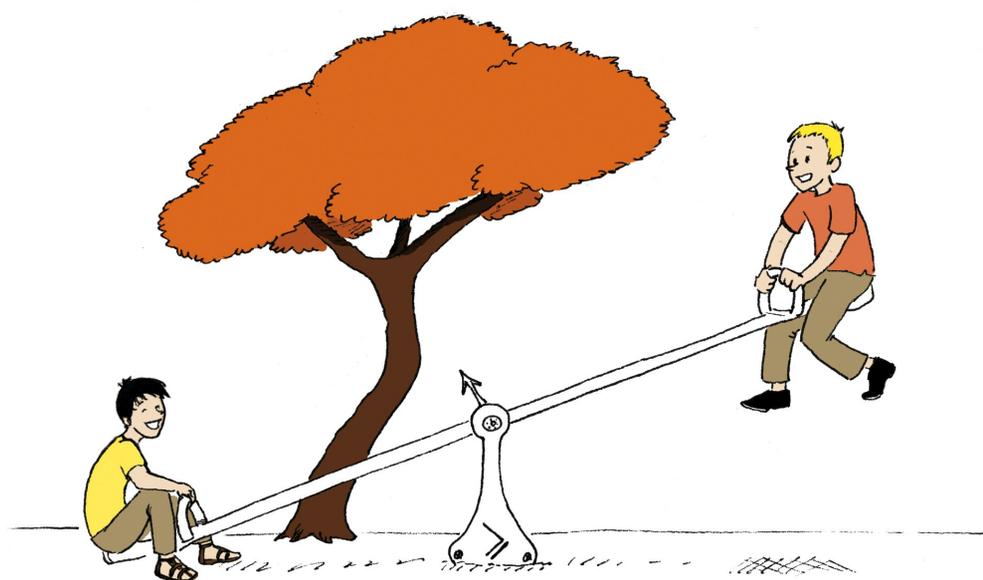


## Chapitre N5 : Inégalités et équations



### Narration de recherche

Je suis un aéroport de l'hémisphère Nord.

Le soleil se lève chaque matin sur moi avant de se lever sur Londres.

Ma latitude est supérieure à vingt fois ma longitude augmentée de  $15,5^\circ$ , mais inférieure à la somme de  $40,6^\circ$  et du double de ma longitude.

J'ajoute qu'en effectuant la différence de  $44,5^\circ$  et de la moitié de ma longitude, on trouve moins que ma latitude.

D'autre part, le quintuple de ma longitude ôté de  $50,6^\circ$  surpasse ma latitude.

Sauras-tu retrouver mon nom ?

## Activité 1 : Inégalité stricte et relative

Dans ce parc de loisirs, certaines attractions sont réservées à des enfants d'une taille bien précise.

Attraction 1
Réservée aux enfants de moins de 1,40 m.

Attraction 2
Réservée aux enfants d'au moins 1,40 m.

Attraction 3
Interdite aux enfants de 1,40 m et moins.

Attraction 4
Interdite aux enfants de plus de 1,40 m.

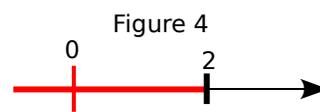
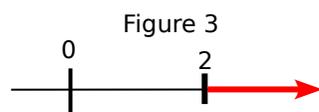
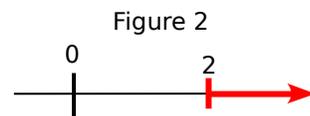
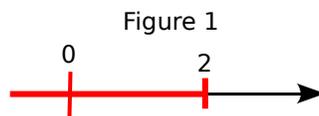
Soit  $t$  la taille d'un enfant en mètres.

Écris pour chaque attraction une inégalité (par exemple  $t \leq 1,40$  ou  $t > 1,40$ ) traduisant le fait que l'enfant est autorisé à y participer.

## Activité 2 : Position sur une droite graduée

1. Dans chacune des figures ci-dessous, on peut placer un point M n'importe où sur la partie rouge de la droite graduée mais jamais sur une autre partie. On note  $a$  l'abscisse du point M. Ainsi, dans la figure 1,  $a$  peut prendre les valeurs  $-10$  ;  $0$  ;  $1$  ; ... mais pas la valeur 3.

- Quelle est la différence entre la figure 1 et la figure 4 ?
- Dans quelles figures l'abscisse  $a$  peut-elle valoir exactement 2 ? Dans quelles figures l'abscisse  $a$  peut-elle être supérieure strictement à 2 ?
- Peut-on connaître la valeur minimale de l'abscisse  $a$  dans la figure 3 ? Et dans la figure 2 ? Réponds par un nombre ou une phrase.
- Pour chaque figure, écris en utilisant les symboles «  $<$  », «  $>$  », «  $\leq$  » ou «  $\geq$  » une inégalité donnant toutes les valeurs possibles de l'abscisse de M (par exemple,  $a \geq 3$ ).



2. Pour une meilleure lisibilité, les mathématiciens utilisent d'autres symboles pour indiquer si 2 appartient, oui ou non, à la partie rouge :



2 est « retenu » dans la partie rouge :  
il lui appartient.



2 est « chassé » de la partie rouge :  
il ne lui appartient pas.

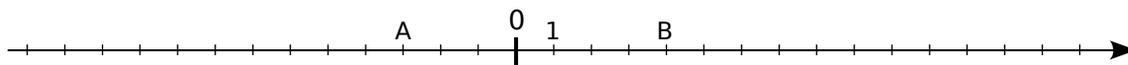
En utilisant ces symboles, représente en rouge sur une droite graduée tous les emplacements possibles du point M dans chacun des cas suivants.

- $a < -1$
- $a \geq -1$
- $a \leq 5$
- $a < 5$
- $a \geq 0$
- $a > 0$

## Activité 3 : Ordre et opérations

### 1. Placement et comparaison

Reproduis sur ton cahier la droite graduée ci-dessous en prenant un carreau comme unité de graduation.



- a. Les points A et B ont pour abscisses respectives  $a$  et  $b$ . Place sur cette droite les points d'abscisses  $a$  ;  $b$  ;  $-a$  ;  $-b$  ;  $3a$  ;  $3b$  ;  $-2a$  ;  $-2b$  ;  $a + 5$  et  $b + 5$ .
- b. En observant la position de ces points sur la droite graduée, recopie et complète par le symbole d'une inégalité.

$$a \dots b \quad | \quad -a \dots -b \quad | \quad 3a \dots 3b \quad | \quad -2a \dots -2b \quad | \quad a + 5 \dots b + 5$$

### 2. Rappelons-nous les règles de quatrième

Soient  $x$  et  $y$  deux nombres non nuls tels que  $x > y$ . Dans chaque cas, compare les nombres donnés puis rappelle la propriété de quatrième que tu utilises.

- a.  $x + 3$  et  $y + 3$                       c.  $x - 2$  et  $y - 2$                       e.  $5x$  et  $5y$
- b.  $-3x$  et  $-3y$                               d.  $x \div 2$  et  $y \div 2$                       f.  $\frac{x}{-3}$  et  $\frac{y}{-3}$

### 3. Application aux inéquations

- a. Voici un exemple de résolution d'inéquation. Recopie et complète le tableau de manière à préciser à chaque étape l'opération que l'on va faire et si, en faisant cette opération, le sens de l'inégalité est changé.

Inéquation	Opération à faire	Change-t-on le sens de l'inégalité ?
$3x - 2 > 8x + 4$	Enlever $8x$ à chaque membre	Non
$-5x - 2 \dots 4$		
$-5x \dots 6$		
$x \dots -\frac{6}{5}$		

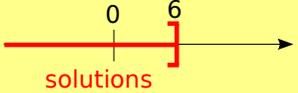
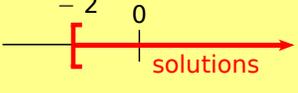
- b. Construis un tableau similaire pour résoudre les inéquations suivantes.

- $-3x - 2 > -x + 4$
- $5 \leq 8 - x$
- $\frac{x}{-4} \geq -1$

- c. Représente sur des droites graduées les solutions des quatre inéquations que tu viens de résoudre.

## Activité 4 : Le jeu des erreurs

Cherche et explique les erreurs commises ci-dessous.

Résous l'inéquation $2x + 5 < 3x - 1$ .	Résous l'inéquation $-x + 3 \geq 5$ .	Encadre $-3x$ sachant que $-\frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3}$ .
$2x + 5 - 2x < 3x - 1 - 2x$ $5 < x - 1$ $5 + 1 < x - 1 + 1$ $\text{donc } x < 6$ 	$-x + 3 - 3 \geq 5 - 3$ $-x \geq 2$ $x \geq -2$ 	$-\frac{1}{3} \times (-3) \leq -3x < \frac{2}{3} \times (-3)$ $\frac{3}{3} \leq -3x < \frac{-6}{3}$ $1 \leq -3x < -2$ $\text{donc } -3x \text{ est compris entre } -2 \text{ et } 1.$

## Activité 5 : En route !

1. Pour partir en week-end, Alain a décidé de louer une voiture. Voici les tarifs proposés par les deux agences de sa ville.

**Agence RAVIS** : 124 € de location plus 30 centimes d'euro par kilomètre parcouru ;

**Agence EUROPAUTO** : 145 € de location plus 25 centimes d'euro par kilomètre parcouru.

- S'il parcourt 100 km, quel sera le prix de la location avec chacune des deux agences ? Quel est, dans ce cas, le tarif le plus avantageux ?
- Quel sera le tarif le plus avantageux s'il parcourt 1 000 km ?

2. Programme un tableur pour qu'il calcule automatiquement le prix à payer pour chaque agence en fonction du nombre de kilomètres parcourus. Par exemple, pour 120 km, il affichera :

	A	B	C
1	kilomètres	Prix (RAVIS)	Prix (EUROPAUTO)
2	120	160	175

- Quelle formule faut-il programmer dans la cellule B2 ? Dans la cellule C2 ?
  - D'après le tableur, à partir de combien de kilomètres parcourus le tarif proposé par l'agence EUROPAUTO est-il apparemment le plus avantageux ?
3. Soit  $x$  le nombre de kilomètres parcourus.
- Quelle est la valeur minimale de  $x$  ?
  - Exprime, pour chacune des agences, le prix à payer en fonction de  $x$ .
  - Traduis par une inéquation la proposition : « Le prix à payer avec l'agence EUROPAUTO est inférieur ou égal au prix à payer avec l'agence RAVIS. ».
  - Résous cette inéquation et repasse en rouge sur une droite graduée l'ensemble des solutions. Tu tiendras compte des crochets et de la réponse à la question a..
  - Pour une distance parcourue de 420 km, quelle est l'agence la plus avantageuse ?
  - Alain vient de calculer qu'il devra parcourir 370 km durant le week-end. Quelle agence va-t-il choisir ?

## Méthode 1 : Tester si un nombre est solution

### À connaître

Une **solution d'une inéquation** est un nombre pour lequel l'inégalité est vraie.

**Exemple :**  $-2$  est-il solution de l'inéquation  $3x + 5 < -2x - 8$  ?

On calcule chaque membre de l'inégalité en remplaçant  $x$  par  $-2$ .

$$3 \times (-2) + 5 = -6 + 5 = -1 \quad \longrightarrow \quad \text{Le premier membre a pour valeur } -1.$$

$$-2 \times (-2) - 8 = 4 - 8 = -4 \quad \longrightarrow \quad \text{Le deuxième membre a pour valeur } -4.$$

$$-1 > -4 \text{ donc } -2 \text{ n'est pas solution de l'inéquation } 3x + 5 < -2x - 8. \quad \longrightarrow \quad \text{On conclut après avoir comparé les deux nombres.}$$

### Exercices « À toi de jouer »

**1** Parmi  $-2$  ;  $0$  ;  $\frac{1}{2}$  et  $3$ , lesquels sont solutions de l'inéquation  $3x - 2 \leq 5x - 3$  ?

**2** De quelles inéquations, parmi les suivantes, le nombre  $-\frac{2}{3}$  est-il solution ?

**a.**  $7x + 3 > 2x - 2$     **b.**  $2x - 5 \geq x + 8$     **c.**  $x - 9 \leq -3x + 2$     **d.**  $-2x + 3 < 9$

## Méthode 2 : Résoudre une inéquation

### À connaître

- On ne change pas le sens d'une inégalité **en additionnant ou en soustrayant** un même nombre à ses deux membres.
- On ne change pas le sens d'une inégalité **en multipliant ou en divisant** ses deux membres par un même nombre **strictement positif**.
- On change le sens d'une inégalité **en multipliant ou en divisant** ses deux membres par un même nombre **strictement négatif**.

**Exemple 1 :** Résous l'inéquation suivante d'inconnue  $x$  :  $7x - 3 > 2x - 1$ .

$$7x - 3 - 2x > 2x - 1 - 2x \quad \longrightarrow \quad \text{On soustrait } 2x \text{ à chaque membre.}$$

$$5x - 3 > -1 \quad \longrightarrow \quad \text{On réduit.}$$

$$5x - 3 + 3 > -1 + 3 \quad \longrightarrow \quad \text{On ajoute } 3 \text{ à chaque membre.}$$

$$5x > 2 \quad \longrightarrow \quad \text{On réduit.}$$

$$x > \frac{2}{5} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} \text{On divise chaque membre par } 5. \\ \text{Comme } 5 \text{ est un nombre strictement positif, le sens de l'inégalité ne change pas.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Les solutions sont les} \\ \text{nombre} \quad \text{strictement} \\ \text{supérieurs à } \frac{2}{5}. \end{array} \quad \longrightarrow \quad \text{On conclut en décrivant les solutions.}$$

**Exemple 2 :** Résous l'inéquation suivante d'inconnue  $x$  :  $-3x - 8 \leq x - 1$ .

$$-4x - 8 \leq -1$$

→ On soustrait  $x$  à chaque membre.

$$-4x \leq 7$$

→ On ajoute 8 à chaque membre.

$$x \geq -\frac{7}{4}$$

→ On divise chaque membre par  $-4$ .  
Comme  $-4$  est un nombre **négatif**, on change le sens de l'inégalité.

Les solutions sont les nombres supérieurs ou égaux à  $-\frac{7}{4}$ .

→ On conclut en décrivant les solutions.

### Exercices « À toi de jouer »

**3** Résous les inéquations d'inconnue  $x$  suivantes.

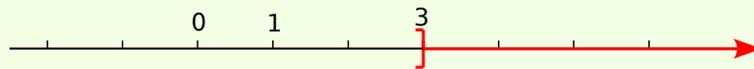
a.  $7x + 3 > 2x - 2$     b.  $2x - 5 \geq 4x + 8$     c.  $-5x - 9 \leq -x + 2$     d.  $-2x + 3 < -9$

## Méthode 3 : Représenter les solutions d'une inéquation sur une droite graduée

### À connaître

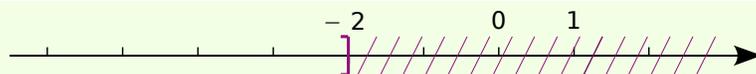
Dans la représentation des solutions sur une droite graduée, si un crochet est **tourné vers les solutions** alors le nombre correspondant **fait partie des solutions**.  
Si le crochet est **tourné vers l'extérieur** alors le nombre correspondant **ne fait pas partie des solutions**.

**Exemple 1 :** Sur une droite graduée, représente en rouge les nombres solutions de l'inéquation  $x > 3$ .



Le crochet n'est pas tourné vers les solutions car le nombre 3 n'est pas solution.

**Exemple 2 :** Sur une droite graduée, hachure les nombres qui ne sont pas solutions de l'inéquation  $x \leq -2$ .

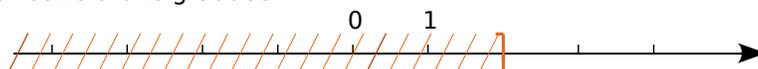


Le crochet est tourné vers les solutions car le nombre  $-2$  est une solution.

### Exercices « À toi de jouer »

**4** Colorie en rouge la partie d'une droite graduée correspondant aux solutions de l'inéquation  $x \geq -1$ .

**5** Donne une inéquation dont les solutions correspondent à la partie qui n'est pas hachurée sur cette droite graduée.



## Comparaison

**1** Reproduis et complète le tableau suivant.

Inégalités	En toutes lettres
$a < 3$	$a$ est un nombre strictement inférieur à 3.
$b > -10$	
$1 \geq x$	$x$ est un nombre...
$s \leq 0,5$	
	$r$ est un nombre strictement positif.

### 2 Vocabulaire

Traduis par une inégalité les phrases suivantes.

- Le nombre  $x$  est au moins égal à 12.
- Le nombre  $x$  n'est pas plus grand que 6.
- Le nombre  $x$  est au plus égal à 7.
- Le nombre  $x$  est inférieur ou égal à 7.

**3** Sachant que  $a$  et  $b$  sont deux nombres tels que  $a < b$ , compare quand c'est possible.

- $a + 1$  et  $b + 1$
- $a + 7,3$  et  $b + 7,3$
- $a - 8$  et  $b - 8$
- $a - 6$  et  $b + 6$
- $b + \sqrt{2}$  et  $a + \sqrt{2}$
- $a - 10^4$  et  $b - 10^4$

### 4 Vrai ou faux ?

Explique, en justifiant, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

- $x < x + 1$  pour tout nombre  $x$ .
- $2x \geq x$  pour tout nombre  $x$ .
- $x < 0$  pour tout nombre  $x$ .

### 5 Encadrements

- Donne l'encadrement de  $\sqrt{3}$  au dixième.
- Déduis-en un encadrement de :  
 $\sqrt{3} + 3,5$  |  $6\sqrt{3}$  |  $2\sqrt{3} - 6$  |  $(1 + \sqrt{3}) \div 2$
- Donne un encadrement d'amplitude 0,01 de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté 4 cm.

**6** Sachant que  $x$ ,  $r$  et  $s$  sont des nombres et que  $r \leq s$ , compare les nombres suivants.

- $5r$  et  $5s$
- $r\sqrt{3}$  et  $s\sqrt{3}$
- $3,4s$  et  $3,4r$
- $s + 2\pi$  et  $r + 2\pi$
- $r + x$  et  $s + x$
- $-9s$  et  $-9r$

**7** Sachant que  $a$  est un nombre tel que  $a < 3$ , recopie et complète par une inégalité.

- $a + 3$  ...
- $a - 3$  ...
- $3a$  ...
- $-3a$  ...
- $-a$  ...
- $a\sqrt{3}$  ...
- $2a + 2$  ...
- $3a - \pi$  ...
- $-3a + 3$  ...

## Solutions d'une inéquation

### 8 D'une écriture à l'autre

Reproduis et complète le tableau suivant.

Inéquations	Les solutions sont tous les...
$x < 3$	...nombres strictement inférieurs à 3.
	...nombres négatifs ou nuls.
$x \geq -4$	
$6 \leq x$	
$0 < x$	

### 9 Être ou ne pas être solution

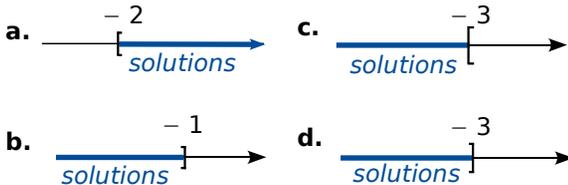
- Quelles sont, parmi les nombres  $-2$  ;  $0$  et  $2$ , des solutions de l'inéquation  $5x \leq -10$  ?
- Le nombre 3 est-il solution de l'inéquation  $x + 1 > 0$  ? Et le nombre  $-1$  ?
- Le nombre  $-2$  est-il solution de l'inéquation  $2x \geq 0$  ? Et le nombre  $0$  ?
- Le nombre 3 est-il solution de l'inéquation  $2x + 1 \leq 0$  ? Et le nombre  $-3$  ?

**10** Explique, en justifiant, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

- Le nombre 1 est solution de l'inéquation  $2x - 1 > x$ .
- Le nombre 10 n'est pas solution de l'inéquation  $-9 + 3x \geq x - 5$ .

## Représentation sur un axe

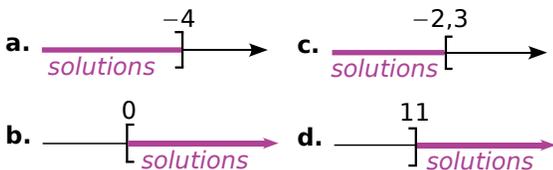
**11** Indique dans chaque cas si le nombre  $-3$  fait partie ou non des solutions représentées sur l'axe.



**12** Associe chaque axe à l'inégalité qu'il traduit.

$x \geq 8$ •	•
$x \leq 8$ •	•
$x > 8$ •	•
$x < 8$ •	•

**13** Écris une inéquation dont les solutions sont représentées sur l'axe donné.



**14** Représente sur un axe les solutions des inéquations suivantes, en hachurant la partie ne convenant pas.

- a.  $x > -2$                       c.  $x \geq \pi$   
 b.  $x \leq \frac{1}{3}$                         d.  $x < 2\sqrt{3}$

### 15 Axe représentatif

Représente sur un axe les solutions des inéquations suivantes, en coloriant en vert la partie qui convient.

- a.  $20 \geq x$                         c.  $-1 > x$   
 b.  $0 < x$                          d.  $\sqrt{7} \geq x$

## Résoudre des inéquations

### 16 Passage à l'opposé

a. Soit  $a$  et  $x$  deux nombres quelconques. Que peux-tu dire du nombre  $x$  si  $-x > a$  ?

b. Résous alors les inéquations suivantes.

- $-x \geq 7$                               •  $-x > -1$   
 •  $-x < -3$                             •  $-x \leq \frac{2}{5}$

### 17 Inéquations en vrac

Résous les inéquations suivantes, puis représente les solutions sur un axe en coloriant la partie qui convient.

- a.  $x + 7 < 12$                         d.  $y + 1 \geq 1,5$   
 b.  $5 + x \leq -9$                       e.  $10 + x > -20$   
 c.  $t - 7 > 0$                          f.  $t - 51 < -30$

### 18 Encore quelques unes

Résous les inéquations suivantes, puis représente les solutions sur un axe en hachurant la partie qui ne convient pas.

- a.  $3 \leq -3 + x$                         c.  $-x + 8 < 0$   
 b.  $-10 \leq x + 22$                     d.  $4 - x \leq -1$

### 19 Tout bon ?

Salomé a rédigé la solution suivante sur sa copie.

$5x \leq 7x - 2$   
 $5x - 7x \leq 7x - 7x - 2$   
 $-2x \leq -2$   
 $x \leq 1$   
 Les solutions de l'inéquation sont les nombres inférieurs ou égaux à 1.

Est-ce juste ? Justifie ta réponse et donne la bonne résolution le cas échéant.

**20** Résous les inéquations suivantes, puis représente les solutions sur un axe en coloriant la partie qui convient.

- a.  $3x \leq 12$                         c.  $-10x < 5$   
 b.  $7x > -14$                         d.  $-4x \leq -20$

**21** Associe à chaque inéquation de gauche ses solutions.

$5x \leq -25$	•	• $x \leq 5$
$5x \leq 25$	•	• $x \leq -5$
$-5x \leq -25$	•	• $x \geq -5$
$-5x \leq 25$	•	• $x \geq 5$

**22** Résous les inéquations suivantes et représente les solutions sur un axe gradué en hachurant la partie de l'axe qui ne convient pas.

- a.  $4x - 3 > 6$                       c.  $-5x + 10 < 12$   
 b.  $3x + 2 \leq -7$                       d.  $-6x + 11 \geq 7$

**23** Résous les inéquations suivantes et représente les solutions sur un axe gradué en coloriant la partie de l'axe contenant les solutions.

- a.  $x - 1 < 5 - 5x$                       c.  $-x + 40 > 10 + x$   
 b.  $4x + 3 \leq x - 2$                       d.  $-6x + 11 \geq 4x$

**24** Résous les inéquations suivantes et représente les solutions sur un axe gradué en coloriant en rouge les solutions.

- a.  $2(x + 5) > (x + 3) - (x - 1)$   
 b.  $4 - (2x - 1) \leq 3(4x + 1)$   
 c.  $5 - 2(x + 3) \geq 2(x + 1) - 3(x - 2)$   
 d.  $\frac{3}{14}x - 1 < \frac{5}{7}$                       e.  $\frac{1}{4} - x > -\frac{5}{12}$

## 25 Solutions particulières

Résous les inéquations suivantes.

- a.  $5x \leq 5x - 2$   
 b.  $5x \leq 5x + 2$   
 c.  $3x + 9 \geq 9 + 3x$

## 26 Extrait du Brevet

Soit l'inéquation  $-3(x - 1) - 6 \geq 0$ .

- a. Le nombre  $-2$  est-il solution de l'inéquation ? Justifier.  
 b. Résoudre l'inéquation. Représenter les solutions sur un axe (hachurer la partie de l'axe qui ne convient pas).

## 27 Quelle inéquation pour quels nombres ?

- a. Écris une inéquation dont  $-5$  est solution.  
 b. Écris une inéquation dont  $0$  et  $4$  sont solutions.  
 c. Écris une inéquation dont  $-1$  est solution mais pas  $-2$ .

## Problèmes

**28** Après avoir ajouté  $5$  au triple d'un nombre, on obtient un nombre négatif. Que peux-tu dire du nombre choisi au départ ?

## 29 La moyenne

Sonia a eu  $11$  notes au cours du trimestre. Sa moyenne est actuellement de  $13,7$  sur  $20$ . Quelle note doit elle obtenir au minimum à son prochain devoir pour que sa moyenne devienne supérieure ou égale à  $14$  ?

## 30 D'après Brevet

Un cinéma propose deux tarifs.

Tarif 1 :  $7,50$  € la place.

Tarif 2 :  $5,25$  € la place sur présentation d'une carte d'abonnement de  $27$  € valable un an.

- a. On désigne par  $x$  le nombre de places achetées au cours d'une année. On note  $P_1$  le prix payé avec le tarif 1 et  $P_2$  le prix payé avec le tarif 2. Exprimer  $P_1$  et  $P_2$  en fonction de  $x$ .  
 b. À partir de combien de places a-t-on intérêt à s'abonner ?

## 31 D'après Brevet

Pour transporter des enseignes, une société souhaite comparer les tarifs de deux entreprises : l'entreprise « Vitlivré » propose une somme de  $3,20$  € par kilomètre parcouru, tandis que l'entreprise « Rapido » propose un forfait de  $180$  € puis une somme de  $2$  € par kilomètre parcouru.

- a. Quelle entreprise faut-il choisir pour un transport de  $100$  kilomètres ?  
 b. À partir de quel kilométrage l'entreprise « Rapido » est-elle la plus intéressante ?

## 1 Le haut du pavé

- a. Démontre la propriété suivante.  
« Si  $n > m > 0$  et  $q > p > 0$  alors  $nq > mp$ . »
- b. Un triangle a un côté de longueur comprise entre 20 et 21 cm ; la hauteur relative à ce côté est comprise entre 10 et 11 cm.  
Donne un encadrement de son aire.
- c. Un pavé droit a une longueur comprise entre 25 et 26 cm, une largeur comprise entre 12 et 13 cm et une hauteur de 8 cm.  
Donne un encadrement de son volume.

## 2 Système d'inéquations

- a. Un nombre est solution d'un système d'inéquations quand il est solution de chacune des inéquations du système.
- b. Indique si les nombres  $-7$  ;  $-1$  et  $4$  sont solutions du système suivant en justifiant ta réponse.

$$\begin{cases} 2x + 5 > x - 1 \\ -x + 5 > 2x - 7 \end{cases}$$

- c. Résous la première inéquation et représente en bleu les solutions sur une droite graduée.
- d. Résous la seconde inéquation et représente en rouge les solutions sur la même droite que précédemment.
- e. Les solutions du système sont les nombres représentés en bleu et en rouge sur la droite.  
Quelles sont-elles ?

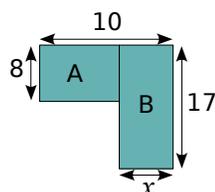
## 3 Extrait du Brevet

- a. Résoudre l'inéquation  $7x > 8x - 3$  puis représenter les solutions sur une droite graduée.
- b. Résoudre l'inéquation  $-3x + 1 > -5x - 2$  puis représenter les solutions sur une droite graduée.
- c. Représenter sur une droite graduée les solutions du système suivant.

$$\begin{cases} 7x > 8x - 3 \\ -3x + 1 > -5x - 2 \end{cases}$$

## 4 Les deux rectangles

Pour quelles valeurs de  $x$ , le périmètre du rectangle A est-il supérieur à celui du rectangle B ?



## 5 Le bonheur est dans le pré

- Un pré rectangulaire a pour longueur 80 m. Le cultivateur doit encore décider de sa largeur  $x$ , exprimée en mètres.  
Il souhaite que le périmètre de ce pré soit inférieur à 240 m. En même temps, il voudrait que son aire soit supérieure à 3 000 m<sup>2</sup>.
- a. Traduis ces deux informations par deux inéquations.
- b. Résous ces inéquations et indique les valeurs possibles de la largeur  $x$  du pré.

## 6 Un fournisseur d'électricité A propose un abonnement de six mois à 80 € où le prix du kWh est de 0,15 €. Un concurrent B propose un autre abonnement de même durée à 130 € où le kWh coûte 0,14 € en heures pleines et 0,07 € en heures creuses, valables de 23h30 à 7h30.

- a. Calcule le montant annuel pour une famille cliente chez A et consommant 3 600 kWh/an.
- b. Calcule le montant annuel qu'elle paierait chez B, sachant qu'elle a 40 % de sa consommation en heures creuses.
- c. À partir de quelle consommation annuelle le tarif B est-il plus avantageux pour cette famille que le tarif A ?

## 7 Des signes contraires

Quelle est la plus petite solution entière positive de l'inéquation  $(-3x + 9)(x + 4) < 0$  ?

## 8 Magali a écrit le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Soustrais 6.
- Multiplie le résultat par 4.
- Écris le résultat.

Ziad a, lui, écrit ce programme de calcul :

- Choisis un nombre.
- Prends son triple.
- Soustrais 10.
- Écris le résultat.

- a. Applique ces deux programmes de calcul aux nombres  $-3$  ;  $0$  et  $20$ .  
Dans quel(s) cas le programme de Magali donne-t-il un résultat inférieur à celui de Ziad ?
- b. Quels nombres peut choisir Magali pour que son programme donne à chaque fois un résultat supérieur à celui de Ziad ?



## 1 Sudomaths

### 1<sup>re</sup> Partie : Les inéquations

Dans le groupe, répartissez-vous le travail pour trouver le nombre correspondant à chaque lettre.

**a** est le plus petit nombre entier solution de l'inéquation  $x - 1 \geq -3x + 2$  ;

**b** est la plus petite solution entière positive de l'inéquation  $(-3x + 9)(x + 4) < 0$  ;

**c** est la plus grande solution entière de l'inéquation  $x^2 < 40$  ;

**d** est l'unique solution entière du système

$$\text{d'inéquations : } \begin{cases} 8x - 2 < -2x + 30 \\ 4x + 10 < 9x - \frac{2}{5} \end{cases}$$

**e** est le produit des solutions entières strictement positives de l'inéquation  $-x + 2 < -3x + 9$  ;

**f** est la plus grande solution entière de l'inéquation :  $\frac{x+1}{4} - 1 \leq \frac{5}{4} - \frac{2x-3}{2}$  ;

**g** est l'unique nombre entier tel que :  $42 < 5x + 1 < 47$  ;

**h** est la plus petite solution entière positive de l'inéquation  $4x^2 > 12x$  ;

**i** est la plus petite solution entière de l'inéquation  $-2\left(\frac{1}{2}x + 6\right) \geq 9\left(-\frac{4}{9}x + \frac{5}{3}\right)$ .

### 2<sup>e</sup> Partie : La grille

	a			d		c		f
e	5		7	a	f			
i	b	f			5			d
	7	h				a		
	g		a		d	b	f	
		a				5		i
7			f			d	g	a
			d	7	a		c	5
a		e		5			7	

Recopiez la grille en remplaçant chaque lettre par le nombre obtenu dans la **1<sup>re</sup> Partie**.

- Vous obtenez une grille de « SuDoKu » à compléter par les chiffres de 1 à 9, de telle façon qu'il y ait un nombre de chaque valeur dans chaque ligne, chaque colonne et chaque carré de neuf cases.

(Avec l'aimable autorisation du groupe JEUX de l'APMEP qui propose d'autres Sudomaths dans ses brochures.)

### 3<sup>e</sup> Partie : À vous maintenant

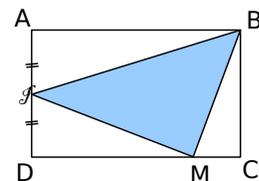
- En prenant une grille de SuDoKu toute faite, ou en en fabriquant une, chaque groupe crée un Sudomaths dont les valeurs sont données avec des inéquations.

- Vérifiez bien que votre Sudomaths ne contient pas d'erreur. Vous pouvez alors chercher les Sudomaths des autres groupes.

## 2 Recoller les morceaux

### 1<sup>re</sup> Partie : Un problème commun

- ABCD est un rectangle tel que  $AB = 6$  cm et  $AD = 4$  cm. Le point I est le milieu du côté [AD]. Où doit-on placer le point M sur le côté [CD] pour que l'aire du triangle BMI soit inférieure ou égale au tiers de l'aire du rectangle ABCD ?



- **a.** En appelant  $x$  la distance DM, traduisez ce problème par une (in)équation.
- **b.** Recopiez et complétez le tableau suivant.

$x$	0	1	2	3	4	5	6
$6 + x$							

- **c.** Tracez la droite passant par les points de coordonnées  $(x ; 6 + x)$ . Résolvez ce problème graphiquement puis algébriquement.

### 2<sup>e</sup> Partie : Rédaction de problèmes

- Partagez une feuille A4 en quatre parties. Rédigez dans la première case un énoncé d'un problème, dans la deuxième la représentation graphique associée, dans la troisième la mise en (in)équation et dans la quatrième la résolution algébrique.

### 3<sup>e</sup> Partie : À vous de jouer !

- Photocopiez un exemplaire de toutes les feuilles pour chaque groupe. Découpez les feuilles en quatre puis mélangez le tout. Vous devez associer les quatre éléments d'un problème : son énoncé, sa représentation graphique, son inéquation et sa résolution algébrique.

## Se tester avec le QCM!

		R1	R2	R3	R4
1	Parmi les nombres suivants, des solutions de l'inéquation $2x + 7 \leq 3x + 5$ sont...	- 1	0	3	2
2	Le nombre 3 est solution de l'inéquation...	$3x + 7 < x - 3$	$2x - 5 \geq 1$	$4x - 4 > x + 1$	$(x + 7)^2 > 80$
3	L'ensemble des nombres strictement supérieurs à 3 est représenté par...				
4	L'inéquation qui a pour solutions tous les nombres inférieurs ou égaux à - 2 est...	$3x < - 6$	$x + 2 \geq 4x + 8$	$- 5x \leq 10$	$8 \geq x + 10$
5	$3x + 2 \leq 2x + 1$ possède exactement les mêmes solutions que...	$3x \leq 2x - 1$	$2x + 1 \geq 3x + 2$	$x \leq 1$	$- x \leq - 1$
6	Si le produit de $a$ par 7 est strictement plus grand que la moitié de $a$ retranchée à 12, alors $a$ est solution de...	$7a > 12 - 2a$	$7a > \frac{a}{2} - 12$	$7a \geq 12 - \frac{a}{2}$	$12 - \frac{a}{2} < 7a$
7	Si un nombre est supérieur ou égal à - 3 alors...	son triple est strictement supérieur à - 9	son opposé est inférieur ou égal à 3	son double peut être égal à - 10	en ajoutant 5, le résultat est positif
8	L'inéquation $2x + 5 \leq 2x + 6$ ...	n'a pas de solution	admet 7 comme solution	a une infinité de solutions	admet tout nombre positif comme solution
9	Les abscisses des points de cet axe représentés en couleur correspondent... 	aux nombres strictement supérieurs à 1,5	aux nombres strictement inférieurs à 1,5	aux nombres inférieurs ou égaux à 1,5	aux nombres supérieurs ou égaux à 1,5
10	L'ensemble des nombres qui ne sont pas solutions de l'inéquation $x + 3 > 2x - 2$ est représenté par...				

## Pour aller plus loin

### Inégalités triangulaires

Quelles sont les valeurs de  $x$  pour lesquelles le triangle suivant est constructible ?

