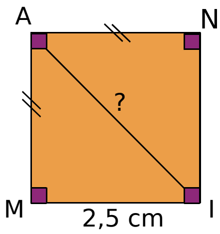
44 *Diagonale d'un carré*



a. Calcule la longueur exacte de la diagonale AI du carré MANI.

b. Si AN = a ($a > 0$), que vaut AI ?

45 Développe et réduis les expressions suivantes.

$A = \sqrt{3}(2 - 5\sqrt{3})$

$B = 5\sqrt{2}(\sqrt{2} - 7\sqrt{18})$

$C = (\sqrt{6} + 2)\sqrt{2}$

$D = 2\sqrt{12}(\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{6})$

46 Effectue les calculs suivants. Écris les résultats sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a, b et c sont des entiers relatifs avec c le plus petit possible.

$A = (\sqrt{3} - 2)(5\sqrt{3} + 4)$

$B = (7 - 2\sqrt{6})(\sqrt{6} - \sqrt{16})$

$C = (5\sqrt{5} - 5)(5 + 3\sqrt{5})$

$D = (4 - 3\sqrt{18})(6 - 4\sqrt{2})$

47 Développe et réduis les expressions suivantes.

$A = (\sqrt{11} + 4)^2$

$B = (2\sqrt{6} - 7)^2$

$C = (4 - 9\sqrt{2})^2$

$D = (\sqrt{3} - \sqrt{6})^2$

$E = (5\sqrt{12} - 6\sqrt{5})^2$

$F = (\sqrt{13} + 4)(3\sqrt{13} - 4)$

48 Développe et simplifie les expressions suivantes.

$A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{2} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$B = (\sqrt{3} + 7)^2 + (\sqrt{3} - 7)^2$

$C = \sqrt{18}\left(\sqrt{2} - \dfrac{\sqrt{18}}{18}\right)$

$D = (6 + 2\sqrt{5})^2 - (4\sqrt{5})^2$

49 Soient $A = 2 + \sqrt{15}$ et $B = 2 - \sqrt{15}$.

Calcule A^2, B^2 puis $A \times B$.

50 Écris les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

$A = \sqrt{80} - \sqrt{20}(2 - \sqrt{15})$

$B = \sqrt{6}(\sqrt{3} + 5) - \sqrt{150}$

$C = \sqrt{7}(-4 - 3\sqrt{63} + 9\sqrt{7})$

$D = \sqrt{98} - (\sqrt{14} + 8)\sqrt{7}$

51 *Un peu d'aire*

Calcule l'aire d'un rectangle ABCD de largeur $\sqrt{7} - \sqrt{5}$ cm et de longueur $\sqrt{7} + \sqrt{5}$ cm.

52 *Extrait du Brevet*

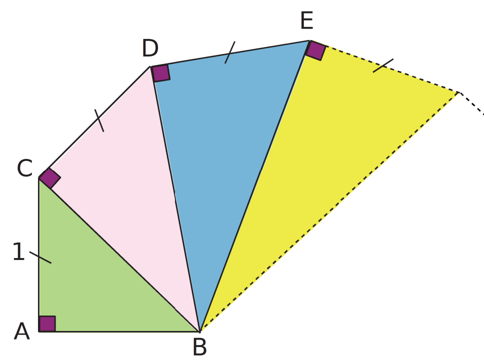
Montrer que E et F sont des nombres entiers.

a. $E = (\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})$

b. $F = (2\sqrt{3} - 3)(2\sqrt{3} + 3)$

53 *Spirale de Théodore de Cyrène*

Observe la figure suivante.



a. Sachant que le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en A, calcule la valeur exacte de BC.

b. En t'aidant de la question **a.** et de la figure ci-dessus, calcule les valeurs exactes de DB et EB.

c. À l'aide des questions précédentes, construis un segment de longueur $\sqrt{7}$.

54 *Calcul littéral*

Soit $A = (2x + 5)^2 - 9x^2$.

a. Développe A.

b. Factorise A.

c. Calcule A pour $x = \sqrt{5}$.

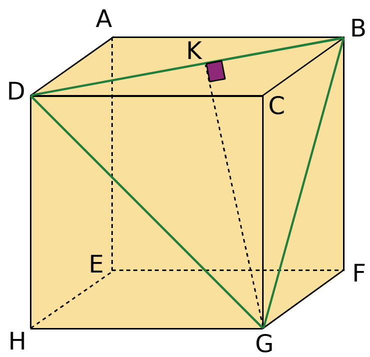
55 *Un peu de physique*

La puissance électrique dissipée dans une résistance est calculée à l'aide de la formule : $P = RI^2$, où P est la puissance en watts (W), R la résistance en ohms (Ω) et I l'intensité en ampères (A).

La puissance dissipée dans un radiateur a une valeur de 3 000 W et lors de son utilisation la mesure de la résistance a donné 18 Ω.

Calcule la valeur arrondie au millième de l'intensité du courant.

56 ABCDEFGH est un cube de 4 cm d'arête.



a. Calcule la valeur exacte de GD et écris le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a entier.

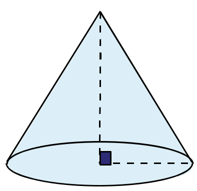
b. Quel est le périmètre du triangle BDG ?
Tu donneras la réponse sous la forme $a\sqrt{2}$.

c. Calcule la valeur exacte de GK.

d. Calcule l'aire du triangle BGD.
Donne la valeur exacte puis une valeur arrondie au centième.

57 *Volume d'un cône*

Calcule la valeur exacte du volume d'un cône de révolution de $2\sqrt{2}$ cm de rayon de base et $\sqrt{8}$ cm de hauteur.



58 *Volume d'une pyramide*

SABC est une pyramide dont la base ABC est un triangle équilatéral de côté $24\sqrt{3}$ cm ; [SO] est la hauteur telle que SO = $12\sqrt{3}$ cm.

a. Calcule l'aire de la base ABC.

b. Calcule la valeur exacte du volume de la pyramide SABC.

59 *Distance de freinage*

La distance de freinage est la distance nécessaire pour immobiliser un véhicule à l'aide des freins. Elle dépend de la vitesse et de l'état de la route (sèche ou mouillée).

On peut calculer cette distance à l'aide de la formule $d = k \times v^2$ où d est la distance en mètres (m), v la vitesse en km/h et k une constante.

Sur une route sèche, on a $k = 4{,}8 \times 10^{-3}$.

a. Y a-t-il proportionnalité entre la vitesse et la distance de freinage ? Justifie.

b. Calcule la distance de freinage, arrondie à l'unité, d'un véhicule roulant à 90 km/h sur route sèche.

c. Sachant qu'un conducteur a freiné sur 12 m, quelle était sa vitesse ?

d. Sur une route mouillée, on a $k = 9{,}8 \times 10^{-3}$.
Si le conducteur roule à la même vitesse qu'à la question précédente, quelle sera sa distance de freinage ?

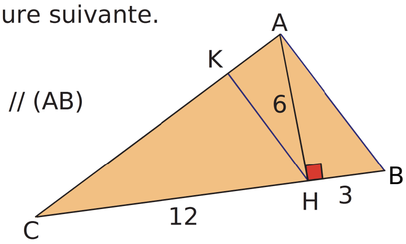
e. Un conducteur ne laisse devant lui qu'une distance de 20 m. À quelle vitesse peut-il rouler sans risquer un accident en cas de freinage brutal sur route sèche ?

f. S'il roule à la même vitesse mais sur route mouillée, quelle distance minimale entre sa voiture et la voiture qui le précède ce conducteur doit-il respecter s'il ne veut pas risquer un accident ?

60 *Avec l'aide de Pythagore*

Observe la figure suivante.

(KH) // (AB)



a. Calcule les valeurs exactes de AC et AB.

b. Démontre que le triangle ABC est rectangle en A.

c. Calcule la valeur exacte de KH.

61 Résous les équations suivantes.

a. $(3x + 9)^2 = 0$

b. $(x + 1)^2 - 16 = 0$

c. $25 - (x + 3)^2 = 0$

d. $(10 - 2x)^2 = 9$

e. $81 = (-5y + 9)^2$

f. $(-5x + 6)^2 = 49$

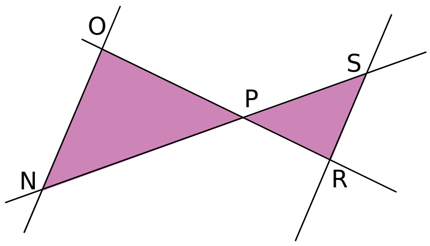
Exercices d'approfondissement

62 *Avec Thalès*

Sur le dessin ci-dessous :
PN = $3+\sqrt{3}$; ON = $\sqrt{2}$ et SR = $3-\sqrt{3}$.

De plus, les droites (ON) et (SR) sont parallèles.

Calcule PS.
On donnera la réponse sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b étant le plus petit possible.



63 *Le bon choix*

Soit E = $(2x-7)^2-(5-x)^2$

a. Développe l'expression E.

b. Factorise E.

c. Choisis la meilleure forme de l'expression E pour calculer sa valeur exacte quand $x=\dfrac{3}{4}$ puis quand $x=\sqrt{3}$.

64 *Nombre entier ?*

Soit E = $\dfrac{5}{\sqrt{2}+\sqrt{18}}+\dfrac{3}{\sqrt{2}-\sqrt{18}}$.

Écris le nombre E sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est une fraction irréductible et b est un nombre entier.

65 *En somme, c'est cela !*

On pose A = $\sqrt{181+52\sqrt{3}}$ et B = $\sqrt{181-52\sqrt{3}}$.

a. À l'aide de la calculatrice, vérifie que $181-52\sqrt{3}>0$.

b. Calcule A² et B² puis A × B.

c. Déduis-en la valeur de (A + B)² puis la valeur exacte de A + B.

66 *Extrait du Brevet*

Soient $a=\sqrt{5}(1-\sqrt{2})$ et $b=5+\sqrt{2}$.

a. Calculer a^2 et b^2.

b. En déduire les valeurs de a^2+b^2 et $\sqrt{a^2+b^2}$.

67 *Avec un tableur*

L'algorithme de Héron d'Alexandrie est une méthode de calcul pour déterminer une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre positif N.

a. Recherche qui était Héron d'Alexandrie et à quelle époque il a vécu.

b. Cette méthode est définie par la formule :

$$a'=\frac{\left(a+\dfrac{N}{a}\right)}{2}$$

où a est un nombre choisi au départ et a' remplace a dans l'étape suivante.

On veut programmer avec un tableur la recherche d'une valeur approchée de $\sqrt{10}$ avec cette méthode : ici, N = 10 et a = 1.
On n'utilise que la colonne A.

Dans la cellule A2, tape =(1+10/1)/2 et dans la cellule A3, tape =(A2+10/A2)/2 puis poursuis la programmation comme dans la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C
1	Racine carrée de 10		
2	5,50000		
3	3,65909		
4	3,19601		
5	3,16246		
6	3,16228		

Note la valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{10}$.

c. Recommence pour déterminer une valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{2}$, $\sqrt{11}$ et $\sqrt{20}$.

68 *Extrait du Brevet*

Soient $a=2\sqrt{45}$ et $b=\sqrt{80}$.

a. Calculer $a+b$.
On donnera le résultat sous la forme $c\sqrt{d}$ où d est un entier le plus petit possible.

b. Calculer ab.

c. Le nombre a est-il solution de l'équation $x^2-2x-180=-12\sqrt{5}$? Justifier.