I - Caractéristiques d'une série statistique

→ ex 1

Définitions

- On appelle **médiane** m d'une série statistique dont les valeurs sont ordonnées, tout nombre qui partage cette série en deux sous séries de même effectif.
- Le **premier quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur Q_1 telle qu'au moins un quart (ou 25 %) des valeurs sont inférieures ou égales à Q_1.
- Le **troisième quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur Q_3 telle qu'au moins trois quarts (ou 75 %) des valeurs sont inférieures ou égales à Q_3.
- L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.

Exemple : Voici le temps consacré, en minutes, au petit-déjeuner par 16 personnes.

16	12	1	9	17	19	13	10	4	8	7	8	14	12	14	9

Détermine une valeur médiane, les valeurs des premier et troisième quartiles, ainsi que l'étendue de cette série statistique.

On commence par ranger les 16 valeurs dans l'ordre croissant.

1	4	7	**8**	8	9	9	**10**	**12**	12	13	**14**	14	16	17	19

- Tout nombre compris entre la 8^{e} et la 9^{e} valeur peut être considéré comme médiane. En général, on prend la moyenne de ces deux valeurs : m = **11**.
- 25 % et 75 % de 16 sont égaux à 4 et 12 donc le premier quartile est la 4^{e} valeur, soit Q_1 = **8**, et le troisième quartile est la 12^{e} valeur, soit Q_3 = **14**.
- 19 − 1 = 18 donc l'étendue est 18.

II - Probabilités

→ ex 2

A - Événements

Définitions

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont les résultats, non tous identiques, sont prévisibles mais dont on ne sait pas à l'avance lequel va se produire.
- Les résultats possibles de l'expérience sont appelés les **issues**.

Exemple 1 : Les issues du lancer d'un dé à six faces numérotées de 1 à 6 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6.

Définitions

Un événement est une caractéristique supposée qui sera vérifiée (ou non) lors d'une expérience aléatoire. Lorsque c'est le cas, on dit que l'**événement est réalisé**.
Mathématiquement, un événement est une partie de l'ensemble de toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire.

Exemple 2 : Lors du jet d'un dé à six faces, l'événement : « le nombre sorti est compris entre 2 et 4 » est réalisé par les trois issues : « le 2 est sorti » ; « le 3 est sorti » et « le 4 est sorti ».

Définitions

- Un événement est **élémentaire** si une seule issue le réalise.
- Un événement jamais réalisé est dit **impossible** : aucune issue ne le réalise.
- Un événement toujours réalisé est dit **certain** : toutes les issues le réalisent.
- L'événement **contraire** d'un événement A est celui qui se réalise lorsque A n'est pas réalisé.
- Deux événements sont dits **incompatibles** s'ils ne peuvent pas être réalisés en même temps.

Exemple 3 : Dans le tirage d'une carte au hasard dans un jeu classique de 32 cartes :
- L'événement : « le roi de cœur est tiré » est un événement élémentaire.
- L'événement : « un trois est tiré » est un événement impossible.
- L'événement : « une carte du jeu est tirée » est un événement certain.
- L'événement contraire de : « le 10 de cœur est tiré » est : « le 10 de cœur n'est pas tiré ».
- Un événement non élémentaire est par exemple : « un as est tiré ».
- Deux événements incompatibles sont par exemple : « un roi est tiré » et « un 10 est tiré ».

B - Notion de probabilité

Définition

Lors d'une expérience aléatoire répétée n fois, on compte le nombre n_A de fois où l'événement A est réalisé. Lorsque le nombre n d'expériences devient grand, la fréquence d'apparition de A tend à se stabiliser autour d'un nombre particulier, que l'on note $p(A)$ et que l'on appelle **probabilité** de A.

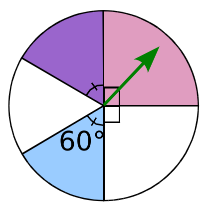
Exemple 1 : En lançant une pièce non truquée un très grand nombre de fois, on constate que l'on obtient « pile » quasiment une fois sur deux. Autrement dit, la fréquence d'apparition de « pile est sorti » se rapproche de $\frac{1}{2}$. On dit que la probabilité de l'événement « pile est sorti » est $\frac{1}{2} = 0{,}5$.

Propriétés

- La probabilité d'un événement est comprise entre 0 (l'événement est **impossible**) et 1 (l'événement est **certain**).
- La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le réalisent.
- La somme des probabilités de tous les événements élémentaires possibles d'une expérience aléatoire est égale à 1.

Exemple 2 : Dans un jeu classique de 32 cartes, l'événement : « tirer un as ou un trèfle » est réalisé lors d'une des 11 issues : as de cœur, as de pique, as de carreau, as de trèfle et les sept autres trèfles. Il y a donc onze fois 1 chance sur 32 de tirer un as ou un trèfle, soit une probabilité de $\frac{11}{32}$.

C - Exemples



Exemple 1 : On fait tourner la roue ci-contre où la flèche verte est fixe.
Si la roue s'arrête sur une partie blanche, on gagne.

a. Quelle est la probabilité que cela se produise ?

b. Quelle est la probabilité que l'on perde ?

a. La probabilité que la roue s'arrête en face de la flèche verte est proportionnelle à l'angle du secteur. Sachant que si l'on regarde la probabilité que : « la roue s'arrête quelque part sur le disque » est de 1 et que cela correspond à un angle de 360°, on peut dresser le tableau de proportionnalité suivant.

Angle	360°	90°	60°
Probabilité	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

Et donc $p(\text{gagner}) = p(\text{blanc}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$.

b. L'événement : « perdre » est réalisé par les issues : « la flèche s'arrête sur le bleu, le rose ou le violet ».
Ainsi $p(\text{perdre}) = p(\text{bleu}) + p(\text{rose}) + p(\text{violet})$.

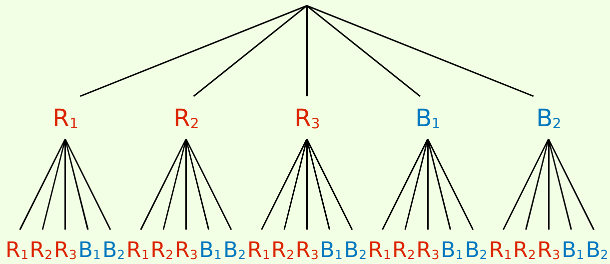
Ou encore, $p(\text{perdre}) + p(\text{gagner}) = 1$ donc $p(\text{perdre}) = 1 - p(\text{gagner}) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$.

Exemple 2 : Dans une urne, il y a trois boules rouges (R) et deux boules bleues (B). On tire successivement et avec remise deux boules. Détermine la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.

On peut représenter cette expérience aléatoire par un tableau à double entrée.

		Deuxième tirage				
		R_1	R_2	R_3	B_1	B_2
Premier tirage	R_1	(R_1,R_1)	(R_1,R_2)	(R_1,R_3)	(R_1,B_1)	(R_1,B_2)
	R_2	(R_2,R_1)	(R_2,R_2)	(R_2,R_3)	(R_2,B_1)	(R_2,B_2)
	R_3	(R_3,R_1)	(R_3,R_2)	(R_3,R_3)	(R_3,B_1)	(R_3,B_2)
	B_1	(B_1,R_1)	(B_1,R_2)	(B_1,R_3)	(B_1,B_1)	(B_1,B_2)
	B_2	(B_2,R_1)	(B_2,R_2)	(B_2,R_3)	(B_2,B_1)	(B_2,B_2)

On peut aussi dessiner un arbre de dénombrement.



Il y a au total 25 issues possibles. L'événement « les deux boules sont de même couleur » est réalisé par 13 issues. La probabilité d'avoir deux boules de même couleur est donc de $\frac{13}{25}$.

Exercices corrigés par animation

http://manuel.sesamath.fr

1 On donne les longueurs, en km, de chacune des étapes du Tour de France 2008.

195 ; 165 ; 195 ; 29 ; 230 ; 195 ; 158 ; 174 ; 222 ; 154 ; 166 ; 168 ; 182 ; 182 ; 216 ; 157 ; 210 ; 197 ; 163 ; 53 ; 143.

Détermine une valeur médiane, les valeurs des premier et troisième quartiles, et l'étendue de cette série statistique.

2 Dans une urne, il y a une boule rouge, quatre bleues et trois noires, indiscernables au toucher. On tire successivement avec remise deux boules. Détermine la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes.

Ces exercices sont également corrigés à la fin du manuel.