

### Activité 1 : Produits et quotients de puissances d'un même nombre

#### 1. Rappels et conjectures

- a. Recopie et complète les égalités suivantes vues en 4<sup>e</sup>.

Pour tous entiers relatifs  $m$  et  $p$ , on a :

$$10^m \times 10^p = 10^{\dots} ; \quad \frac{10^m}{10^p} = 10^{\dots} ; \quad (10^m)^p = 10^{\dots} \quad \text{et} \quad 10^0 = \dots .$$

- b. À l'aide de la définition d'une puissance, calcule  $3^2$  ;  $3^5$  ;  $3^7$  ;  $3^{-2}$  ;  $3^{12}$  et  $3^{14}$ .
- c. Déduis-en les valeurs de  $3^2 \times 3^5$  ;  $3^7 \times 3^{-2}$  ;  $3^{12} \times 3^2$  ;  $\frac{3^7}{3^5}$  ;  $\frac{3^{12}}{3^5}$  et  $(3^7)^2$ .  
Que remarques-tu ? Invente d'autres exemples similaires.
- d. Conjecture les règles de calculs avec des puissances d'un même nombre.

Pour la suite, dans les parties **2.**, **3.** et **4.**,  $a$  est un nombre non nul et  $m$  et  $p$  sont deux entiers naturels non nuls.

#### 2. Cas où les deux exposants sont positifs

- a. Recopie et complète l'expression  $a^m \times a^p = \underbrace{a \times \dots \times a}_{\dots \text{ facteurs}} \times \underbrace{a \times \dots \times a}_{\dots \text{ facteurs}} = a^{\dots}$ .  
... facteurs au total
- b. On suppose que  $m \geq p > 0$ . À l'aide de la définition d'une puissance, établis l'égalité  $\frac{a^m}{a^p} = a^{\dots}$ . Que se passe-t-il lorsque  $p \geq m \geq 0$  ?
- c. En utilisant la définition d'une puissance, démontre la formule  $(a^m)^p = a^{m \times p}$ .

#### 3. Cas où l'un des deux exposants est négatif

- a. En utilisant la définition d'une puissance négative et les égalités trouvées dans la partie **2.**, détermine les relations  $a^m \times a^{-p} = a^{\dots}$  ;  $\frac{a^m}{a^p} = a^{\dots}$  et  $(a^m)^{-p} = a^{\dots}$ .
- b. Que peux-tu dire des expressions  $a^{-m} \times a^p$  ;  $\frac{a^{-m}}{a^p}$  et  $(a^{-m})^p$  ?

#### 4. Cas où les deux exposants sont négatifs

En t'aidant des parties **2.** et **3.**, recopie et complète les égalités  $a^{-m} \times a^{-p} = a^{\dots}$  ;  
 $\frac{a^{-m}}{a^{-p}} = a^{\dots}$  et  $(a^{-m})^{-p} = a^{\dots}$ .

#### 5. Conclusion

Recopie et complète.

Pour tout nombre  $a$  non nul et pour tous nombres entiers relatifs  $m$  et  $p$  :

$$a^m \times a^p = a^{\dots} ; \quad \frac{a^m}{a^p} = a^{\dots} \quad \text{et} \quad (a^m)^p = a^{\dots} .$$

### Activité 2 : Produits et quotients de puissances de nombres différents et de même exposant

#### 1. Produit

- Noémie effectue de tête le calcul  $2^6 \times 5^6$ . Elle annonce son résultat : « Un million ! ». Est-il correct ? Comment a-t-elle fait ?
- En utilisant la définition d'une puissance d'un nombre, écris les nombres suivants sous forme d'une seule puissance :  $7^2 \times 3^2$  ;  $2^3 \times 4^3$ . Invente d'autres exemples similaires.
- Existe-t-il des exemples de produits de puissances qui ne peuvent pas s'écrire sous la forme d'une seule puissance ? Justifie ta réponse.
- Soient  $a$  et  $b$  deux nombres non nuls et  $n$  un entier positif. En utilisant la définition d'une puissance d'un nombre, démontre l'égalité  $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ . Que peux-tu dire si  $n$  est un entier négatif ?

#### 2. Quotient

- En utilisant la définition des puissances, transforme les nombres suivants en quotients de puissances :  $\left(\frac{7}{3}\right)^2$  ;  $\left(\frac{2}{11}\right)^4$  et  $\left(\frac{-1}{9}\right)^5$ .
- Quelle formule viens-tu de vérifier sur ces exemples ? Démontre-la.

### Activité 3 : Changeons d'unités

#### 1. Surface

- Un champ rectangulaire mesure 455 mètres de long et 8 décamètres de large. Quelle est sa superficie en mètres carrés ? En décamètres carrés ? En hectomètres carrés ?
- Recherche la définition d'un are et d'un hectare. Exprime alors la superficie du champ dans chacune de ces deux unités.

#### 2. Masses volumiques

- Une pièce métallique en cuivre a un volume de  $2,5 \text{ dm}^3$  et une masse de 22,3 kg. De plus, on sait que 1 kg d'aluminium occupe un volume de  $370 \text{ cm}^3$  et que la masse volumique de l'acier est de  $7\,850 \text{ kg/m}^3$ . Calcule, en kg, la masse d'un décimètre cube de chacun de ces métaux.
- Une entreprise souhaite construire, pour un modèle de vélo, des cadres métalliques qui soient les plus légers possibles. Quel métal parmi le cuivre, l'aluminium et l'acier a-t-elle intérêt à choisir ? Justifie ta réponse.

#### 3. Mécanique

- Pour ne pas abîmer le moteur d'une voiture, le constructeur préconise de ne pas dépasser les 4 000 tours par minute. Explique ce que signifie l'expression « 4 000 tours par minute ».
- Si le moteur effectue 4 000 rotations en une minute, combien en effectuera-t-il en une seconde ? Tu arrondiras ton résultat au centième.
- Exprime alors cette vitesse de rotation en tours par seconde.