

Activité 1 : Histoires de boîtes

1. La moyenne, c'est connu !

Monsieur Misant, fabricant de boîtes de chaussures, doit renouveler son stock. Il veut pour cela concilier différentes contraintes :

- éviter le gaspillage (pas de grandes boîtes pour de petites chaussures) ;
- ne faire que quatre formats de boîtes au maximum car il dispose de quatre chaînes de fabrication ;
- produire la même quantité de boîtes sur chaque chaîne de fabrication.

Le syndicat de la chaussure a réalisé une étude auprès d'un échantillon représentatif de 1 012 adultes pour connaître la répartition des pointures.

Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Fréquence (en %)	2,3	4,3	7,6	10,8	11,4	13,6	13,7	11,3	9,4	8,1	5,3	2,2

- Quels sont la population et le caractère étudiés dans cette enquête ?
- Reproduis le tableau dans un tableur.
- M. Misant veut fabriquer 10 000 boîtes. Ajoute au tableau une ligne contenant le nombre de boîtes à fabriquer par pointure. (La répartition observée lors de l'enquête est respectée.)
- Le fils de M. Misant, grand spécialiste du calcul de moyennes, mais pas de la réflexion, propose à son père de calculer la pointure moyenne. Fais à ton tour ce calcul. Ce résultat présente-t-il un intérêt pour M. Misant ? Donne au moins deux arguments.

2. Répartir les pointures

- Après cette expérience malencontreuse, M. Misant décide de demander de l'aide à sa fille, élève de 4^e. Elle propose de rajouter deux lignes au tableau, celle des fréquences cumulées croissantes et celle des effectifs cumulés croissants. Ajoute ces deux lignes.
- M. Misant pense alors faire deux formats de boîtes de chaussures. Quelles pointures devra contenir la première taille de boîtes pour respecter la troisième contrainte ? Justifie ta réponse.

Cette valeur du caractère qui sépare la population en deux parties de même effectif s'appelle la médiane de la série statistique.

- Après réflexion, il décide d'économiser encore du carton en faisant quatre formats de boîtes. Explique pourquoi le premier format de boîtes doit contenir les pointures 35 à 38 (38 est appelé le premier quartile de la série statistique). Répartis les pointures restantes de façon à ce que chaque intervalle contienne 25 % des chaussures.

3. Et sur des graphiques ?

- Réalise deux diagrammes en bâtons avec en abscisse les pointures et en ordonnée, les fréquences en pourcentage pour le premier diagramme et les effectifs pour le second.
- Peux-tu retrouver facilement les résultats de la question **2. c.** sur ces diagrammes ?
- Place, dans un repère, les points ayant pour abscisses les pointures de chaussures et pour ordonnées les fréquences cumulées croissantes correspondantes. En reliant ces points par des segments, tu obtiens le polygone des fréquences cumulées croissantes. Fais apparaître les réponses de la question **2. c.** sur ce graphique.

Activité 2 : Vers l'étendue

Florence, Olivier et Laure comparent leurs notes obtenues en mathématiques lors d'un trimestre.

Florence	5	20	16	11	12	16	14	7	8	1
Olivier	11	8	8	12	10	13	12	11	12	13
Laure	12	0	13	13	9	9	11	13	19	11

1. Calcule la moyenne obtenue en mathématiques lors de ce trimestre par Florence puis par Olivier et enfin par Laure. Que remarques-tu ?
2. Après avoir rangé les notes par ordre croissant, détermine une note médiane pour chacune de ces trois séries. Que remarques-tu ?
3. Les trois élèves te semblent-ils avoir le même profil ? Explique pourquoi.
4. Que peux-tu dire des notes de chacun d'entre eux par rapport à la moyenne et à la note médiane ? Propose une caractéristique simple permettant de différencier les profils de ces trois élèves.
5. À l'aide du rangement donné à la question 2., détermine des valeurs pour les premier et troisième quartiles ainsi que l'écart entre ces deux valeurs pour chacune des trois séries. Cela confirme-t-il ta réponse donnée à la question 3. ?

Activité 3 : Distribuer des euros

Monsieur Teviloj a gagné au loto et décide de partager son gain avec vingt-quatre de ses amis. Il choisit de ne pas donner la même somme à tous mais d'utiliser ses souvenirs de mathématicien... Pour cela, il a besoin de ton aide.

Crée une feuille de calcul comme celle ci-contre qui évoluera au fil de l'activité. (On numérote les amis de 1 à 24.)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Amis	1	2	3	4	5	6	7
2	Somme							

1. En fixant la moyenne

- a. Pour commencer, il décide que la somme moyenne donnée sera de onze euros. Tout le monde doit avoir entre cinq et vingt euros et enfin, il n'y a pas plus de quatre personnes qui ont la même somme.
 - Quelle somme va-t-il distribuer ?
 - Crée une formule dans la cellule B4 indiquant la totalité de l'argent distribué.
 - Crée une formule dans la cellule B5 indiquant la moyenne des sommes distribuées.
 - Propose une première distribution possible.
- b. Après réflexion, M. Teviloj décide que son ami préféré (numéro 1 dans le tableau) aura vingt-deux euros alors que le numéro 24 qui ne prend jamais de ses nouvelles n'aura que deux euros. Comment doit-il faire pour que la moyenne ne change pas ? Modifie ta feuille de calcul en conséquence.

2. En faisant des groupes

M. Teviloj décide maintenant que la moitié de ses amis aura au moins treize euros. Modifie ta feuille de calcul en conséquence (la moyenne et le cadeau des numéros 1 et 24 ne doivent pas changer). Utilise la fonction « Médiane » du tableur pour vérifier ton résultat dans la cellule B6. Quel effet ce choix a-t-il pour l'autre moitié de ses amis ?

Activité 4 : Lancer les dés, piocher des boules... risqué ?

1. Quelques situations simples

- On lance une pièce de monnaie bien équilibrée en l'air et on s'intéresse au côté sorti. Combien y a-t-il de résultats possibles ? Penses-tu qu'on ait plus de chances d'obtenir l'un de ces résultats par rapport à l'autre ? Pourquoi ? Combien de chances a-t-on alors que chacun de ces résultats possibles se produise ?
- Dans une loterie, une roue est divisée en neuf secteurs identiques numérotés de 1 à 9. On fait tourner cette roue et un pointeur s'arrête, au hasard, devant l'un des secteurs. Combien de secteurs portent un nombre pair ? Combien de chances un joueur a-t-il d'obtenir un nombre pair ? Et un nombre impair ?
- Une urne contient cinq boules jaunes, cinq vertes et cinq rouges, indiscernables au toucher. On en tire une au hasard. Combien y a-t-il de résultats différents possibles ? Combien de chances a-t-on de tirer une boule jaune ?

2. Simulation du lancer de dé avec un tableur

- Lorsqu'on lance un dé non truqué, y a-t-il des raisons d'obtenir un numéro plutôt qu'un autre ? Combien de chances as-tu d'obtenir un numéro particulier ?
- Dans une feuille de calcul, pour simuler un lancer de dé, écris dans la cellule A1 la formule « =ALEA.ENTRE.BORNES(1;6) » permettant d'y inscrire un nombre entier compris entre 1 et 6 et ce, de façon aléatoire (au hasard).
- Copie cette formule jusqu'à la cellule A1000 pour simuler une série de 1 000 lancers puis jusqu'à la colonne CV pour simuler une série de 100 000 lancers.
- Complète ta feuille de calcul comme ci-contre. Écris en B1003, la formule « =NB.SI(\$A\$1:\$A\$100;\$A1003) ». Elle permet d'obtenir le nombre d'apparitions dans les cellules A1 à A100 de la valeur écrite dans la cellule A1003. Achève ce tableau. Que remarques-tu ? Si on lance le dé un grand nombre de fois, quelle proportion de 1 obtiendras-tu ?

	A	B	C	D
1001	Nombre d'apparitions			
1002	Numéros	Taille 100	Taille 1000	Taille 100 000
1003	1			
1004	2			
1005	3			
1006	4			
1007	5			
1008	6			

3. Hasard, hasard... vous avez dit hasard ?

Fatia et Calvin décident de jouer pour passer le temps. Ils lancent, chacun à leur tour, une punaise. Ils décident que Fatia marque un point quand la punaise tombe sur la position D et Calvin marque un point quand elle tombe sur la position C (voir photo).



- Cette règle du jeu te paraît-elle équitable ? Argumente.
- Prends une punaise et effectue dix lancers, note les résultats obtenus. Quelle est la fréquence de D ? Et celle de C ?
- Avec toute la classe**
 - Effectue dix lancers supplémentaires, puis mets en commun tes résultats avec ceux de tes cinq voisins les plus proches. Quelle fréquence obtiens-tu pour D ? Et pour C ?
 - Le résultat obtenu est-il proche de ton expérience ? Et pour tes voisins ?
 - Mets maintenant en commun les résultats des différents groupes. Calcule la fréquence de D et de C pour toute la classe. Compare ce résultat à celui obtenu par ton groupe.
 - Propose maintenant une règle du jeu qui te paraisse équitable.

Activité 5 : Expériences à deux épreuves

1. Deux lancers consécutifs d'un dé

Phong et Corentine s'intéressent à la somme des résultats obtenus lorsqu'on lance un dé cubique non truqué deux fois de suite.

- Donne toutes les valeurs possibles pour la somme.
Corentine pense qu'il y a autant de chances d'obtenir chacune de ces valeurs.
Qu'en penses-tu ? Donne un argument simple.
- Dans une feuille de calcul, écris dans la cellule A1 la formule « =ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)+ALEA.ENTRE.BORNES(1;6) » permettant de simuler la somme obtenue lorsqu'on ajoute les résultats des deux lancers de dé.
Copie cette formule jusqu'à la cellule A1000 pour simuler une série de 1 000 sommes puis jusqu'à la colonne CV pour simuler une série de 100 000 sommes.

Complète ta feuille de calcul comme ci-contre. Écris en B1003, la formule « =NB.SI(\$A\$1:\$A\$100;\$A1003) ». Elle permet d'obtenir le nombre d'apparitions dans les cellules A1 à A100 de la valeur écrite en A1003.
Achève ce tableau. Que remarques-tu ?
Si on répète cette expérience de deux lancers successifs un grand nombre de fois, quelle proportion de sommes égales à 7 obtiendras-tu ?

	A	B	C	D
1001	Nombre d'apparitions			
1002	Sommes	Taille 100	Taille 1000	Taille 100 000
1003				
1004				
1005				
1006				
1007				
1008				

- Phong a commencé à schématiser les différentes possibilités à l'aide d'un « arbre ».
 - Recopie et complète cet « arbre ».

1^{er} lancer

2^e lancer

Somme



- Combien y a-t-il de chances d'obtenir chacun des résultats possibles ?
A-t-on autant de chances d'obtenir une somme égale à 5 que d'obtenir une somme égale à 9 ?

2. Tirages successifs dans deux urnes

Des boules indiscernables au toucher ont été placées dans deux urnes. La première contient trois boules rouges et une bleue, la deuxième contient deux boules numérotées 1, une boule numérotée 2 et trois boules numérotées 3.

Valérie tire au hasard une boule dans la première urne puis une autre dans la deuxième.

- Construis un arbre indiquant tous les tirages possibles.
- On suppose qu'elle reproduit 120 fois cette expérience de deux tirages successifs.
 - Dans combien de cas devrait-elle obtenir une boule rouge dans la première urne ? Parmi ces cas-là, combien de fois devrait-elle obtenir une boule numérotée 1 dans la deuxième urne ?
 - Déduis-en le nombre d'expériences sur les 120 réalisées qui devraient donner comme résultat le tirage d'une boule rouge suivie de celui d'une boule numérotée 1. Donne ainsi la fréquence de ce résultat.
- Procède de la même façon pour trouver la fréquence des autres résultats possibles.
- Parmi ces 120 expériences, quelle est la proportion de celles donnant le tirage d'une boule numérotée 1 dans la deuxième urne ?

Méthode 1 : Déterminer des caractéristiques d'une série statistique donnée sous forme de liste ou de tableau

À connaître

On appelle **médiane** m d'une série statistique dont les valeurs sont ordonnées tout nombre qui partage cette série en deux groupes de même effectif.

Le **premier quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur Q_1 telle qu'au moins 25 % des valeurs sont inférieures ou égales à Q_1 .

Le **troisième quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur Q_3 telle qu'au moins 75 % des valeurs sont inférieures ou égales à Q_3 .

L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.

Exemple 1 : Voici le temps consacré, en minutes, au petit-déjeuner par 16 personnes.

16 12 1 9 17 19 13 10 4 8 7 8 14 12 14 9

Détermine une valeur médiane, les valeurs des premier et troisième quartiles, ainsi que l'étendue de cette série statistique.

On commence par ranger les 16 valeurs dans l'ordre croissant.

1 4 7 **8** 8 9 9 **10 12** 12 13 **14** 14 16 17 19

- Tout nombre compris entre la 8^e et la 9^e valeur peut être considéré comme médiane. En général, on prend la demi-somme de ces deux valeurs : $m = 11$. (La moitié de ce groupe consacre moins de 11 minutes au petit-déjeuner.)
- 25 % et 75 % de 16 sont égaux à 4 et 12 donc le premier quartile est la 4^e valeur, soit $Q_1 = 8$, et le troisième quartile est la 12^e valeur, soit $Q_3 = 14$.
- $19 - 1 = 18$ donc l'étendue est 18.

Exemple 2 : On donne la répartition des notes à un contrôle dans une classe de 27 élèves.

Note sur 20	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Effectif	2	3	5	2	1	6	3	3	2

Détermine une valeur médiane, les valeurs des premier et troisième quartiles, ainsi que l'étendue de cette série statistique.

On commence par calculer les effectifs cumulés croissants.

Note sur 20	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Effectifs cumulés	2	5	10	12	13	19	22	25	27

- L'effectif total est de 27. Or $27 \div 2 = 13,5$ donc la médiane est la 14^e note : $m = 12$. Cette valeur partage la série en deux groupes de même effectif : un groupe de 13 notes inférieures ou égales à 12 et un groupe de 13 notes supérieures ou égales à 12.
- 25 % et 75 % de 27 sont égaux à 6,75 et 20,25 donc le premier quartile est la 7^e valeur, soit $Q_1 = 9$, et le troisième quartile est la 21^e valeur, soit $Q_3 = 13$.
- $15 - 7 = 8$ donc l'étendue est 8.

Exercice « À toi de jouer »

1 On donne les longueurs, en km, de chacune des étapes du Tour de France 2008.

195 165 195 29 230 195 158 174 222 154 166
168 182 182 216 157 210 197 163 53 143

Détermine une valeur médiane, les valeurs des premier et troisième quartiles, et l'étendue de cette série statistique.

Méthode 2 : Calculer des probabilités

Exemple 1 : Détermine la probabilité de tirer un as ou un trèfle dans un jeu de 32 cartes.

Dans un jeu de 32 cartes, il y a quatre as et huit trèfles (dont un as). Il y a donc onze chances sur 32 de tirer un as ou un trèfle soit une probabilité de $\frac{11}{32}$.

Exemple 2 : Un joueur de tennis a droit à deux tentatives pour réussir sa mise en jeu. Fabio réussit sa première balle de service dans 65 % des cas. Quand il échoue, il réussit la seconde dans 80 % des cas. Quelle est la probabilité qu'il commette une double faute (c'est-à-dire qu'il échoue deux fois de suite) ?

Ce joueur réussit sa première balle de service dans 65 % des cas, ce qui signifie qu'il échoue dans 35 % des cas.

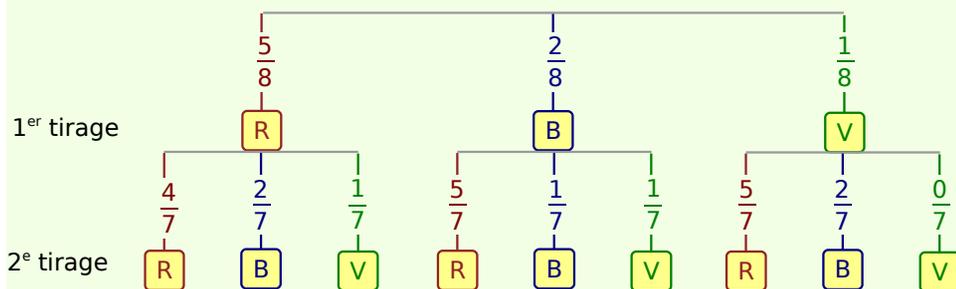
Parmi ces 35 % de cas-là, il réussit sa deuxième balle de service dans 80 % des cas, ce qui signifie qu'il échoue une nouvelle fois dans 20 % des cas.

Ainsi, 20 % de 35 % des mises en jeu effectuées ne sont pas réussies. La probabilité qu'il commette une double faute est donc de $\frac{20}{100} \times \frac{35}{100}$ soit $\frac{7}{100}$.

(Autrement dit, Fabio commet une double faute dans 7 % des cas.)

Exemple 3 : Dans une urne, il y a cinq boules rouges (R), deux boules bleues (B) et une boule verte (V), indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules. Détermine la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.

On peut représenter tous les résultats sur un arbre en indiquant sur les branches correspondantes la probabilité de chaque résultat lors des deux tirages. (L'expérience s'effectuant sans remise, il restera sept boules au second tirage.)



On suppose que l'on reproduit un grand nombre de fois l'expérience :

dans $\frac{5}{8}$ des cas, on obtiendra R au premier tirage et dans $\frac{4}{7}$ de ces cas, on obtiendra

R une nouvelle fois lors du deuxième tirage. Donc, il y aura $\frac{5}{8} \times \frac{4}{7}$ soit $\frac{20}{56}$ des expériences qui donneront comme résultat (R, R).

De même, il y aura $\frac{2}{8} \times \frac{1}{7}$ soit $\frac{2}{56}$ des expériences qui donneront comme résultat

(B, B) et $\frac{1}{8} \times \frac{0}{7}$ c'est-à-dire aucune expérience qui donnera comme résultat (V, V).

La proportion d'expériences donnant deux boules de même couleur est donc de $\frac{20}{56} + \frac{2}{56}$ soit $\frac{22}{56}$. La probabilité d'obtenir la même couleur est donc $\frac{22}{56}$.

Exercice « À toi de jouer »

2 Dans une urne, il y a une boule rouge, quatre bleues et trois noires, indiscernables au toucher. On tire successivement et avec remise deux boules. Détermine la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes.

Étendue, moyenne, médiane

1 Climat

Ce tableau compare les températures mensuelles moyennes (en °C) au cours d'une année dans deux villes Alpha (A) et Gamma (G).

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
A	-6	-9	-1	10	11	19	24	28	21	10	4	-3
G	5	7	9	13	17	19	20	23	18	13	8	4

Pour chaque ville, réponds aux questions.

- Calcule la température annuelle moyenne.
- Détermine une température médiane.
- Calcule l'étendue des températures.
- Décris le climat.

2 Tableaux

À partir des trois tableaux de données, recopie et complète le quatrième tableau.

Série 1 : Nombre de personnes fréquentant un club de remise en forme sur une semaine.

Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di
32	38	21	49	60	84	24

Série 2 : La peinture de 20 personnes.

Pointure	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Effectif	1	2	4	3	2	3	1	3	1

Série 3 : Notes obtenues (sur 20) par une classe de troisième en français lors d'un contrôle.

Notes	4	5	7	8	9	12	13	15	17	18
Effectif	1	2	2	4	3	5	1	3	2	2

	Étendue	Médiane	Moyenne
Série 1			
Série 2			
Série 3			

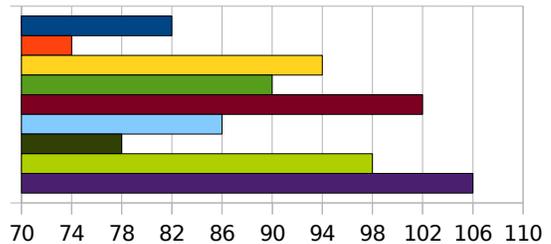
3 Des valeurs à inventer

- Invente une série de sept valeurs dont l'étendue est 8, la moyenne est 16 et la médiane est 17.
- Modifie l'une des valeurs extrêmes pour que l'étendue devienne égale à 15. Quel est l'effet sur les deux autres caractéristiques ?

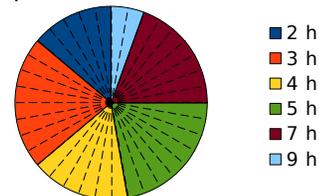
4 Avec des graphiques

À partir de ces trois graphiques, recopie et complète le tableau.

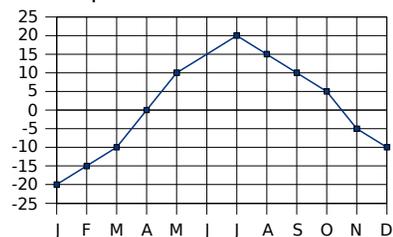
Série 1 : On prélève neuf pommes dans une caisse et on les pèse (mesures données en g).



Série 2 : On donne ci-dessous la répartition du nombre d'heures que consacrent 36 collégiens à faire du sport durant une semaine.



Série 3 : On a relevé les températures dans une ville de Russie pendant une année.



	Étendue	Médiane	Moyenne
Série 1			
Série 2			
Série 3			

5 Salaires

Ce tableau donne la répartition des salaires mensuels des employés d'une petite entreprise.

Salaire (en €)	1 000 à 1 200	1 200 à 1 400	1 400 à 1 600	1 600 à 1 800	2 000 à 2 200
Fréquence (en %)	8,5	12,5	28,5	44	6,5

- Calcule le salaire moyen d'un employé.
- Dans quelle classe est situé le salaire médian ? Que signifie-t-il ?

6 D'après Brevet

En météorologie, on appelle « insolation » (I) le nombre d'heures d'exposition d'un site au soleil. Voici un relevé de la station de météorologie de Voglans, située en Savoie, donnant des informations sur l'insolation (en h) de la région au mois de juillet de 1995 à 2000.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000
I (en h)	261	212	226	308	259	306

- Calculer la moyenne d'insolation sur cette période.
- 260 est-elle une valeur médiane de cette série ? Justifier la réponse.

Quartiles

7 Luc, Samia et Rudy ont obtenu sept notes en français ce trimestre.

Luc	18	2	4	3	1	19	20
Samia	13	9	19	12	1	20	7
Rudy	10	13	11	10	12	13	12

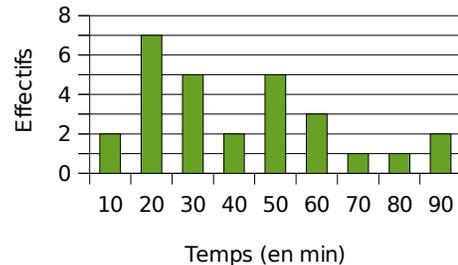
- Détermine pour chaque élève :
 - sa moyenne arrondie au dixième ;
 - une note médiane, ainsi que les valeurs des premier et troisième quartiles ;
 - l'étendue des notes.
- Comment expliquer la grande différence entre la note moyenne et la note médiane de Luc ?
- Samia et Rudy ont des caractéristiques en commun. Penses-tu que ces élèves auront la même appréciation sur leurs bulletins ? Justifie.

8 Le tableau suivant a été obtenu après avoir relevé la vitesse de 60 véhicules.

Vitesse (en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$)	Moins de 80	Moins de 90	Moins de 100	Moins de 110
Effectifs cumulés	13	36	54	60

- Construis le polygone des effectifs cumulés croissants.
- Détermine une valeur approchée de la médiane et des premier et troisième quartiles. Donne ensuite la signification de ces valeurs.

9 On a interrogé les élèves d'une classe de troisième sur le temps mis (en minutes) pour le trajet aller-retour entre leur domicile et le collège. Les résultats sont représentés par le diagramme en barres suivant.



- Détermine la moyenne, l'étendue, une médiane, ainsi que les valeurs des premier et troisième quartiles de cette série statistique.
- Donne la signification de chacune de ces caractéristiques.

10 Mesures de grandeur en physique

En physique, on a demandé à 13 groupes d'élèves de mesurer la tension aux bornes d'un conducteur ohmique et l'intensité le traversant. Chaque groupe a un circuit présentant les mêmes caractéristiques.

Grâce à la loi d'Ohm, ils ont ensuite pu donner une valeur pour la résistance de ce conducteur. Voici leurs résultats (en Ω) : 43,5 ; 46,3 ; 14,7 ; 45,2 ; 43,7 ; 45,2 ; 46,4 ; 45,1 ; 44,9 ; 44,8 ; 45,1 ; 44,8 ; 18,4.

- Détermine la moyenne, l'étendue, une médiane, ainsi que les valeurs des premier et troisième quartiles de cette série.
- Comment expliques-tu la différence entre la moyenne et les autres caractéristiques ?
- Reprends la question a. pour la série obtenue après avoir enlevé les deux valeurs suspectes. Est-ce plus cohérent ? Justifie.

11 Voici les relevés des précipitations annuelles (en mm) à Marrakech (M) et Pointe-à-Pitre (P).

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
M	19	19	26	24	5	2	0	2	6	14	17	18
P	44	30	34	39	64	55	58	95	86	118	112	70

- Détermine la moyenne, l'étendue, une médiane, ainsi que les valeurs des premier et troisième quartiles de chaque série.
- Pour chacune des séries, combien de valeurs différent de la moyenne de moins de 20 % ?

Probabilités

12 Avec des cartes

On tire une carte dans un jeu ordinaire de 52 cartes. Réponds aux questions suivantes.

- Quelle est la probabilité de tirer un carreau ? Un valet ? Un valet de carreau ?
- On ajoute deux jokers à ce jeu. Les probabilités précédentes vont-elles augmenter ?

13 Verrouillage

Un cadenas possède trois boutons avec les lettres A, B et C sur chacun d'entre eux.

- Détermine le nombre total de combinaisons possibles. Justifie.
- Quelle est la probabilité que la combinaison qui ouvre le cadenas soit BAC ?

14 Tirage dans une urne

Une urne contient des boules indiscernables au toucher : cinq blanches, numérotées de 1 à 5 ; huit noires, numérotées de 1 à 8 et dix grises, numérotées de 1 à 10. On tire une boule au hasard.

- Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ? Une boule noire ?
- Quelle est la probabilité de tirer une boule qui porte le numéro 4 ? Et le numéro 9 ?

15 Loterie

Dans une loterie, une roue est divisée en secteurs identiques : neuf de ces secteurs permettent de gagner 5 €, six permettent de gagner 10 €, trois permettent de gagner 50 €, deux permettent de gagner 100 € et quatre ne font rien gagner.

Quelle est la probabilité de ne rien gagner ? De gagner au moins 50 € ?

16 Un dé particulier

Un dé a la forme d'un icosaèdre régulier. Les vingt faces sont numérotées de 1 à 20 et on admet que l'on a autant de chances d'obtenir chacune des faces.

- Quelle est alors la probabilité d'obtenir un multiple de 2 ? Un multiple de 3 ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir un numéro qui ne soit ni un multiple de 2 ni un multiple de 3 ?

17 Sec ou humide ?

Si le temps est sec un jour (S) alors il sera sec le lendemain avec la probabilité $\frac{5}{6}$.

Si le temps est humide (H) alors il sera humide le lendemain avec la probabilité $\frac{2}{3}$.

Aujourd'hui, mardi, le temps est sec.

a. Quelle est la probabilité que le temps soit sec mercredi ? Et humide ?

b. Si le temps est humide mercredi, quelle est la probabilité qu'il soit sec jeudi ?
Même question si le temps est sec mercredi.

c. Construis un arbre pour schématiser cette situation et indique sur chaque branche la probabilité correspondante.

d. Quelle est alors la probabilité que le temps soit sec jeudi ?

e. Reprends les questions précédentes en supposant maintenant que nous sommes mardi et que le temps est humide.

18 Le sang humain

Le sang humain est classé en quatre groupes distincts : A, B, AB et O.

Indépendamment du groupe, le sang peut posséder le facteur Rhésus. Si le sang d'un individu possède ce facteur, il est dit de Rhésus positif (Rh+), sinon il est dit de Rhésus négatif (Rh-).

La répartition des groupes sanguins dans la population française est la suivante :

A	B	AB	O
45 %	9 %	3 %	43 %

Pour chaque groupe, la répartition des français possédant ou non le facteur Rhésus est la suivante :

Groupe	A	B	AB	O
Rh+	87 %	78 %	67 %	86 %
Rh-	13 %	22 %	33 %	14 %

Un individu de groupe O et de Rhésus négatif est appelé donneur universel car il peut donner de son sang aux personnes de tous les groupes sanguins.

a. Quelle est la probabilité pour qu'un français pris au hasard ait un sang du groupe O ?

b. Quelle est la probabilité pour qu'un français pris au hasard soit un donneur universel ?

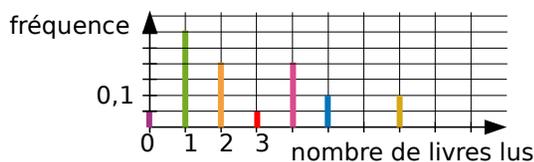
c. Quelle est la probabilité pour qu'un français pris au hasard ait un sang de Rhésus négatif ?

19 Une entreprise emploie sept femmes et douze hommes. Leurs salaires nets mensuels sont (en €) :

- Salaires des femmes : 1 090 ; 1 044 ; 3 470 ; 1 224 ; 1 250 ; 1 438 ; 1 072.
- Salaires des hommes : 1 405 ; 1 070 ; 1 948 ; 1 525 ; 1 090 ; 1 002 ; 1 525 ; 1 968 ; 1 224 ; 2 096 ; 1 703 ; 1 126.

- Calcule l'étendue de chacune des séries. Comment peux-tu interpréter ces résultats ?
- Calcule le salaire moyen pour chaque sexe (arrondi à l'euro si nécessaire). Comment peux-tu interpréter ces résultats ?
- Détermine une médiane des salaires pour chaque série. Comment peux-tu interpréter ces résultats ?
- Dans cette question, on considère la série composée des salaires de tous les employés de cette entreprise. Calcule l'étendue et la moyenne, puis détermine une médiane de cette série.
- Reprends les questions précédentes en ne tenant plus compte du salaire le plus élevé de chaque sexe. Compare les résultats obtenus.

20 Une enquête a été réalisée dans une librairie pour étudier le nombre de livres lus par les clients en décembre 2007. Le diagramme en bâtons donne la fréquence associée à chaque nombre de livres lus.



- Grâce au graphique, détermine le nombre médian de livres lus. Explique ta démarche.
- Calcule le nombre moyen de livres lus.

21 Le tableau ci-dessous (source : Insee) donne la répartition de la population française âgée de moins de 16 ans au 1^{er} janvier 2007. (Les effectifs sont en milliers d'individus, répartis selon l'âge en années.)

Âge	0	1	2	3	4	5	6	
Effectif	793	769	763	763	765	776	782	
7	8	9	10	11	12	13	14	15
755	738	727	739	733	720	718	753	769

Trouve une valeur médiane et les valeurs des premier et troisième quartiles de cette série.

22 Voici les notes (sur 20) obtenues par des élèves au premier trimestre en mathématiques.

Dorian	7	9	11	12	14
Samira	15	16	15	17	16
Bryan	3	16	8	7	9
Anaïs	7	14	8	15	9

- Avec un tableur et en présentant sous forme d'un tableau, calcule la moyenne de chaque élève (toutes les notes ont le même coefficient). Classe ces moyennes par ordre croissant.
- Calcule l'étendue de la série des notes de chaque élève.
- Pour quel(s) élève(s), l'étendue est-elle la plus petite ? Qu'est-ce que cela signifie ?
- À l'aide du tableur, construis, pour chaque élève, un graphique représentant ses notes.
- À l'aide du tableur, représente, dans le même repère, les courbes des quatre élèves.
- Pour Dorian, le professeur a écrit l'appréciation : « La moyenne est juste mais les résultats sont en progrès, poursuis tes efforts. ». Écris, pour les autres élèves, une appréciation que le professeur pourrait donner en tenant compte de l'étendue, de la moyenne et de l'évolution des notes.

23 Voici les prix d'articles d'un supermarché.

Lait	Beurre	Sauce	Crème	Yaourt	Fromage
0,8 €	1,59 €	1,7 €	1,29 €	2,18 €	3,21 €

Le supermarché augmente ces prix de 1,5 %.

- La moyenne de cette série de prix augmente-t-elle de 1,5 % ? Justifie.
- La médiane augmente-t-elle de 1,5 % ? Et les premier et troisième quartiles ? Justifie.
- L'étendue augmente-t-elle de 1,5 % ? Justifie.

24 Ajay a observé :

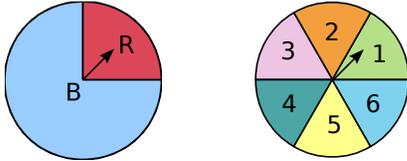
« Si le professeur m'interroge à un cours alors il m'interroge au cours suivant avec la probabilité $\frac{2}{3}$. S'il ne m'interroge pas à un cours alors il ne m'interroge pas au suivant avec la probabilité $\frac{1}{9}$. ».

Aujourd'hui, mardi, Ajay a été interrogé. Les cours suivants ont lieu mercredi et jeudi.

- Construis un arbre illustrant cette situation.
- Quelle est la probabilité qu'ajay soit interrogé jeudi ?

Exercices d'approfondissement

25 Dans un jeu, on doit tourner deux roues. La première roue donne une couleur : bleu, avec la probabilité $\frac{3}{4}$, ou rouge. La deuxième roue donne un chiffre entre 1 et 6 avec la même probabilité.



Si, après avoir tourné les roues, les aiguilles se trouvent comme sur le schéma, on note (R, 1) le résultat obtenu.

- Quelle est la probabilité d'obtenir « Rouge » avec la première roue ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir chacun des chiffres avec la deuxième roue ?
- Construis et complète un arbre représentant les différents résultats possibles.
- Quelle est la probabilité du résultat (R, 1) ?
- Quelle est la probabilité du résultat (B, 4) ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir « Bleu » et un chiffre pair ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir « Bleu » ou un chiffre pair ?

26 Une urne contient sept boules indiscernables au toucher : quatre boules bleues et trois boules rouges.

- On tire successivement et avec remise deux boules de l'urne. Calcule les probabilités que :
 - la première boule soit bleue et la seconde boule soit rouge ;
 - les deux boules aient la même couleur.
- Reprends la question précédente en supposant que le tirage s'effectue sans remise.
- Reprends les questions précédentes en supposant que l'urne contienne aussi deux boules noires.

27 *Au feu, au feu !*

Dans un collège, la probabilité que l'alarme se déclenche est de 0,005 s'il n'y a pas de danger et de 0,998 s'il y a un danger. La probabilité qu'un danger se présente est de 0,001.

Quelle est la probabilité que l'alarme se déclenche ?

28 Une usine fabrique des DVD à l'aide de trois machines dans les proportions suivantes : 35 % pour la machine A, 45 % pour la B et 20 % pour la C. Les fiabilités respectives des machines A, B et C sont 0,95 ; 0,9 et 0,85 (autrement dit : la probabilité pour qu'un DVD fabriqué par la machine A soit bon est 0,95...).

Quelle est la probabilité qu'un DVD sortant de l'usine soit bon ? Et défectueux ?

29 *Loto*

Le premier tirage du loto du mercredi 26 décembre 2007 a donné les résultats suivants.

	Nombre de gagnants	Gain (en €)
6 bons numéros	1	757 030
5 bons numéros + complémentaire	6	13 188,10
5 bons numéros	319	859,90
4 bons numéros + complémentaire	686	47,80
4 bons numéros	13 843	23,90
3 bons numéros + complémentaire	16 894	5,40
3 bons numéros	235 301	2,70

- À partir de ce tableau, détermine le gain moyen d'un gagnant le 26 décembre 2007.
- Détermine une médiane et les premier et troisième quartiles de la série des gains.
- Quelle est l'étendue des gains ? Que devient cette étendue si on élimine 1 % des plus gros et des plus petits gagnants ?
- Sachant que le loto consiste à tirer au sort six numéros distincts au hasard parmi 49 numéros, combien y a-t-il de grilles possibles ? Tu pourras t'aider d'une ébauche d'arbre.
- Sachant qu'une grille en jeu simple coûte 0,60 € à un joueur, combien doit-il miser s'il veut jouer toutes les grilles possibles ?

30 On lance un dé équilibré à dix faces (numérotées de 1 à 10). Si on obtient un nombre premier alors on gagne 3 €, sinon on perd 2 €. On relance le dé une deuxième puis une troisième fois.

- Détermine la liste des gains et des pertes possibles pour ce jeu puis calcule la probabilité associée à chaque gain et à chaque perte.
- En utilisant les réponses précédentes, détermine si on a intérêt à jouer à ce jeu.



1 « Au Top » contre « Mieux que Top »

Les deux premières parties de cet exercice doivent être réparties entre les différents groupes.

Voici des informations sur la société « Au Top ».

Tableau 1 (chiffre d'affaires entre 2002 et 2006)

Année	2002	2003	2004	2005	2006
Chiffre d'affaires annuel (en millions d'euros)	7,41	8,23	5,12	6,22	4,89

Tableau 2 (étude de satisfaction)

À la question « Que pensez-vous des produits de la société « Au Top » ? », il a été répondu :

Très satisfait	Satisfait	Assez satisfait	Peu satisfait	Pas satisfait	Sans opinion
12 %	31 %	25 %	16 %	11 %	5 %

1^{re} Partie : Vive « Au Top » !

La société « Au Top » veut lancer une campagne de publicité. Elle confie cette campagne à une agence qui doit utiliser les données des tableaux 1 et 2 pour mettre en valeur la société « Au Top ».

a. Représentez les données du tableau 1 à l'aide d'un diagramme en bâtons et d'un graphique de votre choix. Vous testerez plusieurs échelles de façon à donner une impression positive.

b. Faites de même avec le chiffre d'affaires cumulé. Vous testerez plusieurs échelles de façon à donner une impression positive.

c. Entre le chiffre d'affaires par année et le chiffre d'affaires cumulé, quelle est, selon vous, l'information qui donne l'impression la plus positive ?

d. Représentez les résultats du tableau 2 à l'aide d'un diagramme de votre choix (en bâtons, circulaire ou demi-circulaire).

e. Quelle représentation vous semble donner l'image la plus positive ? Justifiez.

f. Reprenez la question **c.** en regroupant éventuellement les différentes réponses possibles pour rendre le plus positif possible le sentiment donné.

g. Synthétisez les résultats des questions **a.** à **f.** puis réalisez une page de promotion de la société « Au Top ».

Votre publicité devra contenir au moins trois représentations graphiques avec les textes d'interprétation de chacune d'elles ainsi qu'un texte général utilisant le vocabulaire moyenne, étendue, médiane et quartiles.

2^e Partie : À bas « Au top » !

La société « Mieux que Top » veut montrer que la société « Au Top » n'est pas si au top que cela. Elle demande à une autre agence de publicité de réaliser une page de contre-publicité. Pour cela, la deuxième agence dispose aussi des tableaux 1 et 2.

Traitez les questions **a.** à **g.** de la **1^{re} Partie** en veillant cette fois à donner une image négative de la société « Au Top ».

3^e Partie : À vous de convaincre

a. Les groupes ayant traité la première partie présentent positivement la société « Au Top ».

b. Ceux qui ont traité la deuxième partie présentent négativement la société « Au Top ».

c. Par un vote, la classe détermine la présentation la plus convaincante.

4^e Partie : Dans la réalité

a. Trouvez dans un journal de votre choix un article illustré par des données statistiques (sous forme de tableaux et/ou de graphiques).

b. Essayez d'expliciter le point de vue défendu par l'auteur de l'article.

c. En utilisant les mêmes données statistiques, mais en modifiant les représentations choisies, argumentez dans un sens différent de celui de l'auteur.

2 À la recherche de l'événement perdu

1^{re} Partie : Avec un seul dé

a. Quand on lance un dé à six faces, on obtient 5 avec la probabilité $\frac{1}{6}$.

Trouvez des événements associés à toutes les probabilités : $\frac{0}{6}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{6}$; ... ; $\frac{6}{6}$. Vous utiliserez les expressions « nombre inférieur », « nombre supérieur » et « nombre premier ».

b. Échangez vos événements avec un autre groupe et demandez-lui de retrouver la probabilité associée.

2^e Partie : Avec deux dés

Reprenez les questions de la **1^{re} Partie**. Cette fois, on lance deux dés à six faces et on additionne le résultat obtenu sur chaque dé.

Choisissez dix fractions parmi $\frac{0}{36}$; $\frac{1}{36}$; ... ;

$\frac{36}{36}$. À chaque fraction choisie, vous associerez un événement possible de ce tirage. (Ce peut être une valeur de la somme, un ensemble de valeurs ou une propriété de cette somme.)

Se tester avec le QCM!

		R1	R2	R3	R4												
1	Malik a obtenu 7 ; 12 ; 15 ; 8 et 6 en mathématiques ce trimestre.	La moyenne et la médiane sont égales	L'étendue est 9	La moyenne de Malik est 10	40 % des notes de Malik sont au-dessus de la moyenne												
2	On augmente d'un point toutes les notes de Malik.	Malik aura la moyenne ce trimestre	L'étendue augmente de 1	La moyenne et la médiane sont égales	Le premier quartile augmente de 1												
3	<table border="1"> <tr> <td>Temps (en h)</td> <td>0</td> <td>0,5</td> <td>1</td> <td>1,5</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Effectif</td> <td>2</td> <td>47</td> <td>56</td> <td>82</td> <td>26</td> </tr> </table> <p>Ce tableau présente le temps de transport des élèves par jour pour se rendre au collège.</p>	Temps (en h)	0	0,5	1	1,5	2	Effectif	2	47	56	82	26	Le temps médian est 1 h	25 % des élèves ont moins d'une heure de transport	La médiane est supérieure à la moyenne	L'étendue est égale à 24
Temps (en h)	0	0,5	1	1,5	2												
Effectif	2	47	56	82	26												
4		Une médiane de la série est 1,25	Trois quarts des personnes interrogées boivent moins de 2 L d'eau par jour	L'étendue de cette série est 20	La quantité moyenne d'eau bue par jour est supérieure à 1 L												
5	On jette un dé cubique non truqué. La probabilité d'obtenir...	un nombre pair est 0,5	un multiple de 3 est 0,3	7 est 1	6 est $\frac{1}{6}$												
6	Stéphane a lancé une pièce de monnaie et a obtenu pile. Au prochain lancer...	on ne peut pas savoir ce qu'il va obtenir	il obtiendra forcément face	il a une chance sur deux d'obtenir face	la probabilité d'obtenir face est supérieure à 0,5												
7	Léa et Léo jouent à pile ou face. Léa dit : « Face tu perds, pile je gagne ». Quelle est la probabilité que Léa gagne ?	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{1}{3}$												

Pour aller plus loin

Le paradoxe du Duc de Toscane

Au XVII^e siècle, un jeu à la cour du Grand Duc de Toscane consistait à lancer trois dés et à totaliser les points obtenus. Grand joueur de dés, le Grand Duc avait observé que la somme 10 était obtenue plus souvent que la somme 9.

- Écris, de toutes les façons possibles, 10 et 9 comme sommes de trois entiers compris entre 1 et 6. Explique alors pourquoi le Grand Duc pouvait être surpris de son observation.
- Vérifie, à l'aide d'un tableur, l'observation précédente en simulant 500 lancers de trois dés équilibrés. (Tu pourras t'inspirer de l'activité 5.)
- Pour expliquer ces résultats, schématise les différentes possibilités avec un arbre en considérant qu'on lance un dé équilibré trois fois de suite. Quelle est alors la probabilité d'obtenir une somme égale à 9 ? Et à 10 ?
- Combien de fois obtient-on la somme 3 + 3 + 3 ? Et la somme 5 + 2 + 2 ? Explique alors le paradoxe, comme l'a fait Galilée à son époque au Grand Duc.