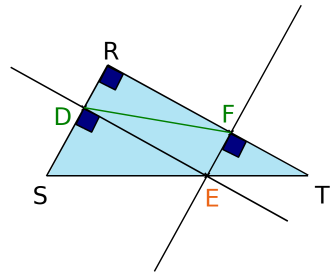
Activité 1 : Des variations (1)

On considère le triangle RST rectangle en R avec RS = 5 cm et RT = 9 cm. E est un point du segment [ST].
D est le point d'intersection de [RS] et de la perpendiculaire à (RS) passant par E.
F est le point d'intersection de [RT] et de la perpendiculaire à (RT) passant par E.
On s'intéresse à la longueur du segment [DF].



1. À partir d'une figure

a. Trace une figure. Obtiens-tu la même figure que celles de tes camarades ? Décris les similitudes et les différences des figures obtenues.

b. De quoi dépend la longueur du segment [DF] ?

2. Avec TracenPoche

a. Construis la figure ci-dessus et fais afficher la longueur DF. Déplace le point E. Que remarques-tu ?

b. Quelles sont les valeurs possibles de SE ?

c. En faisant afficher également la longueur SE, recopie et complète le tableau suivant.

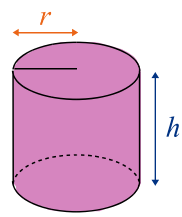
SE en cm	0	0,45	1,3	1,6	1,95	2,45	2,95	3,87		
DF en cm									4,72	9

d. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

e. À chaque valeur de SE, combien de valeurs de DF peut-on associer ? À chaque valeur de DF, combien de valeurs de SE peut-on associer ?

f. Émets une conjecture sur la position de E telle que la longueur DF soit minimale. Trouve une construction géométrique de ce point E que tu justifieras.

Activité 2 : Des variations (2)



On considère un cylindre de hauteur h et dont la base a pour rayon r (en dm).

1. Établis la formule donnant le volume de ce cylindre en dm³. De quelle(s) grandeur(s) dépend ce volume ?

2. On suppose que r = 5 dm.

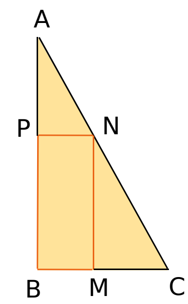
En utilisant un tableur et en présentant sous forme d'un tableau, calcule le volume de ce cylindre pour les valeurs de h allant de 0 à 10 dm avec un pas de 0,5.
Insère ensuite un graphique de type « ligne » représentant les valeurs du tableau.

3. On suppose maintenant que h = 18 dm.

En utilisant un tableur et en présentant sous forme d'un tableau, calcule le volume de ce cylindre pour les valeurs de r allant de 0 à 5 dm avec un pas de 0,2.
Insère ensuite un graphique de type « ligne » représentant les valeurs du tableau.

4. Quelles sont les différences et les similitudes des situations des deux questions précédentes ?

Activité 3 : Des variations (3)



Dans le triangle ABC rectangle en B ci-contre : AB = 10 cm et BC = 5 cm.
M est un point du segment [BC]. P et N sont les points des segments [AB] et [AC] tels que BMNP soit un rectangle.

1. À partir d'une figure

a. Trace une figure en choisissant une position du point M sur [BC].
En mesurant les longueurs utiles, évalue le périmètre et l'aire de BMNP.
As-tu obtenu les mêmes valeurs que tes camarades ?

b. De quoi dépendent l'aire et le périmètre de BMNP ?

2. « En fonction de... »

a. On pose BM = x. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

b. Exprime MC en fonction de x puis, en utilisant le théorème de Thalès, MN en fonction de x.

c. Déduis-en le périmètre et l'aire de BMNP en fonction de x.

3. Le périmètre

a. Recopie et complète le tableau suivant en utilisant un tableur.

x en cm	0,5	0,8	1	1,3	1,9	2,7	3,5	4	4,2	4,8
Périmètre de BMNP en cm										

b. Représente les valeurs de ce tableau sur un graphique ; les valeurs de x seront en abscisse et les valeurs correspondantes du périmètre en ordonnée.

c. Que remarques-tu ? Est-ce une situation de proportionnalité ?
Dans la feuille de calcul précédente, insère à partir de ton tableau un graphique de type « ligne ».

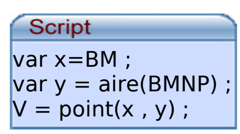
4. L'aire

a. Construis un tableau donnant les valeurs de l'aire (en cm^2) pour les valeurs de x (en cm) allant de 0,5 à 4,5 avec un pas de 0,5.

b. Sur une feuille de papier millimétré, représente les valeurs de ce tableau sur un nouveau graphique sur lequel tu mettras cette fois-ci les valeurs de l'aire en ordonnée.
Tu prendras sur les axes des abscisses et des ordonnées 2 cm pour 1 unité, en plaçant l'origine du repère en bas à gauche de ta feuille.

c. Peux-tu prévoir, à l'aide du graphique, l'aire de BMNP lorsque x = 1,8 ?
Combien semble-t-il y avoir de positions possibles de M telles que l'aire de BMNP soit égale à 9 cm^2 ? Même question avec 15 cm^2.

d. Construis avec TracenPoche la figure initiale et fais apparaître le repère.
Complète le script de la figure en créant deux « variables » puis un point V comme le montre l'image ci-contre.
En demandant la trace du point V, déplace le point M sur le segment [BC]. Décris ce que tu obtiens.

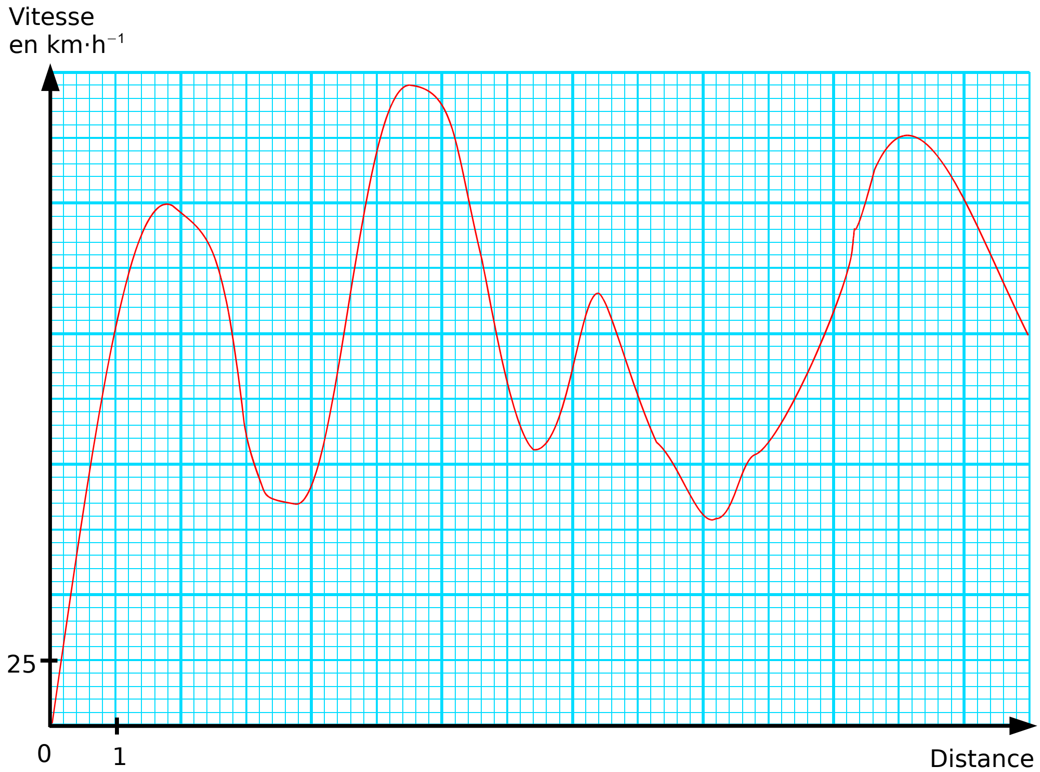


5. Peux-tu calculer les deux expressions littérales obtenues dans cette activité pour x = − 5 ?

Activité 4 : Avec un graphique

Sur un circuit de 13,2 km, un pilote réalise des essais pour une nouvelle voiture de course. Des capteurs placés sur le circuit mesurent la vitesse au moment du passage de la voiture, ces vitesses sont notées dans le tableau ci-dessous.
D'autre part, un enregistreur placé à bord de la voiture donne la vitesse en fonction de la distance parcourue sous la forme du graphique ci-dessous.

Capteur n°...	1	2	3	4	5	6	7	8
Distance parcourue depuis la ligne de départ en km	0,8	2	2,8	4,6	7,2	9,4	...	13
Vitesse mesurée en km·h^{-1}	125	196	144	...	113	...	200	...



1. Détermine, si possible, les données manquantes dans le tableau.

2. Place sur le graphique les points qui représentent les données du tableau. Que peux-tu dire de ces points ?

3. Quelle est la vitesse mesurée après 6 km parcourus ? Peut-il y avoir plusieurs réponses ?

4. La vitesse est-elle fonction de la distance parcourue ? Justifie ta réponse.

5. Quelle est la vitesse maximale atteinte ? La vitesse minimale ?

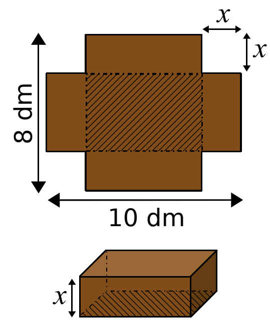
6. À quelle vitesse la voiture est-elle repassée sur la ligne de départ au bout d'un tour ?

7. En quels endroits du circuit la voiture roulait-elle à 160 km·h^{-1} ?

8. La distance parcourue est-elle une fonction de la vitesse de la voiture ?

9. Représente sur un graphique identique et à partir du premier kilomètre, le relevé d'une voiture qui roulerait constamment à 100 km·h^{-1} après avoir parcouru ce premier kilomètre.

Activité 5 : Optimiser



Avec une plaque de carton rectangulaire de 8 dm par 10 dm, en découpant quatre carrés identiques, on obtient le patron d'une boîte (sans couvercle !).

On veut trouver la dimension des carrés à découper pour obtenir une boîte dont le volume sera maximum.

On appelle x la longueur du côté des carrés en décimètres.

1. Quelle est la plus grande valeur possible de x ?
Le volume de la boîte est-il maximum pour cette valeur ?

2. Exprime en fonction de x la surface du « fond » de la boîte (partie hachurée) puis déduis-en l'expression du volume $V(x)$ de la boîte en fonction de x.

3. Avec un tableur, construis un tableau de valeurs du volume V pour une dizaine de valeurs de x de ton choix.
Décris l'évolution de ce volume suivant les valeurs de x.

4. Dans la même feuille de calcul, insère un graphique de type « ligne » représentant les valeurs de ton tableau (les valeurs du volume en ordonnée).

Ce graphique confirme-t-il ta description précédente ? Le problème posé semble-t-il avoir une solution ?

5. En affinant les valeurs choisies dans ton tableau et en utilisant de nouveaux graphiques, donne une valeur approchée à 10^{-3} près de la valeur de x cherchée.

Activité 6 : Les dimensions du rectangle

On cherche les dimensions L et l d'un rectangle dont le périmètre est 14 m et l'aire 11 m².

1. Fais quelques essais pour trouver les valeurs de L et l. Que penses-tu du problème posé ?

2. Équation(s)

a. Écris les deux relations qui lient L et l et déduis-en que L et l sont solutions de l'équation $x^2 - 7x + 11 = 0$.

b. Entre quels nombres se trouvent L et l nécessairement ?

3. Soit $E(x) = x^2 - 7x + 11$

a. Recopie et complète le tableau de valeurs suivant.

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$E(x)$										

b. Représente graphiquement ce tableau de valeurs à l'aide d'un tableur.

c. Utilise ce graphique pour donner deux valeurs approchées de x telles que $E(x) = 0$.
En affinant les valeurs du tableau, donnes-en des valeurs approchées au centième.

4. Quelles sont les dimensions approchées du rectangle ?