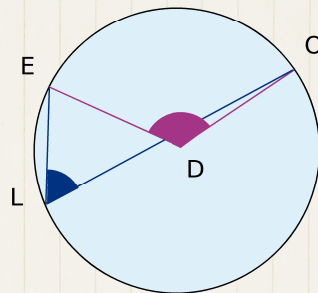
- 1** Sur la figure ci-dessous, les angles \widehat{ASO} et \widehat{ATO} ont-ils la même mesure ?



- 2** Sur la figure ci-dessous, les angles \widehat{LAS} et \widehat{LES} ont-ils la même mesure ?



- 3** La figure ci-dessous représente un cercle (\mathcal{C}) de centre D. L'angle \widehat{ODE} mesure 122° . Détermine la mesure de l'angle \widehat{OLE} .



- 4** Quel est le nom du triangle régulier ? Du quadrilatère régulier ?
- 5** Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Inscris-y un triangle équilatéral.

Tous ces exercices sont corrigés à la fin du manuel.
Corrections animées sur <http://manuel.sesamath.net>

