

Narrations de recherche

1 Qu'est-ce qu'une narration de recherche ?

C'est, avant toute chose, un problème. Tu en trouveras plusieurs sur les pages suivantes, présentés comme celui-ci :

Un cercle définit deux régions du plan (l'intérieur et l'extérieur). Deux cercles définissent au maximum quatre régions. Trois cercles définissent au maximum huit régions.

Combien de régions, au maximum, sont définies par 4 cercles ? Et par 5 cercles ? Et par 6 cercles ? Et par 100 cercles ?

Une narration de recherche, ce n'est pas une leçon à apprendre, c'est une façon différente de répondre à un problème posé par ton professeur. Au lieu, comme d'habitude, de chercher la solution au brouillon et d'écrire sur le cahier seulement la bonne solution, tu vas **raconter comment tu as fait pour chercher la solution au problème**. Tu écriras toutes tes idées, même celles qui n'ont pas marché ! Tu pourras te faire aider mais tu devras l'écrire sur ta copie et préciser à quel moment et comment on t'a aidé, et ce que cela t'a apporté.

Ces exercices sont choisis pour être faciles à chercher. Mais trouver leur solution complète est souvent plus difficile que dans les exercices habituels. Des dessins, des calculs et des essais simples à mettre en œuvre permettent de progresser vers le résultat mais, pour cela, il faut être persévérant. Plus que de trouver la réponse, ce qui est important c'est de chercher et de raconter cette recherche. Tu peux d'ailleurs faire une très bonne narration de recherche sans parvenir à résoudre complètement le problème.

Grâce à ce type d'exercice, tu t'apercevras que tu es capable de trouver beaucoup de bonnes idées si tu t'en donnes le temps et l'énergie. Ton professeur pourra ainsi mieux te connaître et apprécier tes efforts. Tu comprendras aussi l'intérêt et le but des démonstrations en mathématiques.

N'oublie pas ! Ce n'est pas une rédaction de français, tu n'as donc rien à inventer et les erreurs de grammaire ou d'orthographe ne te pénaliseront pas. Il suffit simplement de chercher la solution et d'expliquer par écrit ce que tu as fait pour essayer d'y parvenir !

2 Ce que tu dois retenir

1. La qualité narrative. Le lecteur de ton travail doit immédiatement sentir qu'une recherche a eu lieu. Il doit comprendre pourquoi certaines pistes explorées ont été abandonnées ou comment une solution a peu à peu germé dans ton esprit. Si une personne de ton entourage (parent, ami, professeur...) t'a apporté une piste ou une solution, le lecteur doit en être averti car cela fait partie de la recherche ! Aucune pénalité ne sera donnée.

2. La vérification des idées. Chaque fois que cela est possible, tu dois essayer de trouver des moyens de vérifier tes calculs, tes idées. Réfléchis si d'autres arguments ou d'autres idées ne peuvent pas confirmer ou infirmer (c'est-à-dire contredire) ton résultat. Tu indiqueras dans ta rédaction tous les éléments qui t'ont permis de faire évoluer ton point de vue. Si quelqu'un t'a aidé, tu dois pouvoir vérifier la piste ou la solution, expliquer pourquoi cela fonctionne et ce que cette aide t'a apporté.

3. L'explication à un camarade. À la fin de la narration, dans une deuxième partie, le professeur peut te demander d'effectuer une synthèse de tes travaux, **comme si** tu devais expliquer le résultat de tes recherches (fructueuses ou non) à un ami.

4. La richesse de la recherche. N'oublie pas ! Ton professeur évaluera toujours de manière positive un élève qui essaie plusieurs pistes avec ténacité, même s'il ne trouve aucune solution satisfaisante. Il vaut mieux jouer l'honnêteté et raconter tout simplement ce qui s'est passé plutôt que d'essayer de trouver la solution « à tout prix » !

Narrations de recherche

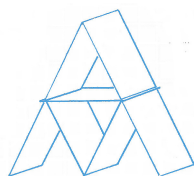


α Alpha

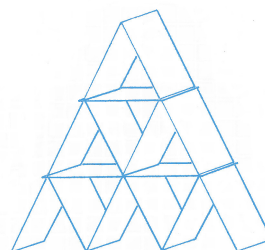
Un château de cartes à un étage est composé de deux cartes.
Un château de cartes à deux étages est composé de sept cartes.
Pour réaliser trois étages, il faut quinze cartes.



1 étage



2 étages



3 étages

Combien faut-il de cartes pour réaliser un château de 7 étages ? De 30 étages ? De 100 étages ?



β Bêta

Dans un triangle quelconque ABC, M est le milieu de [AB], N est le milieu de [BC], P est le milieu de [AC]. La droite (BP) coupe [AC] en I et la droite (CN) coupe [AB] en J.
Les segments [AI] et [BJ] peuvent-ils avoir la même longueur ?



γ Gamma

Vous venez de plaquer l'ex-amour de votre vie ! Vous l'abandonnez sur la jetée (altitude de ses yeux humides : 4 m) et ramez irrésistiblement vers le large (altitude de vos yeux impitoyables : 1 m).

À quelle distance du rivage (mesurée comme si vous marchiez sur l'eau) échapperez-vous à son regard déchirant, en disparaissant de son horizon ?

(d'après Les trésors de Tonton Lulu, Jacques Lubczanski, Editions Archimède)



δ Delta

On a un cube de 10 cm d'arête ; on appelle A un sommet de ce cube.

Combien y a-t-il de point(s), sur les arêtes du cube, situés à 5 cm du sommet A ?
À 12 cm du sommet A ? À 15 cm du sommet A ?



ϵ Epsilon

Trouver le premier chiffre et le nombre de chiffres du nombre $\frac{2\,000^{1\,000}}{1\,000^{2\,000}}$.

puis comparer les nombres suivants : $(1\,000^{2\,000})^{3\,000}$ et $10^{(2\,000)^{30}}$.

Narrations de recherche



ζ Dzêta

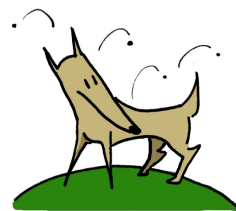
Une puce saute sur un cercle par bonds réguliers : c'est-à-dire que l'angle au centre formé par deux positions consécutives de la puce est toujours le même.

La puce va-t-elle pouvoir revenir à son point de départ si l'angle fait 80° ?
Combien de tours aura-t-elle faits lorsqu'elle atteindra de nouveau le point de départ ?

Et si l'angle fait 60° ? S'il fait 70° ? Et 100° ? Et 40° ? Et 37° ?

Trouver tous les nombres pour lesquels la puce atteint de nouveau son point de départ en ayant effectué un seul tour.

Trouver tous les nombres pour lesquels la puce atteint de nouveau son point de départ en ayant effectué deux tours.



Adapté d'un sujet de recherche proposé par MATH.en.JEANS (<http://mathenjeans.free.fr/>)



η Êta

Les pirates de Lioubam le Roux ont retrouvé le trésor de Barbe Bleue. Le coffre, très petit, contient largement moins de 1 500 pièces d'or ! Les 36 pirates décident de partager le trésor en parts égales.

Comme il reste moins de 10 pièces après le partage, le chef Lioubam le Roux décide de les prendre pour lui, en plus de sa part.

Révoltés, les pirates le livrent aux requins et refont le partage : par chance, cette fois-ci, tout le monde reçoit la même part.

Lors d'une escale, un pirate s'enfuit avec sa part. Deux autres, ivres, s'entretuent. Ceux qui restent se partagent alors les parts des deux morts, et une nouvelle fois, par chance, il ne reste pas de pièces !

Combien de pièces contenait le coffre de Barbe Bleue ?



θ Thêta

Si x et y sont deux nombres positifs, on note :

« a » la moyenne arithmétique de x et de y et on définit $a = \frac{x+y}{2}$;

« g » la moyenne géométrique de x et de y et on définit $g = \sqrt{xy}$;

« q » la moyenne quadratique de x et de y et on définit $q = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$;

Que se passe-t-il si $x = y$?

Si $x \neq y$, ranger les nombres a , g et q par ordre croissant.

Cet ordre est-il valable pour n'importe quelle valeur de x et de y ?



! Iota

On note $3!$ (on prononce "factorielle 3") le produit $1 \times 2 \times 3$, on note $4!$ le produit $1 \times 2 \times 3 \times 4$ et ainsi de suite...

Si on calculait le produit $17!$ que trouverait-on pour les trois derniers chiffres ?

Combien de fois se répète le dernier chiffre de $627!$ à la fin de ce nombre ?

Narrations de recherche



κ Kappa

Le problème des deux tours

Deux tours, hautes de 30 m et de 40 m, sont distantes de 50 m. Un puits est situé entre les deux tours.

Deux oiseaux s'envolent en même temps, du sommet de chaque tour ; ils volent à la même vitesse et se posent au même moment sur le puits.

Déterminer la position de ce puits entre les deux tours.



λ Lambda

$LX^2 - LI^2 = IM$

Dans cette expression, les lettres remplacent des chiffres. Chaque lettre remplace un seul chiffre et chaque chiffre est remplacé par une seule lettre. Il n'y a pas de zéro "inutile", les signes opératoires sont, eux, inchangés. C'est ce qu'on appelle un cryptarithme.

Vérifier que cette égalité est correcte quand on la lit en chiffres romains. Par quels chiffres peut-on remplacer les lettres L, X, I et M pour que l'égalité reste vraie en chiffres arabes ?

Y a-t-il plusieurs solutions ?



μ Mu

Virginie doit voyager et prévoit d'aller à une certaine vitesse.

Elle remarque que si elle augmentait cette vitesse de 5 km/h, elle arriverait cinq heures plus tôt et si elle l'augmentait de 10 km/h, elle arriverait huit heures plus tôt.

Quelle est la vitesse initialement prévue ?



ν Nu

On dispose de deux programmes de calculs qu'on appelle F et G .

Le programme F double la valeur du nombre qu'on lui fournit.

Le programme G retire 3 au nombre fourni.

En partant du nombre 5 et en employant autant de fois que tu veux et dans l'ordre que tu veux ces deux programmes de calculs, peux-tu obtenir les nombres 1 ? 2 ? 3 ? - 7 ? 5,3 ? π ?

Donne tous les nombres que l'on peut atteindre à partir de 5.

Si on part d'un autre nombre, quels sont les nombres que l'on peut atteindre ?



ξ Xi

Le « jeu du huit » se joue à deux : chacun lance deux dés et additionne les valeurs des deux dés. Si le résultat est un huit, le joueur marque un point. Le gagnant est le premier à atteindre dix points. Arnaud et Max décident de jouer à ce jeu mais n'ont que trois dés.

Arnaud propose : « Tu n'as qu'à prendre deux dés et moi je lancerai à chaque fois le troisième et j'ajouterai deux. De cette façon, si je fais un 6 avec le dé, je marquerai un point. »

Au bout de plusieurs parties, Max décide d'arrêter : « J'en ai assez, Arnaud ! Je n'ai vraiment pas de chance ! Sur sept parties, je n'en ai gagné qu'une seule ! »

Est-ce uniquement une question de chance si Max perd autant ?

Narrations de recherche



o Omicron

Demande à un camarade ou à un membre de ta famille de tracer au hasard sur une feuille une droite (d). (*Ne lui lis surtout pas la suite de ce sujet.*)

Trouve comment tracer un repère orthonormé (O, I, J) dans lequel la droite tracée par ton camarade est la représentation graphique de la fonction f qui, à x , associe $-3x + 4$.



π Pi

Deux poulies de rayons respectifs 50 cm et 1 cm sont entourées par une courroie tendue. Leurs centres sont espacés de 70 cm. On cherche à calculer une approximation, la meilleure possible, de la longueur de la courroie.

Propose des modèles successifs et des valeurs approchées associées permettant un progrès dans cette approximation.

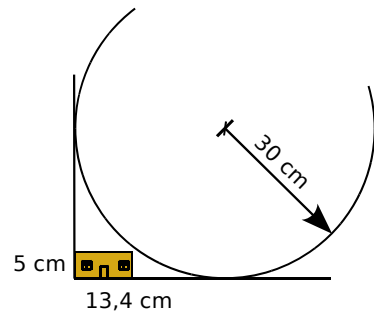


ρ Rhô

Un couple de souris habite une maison en carton de 13,4 cm sur 5 cm, au fond du garage, contre le mur.

Henri a un scooter dont les roues ont un rayon de 30 cm. La maison des souris sera-t-elle écrasée si Henri heurte le mur avec son scooter ?

Attention, les dimensions sur le dessin ne sont pas respectées.



ς Sigma

ABCD est un trapèze dont nous avons perdu les dimensions... Le point M appartient au segment [AB]. On pose : $AM = x$.

On définit les fonctions f , g et h telles que :

- f est la fonction qui, à x , associe l'aire du triangle AMD ;
- g est la fonction qui, à x , associe l'aire du triangle DMC ;
- h est la fonction qui, à x , associe l'aire du triangle CMB.

Les aires sont données en cm^2 et les longueurs en cm.

Dans le repère ci-contre, on dispose des courbes représentatives des trois fonctions.

Pouvez-vous retrouver les dimensions du trapèze ABCD, puis le construire en vraie grandeur ?

