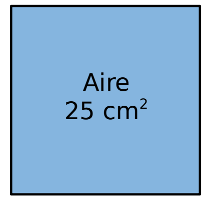
Activités de découverte

Activité 1 : De nouveaux nombres

1. Quelques racines carrées simples



a. Trouve tous les nombres dont le carré est 16.
Même question avec 0,81.

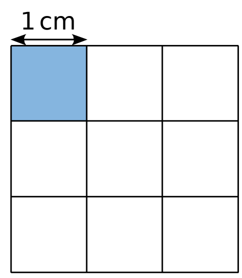
b. Si a et b sont deux nombres qui ont le même carré, que peux-tu dire de a et b ? Justifie.

c. Donne la mesure du côté du carré ci-contre.

d. Donne la mesure du côté d'un carré dont l'aire est 0,49 cm².

e. Trace un carré d'aire 36 cm². On appelle d le côté de ce carré en centimètres. Quelle relation existe-t-il entre d et 36 ? Traduis cette égalité par une phrase en français.

2. Un carré d'aire 2



a. Peux-tu tracer un carré dont l'aire est le double de celle du carré bleu ci-contre ? (Tu pourras t'aider du quadrillage si tu le désires) Compare ta réponse avec celles de tes camarades.

b. On appelle c le côté de ce carré en centimètres.
Quelle relation existe-t-il entre c et 2 ? Traduis cette égalité par une phrase en français.

c. Peux-tu donner une écriture décimale de c ?

3. La notation racine carrée

Le nombre positif dont le carré est 36 est noté $\sqrt{36}$ et se lit « racine carrée de 36 ».
On a vu dans les questions précédentes que $\sqrt{36} = 6$.
Le nombre positif dont le carré est 2 est noté $\sqrt{2}$ et se lit « racine carrée de 2 ».

a. Existe-t-il un nombre dont le carré soit négatif ? Justifie.

b. À l'aide de la calculatrice, donne une valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{2}$.

c. Recopie et complète le tableau suivant, en utilisant ta calculatrice.
Les valeurs seront arrondies au millième.

a	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\sqrt{a}$															

d. Que remarques-tu ?

e. Certains nombres entiers ont une racine carrée entière. On dit que ces nombres sont des carrés parfaits. Cite tous les carrés parfaits compris entre 0 et 256.

4. Premiers calculs

a. Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont égaux à 13 ?

$$\sqrt{13^2} \ ; \ \sqrt{13} \ ; \ \left(\sqrt{13}\right)^2 \ ; \ \sqrt{(-13)^2} \ ; \ 13^2.$$

b. Quelles sont les valeurs exactes de $E = \sqrt{7^2}$ et $F = \sqrt{(\pi - 5)^2}$?

Activité 2 : Approximation d'une racine carrée

1. Avec la calculatrice

a. On veut déterminer une valeur approchée de $\sqrt{33}$.
Sans calculatrice, donne un encadrement à l'unité de ce nombre.

b. Après avoir recopié et complété le tableau ci-dessous, donne un encadrement de $\sqrt{33}$ au dixième.

N	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6
N^2											

2. Avec un tableur

a. Construis la feuille de calcul suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Pas											
2	N	5										6
3	N^2											

b. Quelle formule dois-tu écrire dans la cellule B1 pour calculer le pas qui permette d'aller de B2 à L2 en 10 étapes ?
Complète la cellule C2 pour augmenter B2 du pas calculé en B1 puis recopie la formule jusqu'en K2. (Pour recopier la formule sans changer B1, écris B1 au lieu de B1.)

c. Complète la cellule B3 pour obtenir le carré du nombre en B2 puis recopie la formule jusqu'à L3.

d. Observe le tableau et donne un encadrement de $\sqrt{33}$ au dixième.

e. Remplace le contenu de B2 et de L2 par les bornes de ton encadrement.
Quel encadrement de $\sqrt{33}$ obtiens-tu ? Quelle est sa précision ?

f. Recommence la question précédente avec le nouvel encadrement jusqu'à obtenir une précision de 10^{-6}. (Tu peux changer le format d'affichage des nombres.)

g. Utilise ta feuille de calcul pour obtenir une approximation de $\sqrt{125}$ à 10^{-4} près.

Activité 3 : Somme de deux racines carrées

Dans toute cette activité, on prendra comme unité : 1 u = 5 cm.

a. Construis un carré OUBA de côté 1 u. Trace le cercle de centre O et de rayon OB. Il coupe la demi-droite [OU) en C. Calcule OC en utilisant l'unité de mesure choisie.

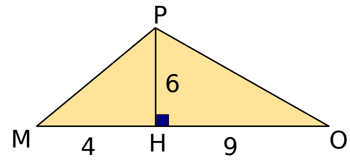
b. Trace la droite perpendiculaire à (OU) passant par C. Elle coupe (AB) en C'. Le cercle de centre O, de rayon OC' coupe [OU) en D. Calcule OD dans l'unité de mesure choisie.

c. En t'inspirant des questions précédentes, construis le point F de la demi-droite [OU) tel que OF = $\sqrt{5}$ u.

d. Place le point G sur la demi-droite [OU) tel que OG = OC + OD.
Quelle est la mesure exacte de OG ?
Compare OF et OG. Que peux-tu en déduire ?

Activité 4 : Produit de deux racines carrées

1. Conjecture



a. Quelle est l'aire du triangle POM ?

b. Démontre que POM est un triangle rectangle.

c. Calcule l'aire de ce triangle d'une deuxième manière.

d. En t'aidant des résultats trouvés dans les questions **a.** et **c.**, écris $\sqrt{117} \times \sqrt{52}$ sous la forme $\sqrt{c}$ où c est un nombre entier. Déduis-en un moyen de calculer $\sqrt{117} \times \sqrt{52}$ d'une autre manière.

e. Recopie et complète le tableau suivant puis émets une conjecture.

a	b	$\sqrt{a \times b}$	$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$
4	16		
5	2		
100	64		
– 2	– 3		

2. Démonstration

On va démontrer que $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ pour tous nombres a et b **positifs**.
L'idée de la démonstration est d'élever au carré chacun des termes de l'égalité.

a. Pourquoi a et b doivent-ils être positifs ?

b. Calcule $\left(\sqrt{a \times b}\right)^2$ et $\left(\sqrt{a} \times \sqrt{b}\right)^2$ puis conclus.

3. Exemples

a. Sans calculatrice, calcule les nombres suivants :

$$A = \sqrt{5} \times \sqrt{45} \ ; \ B = \sqrt{5} \times \sqrt{2} \times \sqrt{10}$$

b. Calcule de même $D = \sqrt{2} \times \sqrt{18}$ et $E = \sqrt{27} \times \sqrt{6} \times \sqrt{8}$.

c. Développe et réduis les expressions suivantes :

$$F = 3\sqrt{2}\left(7\sqrt{2} - \sqrt{5}\right) \ ; \ G = \left(\sqrt{7} + 2\right)\left(15 - \sqrt{3}\right)$$

4. Application aux simplifications de racines

a. Décompose 12 sous la forme d'un produit de deux entiers.
Combien y a-t-il de possibilités ? Laquelle permet de simplifier $\sqrt{12}$?

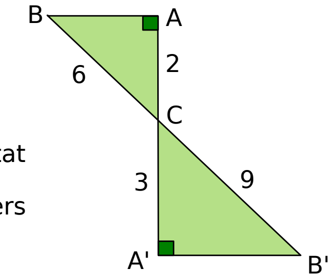
b. Même question avec $\sqrt{45}$.

c. Quelle méthode peux-tu utiliser pour simplifier une racine carrée ?

d. Écris les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers positifs avec b le plus petit possible : $\sqrt{72}$; $\sqrt{75}$; $\sqrt{32}$.

Activité 5 : Quotient de deux racines carrées

1. Conjecture



a. Calcule la valeur de $\frac{\text{AB}}{\text{A'B'}}$.

b. En utilisant la définition d'une racine carrée, écris le résultat précédent sous la forme $\sqrt{\frac{a}{b}}$ où a et b sont des entiers positifs avec $b \neq 0$.

c. Calcule AB puis A'B'.

d. Compare les deux écritures de $\frac{\text{AB}}{\text{A'B'}}$ et trouve un moyen pour simplifier $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{72}}$.

e. Recopie et complète le tableau suivant et déduis-en une conjecture donnant une méthode de simplification de quotients de racines carrées.

a	b	$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
25	16		
100	64		
49	9		
– 2	– 4		

2. Démonstration

On va démontrer que, si a est positif et b est strictement positif alors $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

a. Pourquoi a doit-il être positif et b strictement positif ?

b. Démontre l'égalité.

Activité 6 : Équation du type $x^2 = a$

a. Quels sont les nombres dont le carré est 49 ? 225 ? 7 ?

b. Existe-t-il des nombres dont le carré est – 9 ? – 36 ? – 7 ? Justifie.

c. Selon toi, combien existe-t-il de solution(s) pour les équations suivantes ?

- $x^2 = 16$
- $x^2 = 13$
- $x^2 = -4$

d. Factorise $x^2 - 10$ puis résous l'équation $x^2 = 10$.

e. Combien de solutions a l'équation $(x + 2)^2 = 5$?

f. Résous l'équation $(x + 2)^2 = 5$.

Activité 7 : Le point sur les nombres

1. Les ensembles de nombres

Voici une liste de nombres.

$\frac{-457}{23}$; $4\sqrt{2}$; 854 ; $0{,}000\,08 \times 10^{7}$; $\sqrt{49}$; π ; $\frac{174}{58}$; $-0{,}000\,415\,7$; $-\sqrt{\frac{4}{9}}$; $\frac{58}{4}$; 10^{-3}.

a. Dans cette liste, quels sont les nombres entiers ? Quels sont les nombres décimaux ?

b. Y a-t-il des nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous forme décimale ?

c. Y a-t-il des nombres qui peuvent s'écrire sous forme fractionnaire ?

d. Y a-t-il des nombres que tu n'as pas su classer dans une des catégories précédentes ?

2. Rationnel ou pas ?

a. $\sqrt{2}$ n'est ni un nombre entier ni un nombre décimal. Est-ce un nombre rationnel ?
Dans cette partie, on suppose que $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel et qu'il peut s'écrire sous la forme d'un quotient de deux entiers relatifs p et q : $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ où $\frac{p}{q}$ est un quotient irréductible. Démontre que $2q^2 = p^2$.

b. Dans cette question, on va étudier la divisibilité de p^2 et de $2q^2$ par 2 et par 5.
Pour cela, recopie et complète les tableaux ci-dessous.

Si le chiffre des unités de p est...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
alors le chiffre des unités de p^2 est...										

Si le chiffre des unités de q est...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
alors le chiffre des unités de q^2 est...										
et le chiffre des unités de $2q^2$ est...										

c. En observant les tableaux précédents, quel(s) est (sont), selon toi, le (les) chiffre(s) des unités possible(s) de p et q quand $2q^2 = p^2$?

d. La fraction $\frac{p}{q}$ est-elle irréductible ? Qu'en déduis-tu pour le nombre $\sqrt{2}$?

3. Une autre démonstration

a. On suppose que $\sqrt{2}$ est un quotient de deux entiers relatifs p et q donc il peut s'écrire sous la forme $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ où $\frac{p}{q}$ est un quotient irréductible. Démontre que $2q^2 = p^2$ et déduis-en que p^2 est pair.

b. En utilisant la propriété énoncée dans l'exercice 7 des approfondissements du chapitre N1, démontre que p est pair.

c. p étant pair, p peut s'écrire sous la forme $2p'$. Calcule alors q^2.

Que peux-tu en déduire pour la parité de q ? Que peux-tu dire de la fraction $\frac{p}{q}$?

Méthode 1 : Utiliser la définition de la racine carrée

À connaître

La **racine carrée d'un nombre positif** a est le **nombre positif**, noté $\sqrt{a}$, dont le carré est a. Le symbole $\boxed{\sqrt{}}$ est appelé « **radical** ».

Remarque : $\sqrt{a}$ n'a pas de sens lorsque a est un nombre strictement négatif.

À connaître

Pour tout nombre **positif** a, $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$.

Exemple 1 : Calcule $\sqrt{1}$; $\left(\sqrt{3{,}6}\right)^2$; $\sqrt{9}$; $\sqrt{5^2}$; $\sqrt{(-5)^2}$; $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$ et $\sqrt{1{,}3 \times 1{,}3}$.

- $1^2 = 1$ et 1 est positif donc $\sqrt{1} = 1$.
- 3,6 est positif donc $\left(\sqrt{3{,}6}\right)^2 = 3{,}6$.
- $3^2 = 9$ et 3 est positif donc $\sqrt{9} = 3$.
- 5 est positif donc $\sqrt{5^2} = 5$ et $\sqrt{(-5)^2} = 5$.
- 2 est positif donc $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$.
- 1,3 est positif donc $\sqrt{1{,}3 \times 1{,}3} = \sqrt{1{,}3^2} = 1{,}3$.

À connaître

Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier, sa racine carrée est un nombre entier positif.

Exemple 2 : À l'aide de la calculatrice, donne la valeur exacte ou la valeur arrondie au millième des nombres $\sqrt{625}$; $\sqrt{2}$ et $\sqrt{12{,}25}$.

On utilise la touche $\boxed{\sqrt{}}$ de la calculatrice.

- Pour $\sqrt{625}$, la calculatrice affiche 25.
Donc $\sqrt{625} = 25$ (**valeur exacte**).
La racine carrée de 625 est un entier donc 625 est un **carré parfait**.

- Pour $\sqrt{2}$, la calculatrice affiche 1,414213562.
2 **n'est pas un carré parfait**, on donne une **valeur arrondie** de $\sqrt{2}$.
Donc $\sqrt{2} \approx 1{,}414$ (**valeur arrondie au millième**).

- Pour $\sqrt{12{,}25}$, la calculatrice affiche 3,5. Donc $\sqrt{12{,}25} = 3{,}5$ (**valeur exacte**).

Exercices « À toi de jouer »

1 Recopie et complète.

$\sqrt{0} = \ldots$; $\sqrt{81} = \ldots$; $\sqrt{7{,}3^2} = \ldots$; $\sqrt{\ldots} = 4$; $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \ldots$; $\sqrt{\pi} \times \sqrt{\pi} = \ldots$; $\sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} = \ldots$.

2 Calcule et donne le résultat sous forme d'un nombre décimal.

$A = \sqrt{4}$; $B = \sqrt{25}$; $C = \left(-\sqrt{4{,}9}\right)^2$; $D = \sqrt{(-7)^2}$; $E = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$.

3 À l'aide de la calculatrice, donne l'écriture décimale exacte ou approchée à 0,001 près par défaut des nombres.

$F = \sqrt{3}$; $G = \frac{\sqrt{529}}{23}$; $H = 5\sqrt{0{,}81}$; $I = \sqrt{3 + \frac{2}{3}}$; $J = \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{5}}$.

4 Dresse la liste des douze premiers carrés parfaits.

Méthode 2 : Simplifier la racine carrée d'un produit ou le produit de racines carrées

À connaître

Pour tous nombres positifs a et b, $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

Exemple 1 : Simplifie puis calcule les nombres $A = \sqrt{3} \times \sqrt{27}$ et $B = \sqrt{5} \times \sqrt{0,45}$.

$A = \sqrt{3} \times \sqrt{27} = \sqrt{3 \times 27} = \sqrt{81} = 9$

$B = \sqrt{5} \times \sqrt{0,45} = \sqrt{5 \times 0,45} = \sqrt{2,25} = 1,5$

Exemple 2 : Écris le nombre $C = \sqrt{32}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux nombres entiers positifs, b étant le plus petit possible.

$C = \sqrt{16 \times 2}$ → On fait apparaître le produit d'un **carré parfait** (le plus grand possible) par un entier.

$C = \sqrt{4^2 \times 2}$

$C = \sqrt{4^2} \times \sqrt{2}$ → On décompose la racine carrée du produit puis on applique la définition d'une racine carrée.

$C = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Exercice « À toi de jouer »

5 Écris sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers positifs, b étant le plus petit possible, les nombres $F = \sqrt{63}$; $G = \sqrt{147}$; $H = 3\sqrt{700}$ et $I = \dfrac{\sqrt{175}}{5}$.

Méthode 3 : Simplifier la racine carrée d'un quotient ou le quotient de racines carrées

À connaître

Pour tous nombres positifs a et b ($b \neq 0$), $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Exemple 1 : Simplifie les nombres $A = \sqrt{\dfrac{36}{25}}$ et $B = \dfrac{\sqrt{0,56}}{\sqrt{0,08}}$.

$A = \sqrt{\dfrac{36}{25}} = \dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \dfrac{6}{5}$

$B = \dfrac{\sqrt{0,56}}{\sqrt{0,08}} = \sqrt{\dfrac{0,56}{0,08}} = \sqrt{\dfrac{0,56 \times 100}{0,08 \times 100}} = \sqrt{\dfrac{56}{8}} = \sqrt{7}$

Exemple 2 : Écris $C = \sqrt{\dfrac{25}{7}}$ sous la forme d'un quotient, sans radical au dénominateur.

$C = \sqrt{\dfrac{25}{7}} = \dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{7}} = \dfrac{5}{\sqrt{7}}$ → On décompose la racine carrée du quotient afin de simplifier le numérateur.

$C = \dfrac{5 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \dfrac{5\sqrt{7}}{7}$ → On multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{7}$ puis on applique la définition d'une racine carrée.

Exercice « À toi de jouer »

6 Simplifie $D = \dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$ puis écris $F = \sqrt{\dfrac{15}{45}}$ sous la forme d'un quotient, sans radical au dénominateur.

Méthode 4 : Réduire une somme de racines carrées

Exemple 1 : Réduis la somme $A = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$.

$A = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$ →	On remarque que $\sqrt{5}$ est un facteur commun aux trois termes de la somme.
$A = (1 - 2 + 7)\sqrt{5}$ →	On factorise par $\sqrt{5}$.
$A = 6\sqrt{5}$ →	On donne l'écriture demandée dans l'énoncé.

Exemple 2 : Écris $B = 2\sqrt{72} - 7\sqrt{18}$ sous la forme $c\sqrt{d}$, où c et d sont deux entiers relatifs, d étant le plus petit possible.

$B = 2\sqrt{36 \times 2} - 7\sqrt{9 \times 2}$ →	On décompose 72 et 18 pour faire apparaître le produit d'un carré parfait (le plus grand possible) par un même entier.
$B = 2\sqrt{36} \times \sqrt{2} - 7\sqrt{9} \times \sqrt{2}$ →	On décompose la racine carrée de chacun des produits.
$B = 2 \times 6\sqrt{2} - 7 \times 3\sqrt{2}$ →	On applique la définition d'une racine carrée.
$B = 12\sqrt{2} - 21\sqrt{2}$ →	$\sqrt{2}$ est un facteur commun aux deux termes.
$B = (12 - 21)\sqrt{2}$ →	On factorise par $\sqrt{2}$.
$B = -9\sqrt{2}$ →	On donne l'écriture demandée dans l'énoncé.

Exercices « À toi de jouer »

7 Réduis les sommes $C = 3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - \sqrt{7}$ et $D = 11\sqrt{5} - 25\sqrt{5} + 14\sqrt{5}$.

8 Écris $E = \sqrt{12} + 5\sqrt{27} - \sqrt{3}$ et $F = \sqrt{180} + 3\sqrt{20} - 7\sqrt{125}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers, b étant le plus petit possible.

Méthode 5 : Résoudre une équation du type $x^2 = a$

À connaître

> Pour tout nombre relatif a,
> • Si $a > 0$ alors l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.
> • Si $a = 0$ alors l'équation $x^2 = 0$ admet une seule solution 0.
> • Si $a < 0$ alors l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution.

Exemple : Résous les équations $x^2 = 3$, $x^2 = 36$ et $x^2 = -9$.

• $3 > 0$ donc les deux solutions de l'équation $x^2 = 3$ sont $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$.

• $36 > 0$ donc les deux solutions de l'équation $x^2 = 36$ sont $-\sqrt{36}$ et $\sqrt{36}$ soit -6 et 6.

• $-9 < 0$ donc l'équation $x^2 = -9$ n'a aucune solution.

Exercices « À toi de jouer »

9 Résous les équations $x^2 = 121$; $x^2 = 18$; $4x^2 = 9$ et $x^2 + 9 = 5$.

10 Résous l'équation $(x + 2)^2 = 1$.

Exercices d'entraînement

Définition

1 *Un peu de vocabulaire*

Dis si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.

a. 49 est le carré de 7.

b. 8 a pour carré 64.

c. – 9 a pour carré – 81.

d. 144 est le carré de – 12.

e. $(-3)^2$ est le carré de 3.

2 *Nombre ayant pour carré*

Écris chaque nombre sous la forme du carré d'un nombre positif.

a. 16 **b.** 25 **c.** 0 **d.** 0,36 **e.** 1 **f.** 0,04

3 Recopie et complète les phrases suivantes.

a. $4 = ...^2$, ... est positif donc $\sqrt{4} = ...$

b. $... = 6^2$, ... est positif donc $\sqrt{...} = 6$.

c. $0{,}01 = ...^2$, ... est positif donc $\sqrt{0{,}01} = ...$

d. $... = 0{,}5^2$, ... est positif donc $\sqrt{...} = 0{,}5$.

e. $121 = ...^2$, ... est positif donc $\sqrt{121} = ...$

4 Les nombres suivants ont-ils une racine carrée ? Si oui, laquelle ?

a. 100 **b.** 9 **c.** – 36 **d.** $(-8)^2$ **e.** 169 **f.** – 1 **g.** – 52 **h.** π

5 Peux-tu déterminer la racine carrée des nombres suivants ? Justifie ta réponse.

a. $\left(\sqrt{8}\right)^2$ **b.** $\sqrt{5}$ **c.** $\dfrac{-5}{-7}$ **d.** $-2 \times (-5)^2$ **e.** $\pi - 4$ **f.** 5×10^{-2} **g.** $4 - \pi$

6 Sans utiliser de calculatrice, donne la valeur des nombres suivants.

a. $\left(\sqrt{25}\right)^2$ **b.** $\sqrt{3^2}$ **c.** $\left(-\sqrt{16}\right)^2$ **d.** $\left(\sqrt{0{,}14}\right)^2$ **e.** $\sqrt{(-7)^2}$ **f.** $\sqrt{0{,}4^2}$

7 Sans utiliser de calculatrice, donne la racine carrée des nombres suivants.

a. 81 **b.** 225 **c.** 0 **d.** $\sqrt{81}$ **e.** 0,49 **f.** 121 **g.** $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$ **h.** $(-4)^2$

8 Sans utiliser de calculatrice, recopie et complète le tableau ci-dessous ($a \geqslant 0$).

a	a^2	$2a$	$\dfrac{a}{2}$	$\sqrt{a}$
9				
	16			
		2		
			1	
				6

9 On considère les trois séries de nombres suivantes.

S_1 : 16 ; 4 ; 8 ; 32 ; 256.

S_2 : 12,5 ; 625 ; 50 ; 5 ; 25.

S_3 : 72 ; 288 ; 20 736 ; 12 ; 144.

a. Dans un tableau similaire à celui de l'exercice précédent, place les trois séries de nombres dans les bonnes cases.

b. Trouve une quatrième série S_4 où le nombre 7 sera à placer dans une des colonnes.

10 En utilisant la calculatrice, donne la valeur arrondie au centième des nombres suivants.

a. $\sqrt{13}$ **b.** $\sqrt{86}$ **c.** $\sqrt{0{,}288}$ **d.** $\sqrt{4 + \dfrac{2}{3}}$ **e.** $5\sqrt{12}$ **f.** $\sqrt{5} + 2$ **g.** $-\sqrt{7}$ **h.** $\dfrac{3 - \sqrt{7}}{3\sqrt{15} + 1}$

Simplification de racines

11 Écris sous la forme $\sqrt{a}$ (a est un entier positif).

a. $\sqrt{5}\times\sqrt{3}$ **b.** $\sqrt{2}\times\sqrt{7}$ **c.** $2\sqrt{3}$ **d.** $3\sqrt{2}$

12 *Des carrés*

a. Écris sous la forme $\sqrt{a}$ (a est un entier positif).

$\text{A} = \sqrt{8}\times\sqrt{5}$ $\text{B} = 3\sqrt{11}$

b. Sans effectuer de calcul, donne alors les valeurs exactes de A^2 et de B^2.

13 Donne la valeur exacte des expressions.

a. $\sqrt{3}\times\sqrt{12}$

b. $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$

c. $\left(2\sqrt{3}\right)^2$

d. $\sqrt{4{,}5}\times\sqrt{2}$

e. $\dfrac{\sqrt{56}}{\sqrt{14}}$

f. $\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{6}}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}$

14 Écris sans radical les expressions.

a. $\sqrt{\dfrac{4}{9}}$

b. $\sqrt{\dfrac{1}{16}}$

c. $\sqrt{\dfrac{49}{25}}$

d. $\dfrac{2}{7}\sqrt{\dfrac{49}{64}}$

15 *En décomposant*

a. Recopie et complète les égalités suivantes afin d'obtenir un produit de deux entiers positifs dont le premier est un carré parfait.

- 32 = ... × 2
- 500 = ... × 5
- 75 = ... × ...
- 80 = ... × ...

b. Écris alors les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers positifs, b étant le plus petit possible.

- $\sqrt{32}$
- $\sqrt{500}$
- $\sqrt{75}$
- $\sqrt{80}$

16 Écris sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un entier.

a. $\sqrt{5}\times\sqrt{15}$ **b.** $\sqrt{7}\times\sqrt{21}$

17 Écris les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs et b est le plus petit possible.

a. $\sqrt{45}$

b. $\sqrt{162}$

c. $-\sqrt{48}$

d. $5\sqrt{18}$

e. $-4\sqrt{32}$

f. $2\times\sqrt{700}\times 8$

18 Écris sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers, b étant le plus petit possible.

a. $\sqrt{2}\times\sqrt{6}$

b. $\sqrt{3}\times\sqrt{6}$

c. $\sqrt{7}\times 3\sqrt{14}$

d. $7\sqrt{2}\times 5\sqrt{70}$

19 Sans utiliser de calculatrice, transforme les expressions suivantes de façon à obtenir une fraction irréductible.

a. $\dfrac{\sqrt{147}}{\sqrt{75}}$ **b.** $\dfrac{8\sqrt{5}}{3\sqrt{20}}$ **c.** $\sqrt{\dfrac{28}{42}}\times\dfrac{\sqrt{30}}{\sqrt{45}}$

20 *Somme et différence de racines carrées*

a. On considère la somme $\text{A} = \sqrt{36}+\sqrt{64}$.
Calcule A.

b. On considère l'expression $\text{B} = \sqrt{100}$.
Calcule B.

c. Que peux-tu en conclure ? Justifie ta réponse.

d. Trouve un exemple similaire pour la différence de deux racines carrées.

e. Que peux-tu déduire des deux exemples précédents ?

21 Écris les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{2}$ ou $a\sqrt{3}$, où a est un entier relatif.

$\text{A} = 4\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$\text{B} = 7\sqrt{3}-9\sqrt{3}$

$\text{C} = \sqrt{3}-8\sqrt{3}+15\sqrt{3}$

$\text{D} = 3\sqrt{2}-5\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$\text{E} = 4\sqrt{2}-6\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$\text{F} = 5\sqrt{3}-7\sqrt{3}+3\sqrt{3}$

22 *En deux temps*

a. Écris $\sqrt{8}$, $\sqrt{18}$ et $\sqrt{50}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont entiers et b le plus petit possible.
Réduis l'expression $\text{G} = \sqrt{50}+\sqrt{18}-2\sqrt{8}$.

b. En raisonnant de façon identique, réduis l'expression $\text{H} = \sqrt{12}-7\sqrt{27}+\sqrt{3}$.

23 Écris les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs.

$A = \sqrt{8} + 7\sqrt{2}$

$B = \sqrt{5} - \sqrt{20}$

$C = 2\sqrt{3} - \sqrt{75}$

$D = 4\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + 3\sqrt{18}$

24 Écris sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs, avec b le plus petit possible.

$A = \sqrt{50} + 4\sqrt{18} - 7\sqrt{8}$

$B = \sqrt{20} - 8\sqrt{45} + 2\sqrt{5}$

$C = \sqrt{12} + \sqrt{75} + 4\sqrt{300}$

$D = 5\sqrt{63} - \sqrt{28} + \sqrt{7}$

25 Écris sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a, b et c sont des entiers relatifs avec c le plus petit possible.

$A = 7 - \sqrt{12} - 8 + 3\sqrt{27}$

$B = 3\sqrt{50} - \sqrt{49} + 2\sqrt{8}$

$C = 2\sqrt{18} + \sqrt{16} - 7\sqrt{81}$

26 *Extrait du Brevet*

a. Écrire sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a entier.

$A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45}$ $\qquad$ $B = \sqrt{180} - 3\sqrt{5}$

b. En utilisant les résultats de la question **a.**, démontrer que $A \times B$ et $\frac{A}{B}$ sont des nombres entiers.

27 Écris les quotients suivants avec un dénominateur entier.

a. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **b.** $\frac{7}{2\sqrt{5}}$ **c.** $\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$ **d.** $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$

28 Écris les quotients suivants sans radical au dénominateur.

a. $\frac{-1}{\sqrt{2}}$

b. $\frac{-4\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

c. $\frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{8}}$

d. $\frac{\sqrt{7} \times \sqrt{6}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}$

29 *Extrait du Brevet*

Soit $D = \frac{5\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$.

Montrer que D est un nombre entier.

Avec Pythagore

30 *Théorème de Pythagore*

Soit ABC un triangle rectangle en A.

a. Calcule la valeur exacte de la longueur du côté [BC] sachant que AB = 5 cm et AC = 7 cm.

b. Calcule la valeur exacte de la longueur du côté [AB] sachant que AC = 6 m et BC = 11 m.

31 *Théorème de Pythagore (bis)*

EDF est un triangle rectangle en F.
On donne $ED = 5\sqrt{2}$ cm et $DF = 3\sqrt{2}$ cm.

a. Détermine la valeur exacte de EF.
Tu donneras le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un entier positif.

b. Donne la valeur exacte du périmètre du triangle EDF puis l'arrondi au millimètre.

32 *Rectangle ou non rectangle ?*

Dans chaque cas, détermine si le triangle GHI est rectangle ou non. Justifie ta réponse.

a. GH = 5 dm ; GI = 7 dm et HI = $\sqrt{74}$ dm.

b. GH = $\sqrt{13}$ m ; HI = $\sqrt{12}$ m et GI = 6 m.

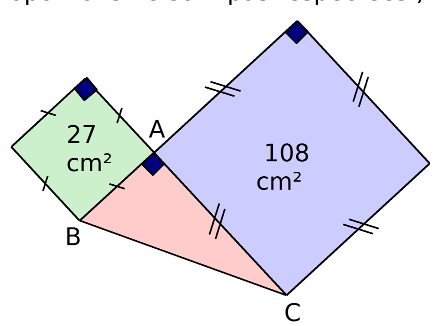
33 Soit un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon 4 cm. A est un point de ($\mathscr{C}$), B est le symétrique de A par rapport à O.
Soit M un point de ($\mathscr{C}$) tel que AM = 3 cm.

a. Construis une figure en vraie grandeur.

b. Calcule la valeur exacte de BM.

34 *Un petit calcul d'aire*

En utilisant les données de la figure, détermine l'aire du triangle ABC.
(Les proportions ne sont pas respectées.)



Exercices d'entraînement

En lien avec la géométrie

35 Trace un carré ABCD de côté 1 cm.

a. Calcule la valeur exacte de la longueur AC.

b. Place le point E sur [AB) tel que AE = 3 × AB. Construis ensuite le carré AEGH de telle sorte que D soit un point de [AH].
Calcule la valeur exacte de la longueur AG.

c. Montre que AG est un multiple de AC.

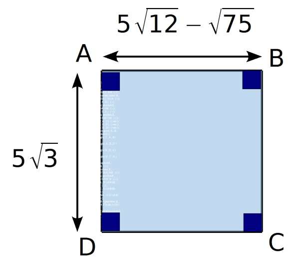
d. Place le point F sur [EG] de telle sorte que AEFD soit un rectangle.
Calcule la longueur exacte de AF.

e. Place sur [AG] le point P tel que AP = AF.
La longueur de [AP] est-elle un multiple de celle de [AC] ?

f. Prouve que CG = $\sqrt{8}$ cm.

g. Compare $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ et $\sqrt{10}$. (Utilise l'un des symboles =, < ou >.)

36 On considère la figure suivante. (L'unité est le centimètre.)



a. Écris $5\sqrt{12} - \sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, b étant le plus petit possible.

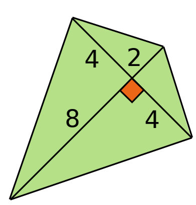
b. Quelle est la nature exacte de ABCD ? Justifie ta réponse.

c. Détermine le périmètre de ABCD sous la forme la plus simple possible.
Tu donneras ensuite l'arrondi au millimètre.

d. Détermine la valeur exacte de l'aire de ABCD.

37 *Cerf-volant*

Les mesures des diagonales de ce cerf-volant sont données en centimètres.
Calcule la valeur exacte de son périmètre puis la valeur arrondie au millimètre.



38 L'unité choisie est le centimètre.
On considère un rectangle ayant pour longueur $\sqrt{75}$ et pour largeur $\sqrt{48}$.

a. Détermine le périmètre exact de ce rectangle. (Tu donneras la réponse sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, b étant le plus petit possible.)

b. Calcule l'aire exacte du rectangle. (Tu donneras la réponse sous la forme la plus simple possible.)

Équations du type $x^2 = a$

39 *Un peu de vocabulaire*

a. Trouve deux nombres dont le carré est égal à 36.

b. Trouve deux nombres a tels que $a^2 = 0{,}49$.

c. Peux-tu trouver un nombre dont le carré est égal à − 100 ? Justifie ta réponse.

40 On considère l'équation $x^2 = 4$.

a. Transforme cette équation de telle sorte que le membre de droite soit égal à 0 puis factorise le membre de gauche.

b. Résous l'équation ainsi obtenue.

c. Quelle(s) est (sont) alors la (les) solution(s) de l'équation $x^2 = 4$?

d. Procède de la même manière pour résoudre l'équation $x^2 = 14$.

41 Trouve la (les) solution(s) des équations suivantes, lorsque celle(s)-ci existe(nt).

a. $x^2 = 9$

b. $x^2 = 5$

c. $x^2 = \dfrac{25}{16}$

d. $x^2 = 0$

e. $x^2 = -16$

f. $4x^2 = 49$

42 Résous les équations suivantes.

a. $x^2 - 5 = 20$

b. $8 + 2x^2 = 40$

c. $7x^2 - 3 = 6x^2 + 27$

d. $x^2 + 110 = 10$

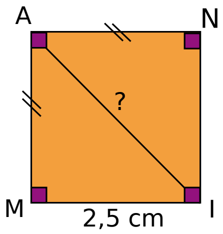
43 Résous les équations suivantes.

a. $(x + 1)^2 = 9$

b. $x^2 + 1 = 9$

Exercices d'approfondissement

44 *Diagonale d'un carré*



a. Calcule la longueur exacte de la diagonale AI du carré MANI.

b. Si AN $= a$ ($a > 0$), que vaut AI ?

45 Développe et réduis les expressions suivantes.

$A = \sqrt{3}\left(2 - 5\sqrt{3}\right)$

$B = 5\sqrt{2}\left(\sqrt{2} - 7\sqrt{18}\right)$

$C = \left(\sqrt{6} + 2\right)\sqrt{2}$

$D = 2\sqrt{12}\left(\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{6}\right)$

46 Effectue les calculs suivants. Écris les résultats sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a, b et c sont des entiers relatifs avec c le plus petit possible.

$A = \left(\sqrt{3} - 2\right)\left(5\sqrt{3} + 4\right)$

$B = \left(7 - 2\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{6} - \sqrt{16}\right)$

$C = \left(5\sqrt{5} - 5\right)\left(5 + 3\sqrt{5}\right)$

$D = \left(4 - 3\sqrt{18}\right)\left(6 - 4\sqrt{2}\right)$

47 Développe et réduis les expressions suivantes.

$A = \left(\sqrt{11} + 4\right)^2$	$D = \left(\sqrt{3} - \sqrt{6}\right)^2$
$B = \left(2\sqrt{6} - 7\right)^2$	$E = \left(5\sqrt{12} - 6\sqrt{5}\right)^2$
$C = \left(4 - 9\sqrt{2}\right)^2$	$F = \left(\sqrt{13} + 4\right)\left(3\sqrt{13} - 4\right)$

48 Développe et simplifie les expressions suivantes.

$A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{2} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$C = \sqrt{18}\left(\sqrt{2} - \dfrac{\sqrt{18}}{18}\right)$
$B = \left(\sqrt{3} + 7\right)^2 + \left(\sqrt{3} - 7\right)^2$	$D = \left(6 + 2\sqrt{5}\right)^2 - \left(4\sqrt{5}\right)^2$

49 Soit $A = 2 + \sqrt{15}$ et $B = 2 - \sqrt{15}$.

Calcule A^2, B^2 puis $A \times B$.

50 Écris les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

$A = \sqrt{80} - \sqrt{20}\left(2 - \sqrt{15}\right)$

$B = \sqrt{6}\left(\sqrt{3} + 5\right) - \sqrt{150}$

$C = \sqrt{7}\left(-4 - 3\sqrt{63} + 9\sqrt{7}\right)$

$D = \sqrt{98} - \left(\sqrt{14} + 8\right)\sqrt{7}$

51 *Un peu d'aire*

Calcule l'aire d'un rectangle ABCD de largeur $\sqrt{7} - \sqrt{5}$ cm et de longueur $\sqrt{7} + \sqrt{5}$ cm.

52 *Extrait du Brevet*

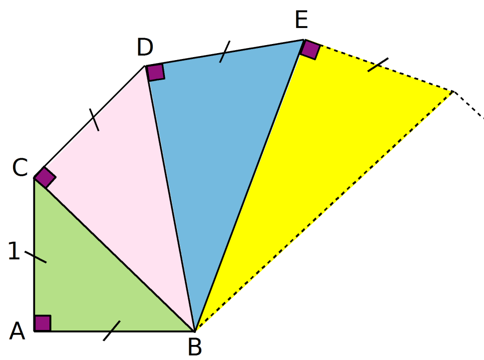
Montrer que E et F sont des nombres entiers.

a. $E = \left(\sqrt{7} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)$

b. $F = \left(2\sqrt{3} - 3\right)\left(2\sqrt{3} + 3\right)$

53 *Spirale de Théodore de Cyrène*

Observe la figure suivante.



a. Sachant que le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en A, calcule la valeur exacte de BC.

b. En t'aidant de la question **a.** et de la figure ci-dessus, calcule les valeurs exactes de DB et EB.

c. À l'aide des questions précédentes, construis un segment de longueur $\sqrt{7}$.

54 *Calcul littéral*

Soit $A = (2x + 5)^2 - 9x^2$.

a. Développe A.

b. Factorise A.

c. Calcule A pour $x = \sqrt{5}$.

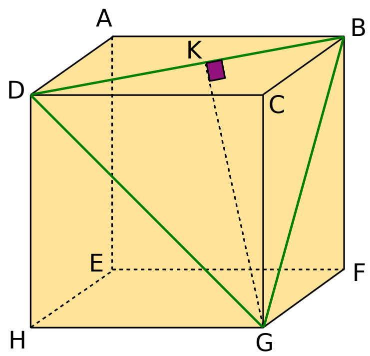
55 *Un peu de physique*

La puissance électrique dissipée dans une résistance est calculée à l'aide de la formule : $P = RI^2$, où P est la puissance en watts (W), R la résistance en ohms (Ω) et I l'intensité en ampères (A).

La puissance dissipée dans un radiateur a une valeur de 3 000 W et lors de son utilisation la mesure de la résistance a donné 18 Ω.

Calcule la valeur arrondie au millième de l'intensité du courant.

56 ABCDEFGH est un cube de 4 cm d'arête.



a. Calcule la valeur exacte de GD et écris le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a entier.

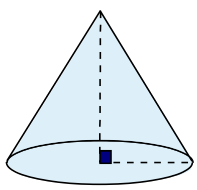
b. Quel est le périmètre du triangle BDG ?
Tu donneras la réponse sous la forme $a\sqrt{2}$.

c. Calcule la valeur exacte de GK.

d. Calcule l'aire du triangle BGD.
Donne la valeur exacte puis une valeur arrondie au centième.

57 *Volume d'un cône*

Calcule la valeur exacte du volume d'un cône de révolution de $2\sqrt{2}$ cm de rayon de base et $\sqrt{8}$ cm de hauteur.



58 *Volume d'une pyramide*

SABC est une pyramide dont la base ABC est un triangle équilatéral de côté $24\sqrt{3}$ cm ; [SO] est la hauteur telle que SO = $12\sqrt{3}$ cm.

a. Calcule l'aire de la base ABC.

b. Calcule la valeur exacte du volume de la pyramide SABC.

59 *Distance de freinage*

La distance de freinage est la distance nécessaire pour immobiliser un véhicule à l'aide des freins. Elle dépend de la vitesse et de l'état de la route (sèche ou mouillée).

On peut calculer cette distance à l'aide de la formule $d = k \times v^2$ où d est la distance en mètres (m), v la vitesse en km/h et k une constante.

Sur une route sèche, on a $k = 4{,}8 \times 10^{-3}$.

a. Y a-t-il proportionnalité entre la vitesse et la distance de freinage ? Justifie.

b. Calcule la distance de freinage, arrondie à l'unité, d'un véhicule roulant à 90 km/h sur route sèche.

c. Sachant qu'un conducteur a freiné sur 12 m, quelle était sa vitesse ?

d. Sur une route mouillée, on a $k = 9{,}8 \times 10^{-3}$.
Si le conducteur roule à la même vitesse qu'à la question précédente, quelle sera sa distance de freinage ?

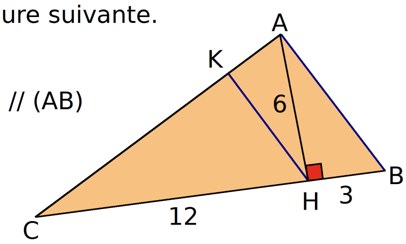
e. Un conducteur ne laisse devant lui qu'une distance de 20 m. À quelle vitesse peut-il rouler sans risquer un accident en cas de freinage brutal sur route sèche ?

f. S'il roule à la même vitesse mais sur route mouillée, quelle distance minimale entre sa voiture et la voiture qui le précède ce conducteur doit-il respecter s'il ne veut pas risquer un accident ?

60 *Avec l'aide de Pythagore*

Observe la figure suivante.

(KH) // (AB)



a. Calcule les valeurs exactes de AC et AB.

b. Démontre que le triangle ABC est rectangle en A.

c. Calcule la valeur exacte de KH.

61 Résous les équations suivantes.

a. $(3x + 9)^2 = 0$

b. $(x + 1)^2 - 16 = 0$

c. $25 - (x + 3)^2 = 0$

d. $(10 - 2x)^2 = 9$

e. $81 = (-5y + 9)^2$

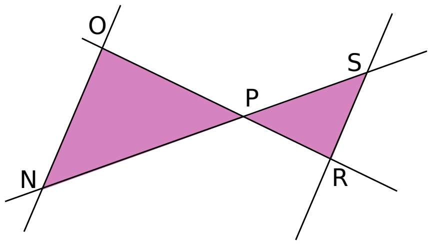
f. $(-5x + 6)^2 = 49$

62 Avec Thalès

Sur le dessin ci-dessous :
PN $= 3 + \sqrt{3}$; ON $= \sqrt{2}$ et SR $= 3 - \sqrt{3}$.

De plus, les droites (ON) et (SR) sont parallèles.

Calcule PS.
On donnera la réponse sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b étant le plus petit possible.



63 Le bon choix

Soit E $= (2x - 7)^2 - (5 - x)^2$

a. Développe l'expression E.

b. Factorise E.

c. Choisis la meilleure forme de l'expression E pour calculer sa valeur exacte quand $x = \dfrac{3}{4}$ puis quand $x = \sqrt{3}$.

64 Nombre entier ?

Soit E $= \dfrac{5}{\sqrt{2}+\sqrt{18}} + \dfrac{3}{\sqrt{2}-\sqrt{18}}$.

Écris le nombre E sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est une fraction irréductible et b est un nombre entier.

65 En somme, c'est cela !

On pose $A = \sqrt{181 + 52\sqrt{3}}$ et $B = \sqrt{181 - 52\sqrt{3}}$.

a. À l'aide de la calculatrice, vérifie que $181 - 52\sqrt{3} > 0$.

b. Calcule A^2 et B^2 puis A $\times$ B.

c. Déduis-en la valeur de (A + B)^2 puis la valeur exacte de A + B.

66 Extrait du Brevet

Soit $a = \sqrt{5}(1 - \sqrt{2})$ et $b = 5 + \sqrt{2}$.

a. Calculer a^2 et b^2.

b. En déduire les valeurs de $a^2 + b^2$ et $\sqrt{a^2 + b^2}$.

67 Avec un tableur

L'algorithme de Héron d'Alexandrie est une méthode de calcul pour déterminer une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre positif N.

a. Recherche qui était Héron d'Alexandrie et à quelle époque il a vécu.

b. Cette méthode est définie par la formule :

$$a' = \frac{\left(a + \dfrac{N}{a}\right)}{2}$$

où a est un nombre choisi au départ et a' remplace a dans l'étape suivante.

On veut programmer avec un tableur la recherche d'une valeur approchée de $\sqrt{10}$ avec cette méthode : ici, N = 10 et a = 1.
On n'utilise que la colonne A.

Dans la cellule A2, tape =(1+10/1)/2 et dans la cellule A3, tape =(A2+10/A2)/2 puis poursuis la programmation comme dans la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C
1	**Racine carrée de 10**		
2	5,50000		
3	3,65909		
4	3,19601		
5	3,16246		
6	3,16228		

Note la valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{10}$.

c. Recommence pour déterminer une valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{2}$, $\sqrt{11}$ et $\sqrt{20}$.

68 Extrait du Brevet

Soit $a = 2\sqrt{45}$ et $b = \sqrt{80}$.

a. Calculer $a + b$.
On donnera le résultat sous la forme $c\sqrt{d}$ où d est un entier le plus petit possible.

b. Calculer ab.

c. Le nombre a est-il solution de l'équation $x^2 - 2x - 180 = -12\sqrt{5}$? Justifier.

Travailler en groupe

1 Le nombre d'or φ

Chaque groupe présentera au reste de la classe ses recherches sur un des thèmes proposés.

1er Thème : Le rectangle d'or

a. Recherchez ce qu'on appelle un rectangle d'or et écrivez son programme de construction.

b. Construisez un rectangle d'or sur feuille blanche ou à l'aide d'un logiciel de géométrie puis déduisez-en une valeur approchée de φ.

2e Thème : Le pentagone régulier

a. Recherchez le lien unissant le nombre d'or, un pentagone régulier et son pentagramme.

b. Construisez un pentagone régulier et son pentagramme sur feuille blanche ou à l'aide d'un logiciel de géométrie puis déduisez-en une valeur approchée de φ.

3e Thème : Les racines continuées

a. Calculez la valeur exacte et une valeur approchée au dix-millième près de chacun des termes de la suite de nombres suivante.

$A = \sqrt{1+\sqrt{1}}$ $\quad B = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}}$

$C = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}}}$

Écrivez le terme suivant D de cette suite puis calculez sa valeur exacte et une valeur approchée.

b. À l'aide d'un tableur, calculez les six termes suivants de la suite en remarquant que $B = \sqrt{1+A}$ et que $C = \sqrt{1+B}$.

Que remarquez-vous ?

4e Thème : La suite de Fibonacci

a. Recherchez qui était Fibonacci (époque et lieu où il a vécu, ses travaux,...) et la méthode de calculs des termes de sa suite.

b. À l'aide d'un tableur, calculez les vingt premiers termes de la suite de Fibonacci.

c. Calculez le rapport de deux termes successifs. Que remarquez-vous ?

5e Thème : φ dans l'art et dans la nature

a. Étudiez le rôle du nombre d'or φ à travers l'histoire.

b. Sur Internet, recherchez différents exemples dans la nature où φ est mis en évidence.

c. Sur Internet, recherchez différentes œuvres d'art (peinture, sculpture, architecture) où φ intervient.

2 Le Mistigri des racines carrées

1re Partie : Préparons le jeu !

a. On commence par préparer un jeu de vingt-et-une cartes. Sur chaque carte est écrite une des expressions du tableau suivant.

$3\sqrt{2}$	$(\sqrt{7})^4$	$\sqrt{27}$
$\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}$	$\sqrt{12}$	$40\sqrt{7}$
$\sqrt{21}$	$\approx 1{,}414\ 2$	Le nombre d'or
$\sqrt{11\ 200}$	$\dfrac{1}{\sqrt{8}}$	49
$\sqrt{3}\times\sqrt{7}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{18}$
$\dfrac{\sqrt{8}}{8}$	$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{105}}{\sqrt{15}}$
$\sqrt{2}$	40	$\sqrt{1\ 600}$

b. Sur une feuille, inscrivez côte à côte les expressions qui sont égales. Une seule des expressions n'est égale à aucune autre : c'est le Mistigri. (La feuille servira de référence en cas de désaccord pendant la partie mais elle devra rester cachée. Les joueurs n'ont pas le droit de l'utiliser.)

2e Partie : Jouons !

c. Un joueur distribue toutes les cartes en commençant par son voisin de gauche.

d. Chaque joueur regarde si, dans son jeu, il possède une paire, c'est-à-dire deux cartes d'expressions égales. Tout au long de la partie, si un joueur a une paire, il l'écarte de son jeu en la posant face visible sur la table. Les autres joueurs vérifient que la paire est correcte.

e. Le donneur prend une carte au hasard dans le jeu du joueur situé à sa gauche. S'il possède une nouvelle paire, il l'écarte de son jeu. Puis, le joueur situé à la droite du donneur prend une carte au hasard dans le jeu du donneur et ainsi de suite.

f. Le gagnant est le joueur qui se débarrasse le premier de toutes ses cartes. Le perdant est celui qui a le Mistigri en main lorsque toutes les paires ont été formées.

Remarque : les joueurs peuvent s'aider d'un brouillon.

3e Partie : Fabriquons un nouveau jeu !

a. Créez un jeu de Mistigri sur le même principe avec d'autres expressions.

b. Jouez avec votre jeu mais cette fois sans utiliser de feuille contenant les « paires ».
À la fin de votre partie, échangez votre jeu avec celui d'un autre groupe puis rejouez.

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Combien vaut la racine carrée de 169 ?	– 13	169^2	13	14
2	Le nombre 11 est égal à...	$\sqrt{11^2}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{121}$	3,31
3	$\sqrt{9}+\sqrt{16}$ est égal à...	$\sqrt{25}$	7	5	12
4	$\sqrt{108}$ est égal à...	$3\sqrt{6}$	$4\sqrt{27}$	$6\sqrt{3}$	10,39
5	$\sqrt{6}\times\sqrt{12}$ est égal à...	$6\sqrt{12}$	$\sqrt{72}$	$6\sqrt{2}$	$3\sqrt{8}$
6	$\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{169}}$ est égal à...	$\dfrac{5}{13}$	$\sqrt{\dfrac{5}{13}}$	$\dfrac{\sqrt{25}}{169}$	$\sqrt{\dfrac{25}{169}}$
7	$2x^2 - 4x + 5$ pour $x = \sqrt{3}$ est égal à...	$7\sqrt{3}$	$-2\sqrt{3}+5$	$11-4\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$
8	$3\sqrt{5}+\sqrt{20}$ est égal à...	$3\sqrt{25}$	$3\sqrt{100}$	$7\sqrt{5}$	$5\sqrt{5}$
9	$\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{18}}$ est égal à...	$\sqrt{32}$	$\dfrac{5}{3}$	$2\sqrt{2}$	$\dfrac{5}{3}\sqrt{2}$
10	$\left(2+\sqrt{3}\right)^2$ est égal à...	$7+4\sqrt{3}$	$4+4\sqrt{3}$	7	$11+2\sqrt{3}$
11	$\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)$ est égal à...	$2\sqrt{7}-2\sqrt{5}$	2	– 2	$2+2\sqrt{35}$
12	$x^2 = 81$ a pour solutions...	9 et 0	8 et – 8	9 et – 9	$\sqrt{9}$ et – $\sqrt{9}$
13	L'équation $x^2 + 15 = 11$ a pour solution(s)...	4 et – 4	2 et – 2	aucun nombre	$-\sqrt{11}$ et $\sqrt{11}$

Pour aller plus loin

Racines imbriquées

a. Calcule $\sqrt{31+\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}}}$.

b. Complète l'expression précédente avec des radicaux de manière à ce que le résultat du calcul soit égal à 9.

c. Fais de même pour que le résultat soit 12.

Racines cubiques

a. Calcule 4^3.

b. Par définition, la « racine cubique » de 64, notée $\sqrt[3]{64}$, est le nombre qui, élevé à la puissance 3, donne 64.
Quelle est la racine cubique de 64 ?

c. Calcule $(-2)^3$. Déduis-en la racine cubique de – 8.

d. Recopie puis complète les deux phrases suivantes :

« Une racine carrée existe pour des nombres ... . »

« Une racine cubique existe pour des nombres ... . »

e. Recopie et complète les égalités.

$\sqrt[3]{343} = \ldots\ldots$; $\sqrt[3]{1\,000} = \ldots\ldots$; $\sqrt[3]{3\,375} = \ldots\ldots$; $\sqrt[3]{-27} = \ldots\ldots$; $\sqrt[3]{-125} = \ldots\ldots$ et $\sqrt[3]{-216} = \ldots\ldots$.