

### Développer et réduire

#### 1 Vrai ou faux ?

Justifie tes réponses.

- $x^2$  est toujours égal à  $2x$ .
- $(5x)^2$  est toujours égal à  $5x^2$ .
- $8x - 3$  est toujours égal à  $5x$ .
- $18x$  est toujours égal à  $2 \times x \times 9$ .
- $2x^2 + 9x$  est toujours égal à  $11x^3$ .
- $4x^2 + 5x + 9$  est toujours égal à  $9 + 4x^2 + 5x$ .

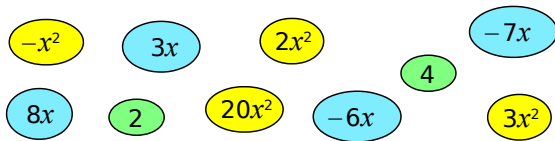
#### 2 Supprime les parenthèses puis réduis.

$$A = (3x^2 + 8) - (21 + x^2)$$

$$B = 17x - (5x^2 + 9 - 4x)$$

$$C = (4x^2 + 7x + 21) - (x^2 + 2x - 13)$$

#### 3 Chasse aux bulles



Développe et réduis ces expressions en utilisant les bulles pour répondre. Chaque bulle ne doit être utilisée qu'une seule fois dans l'exercice.

$$A = 2x(x - 3)$$

$$B = (5x + 2) \times 4x$$

$$C = (x + 1)(4 - x)$$

$$D = (x - 2)(3x - 1)$$

#### 4 Distributivité

Développe et réduis ces expressions.

$$A = \frac{11}{4}x(8x - 10)$$

$$B = (x + 9)(3 - 2x)$$

$$C = (3y + 5)(10 + y)$$

$$D = (z - 2)(3 - z)$$

$$E = 5(3g + 1)(g - 2)$$

$$F = (2x - 1)(x^2 + 3)$$

#### 5 Développe et réduis ces expressions.

$$A = \frac{7}{3}(6x + 3) + \frac{5}{2}(4 - 2x)$$

$$B = 4(1 - 7y) + (4y - 5)(y - 1)$$

$$C = 3t(t + 1) + (5 + t)(t - 2)$$

$$D = (4k - 1)(9 + k) - 9k(10 - 3k)$$

$$E = (m + 2)(8 + 3m) - 2(1 - m)(m - 7)$$

#### 6 Carré d'une somme

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (a + 6)^2$$

$$B = (t + 10)^2$$

$$C = (5p + 4)^2$$

$$D = (5x + 2)^2$$

$$E = (4x + 7)^2$$

$$F = (1,5b + 3,4)^2$$

$$G = (0,7 + 2z)^2$$

$$H = (1,2 + y)^2$$

#### 7 Carré d'une différence

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (5 - t)^2$$

$$B = (x - 8)^2$$

$$C = (4y - 1)^2$$

$$D = (3x - 7)^2$$

$$E = (6 - 9w)^2$$

$$F = (p - 2,4)^2$$

$$G = (10q - 1)^2$$

$$H = (1,4x - 1)^2$$

#### 8 Une autre identité

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (x - 2)(x + 2)$$

$$B = (5 - y)(5 + y)$$

$$C = (3x + 5)(3x - 5)$$

$$D = (10 - 7z)(10 + 7z)$$

$$E = (5 + 4g)(5 - 4g)$$

$$F = (2,1x - 3)(2,1x + 3)$$

$$G = (2i + 6,1)(2i - 6,1)$$

$$H = (3,2j + 4)(4 - 3,2j)$$

#### 9 Méli-mélo

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (9x - 7)^2$$

$$B = (x + 9)(11 - 5x)$$

$$E = (x + 1)^2 + 7x(2 - x)$$

$$F = (x + 3)(2x - 1) - 3x(2x + 5)$$

$$G = (4t + 1)(4t - 1) - (3t + 2)^2$$

$$H = 2(s + 5)(s - 5) + (4s + 3)^2$$

$$I = (3x + 4)^2 - (1 - 2x)(6 + x)$$

## 10 Avec des fractions

Développe puis réduis ces expressions.

a. $\left(n - \frac{1}{6}\right)^2$	d. $\left(4x - \frac{3}{8}\right)^2$
b. $\left(t + \frac{1}{4}\right)^2$	e. $\left(3x + \frac{7}{2}\right)^2$
c. $\left(y + \frac{2}{5}\right)\left(y - \frac{2}{5}\right)$	f. $\left(\frac{2}{3}w + 5\right)\left(5 - \frac{2}{3}w\right)$

11 Recopie et complète les expressions.

a.  $(\dots + 4)^2 = x^2 + \dots + \dots$   
 b.  $(y - \dots)^2 = \dots - 6y + \dots$   
 c.  $(\dots + 6)(\dots - \dots) = k^2 - \dots$   
 d.  $(3x + \dots)^2 = \dots + \dots + 4$   
 e.  $(1 - \dots)(\dots + \dots) = \dots - 49x^2$   
 f.  $(\dots - 8)^2 = \dots - 48x + \dots$   
 g.  $(\dots + \dots)(\dots - 3) = 100y^2 - \dots$

12 Calcule mentalement.

a.  $99^2$       c.  $95 \times 105$       e.  $1\ 009^2$   
 b.  $102^2$       d.  $49^2$       f.  $1\ 001 \times 999$

## Factoriser

### 13 Vocabulaire

a. Recopie et complète la phrase.

« Quand on effectue une addition, les deux nombres additionnés s'appellent les ... et le résultat s'appelle ... »

b. Écris une phrase du même type pour la multiplication et une autre pour la soustraction.

14 Traduis par une phrase les expressions données.

Exemple :

$x(x + 1)$  est le produit de  $x$  par  $(x + 1)$ .

a.  $5x^2 + 9$       d.  $15 - 30x$   
 b.  $(x + 5)(12 - x)$       e.  $(1 + 2x) + (x - 3)$   
 c.  $9x(8 + 13x)$       f.  $(x + 7)^2$

### 15 Facteur commun pas très discret

a. Recopie chaque expression et souligne en couleur un facteur commun.

A =  $5x + 2x + 10x$   
 B =  $27x^2 - 27x + 27$   
 C =  $9x(x - 3) + 9x(10 + 2x)$   
 D =  $(2x + 1)(8 + x) - (3x - 1)(2x + 1)$

b. Factorise chaque expression.

### 16 Facteur commun bien plus malin

a. Recopie chaque expression et transforme-la pour faire apparaître un facteur commun que tu souligneras en couleur.

E =  $10x^2 - 5x + 15$   
 F =  $4x^2 + 7x$   
 G =  $9x^2(x + 1) + 6x(5 + x)$   
 H =  $(11x - 3)^2 + (11x - 3)(5 + 9x)$

b. Factorise chaque expression.

### 17 Sommes ou différences ?

Factorise ces expressions.

A = $t^2 + 81 + 18t$	D = $x^2 + 36 - 12x$
B = $4x^2 - 4xy + y^2$	E = $\frac{4}{9}p^2 + \frac{4}{3}pq + q^2$
C = $81 + 16y^2 - 72y$	F = $\pi^2 + 10\pi + 25$

### 18 Différences de deux carrés

Factorise ces expressions.

A = $x^2 - 16$	E = $4\pi^2 - 25$
B = $1 - y^2$	F = $(t + 3)^2 - 16$
C = $100x^2 - 9$	G = $(2x + 1)^2 - 25$
D = $36 - 81z^2$	H = $(3i + 7)^2 - (i + 5)^2$

### 19 En mélangeant !

Factorise ces expressions.

A = $36 - 25x^2$	C = $2i(i + 1) + 2i(2 + i)$
B = $100 + 60x + 9x^2$	D = $b^2 - 10b + 25$
E = $(2 - x)^2 + (2 - x)(9 + x)$	
F = $(5x + 1)^2 - 81$	
G = $(7d + 2)^2 - (3d + 4)^2$	

**20** Calcule mentalement.

- a.  $105^2 - 95^2$                       c.  $2\,008^2 - 8^2$   
 b.  $1\,001^2 - 1\,000^2$                 d.  $573^2 - 572^2$

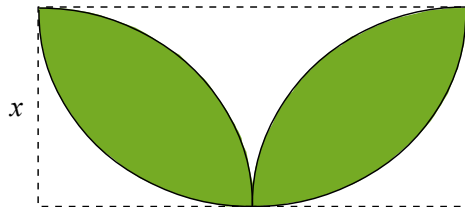
**21** Plus fort que la machine ?

On note  $V = 100\,000\,001^2 - 100\,000\,000^2$ .

- a. Calcule mentalement  $V$  puis vérifie à la calculatrice ton résultat.  
 b. Que peux-tu conclure ?  
 c. Reprends les questions a. et b. avec le nombre  $W = 987\,654\,321^2 - 12\,345\,679^2$ .

## Calcul littéral et problèmes

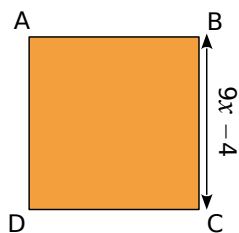
**22** Aire



Exprime l'aire coloriée en fonction de  $x$ .

**23** En fonction de...

a. Exprime l'aire du carré ABCD en fonction de  $x$  puis développe l'expression ainsi obtenue.



b. Calcule l'aire de ce carré lorsque  $x = \frac{2}{3}$ .

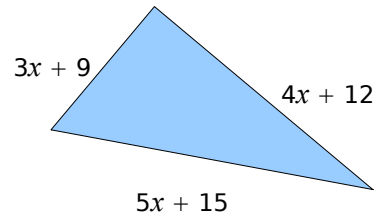
**24** Carré

$n$  désigne un nombre entier.

On pose  $A = (3n + 1)^2 + 16n^2 - 26n + 3$ .

- a. Développe et réduis  $A$ .  
 b. Montre que  $A$  est le carré d'un nombre entier.

**25** Triangle rectangle



$x$  est un nombre positif.

Montre que ce triangle est un triangle rectangle.

## Résolution d'équations

**26** Quel nombre pour chaque équation ?

Pour chaque équation, vérifie si les nombres 0 ; 2 et  $-1$  sont solutions ou pas.

- a.  $2(x + 1) + 5 = 7$   
 b.  $2(x + 1) + 5 = 6 + x$   
 c.  $2(x + 1) + 5 = 3x^2 - x + 1$   
 d.  $2(x + 1) + 5 = (x + 3)(4 - x)$

**27** Quelle équation pour chaque nombre ?

- a. Écris une équation dont  $-4$  n'est pas une solution.  
 b. Écris une équation dont  $3,1$  est une solution.  
 c. Écris une équation dont  $\frac{5}{7}$  est une solution.

**28** Pour redémarrer

Résous les équations suivantes.

- a.  $23 + 16x = 31$                       d.  $5x + 1 = 2x + 19$   
 b.  $3x - 14 = 9$                         e.  $8x + 3 = x + 15$   
 c.  $2,5x + 5,6 = 12$                     f.  $7,8i - 8 = 1,3i + 2$

**29** Avec des quotients

Résous les équations suivantes.

- a.  $\frac{x}{4} + 11 = 2x - 3$                     c.  $\frac{4 + 3x}{5} = \frac{7x - 1}{8}$   
 b.  $\frac{7x}{3} - 2 = \frac{5x}{6} + 1$                     d.  $\frac{6 - x}{3} = \frac{4x + 1}{2}$



### 30 Équations produit

Résous les équations suivantes.

- a.  $(x + 1)(x - 8) = 0$
- b.  $(5x - 3)(6 + x) = 0$
- c.  $(11 - 8x)(3x + 7) = 0$
- d.  $(7 - x)(x - 7) = 0$
- e.  $2x(3x + 2)(3x - 1) = 0$

### 31 Soit $A = (y + 5)(y - 2) - 6(y + 5)$ .

- a. Développe et réduis l'expression A.
- b. Factorise A.
- c. Résous l'équation  $(y + 5)(y - 8) = 0$ .

### 32 Soit $B = (3x + 4)^2 - 81$ .

- a. Développe l'expression B.
- b. Factorise B.
- c. Calcule B pour  $x = -5$  puis pour  $x = \frac{5}{3}$ .
- d. Résous l'équation  $B = 0$ .

### 33 Cocktail de sommes et de produits

Résous les équations suivantes.

- a.  $(5x + 1)(8 - x) = 0$
- b.  $(3x - 1) + (7 - x) = 0$
- c.  $(8 + 3x) - (x + 3) = 0$
- d.  $(3 - 10x)(x + 23) = 0$
- e.  $6(y + 3) - 2(y - 1) = 0$

## Problèmes

**34** La somme de trois nombres entiers naturels, impairs et consécutifs est égale à 495. Quels sont ces trois nombres ?

**35** Arthur et Charlotte choisissent un même nombre. Arthur le multiplie par 10 puis soustrait 2 au résultat obtenu. Charlotte le multiplie par 8 et ajoute 7 au résultat obtenu. Ils obtiennent tous les deux le même résultat. Quel nombre Arthur et Charlotte avaient-ils choisi au départ ?

### 36 Extrait du Brevet

Aujourd'hui, Marc a 11 ans et Pierre a 26 ans.

Dans combien d'années l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui de Marc ?

La démarche suivie sera détaillée.

### 37 Histoire d'âges

Mon père a 23 ans de plus que moi. Dans 15 ans, il aura le triple de l'âge que j'ai aujourd'hui. Quel est mon âge ?

### 38 Programme de calcul

- Choisis un nombre.
- Calcule son double augmenté de 1.
- Calcule le carré du résultat.

a. Effectue ce programme avec les nombres 7 ; 2,1 et  $\frac{3}{5}$ .

b. Trouve le(s) nombre(s) qui donne(nt) zéro pour résultat.

### 39 Programme de calcul (bis)

- Choisis un nombre.
- Multiplie le résultat du calcul de son double augmenté de 1 par le résultat du calcul de son triple diminué de 5.

a. Applique ce programme de calcul aux nombres  $-4$  ;  $5,1$  et  $\frac{7}{3}$ .

b. Quel(s) nombre(s) choisir pour que le résultat obtenu soit égal à zéro ?

### 40 Quelle découpe ?

On dispose d'une plaque métallique rectangulaire de dimensions 20 cm et 15 cm. On veut y découper quatre carrés identiques.

a. Si on découpe des carrés de 2 cm de côté, quelle est l'aire de la partie restante ?

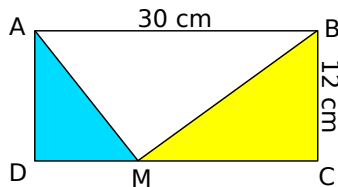
b. Si on découpe des carrés de 8 cm de côté, que se passe-t-il ?

c. On veut que l'aire de la partie restante soit exactement égale à  $251 \text{ cm}^2$ . Quelle longueur de côté doit-on alors choisir ?

d. Est-il possible, en choisissant bien, qu'il ne reste rien après le découpage ?

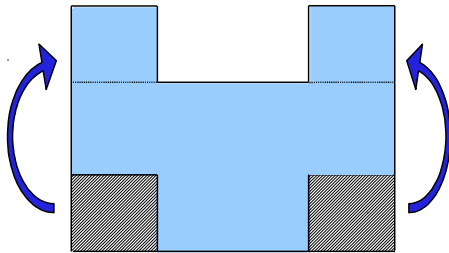
## 41 Histoire d'aire

Où doit-on placer le point M sur le côté [DC] de ce rectangle pour que l'aire du triangle ADM soit le tiers de l'aire du triangle BCM ? Justifie.



## 42 Après découpage

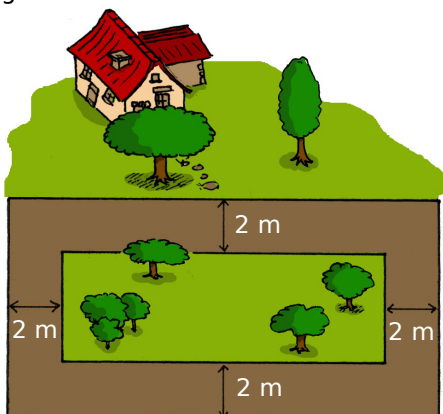
Dans une plaque rectangulaire de 15 cm de long et 12 cm de large, on découpe deux pièces carrées identiques qu'on recolle suivant le plan ci-dessous.



Quelle doit être la mesure du côté de ces carrés pour que le périmètre de la nouvelle plaque soit égal à 70 cm ? Justifie.

## 43 Dans son jardin

Madame Anabelle Pelouse possède un terrain rectangulaire dont la longueur est le double de sa largeur. Ce terrain est constitué d'un très beau gazon entouré d'une allée.



a. Sachant que l'aire de l'allée est  $368 \text{ m}^2$ , calcule la mesure exacte de la largeur du terrain.

b. Déduis-en, en  $\text{m}^2$ , les aires du terrain et de la partie recouverte de gazon.

## 44 Karting

Pour pratiquer le karting sur un circuit, il faut d'abord payer 55 € pour la carte de membre annuelle. Ensuite, chaque séance d'une demi-heure revient à 16 €.

a. J'envisage de rouler pendant 20 h. Combien devrai-je payer ?

b. On appelle P le prix à payer et x le nombre d'heures passées sur le circuit. Exprime P en fonction de x.

c. Calcule la valeur de P pour x valant 5 h ; 10 h puis 100 h.

d. Cette année, je dispose de 430 € pour faire du karting. Combien de temps pourrai-je passer sur le circuit ?

## 45 Extrait du Brevet

On donne un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- Ajouter 4 à ce produit.
- Écrire le résultat.

a. Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre  $-2$ , on obtient 0.

b. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.

c. Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un autre nombre entier. (Les essais doivent figurer sur le cahier.)

d. En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.

e. On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

## 46 Remarquable

a. Effectue les calculs suivants.

- $3^2 - 2 \times 4$
- $5^2 - 4 \times 6$
- $10^2 - 9 \times 11$
- $14^2 - 13 \times 15$

b. Recopie et complète : « Si n est un entier, il semble que  $n^2 - (n - 1) \times (n + 1) = \dots$  »

c. Prouve l'égalité obtenue à la question b.