1 Écris chaque produit sous la forme a^n où a est un nombre et n un entier relatif.

a. $5^3 \times 5^7 = \ldots\ldots$

b. $(-7) \times (-7)^5 = \ldots\ldots$

c. $3^8 \times 3^{-10} = \ldots\ldots$

d. $\left(\dfrac{9}{5}\right)^{-4} \times \left(\dfrac{9}{5}\right) = \ldots\ldots$

e. $4^{-3} \times 4^{-7} = \ldots\ldots$

f. $\left(\sqrt{3}\right)^4 \times \sqrt{3} = \ldots\ldots$

g. $\left(\sqrt{7}\right)^{-5} \times \left(\sqrt{7}\right)^9 = \ldots\ldots$

h. $\left(\dfrac{7}{3}\right)^5 \times \left(\dfrac{7}{3}\right)^9 = \ldots\ldots$

2 Écris chaque quotient sous la forme a^n où a est un nombre et n un entier relatif.

a. $\dfrac{7^{13}}{7^5} = \ldots\ldots$

b. $\dfrac{3^{38}}{3^{15}} = \ldots\ldots$

c. $\dfrac{12^{28}}{12^{34}} = \ldots\ldots$

d. $\dfrac{(-6)^{12}}{(-6)^{15}} = \ldots\ldots$

e. $\dfrac{\left(\sqrt{6}\right)^{10}}{\left(\sqrt{6}\right)^9} = \ldots\ldots$

f. $\dfrac{-4{,}5}{(-4{,}5)^{-5}} = \ldots\ldots$

g. $\dfrac{9^{-2}}{9^7} = \ldots\ldots$

h. $\dfrac{1{,}2^{-5}}{1{,}2^{-3}} = \ldots\ldots$

3 Écris chaque nombre sous la forme a^n où a est un nombre et n un entier relatif.

a. $\left(7^3\right)^5 = \ldots\ldots$

b. $\left(5^2\right)^{-4} = \ldots\ldots$

c. $\left(\left(\dfrac{3}{8}\right)^{-1}\right)^{10} = \ldots\ldots$

d. $\left(\left(\sqrt{5}\right)^7\right)^{-2} = \ldots\ldots$

e. $\left(\left(\sqrt{11}\right)^2\right)^3 = \ldots\ldots$

f. $\left(\left(\dfrac{9}{7}\right)^{-2}\right)^{-1} = \ldots\ldots$

4 Même énoncé.

a. $\left(3^2\right)^{-2} \times 3^3 = \ldots\ldots$

b. $\left((-7)^3\right)^2 \times (-7)^{-4} = \ldots\ldots$

c. $\left(5^3\right)^{-1} \times \left(5^3\right)^2 = \ldots\ldots$

d. $\left(\left(\dfrac{7}{4}\right)^5\right)^3 \times \left(\left(\dfrac{7}{4}\right)^{-2}\right)^4 = \ldots\ldots$

5 Même énoncé.

a. $5^2 \times 3^2 = \ldots\ldots$

b. $3{,}5^{-3} \times 4^{-3} = \ldots\ldots$

c. $2^4 \times 7^4 = \ldots\ldots$

d. $(-7)^6 \times (-3)^6 = \ldots\ldots$

e. $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{-2} \times \left(\dfrac{2}{9}\right)^{-2} = \ldots\ldots$

6 Écris chaque quotient sous la forme d'une fraction irréductible.

a. $\dfrac{15^2}{9^2} = \ldots\ldots$

b. $\dfrac{14^3}{21^3} = \ldots\ldots$

c. $\dfrac{25^{-2}}{10^{-2}} = \ldots\ldots$

d. $\dfrac{(-8)^5}{16^5} = \ldots\ldots$

7 Écris les nombres suivants sous la forme a^n (où a est un nombre et n un entier relatif) puis donne une écriture décimale.

a. $5^{-7} \times 2^{-7} = \ldots\ldots$

b. $\left(2^4\right)^{-1} = \ldots\ldots$

c. $7^{-6} \times 7^8 = \ldots\ldots$

d. $4^{-3} \times 25^{-3} = \ldots\ldots$

e. $\left(\left(\sqrt{8}\right)^2\right)^{-1} = \ldots\ldots$

f. $\left((-1{,}5)^3\right)^4 \times \left((-2)^6\right)^2 = \ldots\ldots$

8 Même énoncé.

a. $\dfrac{2^{18}}{2^{14}} = \ldots\ldots$

b. $\dfrac{2^3}{5^3} = \ldots\ldots$

c. $\left(\dfrac{12}{25}\right)^2 \times \left(\dfrac{5}{6}\right)^2 = \ldots\ldots$

d. $\dfrac{25^{-2}}{35^{-2}} = \ldots\ldots$

9 Complète chaque égalité.

a. $3^{10} \times 3^{\ldots\ldots} = 3^5$

b. $7^{\ldots\ldots} \times 7^8 = 7^{11}$

c. $\left(5^2\right)^{\ldots\ldots} = 5^8$

d. $\dfrac{5^{\ldots\ldots}}{5^{28}} = 5^{-13}$

e. $6^{-8} \times 6^{\ldots\ldots} \times 6 = 6^{10}$

f. $3^{\ldots\ldots} \times 10^{\ldots\ldots} = 30^7$

g. $\left((-2)^{\ldots\ldots}\right)^3 = (-2)^{12}$

h. $\dfrac{7^{\ldots\ldots}}{14^{\ldots\ldots}} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3}$

10 Soit l'expression A $= (x+7)^3 \times (x+4)^3$. Calcule astucieusement l'expression A pour $x = -2$.

……………………………………………………

……………………………………………………

11 Calcule sans calculatrice.

a. $59 \times 2^{-2} \times 5^{-2} =$ ....

b. $5^2 \times 0{,}742 \times 2^2 =$ ....

c. $2^3 \times 12{,}2 \times 5^3 =$ ....

d. $2^{-3} \times 5^{-3} \times 61 =$ ....

12 Écris chaque quotient sous forme décimale ou fractionnaire.

a. $\dfrac{7^{-2} \times 7^5}{7^8} =$ ....

b. $\dfrac{5^4 \times 5^8}{5^{10}} =$ ....

c. $\dfrac{3^{-2} \times 2^5}{3^{-5} \times 2^7} =$ ....

d. $\dfrac{5^3 \times 2^7 \times 3^2}{5^5 \times 2^9 \times 3^{-1}} =$ ....

....

e. $\dfrac{5^{-2} \times 2^3 \times 3^{-5} \times 7^4}{5^2 \times 2^7 \times 3^{-3} \times 7^3} =$ ....

....

f. $\dfrac{11^{-1} \times 2^{-5} \times 13^4 \times 5^3}{2^{-7} \times 5 \times 11^{-3} \times 13^6} =$ ....

....

13 Calcule astucieusement chaque expression.

$A = \dfrac{14^3 \times (-9)^2}{7^3 \times 3^4} =$ ....

$B = \dfrac{(-5)^3 \times 0{,}3^2 \times 2^3}{2 \times 10^4 \times 0{,}15} =$ ....

....

14 Voici la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres 1 080 et 288 :

$1\,080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$ et $288 = 2^5 \times 3^2$.

a. 5 est-il un diviseur commun à 1 080 et 288 ? Justifie.

....

....

b. 3 est-il un diviseur commun à 1 080 et 288 ? Justifie.

....

....

c. Même question avec 3^2 ? Et 3^3 ? Justifie.

....

....

....

....

d. Trouve un nombre entier n, le plus grand possible, tel que 2^n divise à la fois 1 080 et 288.

....

....

e. Existe-t-il un autre facteur premier, différent de 2 et de 3, qui divise à la fois 288 et 1 080 ? Justifie.

....

....

f. Montre que PCGD (288 ; 1 080) = $2^3 \times 3^2$.

....

....

15 *Détermination de PGCD*

a. Écris la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants.

- 4 116 = ...

....

....

- 2 205 = ...

....

....

- 7 350 = ...

....

....

b. Déduis-en les PGCD suivants.

- PGCD (4 116 ; 2 205)

....

- PGCD (2 205 ; 7 350)

....

- PGCD (4 116 ; 7 350)

....

1 Écris les expressions suivantes sous la forme $a^m \times b^n$ où a, b, m et n sont des entiers relatifs.

$A = \dfrac{2^5 \times 4^5 \times 11^{-3}}{8^{-3} \times 11^5}$

$B = \dfrac{12^4 \times 5^7}{4^{-6} \times 5^3 \times 3^{-6}}$

$C = \dfrac{6^{-3} \times (-5)^7 \times 4^7}{10^5 \times 2^5 \times (-6)^5}$

$D = \dfrac{2^4 \times 3^4 \times 6^4 \times 5^4}{4^{-3} \times 3^{-3} \times 15^9}$

2 Écris les expressions suivantes sous la forme $a^m \times b^n$ où a, b, m et n sont des entiers relatifs.

$A = \dfrac{6^{-8} \times 9^6}{9^5 \times (6^3)^5}$

$B = \dfrac{2^{-3} \times (8^7)^8}{8^{-35} \times (2^4)^{-6}}$

$C = \dfrac{4^5 \times 7^{-1}}{16^4 \times 7^3}$

$D = \dfrac{9^{-3} \times 8^4}{3^4 \times 8^{-4}}$

3 Donne l'écriture scientifique puis l'écriture décimale des expressions suivantes.

$A = \dfrac{8 \times 10^4 \times 7 \times 10^2}{14 \times 10^{-3}}$

$B = \dfrac{2 \times 10^5 \times 9 \times 10^{-4}}{15 \times 10^5}$

$C = \dfrac{4 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^2}$

4 Calcule astucieusement chaque expression. Tu donneras le résultat sous forme décimale.

$A = \dfrac{14^3 \times (-9)^2}{7^3 \times 3^4} =$ ....

$B = \dfrac{(-5)^3 \times 0{,}3^2 \times 2^3}{2 \times 10^4 \times 0{,}15} =$ ....

5 La structure métallique de la tour Eiffel a une masse de 7 300 tonnes. On considère que la structure est composée essentiellement de fer. Sachant qu'un atome de fer a une masse de $9{,}352 \times 10^{-26}$ kg, combien y a-t-il d'atomes de fer dans la structure ?

6 Tout juste majeure, Audrey gagne 300 € à une loterie. Elle décide de les placer sur un livret d'épargne qui lui rapporte 3 % d'intérêts par an.

a. Quelle somme d'argent aura-t-elle sur son livret au bout d'un an ?

....

....

....

b. Si Audrey ne touche pas à son livret, quelle somme aura-t-elle au bout de deux ans ? Au bout de cinq ans ? Et pour son trentième anniversaire ? Arrondis les résultats au centime d'euro.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

7 Écris les expressions suivantes sous la forme d'un produit ayant un minimum de facteurs.

$$A = \frac{(a^2)^{-3} \times b^3}{a^{-5} \times (b^6)^4}$$

....

....

....

$$C = \frac{18(a^{-4})^8 \times 4b^3}{(3a)^2 \times b^{-4}}$$

....

....

....

$$B = \frac{b^{-6} \times (a^{-3})^{-6}}{a^9 \times (b^{-5})^4}$$

....

....

....

....

$$D = \frac{(a^4)^{-2} \times (b^{-4})^3 \times c^9}{(b^6)^{-2} \times (c^{-3})^2 \times a^8}$$

....

....

....

....

8 *Une somme de puissances de 2*

a. Vérifie, à l'aide de calculs, que les égalités suivantes sont vraies.

$2^0 = 2^1 - 2^0$; $2^1 = 2^2 - 2^1$; $2^2 = 2^3 - 2^2$.

....

....

....

b. En utilisant les propriétés sur les puissances, montre l'égalité $2^n = 2^{n+1} - 2^n$ où n est un nombre entier naturel. (Pense à écrire 2^{n+1} comme le produit de deux puissances de 2.)

....

....

....

c. En utilisant l'égalité prouvée en **b.**, vérifie que $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 15$.

....

....

....

d. En t'inspirant du raisonnement de la question **c.**, et sans utiliser de calculatrice, trouve la valeur exacte des sommes suivantes.

- $A = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + ... + 2^{300}$

....

....

- $B = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + ... + 2^{1\,000}$

....

....

e. Peux-tu trouver un ordre de grandeur de A et B en utilisant la calculatrice ? Si oui, donne-le, si non explique pourquoi.

....

....

....

....

f. Exprime à l'aide d'une somme ayant le moins de termes possible l'expression S_n suivante :
$S_n = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + ... + 2^n$.

....

....

1 *Des vitesses (1)*

a. Convertis 130 $km \cdot h^{-1}$ en $m \cdot s^{-1}$.

b. Convertis 3,5 $m \cdot s^{-1}$ en $km \cdot h^{-1}$.

2 *Des vitesses (2)*

a. Convertis 17,3 $m \cdot s^{-1}$ en $km \cdot h^{-1}$.

b. Convertis 99 $km \cdot h^{-1}$ en $m \cdot s^{-1}$.

c. Convertis 600 $m \cdot s^{-1}$ en $km \cdot min^{-1}$.

3 *Des masses volumiques*

a. Convertis 35,6 $g \cdot cm^{-3}$ en $kg \cdot m^{-3}$.

b. Convertis 5 640 $kg \cdot m^{-3}$ en $g \cdot cm^{-3}$.

4 *Des énergies*

a. Convertis 2,5 kWj en Wh.

b. Convertis 1,2 MWh en kWj.

5 Convertis le débit 5,04 $m^3 \cdot h^{-1}$ en $L \cdot s^{-1}$.

1 Une piscine olympique mesure 50 m de long sur 20 m de large et a une profondeur moyenne de 1,70 m.
Combien de temps faut-il pour la remplir à l'aide d'une pompe dont le débit est de 7 500 L·h^{-1} ?
Donne le résultat en jours, heures et minutes.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2 Fabriquée en série dans l'usine de Molsheim en Alsace, la Bugatti Veyron a atteint les 415 km·h^{-1} sur le grand Lac Salé situé dans l'Utah, ce qui en fait la voiture de série la plus rapide au monde.

a. Sa consommation en utilisation normale est de 24,1 L/100 km et la capacité de son réservoir est de 98 litres. Calcule son autonomie en utilisation normale, arrondie au kilomètre.

....

....

b. À la vitesse de 400 km·h^{-1}, sa consommation atteint 90 L/100 km. Calcule alors son autonomie, arrondie au kilomètre.

....

....

c. Calcule sa vitesse maximale en m·s^{-1}. Donne la valeur arrondie au dixième.

....

....

....

3 Le césium est un métal qui a été découvert en 1861 et qui est liquide à température ambiante. Sa masse volumique est de 1 879 kg·m^{-3}. Utilisé en médecine, il sert aussi à définir la durée de la seconde.

a. Exprime la masse volumique du césium en g/cm^3.

....

....

....

....

b. Calcule la masse, en kg, de 5,4 dm^3 de ce métal. Donne la valeur arrondie au dixième.

....

....

....

....

4 L'eau d'un bassin est une solution saline dont la concentration en sel est égale à 35 g·L^{-1}.
Le bassin est semblable à un pavé droit dont les dimensions sont 5 m ; 3 m et 2,5 m.

Calcule la quantité de sel, en kg, dans ce bassin.

....

....

....

....

....

....

5 Un téléviseur à écran plat a une puissance P de 180 W. On le fait fonctionner pendant une durée t de deux heures et quarante-cinq minutes.

a. Calcule l'énergie consommée E, exprimée en kWh, par ce téléviseur ($E = P \times t$).

....

....

....

b. Exprime cette énergie en joules (1 J = 1 Ws).

....

....

6 Le parsec (pc) est une unité de longueur utilisée en astronomie. Un parsec vaut environ 3,261 années-lumière (al). Dark Vador, lors d'une inspection des contrées lointaines de l'Empire, doit parcourir 12 523 pc à bord de son croiseur-amiral.

Quelle doit être la vitesse de son navire (en $al \cdot h^{-1}$) pour que le voyage dure six mois (180 jours) ? Donne la valeur arrondie au dixième.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

7 La VO_2max est le volume maximal d'oxygène qu'un sujet humain peut consommer par unité de temps au cours d'un effort. Elle s'exprime en L/min. Afin de personnaliser la mesure, la valeur observée est le plus souvent rapportée à l'unité de masse et s'exprime alors en mL/min/kg (VO_2max dite « spécifique »).

a. Chez un sujet jeune et sain, on observe des VO_2max de l'ordre de 45 mL/min/kg chez l'homme et 35 ml/min/kg chez la femme.

- Calcule la quantité d'oxygène consommée, en L, pour un effort de 12 minutes chez un homme de 78 kg.

  ....

  ....

- Même question chez une femme de 52 kg et pour un effort de 14 minutes.

  ....

  ....

b. Chez l'athlète de haut niveau on peut observer des VO_2max spécifiques atteignant 90 mL/min/kg chez l'homme et 75 mL/min/kg chez la femme (*source INSEP*). Reprends la question **a.** en tenant compte de ces nouvelles données.

....

....

8 Le braquet est le rapport de démultiplication entre le pédalier et le pignon arrière d'un vélo.
Ainsi, par exemple, un cycliste avec un pédalier de 28 dents et un pignon de 26 dents, utilisant des roues de 650 (soit environ 63 cm de diamètre et donc 1,98 m de circonférence), avance de $1{,}98 \text{ m} \times \dfrac{28}{26} \approx 2{,}13$ m à chaque tour de pédalier.
Dans ce cas, on dit que le braquet est 28×26 et que le développement est $2{,}13 \text{ m} \cdot \text{tour}^{-1}$.

a. Lorsque la route est dans une plaine, on peut utiliser un « grand braquet », par exemple un 52×14. Calcule alors la vitesse, en $km \cdot h^{-1}$, d'un cycliste utilisant ce braquet en supposant qu'il effectue 80 tours de pédale à la minute.
Donne la valeur arrondie au dixième.

....

....

....

....

....

b. Lorsque la route est en montagne, on utilise plutôt un « petit braquet », par exemple un 26×30. Calcule alors la vitesse, en $km \cdot h^{-1}$, d'un cycliste utilisant ce braquet avec la même cadence. Donne la valeur arrondie au dixième.

....

....

....

....

....

c. À la question « Quel braquet comptez-vous utiliser pour grimper le col de Bagargui ? » posée par un journaliste lors du Tour de France 2003 au coureur français Sébastien Hinault, celui-ci a répondu : « On a prévu le 39×25 et je pense qu'on va le mettre. ».
Sachant que les roues de ce coureur mesurent 2,08 m de circonférence et que sa cadence de rotation varie de 80 à 100 $tours \cdot min^{-1}$, calcule sa vitesse minimale et sa vitesse maximale en $km \cdot h^{-1}$. Donne les valeurs arrondies au dixième.

....

....

....

....

....