I - Généralités

A - Notion de fonction

Définition

Une fonction est un **procédé** qui, à un nombre, associe un unique nombre.

Remarque :

On utilise la notation $f : x \longmapsto f(x)$ qui se lit « f est la fonction qui, à x, associe le nombre $f(x)$ »

Exemple :

a. Détermine la fonction g qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le périmètre d'une face de ce cube.

b. Détermine la fonction h qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le volume de ce cube.

a. La face d'un cube est un carré de périmètre $\mathcal{P} = 4 \times x$. D'où $g(x) = 4x$ ou $g : x \longmapsto 4x$.

b. Le volume $\mathcal{V}$ d'un cube dont la longueur des arêtes est x est $\mathcal{V} = x \times x \times x = x^3$.
D'où $h(x) = x^3$ ou $h : x \longmapsto x^3$.

B - Images et antécédents

⟶ ex 1 à 3

Définitions

Soit f une fonction.
Si $f(a) = b$ alors on dit que :

- b est **l'image** de a par f.
- a est **un antécédent** de b par f.

L'**image** d'un nombre est **unique**.
Un nombre b peut avoir **plusieurs antécédents**.

Exemple 1 : Soit f une fonction telle que $f(-2) = 0$. Traduis cette égalité par deux phrases.

- 0 est **l'image** de -2 par la fonction f.
- -2 est **un antécédent** du nombre 0 par la fonction f.

Exemple 2 : Soit la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.
Détermine l'image de -5 puis celle de 5 par f. Que remarques-tu ?

$x \longmapsto x^2 - 4$ signifie qu'à tout nombre, ici noté x, la fonction f associe un unique nombre qui se calcule avec la formule : $x^2 - 4$.
On dit que **l'image** de x par la fonction f est $x^2 - 4$ et on note aussi $f(x) = x^2 - 4$.

$f(x) = x^2 - 4$	$f(x) = x^2 - 4$	
$f(-5) = (-5)^2 - 4$	$f(5) = 5^2 - 4$	⟶ On remplace x par -5 puis par 5.
$f(-5) = 25 - 4$	$f(5) = 25 - 4$	⟶ On calcule.
$f(-5) = 21$	$f(5) = 21$	

Donc l'image par la fonction f de -5 est 21 et celle de 5 est 21 également.
On remarque que -5 et 5 ont **la même image** : 21 par la fonction f.
Donc 21 a au moins **deux antécédents** par la fonction f.

Définition

Les images respectives par la fonction f de certaines valeurs de x peuvent être présentées dans un tableau appelé **tableau de valeurs**.

Exemple 3 : Voici un **tableau de valeurs** de la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

a. Détermine l'image de 0 par la fonction f.

b. Détermine le(les) antécédent(s) de 5 par la fonction f.

La 2^de^ ligne du tableau donne l'image de chaque nombre de la 1^re^ ligne par la fonction f.

a. On cherche 0 sur la 1^re^ ligne du tableau et on lit son **image** sur la 2^de^ ligne.
L'image de 0 par la fonction f est -4. On écrit $f(0) = -4$ (ou $f : 0 \longmapsto -4$).

b. On cherche 5 sur la 2^de^ ligne du tableau et on lit ses **antécédents** sur la 1^re^ ligne.
Les antécédents de 5 par la fonction f sont -3 et 3. On écrit $f(-3) = f(3) = 5$.

II - Représentation graphique

→ ex 4 et 5

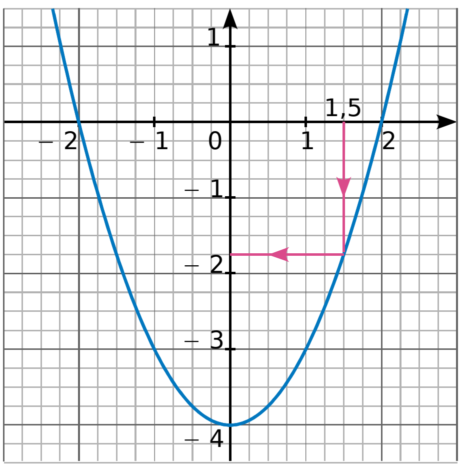
Définition

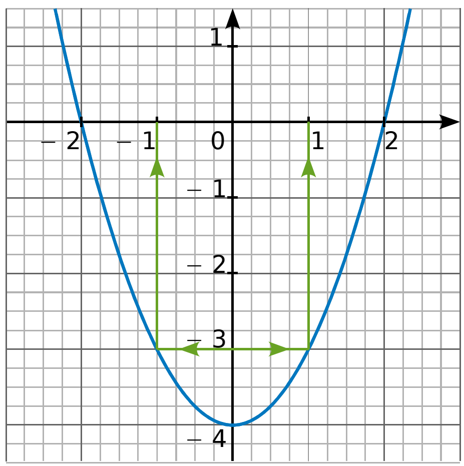
La **représentation graphique** d'une fonction f est la courbe constituée de l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$.

Exemple : Le graphique ci-dessous représente la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.

a. Détermine graphiquement l'image de 1,5 par la fonction f.

b. Détermine graphiquement le (les) antécédent(s) de -3 par la fonction f.





a. On cherche l'ordonnée du point de la représentation graphique de f qui a pour abscisse **1,5**. Pour cela :

• On trace la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point d'abscisse **1,5**.

• On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses et qui passe par le point d'intersection de la représentation graphique de f et de la droite précédente. Elle coupe l'axe des ordonnées en **$-$ 1,75**.

On en déduit que l'image de 1,5 par la fonction f est $-1{,}75$ donc f**(1,5)** = **$-$ 1,75**.

b. On cherche l'abscisse (les abscisses) du (des) point(s) de la représentation graphique de f ayant pour ordonnée **$-$ 3**. Pour cela :

• On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point d'ordonnée **$-$ 3**.

• On trace les droites parallèles à l'axe des ordonnées passant par les points d'intersection de la représentation graphique de f et de la droite précédente. Ces parallèles coupent l'axe des abscisses en **$-$ 1** et **1**.

On en déduit que les **deux antécédents de $-$ 3** par la fonction f sont **$-$ 1 et 1**.

1 La fonction h est définie par la formule $h(x) = 3x(5x^2 - 2)$.
Calcule l'image de – 2,5 ; de 20 puis de 0 par la fonction h.

2 Soit une fonction l telle que $l(-2) = 12$ et $l(7) = 15$.

a. Peux-tu trouver l'image de – 5 ?

b. Traduis cette phrase : « l'image de 8 par la fonction l est 15 » par une égalité.

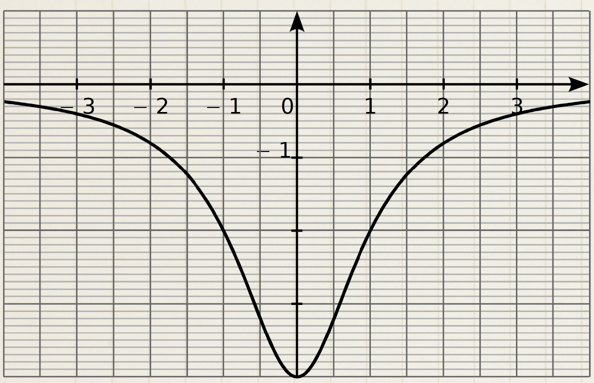
3 La fonction p est définie par le tableau suivant.

x	– 10	– 3	– 1	0	2,5	5	6
$p(x)$	– 5	– 1	0	1,5	8	0	– 3

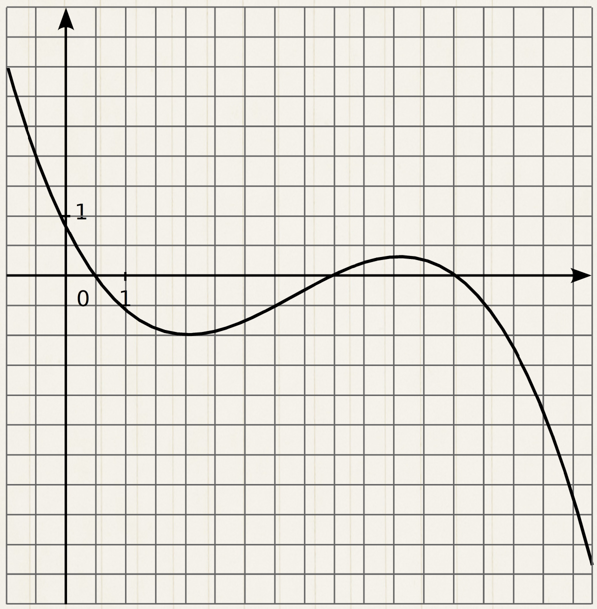
a. Détermine l'image de – 10 puis l'image de 2,5 par la fonction p.

b. Détermine un (des) antécédent(s) de – 3 puis de 0 par la fonction p.

4 Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie pour x compris entre – 4 et 4.
a. Détermine $f(-3)$ et $f(2)$.
b. Détermine le(s) antécédent(s) de – 2 et de – 3,2 par f.



5 Le graphique ci-dessous représente une fonction g pour x compris entre – 1 et 8,8.
a. Détermine les images de 2 et de – 1 par g.
b. Détermine le(s) antécédent(s) de 0 et de 2 par g.



Tous ces exercices sont également corrigés à la fin du manuel.