

### Activité 1 : Des situations...

#### 1. Programmes

On considère les programmes de calcul suivants.

##### Programme A :

- Choisir un nombre ;
- Effectuer le produit de la différence du double du nombre et de 8 par la somme du nombre et de 3 ;
- Annoncer le résultat.

##### Programme B :

- Choisir un nombre ;
- Calculer son carré ;
- Lui soustraire la somme du nombre de départ et de 12 ;
- Multiplier le résultat par 2 ;
- Annoncer le résultat.

- Teste ces deux programmes avec comme nombres de départ 4 ; - 1 et 1,6.
- Quelle conjecture peux-tu faire ?
- Démontre cette conjecture.

#### 2. Impossible ?

Calcule  $34\ 356\ 786\ 456 \times 34\ 356\ 786\ 447 - 34\ 356\ 786\ 451^2$ .

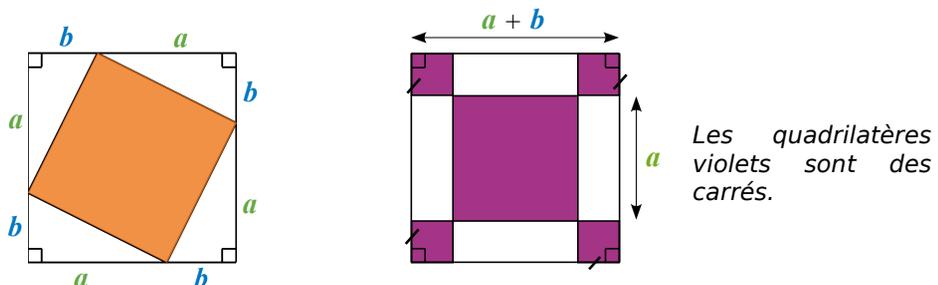
#### 3. Arithmétique

Un entier relatif étant choisi, démontre la propriété suivante :

« Le produit de l'entier qui le précède par l'entier qui le suit, augmenté de 1 est le carré de cet entier. »

#### 4. Comparaison

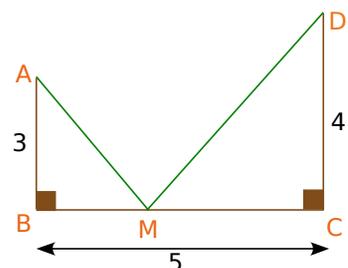
Soient deux carrés de côté  $a + b$  ;  $a$  et  $b$  sont des nombres positifs.



Les aires des surfaces coloriées sont-elles égales ?

#### 5. Inconnue

Calcule à quelle distance de B ou de C doit se trouver le point M sur le segment [BC] pour qu'il soit à égale distance de A et de D.



## Activité 2 : Carré d'une somme, d'une différence

### 1. Carré d'une somme, somme des carrés

- Calcule  $(3 + 6)^2$  et  $3^2 + 6^2$ .  
 $a$  et  $b$  étant deux nombres, les nombres  $(a + b)^2$  et  $a^2 + b^2$  sont-ils égaux ?
- Pour plusieurs valeurs de  $a$  et  $b$  de ton choix, calcule la différence  $(a + b)^2 - (a^2 + b^2)$ .  
Tu pourras utiliser un tableur.  
Cette différence dépend-elle des valeurs que tu as choisies ? Si oui, précise comment.

### 2. Une identité remarquable : carré d'une somme

- $a$  et  $b$  étant des nombres quelconques, en utilisant  $(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b)$ , développe et réduis  $(a + b)^2$ .
- Une illustration géométrique : construis un carré.

En considérant  $a$  et  $b$  comme des longueurs de segments, propose un découpage de ce carré permettant de traduire l'égalité obtenue à la question précédente par une égalité d'aires.

### 3. Carré d'une différence, deuxième identité remarquable

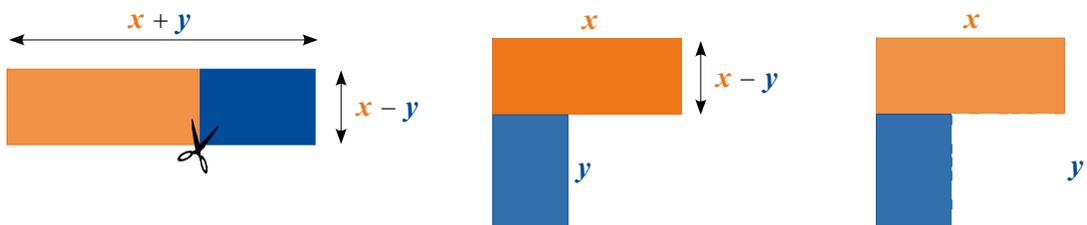
- $a$  et  $b$  étant des nombres quelconques, développe et réduis  $(a - b)^2$ .
- Construis un carré et propose un découpage de ce carré pour donner une interprétation géométrique de cette égalité.

## Activité 3 : Produit de la somme par la différence

### 1. Avec des nombres

- Développe  $(1\ 000 - 3)(1\ 000 + 3)$ . Que remarques-tu ?  
Dédus-en, sans utiliser de calculatrice et sans avoir à poser de multiplication, le résultat de  $997 \times 1\ 003$ .
- Calcule de la même façon  $491 \times 509$ .

### 2. Une illustration géométrique



Les rectangles bleus et oranges sont respectivement superposables ;  $x$  et  $y$  sont des nombres positifs, de plus  $x$  est strictement supérieur à  $y$ .

Traduis cette succession de figures par une égalité. Justifie ta réponse.

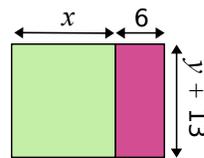
### 3. Une identité remarquable de plus

$a$  et  $b$  étant des nombres quelconques, développe et réduis  $(a + b)(a - b)$ .

## Activité 4 : Calcul mental

1. Lisa prétend que pour calculer mentalement  $15^2$ , il suffit de faire  $10^2 + 5^2$ . Abdel, lui, dit qu'il faut rajouter 100 à ce que dit Lisa. Qui a raison ? Justifie ta réponse.
2. Calcule  $54^2$  sans avoir à poser de multiplication et sans utiliser de calculatrice mais en expliquant ta démarche.
3. En utilisant une identité remarquable, calcule mentalement  $199^2$ . Explique ta démarche.
4. Julie affirme qu'elle peut comparer les quotients  $\frac{999\ 999}{1\ 000\ 000}$  et  $\frac{1\ 000\ 000}{1\ 000\ 001}$  sans utiliser de calculatrice et sans poser de multiplication. Qu'en penses-tu ?

## Activité 5 : Factorisations avec facteur commun



1. Un rectangle est divisé en deux comme le montre la figure ci-contre. Exprime son aire de deux manières différentes.

### 2. Propriété

Recopie et complète :  $k \times a + k \times b = \dots \times (\dots + \dots)$        $k \times a - k \times b = \dots$   
 ( $k$ ,  $a$  et  $b$  sont des nombres quelconques).

Quelle est la propriété utilisée ? Quelle action réalise-t-on ? Comment appelle-t-on  $k$  ?

3. Pour chacune des expressions suivantes et en utilisant la question précédente, indique quelle expression ou quel nombre peut jouer le rôle de  $k$ , quelles expressions ou quels nombres peuvent jouer le rôle de  $a$  et de  $b$ .

$$A = 7x + 14 \text{ (remarque : } 14 = 7 \times 2 \text{)} ; \quad B = 8y + 7y ; \quad C = 6ab + 5a ; \quad D = 6m - 9m^2 ;$$

$$F = (7x + 5)(3x + 2) + (7x + 5)(x - 9) ; \quad G = (x - 4)(3x - 5) - (8x + 7)(3x - 5).$$

Transforme chacune de ces expressions en un produit de facteurs.

4. Écris l'expression  $18x^2 + 6x$  sous la forme d'un produit dont un des facteurs est  $6x$ .

## Activité 6 : D'autres factorisations

1. Voici trois expressions développées et réduites :  $9x^2 - 4$  ;  $9x^2 - 12x + 4$  et  $9x^2 + 12x + 4$ . Voici les expressions factorisées correspondantes :  $(3x + 2)^2$  ;  $(3x + 2)(3x - 2)$  et  $(3x - 2)^2$ .

- a. Sans développer, associe chaque forme réduite à sa forme factorisée en expliquant ta démarche.
- b. Contrôle tes réponses précédentes en développant les expressions factorisées.

2. On considère les expressions :  $25x^2 + 30x + 9$  ;  $4x^2 - 9$  et  $x^2 - 8x + 16$ .

- a. Indique pour chacune d'elles le « type » de l'identité remarquable dont elle peut être la forme développée et réduite :  $(a + b)^2$  ;  $(a - b)^2$  ou  $(a + b)(a - b)$  ?
- b. Identifie dans chaque cas qui peut « jouer les rôles » de  $a$  et de  $b$  puis factorise ces expressions. Vérifie tes réponses en les développant.

## Activité 7 : Produit nul

On se donne un nombre  $x$ . Pour différentes valeurs de  $x$ , on cherche à évaluer les expressions ci-dessous et en particulier à trouver les valeurs de  $x$  qui rendent nulles ces expressions :

$$B = 3x(3x + 6)(x + 3) \quad C = (10x + 7)(x - 5)(x + 3) \quad D = (x + 3)(4x - 1)(x - 3)$$

1. En utilisant un tableur, programme les formules permettant de calculer B, C et D pour les valeurs entières de  $x$  comprises entre  $-5$  et  $5$ .

Valeurs de $x$	B	C	D
-5			
-4			
.			
.			
4			
5			

2. À partir du tableau, donne des valeurs qui annulent B, C et D.

3. En insérant un graphique de type « ligne », combien vois-tu de valeurs de  $x$  annulant B, C et D ? On admettra qu'il n'y en a pas d'autre.

4. Pour aider à la recherche de toutes les valeurs annulant C et D, construis un nouveau tableau pour les valeurs de  $x$  comprises entre  $-1$  et  $1$  avec un pas de  $0,1$ .

5. Donne toutes les valeurs annulant l'expression C.

6. As-tu trouvé toutes celles annulant D ? En construisant un dernier tableau, conclus.

7. En observant attentivement les expressions B, C et D, que remarques-tu sur les valeurs qui annulent chacune d'elles ? Que peux-tu en conclure ?

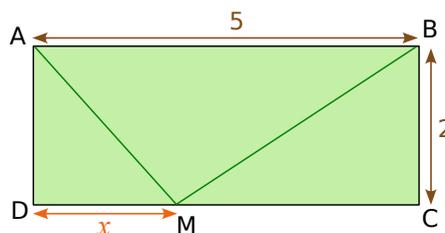
## Activité 8 : Équation produit

On considère un rectangle ABCD tel que :

$AB = 5$  cm et  $BC = 2$  cm.

M est un point qui se déplace sur [DC].

On pose  $DM = x$ .



Il s'agit de déterminer les valeurs de  $x$  pour lesquelles le triangle AMB sera rectangle en M.

### 1. Avec TracenPoche

a. Réalise la figure, M devant être un point du segment [DC].

Fais s'afficher la longueur DM et la mesure de l'angle  $\widehat{AMB}$ . En déplaçant le point M, détermine une (ou des) valeur(s) possible(s) de  $x$ .

b. Trouve une construction géométrique d'un point M appartenant à [DC] tel que AMD soit rectangle en M et déduis-en une condition sur la longueur de [BC] pour l'existence de M.

### 2. Résolution algébrique

a. À quelle condition sur les longueurs, le triangle AMB est-il rectangle en M ?

b. Dans le triangle ADM, exprime  $AM^2$  en fonction de  $x$ . Puis dans le triangle BMC, exprime  $BM^2$  en fonction de  $x$ .

c. Traduis alors par une équation la condition vue dans le a. et montre que cette équation peut s'écrire  $2x^2 - 10x + 8 = 0$ .

d. Développe  $P = 2(x - 1)(x - 4)$ .

e. Déduis-en une nouvelle écriture de l'équation vue au c. et résous alors cette équation.

## Méthode 1 : Développer avec les identités remarquables

### À connaître

Pour tous nombres  $a$  et  $b$ ,  
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  ;  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  ;  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ .

**Exemple 1 :** Développe et réduis l'expression  $(x + 3)^2$ .

On utilise l'identité  $(a + b)^2$  avec  $a = x$  et  $b = 3$ .

$$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

→ On remplace  $a$  par  $x$  et  $b$  par  $3$  dans  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

→ On réduit l'expression obtenue.

**Exemple 2 :** Développe et réduis l'expression  $(x - 4)^2$ .

On utilise l'identité  $(a - b)^2$  avec  $a = x$  et  $b = 4$ .

$$(x - 4)^2 = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2$$

→ On remplace  $a$  par  $x$  et  $b$  par  $4$  dans  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .

*Attention, le double produit n'est pas précédé du même signe que les deux carrés !*

$$(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

→ On réduit l'expression obtenue.

**Exemple 3 :** Développe et réduis l'expression  $(3x - 5)^2$ .

On utilise l'expression  $(a - b)^2$  avec  $a = 3x$  et  $b = 5$ .

$$(3x - 5)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

→ On remplace  $a$  par  $3x$  et  $b$  par  $5$  dans  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .

*Attention !  $a = 3x$  donc  $a^2 = (3x)^2 = 3^2 \times x^2 = 9x^2$ .*

$$(3x - 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

→ On réduit l'expression obtenue.

**Exemple 4 :** Développe et réduis l'expression  $(7x + 2)(7x - 2)$ .

On utilise l'expression  $(a + b)(a - b)$  avec  $a = 7x$  et  $b = 2$ .

$$(7x + 2)(7x - 2) = (7x)^2 - 2^2$$

→ On remplace  $a$  par  $7x$  et  $b$  par  $2$  dans  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ .

$$(7x + 2)(7x - 2) = 49x^2 - 4$$

→ On réduit l'expression obtenue.

### Exercices « À toi de jouer »

**1** Développe et réduis les expressions suivantes.

$$A = (x + 6)^2$$

$$B = (x - y)^2$$

$$C = (3a + 1)^2$$

$$D = (6x - 5)^2$$

$$E = (z + 3)(z - 3)$$

$$F = (4x - 7y)(4x + 7y)$$

**2** Calcule en utilisant les identités remarquables et sans calculatrice.

**a.**  $101^2$

**b.**  $99^2$

**c.**  $101 \times 99$

**3** Recopie puis complète les expressions suivantes.

$$A = (x + \dots)^2 = \dots + 2 \times \dots \times \dots + 25$$

$$C = (3x + \dots)(\dots - \dots) = \dots - 64$$

$$B = (\dots - 9)^2 = 4x^2 - \dots \times \dots \times \dots + \dots$$

$$D = (5x - \dots)^2 = \dots - \dots + 16$$

## Méthode 2 : Factoriser avec un facteur commun

### À connaître

Pour tous nombres  $a$ ,  $b$  et  $k$  :  $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$ .

**Exemple 1 :** Fais apparaître un facteur commun dans l'expression  $A = 3y + 21$  puis factorise.

$A = 3 \times y + 3 \times 7$   $\longrightarrow$  On repère un facteur commun.

$A = 3(y + 7)$   $\longrightarrow$  On factorise.

**Exemple 2 :** Factorise l'expression  $B = 2x + xy$ .

$B = 2 \times x + x \times y$   $\longrightarrow$  On repère un facteur commun.

$B = x(2 + y)$   $\longrightarrow$  On factorise.

**Exemple 3 :** Factorise l'expression  $C = (2x + 5)(3x + 7) + (2x + 5)(6x + 1)$ .

$C = (2x + 5)(3x + 7) + (2x + 5)(6x + 1)$   $\longrightarrow$  On repère un facteur commun.

$C = (2x + 5)[(3x + 7) + (6x + 1)]$   $\longrightarrow$  On factorise.

$C = (2x + 5)(9x + 8)$   $\longrightarrow$  On réduit l'expression à l'intérieur des crochets.

**Exemple 4 :** Factorise l'expression  $D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11)$ .

$D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11)$   $\longrightarrow$  On repère un facteur commun.

$D = (9x - 4)[(5x + 6) - (3x + 11)]$   $\longrightarrow$  On factorise.

$D = (9x - 4)[5x + 6 - 3x - 11]$   $\longrightarrow$  On supprime les parenthèses à l'intérieur des crochets en faisant attention au signe « - ».

$D = (9x - 4)(2x - 5)$   $\longrightarrow$  On réduit l'expression à l'intérieur des crochets.

**Exemple 5 :** Factorise l'expression  $E = (5x - 7)(9x - 2) - (5x - 7)^2$ .

$E = (5x - 7)(9x - 2) - (5x - 7)(5x - 7)$   $\longrightarrow$  On repère un facteur commun.

$E = (5x - 7)[(9x - 2) - (5x - 7)]$   $\longrightarrow$  On factorise.

$E = (5x - 7)[9x - 2 - 5x + 7]$   $\longrightarrow$  On supprime les parenthèses à l'intérieur des crochets en faisant attention au signe « - ».

$E = (5x - 7)(4x + 5)$   $\longrightarrow$  On réduit l'expression à l'intérieur des crochets.

### Exercices « À toi de jouer »

**4** Écris chacune des expressions suivantes sous la forme  $a(x + 7)$ .

$F = 4x + 28$

$G = x +$

$H = 0,5x + 3,5$

$I = -5x - 35$

**5** Factorise les expressions suivantes.

$J = 10x - 8$

$K = 6y^5 - 8y^2$

$L = 3x^2 + 4x$

$M = (x + 2)(x - 4) + (x + 2)(x - 5)$

## Méthode 3 : Factoriser avec les identités remarquables

### À connaître

Pour tous nombres  $a$  et  $b$ ,  
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$  ;  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$  ;  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ .

**Exemple 1 :** Factorise l'expression  $A = x^2 + 6x + 9$ .

$$A = x^2 + 6x + 9$$

→ On observe trois termes précédés du signe +.

$$A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

→ On met en évidence l'identité remarquable  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$  avec  $a = x$  et  $b = 3$ .

$$A = (x + 3)^2$$

→ On remplace  $a$  par  $x$  et  $b$  par  $3$  dans  $(a + b)^2$ .

**Exemple 2 :** Factorise l'expression  $B = 25x^2 - 20x + 4$ .

$$B = 25x^2 - 20x + 4$$

→ On observe trois termes et des signes différents.

$$B = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2$$

→ On met en évidence l'identité remarquable  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$  avec  $a = 5x$  et  $b = 2$ .

$$B = (5x - 2)^2$$

→ On remplace  $a$  par  $5x$  et  $b$  par  $2$  dans  $(a - b)^2$ .

**Exemple 3 :** Factorise l'expression  $C = 64x^2 - 49$ .

$$C = 64x^2 - 49$$

→ On observe la différence de deux carrés.

$$C = (8x)^2 - 7^2$$

→ On met en évidence l'identité remarquable  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  avec  $a = 8x$  et  $b = 7$ .

$$C = (8x + 7)(8x - 7)$$

→ On remplace  $a$  par  $8x$  et  $b$  par  $7$  dans  $(a + b)(a - b)$ .

### Exercice « À toi de jouer »

**6** Factorise les expressions suivantes en utilisant une identité remarquable.

$$D = 16x^2 + 24x + 9$$

$$E = 49x^2 - 70x + 25$$

$$F = x^2 - 81$$

## Méthode 4 : Résoudre une équation produit

**Exemple :** Résous l'équation  $(x + 3)(x - 7) = 0$ .

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.  
 On en déduit que :

$$x + 3 = 0$$

ou

$$x - 7 = 0$$

$$x = -3$$

ou

$$x = 7$$

On teste les valeurs trouvées.

Pour  $x = -3$  :  $(x + 3)(x - 7) = (-3 + 3)(-3 - 7) = 0 \times (-10) = 0$ .

Pour  $x = 7$  :  $(x + 3)(x - 7) = (7 + 3)(7 - 7) = 10 \times 0 = 0$ .

Les solutions de l'équation produit  $(x + 3)(x - 7) = 0$  sont  $-3$  et  $7$ .

### Exercice « À toi de jouer »

**7** Résous les équations produit suivantes.

a.  $(x - 4)(x + 9) = 0$

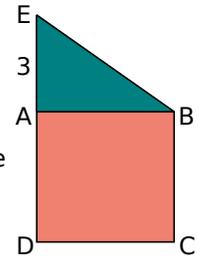
b.  $(4x - 1)(9x - 2) = 0$

c.  $(3x + 2)^2 = 0$

## Méthode 5 : Mettre un problème en équation

**Exemple :** Sur le schéma, ABCD est un carré et ABE est un triangle rectangle en A tel que  $AE = 3$  cm. Tous les points sont distincts.

Quelle doit être la longueur du côté du carré ABCD pour que son aire soit égale à l'aire du triangle rectangle ABE ?



### Étape n°1 : Choisir l'inconnue

Soit  $x$  la mesure en cm du côté du carré ABCD.  
Comme les points sont distincts alors  $x > 0$ .  
Donc  $AB = BC = CD = DA = x$ .

**On repère la grandeur inconnue** parmi celles exprimées dans l'énoncé.  
On la note  $x$ .

### Étape n°2 : Mettre en équation

$$A_{ABCD} = AB \times AD$$

$$A_{ABCD} = x \times x = x^2$$

$$A_{ABE} = AB \times AE \div 2$$

$$A_{ABE} = x \times 3 \div 2 = 1,5x$$

On veut que :  
Aire du carré ABCD = Aire du triangle rectangle ABE.  
Le nombre cherché vérifie donc l'équation :  
 $x^2 = 1,5x$ .

**On exprime les informations données** dans l'énoncé en fonction de  $x$ .

La phrase de l'énoncé se traduit donc par l'égalité ci-contre.

### Étape n°3 : Résoudre l'équation

Pour résoudre l'équation, on se ramène à une équation produit.

$$x^2 - 1,5x = 1,5x - 1,5x$$

$$x^2 - 1,5x = 0$$

$$x \times x - 1,5 \times x = 0$$

$$x(x - 1,5) = 0$$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 1,5 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 1,5$$

**On élimine** les termes en  $x$  dans le membre de droite.

**On factorise** pour se ramener à une équation produit.

**On résout** l'équation produit.

### Étape n°4 : Vérifier que les valeurs trouvées sont solutions du problème

On teste les valeurs trouvées.  
Pour  $x = 0$  :  $x^2 = 0$  et  $1,5x = 0$ .  
Pour  $x = 1,5$  :  $x^2 = 1,5^2 = 2,25$   
et  $1,5x = 1,5 \times 1,5 = 2,25$ .  
Comme  $x$  est un nombre strictement positif, la solution 0 ne convient pas à ce problème.

**On vérifie** que les valeurs trouvées répondent à la question.

### Étape n°5 : Conclure

La solution du problème est donc 1,5 cm.

**On conclut.**

## Exercice « À toi de jouer »

**8** Trouve la (ou les) valeur(s) de  $x$  pour qu'un parallélogramme de base  $(4x - 5)$  et de hauteur 7 et un rectangle de longueur  $(3x + 1)$  et de largeur  $(4x - 5)$  aient la même aire.

## Développer et réduire

### 1 Vrai ou faux ?

Justifie tes réponses.

- $x^2$  est toujours égal à  $2x$ .
- $(5x)^2$  est toujours égal à  $5x^2$ .
- $8x - 3$  est toujours égal à  $5x$ .
- $18x$  est toujours égal à  $2 \times x \times 9$ .
- $2x^2 + 9x$  est toujours égal à  $11x^3$ .
- $4x^2 + 5x + 9$  est toujours égal à  $9 + 4x^2 + 5x$ .

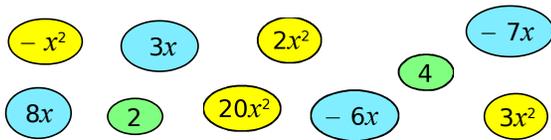
### 2 Supprime les parenthèses puis réduis.

$$A = (3x^2 + 8) - (21 + x^2)$$

$$B = 17x - (5x^2 + 9 - 4x)$$

$$C = (4x^2 + 7x + 21) - (x^2 + 2x - 13)$$

### 3 Chasse aux bulles



Développe et réduis ces expressions en utilisant les bulles pour répondre. Chaque bulle ne doit être utilisée qu'une seule fois dans l'exercice.

$$A = 2x(x - 3)$$

$$B = (5x + 2) \times 4x$$

$$C = (x + 1)(4 - x)$$

$$D = (x - 2)(3x - 1)$$

### 4 Distributivité

Développe et réduis ces expressions.

$$A = \frac{11}{4}x(8x - 10)$$

$$B = (x + 9)(3 - 2x)$$

$$C = (3y + 5)(10 + y)$$

$$D = (z - 2)(3 - z)$$

$$E = 5(3g + 1)(g - 2)$$

$$F = (2x - 1)(x^2 + 3)$$

### 5 Développe et réduis ces expressions.

$$A = \frac{7}{3}(6x + 3) + \frac{5}{2}(4 - 2x)$$

$$B = 4(1 - 7y) + (4y - 5)(y - 1)$$

$$C = 3t(t + 1) + (5 + t)(t - 2)$$

$$D = (4k - 1)(9 + k) - 9k(10 - 3k)$$

$$E = (m + 2)(8 + 3m) - 2(1 - m)(m - 7)$$

### 6 Carré d'une somme

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (a + 6)^2$$

$$B = (t + 10)^2$$

$$C = (5p + 4)^2$$

$$D = (5x + 2)^2$$

$$E = (4x + 7)^2$$

$$F = (1,5b + 3,4)^2$$

$$G = (0,7 + 2z)^2$$

$$H = (1,2 + y)^2$$

### 7 Carré d'une différence

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (5 - t)^2$$

$$B = (x - 8)^2$$

$$C = (4y - 1)^2$$

$$D = (3x - 7)^2$$

$$E = (6 - 9w)^2$$

$$F = (p - 2,4)^2$$

$$G = (10q - 1)^2$$

$$H = (1,4x - 1)^2$$

### 8 Une autre identité

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (x - 2)(x + 2)$$

$$B = (5 - y)(5 + y)$$

$$C = (3x + 5)(3x - 5)$$

$$D = (10 - 7z)(10 + 7z)$$

$$E = (5 + 4g)(5 - 4g)$$

$$F = (2,1x - 3)(2,1x + 3)$$

$$G = (2i + 6,1)(2i - 6,1)$$

$$H = (3,2j + 4)(4 - 3,2j)$$

### 9 Méli-mélo

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (9x - 7)^2$$

$$B = (x + 9)(11 - 5x)$$

$$E = (x + 1)^2 + 7x(2 - x)$$

$$F = (x + 3)(2x - 1) - 3x(2x + 5)$$

$$G = (4t + 1)(4t - 1) - (3t + 2)^2$$

$$H = 2(s + 5)(s - 5) + (4s + 3)^2$$

$$I = (3x + 4)^2 - (1 - 2x)(6 + x)$$



## 10 Avec des fractions

Développe puis réduis ces expressions.

a. $\left(n - \frac{1}{6}\right)^2$	d. $\left(4x - \frac{3}{8}\right)^2$
b. $\left(t + \frac{1}{4}\right)^2$	e. $\left(3x + \frac{7}{2}\right)^2$
c. $\left(y + \frac{2}{5}\right)\left(y - \frac{2}{5}\right)$	f. $\left(\frac{2}{3}w + 5\right)\left(5 - \frac{2}{3}w\right)$

## 11 Recopie et complète les expressions.

a.  $(\dots + 4)^2 = x^2 + \dots + \dots$   
 b.  $(y - \dots)^2 = \dots - 6y + \dots$   
 c.  $(\dots + 6)(\dots - \dots) = k^2 - \dots$   
 d.  $(3x + \dots)^2 = \dots + \dots + 4$   
 e.  $(1 - \dots)(\dots + \dots) = \dots - 49x^2$   
 f.  $(\dots - 8)^2 = \dots - 48x + \dots$   
 g.  $(\dots + \dots)(\dots - 3) = 100y^2 - \dots$

## 12 Calcule mentalement.

a.  $99^2$       c.  $95 \times 105$       e.  $1\ 009^2$   
 b.  $102^2$       d.  $49^2$       f.  $1\ 001 \times 999$

## Factoriser

### 13 Vocabulaire

a. Recopie et complète la phrase.

« Quand on effectue une addition, les deux nombres additionnés s'appellent les ... et le résultat s'appelle ... »

b. Écris une phrase du même type pour la multiplication et une autre pour la soustraction.

### 14 Traduis par une phrase les expressions données.

Exemple :

$x(x + 1)$  est le produit de  $x$  par  $(x + 1)$ .

a.  $5x^2 + 9$       d.  $15 - 30x$   
 b.  $(x + 5)(12 - x)$       e.  $(1 + 2x) + (x - 3)$   
 c.  $9x(8 + 13x)$       f.  $(x + 7)^2$

### 15 Facteur commun pas très discret

a. Recopie chaque expression et souligne en couleur un facteur commun.

A =  $5x + 2x + 10x$

B =  $27x^2 - 27x + 27$

C =  $9x(x - 3) + 9x(10 + 2x)$

D =  $(2x + 1)(8 + x) - (3x - 1)(2x + 1)$

b. Factorise chaque expression.

### 16 Facteur commun bien plus malin

a. Recopie chaque expression et transforme-la pour faire apparaître un facteur commun que tu souligneras en couleur.

E =  $10x^2 - 5x + 15$

F =  $4x^2 + 7x$

G =  $9x^2(x + 1) + 6x(5 + x)$

H =  $(11x - 3)^2 + (11x - 3)(5 + 9x)$

b. Factorise chaque expression.

### 17 Sommes ou différences ?

Factorise ces expressions.

A =  $t^2 + 81 + 18t$

D =  $x^2 + 36 - 12x$

B =  $4x^2 - 4xy + y^2$

E =  $\frac{4}{9}p^2 + \frac{4}{3}pq + q^2$

C =  $81 + 16y^2 - 72y$

F =  $\pi^2 + 10\pi + 25$

### 18 Différences de deux carrés

Factorise ces expressions.

A =  $x^2 - 16$

E =  $4\pi^2 - 25$

B =  $1 - y^2$

F =  $(t + 3)^2 - 16$

C =  $100x^2 - 9$

G =  $(2x + 1)^2 - 25$

D =  $36 - 81z^2$

H =  $(3i + 7)^2 - (i + 5)^2$

### 19 En mélangeant !

Factorise ces expressions.

A =  $36 - 25x^2$

C =  $2i(i + 1) + 2i(2 + i)$

B =  $100 + 60x + 9x^2$

D =  $b^2 - 10b + 25$

E =  $(2 - x)^2 + (2 - x)(9 + x)$

F =  $(5x + 1)^2 - 81$

G =  $(7d + 2)^2 - (3d + 4)^2$

**20** Calcule mentalement.

- a.  $105^2 - 95^2$                       c.  $2\,008^2 - 8^2$   
 b.  $1\,001^2 - 1\,000^2$                 d.  $573^2 - 572^2$

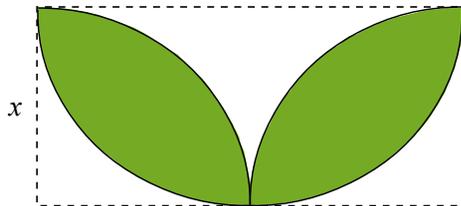
**21** Plus fort que la machine ?

On note  $V = 100\,000\,001^2 - 100\,000\,000^2$ .

- a. Calcule mentalement  $V$  puis vérifie à la calculatrice ton résultat.  
 b. Que peux-tu conclure ?  
 c. Reprends les questions a. et b. avec le nombre  $W = 987\,654\,321^2 - 12\,345\,679^2$ .

## Calcul littéral et problèmes

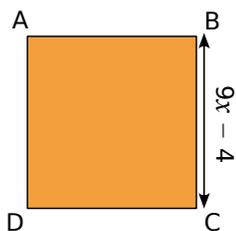
**22** Aire



Exprime l'aire coloriée en fonction de  $x$ .

**23** En fonction de...

a. Exprime l'aire du carré ABCD en fonction de  $x$  puis développe l'expression ainsi obtenue.



b. Calcule l'aire de ce carré lorsque  $x = \frac{2}{3}$ .

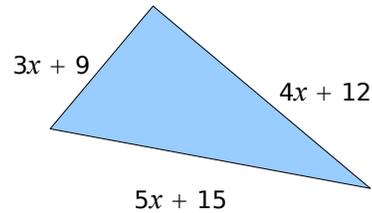
**24** Carré

$n$  désigne un nombre entier.

On pose  $A = (3n + 1)^2 + 16n^2 - 26n + 3$ .

- a. Développe et réduis  $A$ .  
 b. Montre que  $A$  est le carré d'un nombre entier.

**25** Triangle rectangle



$x$  est un nombre positif.

Montre que ce triangle est un triangle rectangle.

## Résolution d'équations

**26** Quel nombre pour chaque équation ?

Pour chaque équation, vérifie si les nombres 0 ; 2 et - 1 sont solutions ou pas.

- a.  $2(x + 1) + 5 = 7$   
 b.  $2(x + 1) + 5 = 6 + x$   
 c.  $2(x + 1) + 5 = 3x^2 - x + 1$   
 d.  $2(x + 1) + 5 = (x + 3)(4 - x)$

**27** Quelle équation pour chaque nombre ?

- a. Écris une équation dont - 4 n'est pas une solution.  
 b. Écris une équation dont 3,1 est une solution.  
 c. Écris une équation dont  $\frac{5}{7}$  est une solution.

**28** Pour redémarrer

Résous les équations suivantes.

- a.  $23 + 16x = 31$                       d.  $5x + 1 = 2x + 19$   
 b.  $3x - 14 = 9$                         e.  $8x + 3 = x + 15$   
 c.  $2,5x + 5,6 = 12$                     f.  $7,8i - 8 = 1,3i + 2$

**29** Avec des quotients

Résous les équations suivantes.

- a.  $\frac{x}{4} + 11 = 2x - 3$                     c.  $\frac{4 + 3x}{5} = \frac{7x - 1}{8}$   
 b.  $\frac{7x}{3} - 2 = \frac{5x}{6} + 1$                     d.  $\frac{6 - x}{3} = \frac{4x + 1}{2}$



### 30 Équations produit

Résous les équations suivantes.

- $(x + 1)(x - 8) = 0$
- $(5x - 3)(6 + x) = 0$
- $(11 - 8x)(3x + 7) = 0$
- $(7 - x)(x - 7) = 0$
- $2x(3x + 2)(3x - 1) = 0$

31 Soit  $A = (y + 5)(y - 2) - 6(y + 5)$ .

- Développe et réduis l'expression A.
- Factorise A.
- Résous l'équation  $(y + 5)(y - 8) = 0$ .

32 Soit  $B = (3x + 4)^2 - 81$ .

- Développe l'expression B.
- Factorise B.
- Calcule B pour  $x = -5$  puis pour  $x = \frac{5}{3}$ .
- Résous l'équation  $B = 0$ .

### 33 Cocktail de sommes et de produits

Résous les équations suivantes.

- $(5x + 1)(8 - x) = 0$
- $(3x - 1) + (7 - x) = 0$
- $(8 + 3x) - (x + 3) = 0$
- $(3 - 10x)(x + 23) = 0$
- $6(y + 3) - 2(y - 1) = 0$

## Problèmes

34 La somme de trois nombres entiers naturels, impairs et consécutifs est égale à 495. Quels sont ces trois nombres ?

35 Arthur et Charlotte choisissent un même nombre. Arthur le multiplie par 10 puis soustrait 2 au résultat obtenu. Charlotte le multiplie par 8 et ajoute 7 au résultat obtenu. Ils obtiennent tous les deux le même résultat. Quel nombre Arthur et Charlotte avaient-ils choisi au départ ?

### 36 Extrait du Brevet

Aujourd'hui, Marc a 11 ans et Pierre a 26 ans.

Dans combien d'années l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui de Marc ?

La démarche suivie sera détaillée.

### 37 Histoire d'âges

Mon père a 23 ans de plus que moi. Dans 15 ans, il aura le triple de l'âge que j'ai aujourd'hui. Quel est mon âge ?

### 38 Programme de calcul

- Choisis un nombre.
- Calcule son double augmenté de 1.
- Calcule le carré du résultat.

a. Effectue ce programme avec les nombres 7 ; 2,1 et  $\frac{3}{5}$ .

b. Trouve le(s) nombre(s) qui donne(nt) zéro pour résultat.

### 39 Programme de calcul (bis)

- Choisis un nombre.
- Multiplie le résultat du calcul de son double augmenté de 1 par le résultat du calcul de son triple diminué de 5.

a. Applique ce programme de calcul aux nombres  $-4$  ; 5,1 et  $\frac{7}{3}$ .

b. Quel(s) nombre(s) choisir pour que le résultat obtenu soit égal à zéro ?

### 40 Quelle découpe ?

On dispose d'une plaque métallique rectangulaire de dimensions 20 cm et 15 cm. On veut y découper quatre carrés identiques.

a. Si on découpe des carrés de 2 cm de côté, quelle est l'aire de la partie restante ?

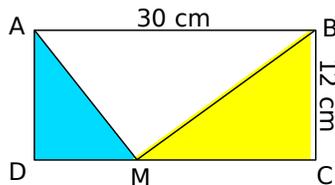
b. Si on découpe des carrés de 8 cm de côté, que se passe-t-il ?

c. On veut que l'aire de la partie restante soit exactement égale à  $251 \text{ cm}^2$ . Quelle longueur de côté doit-on alors choisir ?

d. Est-il possible, en choisissant bien, qu'il ne reste rien après le découpage ?

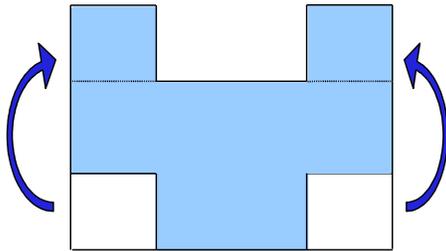
## 41 Histoire d'aire

Où doit-on placer le point M sur le côté [DC] de ce rectangle pour que l'aire du triangle ADM soit le tiers de l'aire du triangle BCM ? Justifie.



## 42 Après découpage

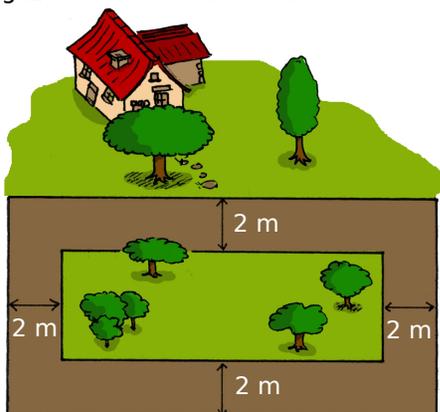
Dans une plaque rectangulaire de 15 cm de long et 12 cm de large, on découpe deux pièces carrées identiques qu'on recolle suivant le plan ci-dessous.



Quelle doit être la mesure du côté de ces carrés pour que le périmètre de la nouvelle plaque soit égal à 70 cm ? Justifie.

## 43 Dans son jardin

Madame Anabelle Pelouse possède un terrain rectangulaire dont la longueur est le double de sa largeur. Ce terrain est constitué d'un très beau gazon entouré d'une allée.



a. Sachant que l'aire de l'allée est  $368 \text{ m}^2$ , calcule la mesure exacte de la largeur du terrain.

b. Déduis-en, en  $\text{m}^2$ , les aires du terrain et de la partie recouverte de gazon.

## 44 Karting

Pour pratiquer le karting sur un circuit, il faut d'abord payer 55 € pour la carte de membre annuelle. Ensuite, chaque séance d'une demi-heure revient à 16 €.

a. J'envisage de rouler pendant 20 h. Combien devrai-je payer ?

b. On appelle P le prix à payer et x le nombre d'heures passées sur le circuit. Exprime P en fonction de x.

c. Calcule la valeur de P pour x valant 5 h ; 10 h puis 100 h.

d. Cette année, je dispose de 430 € pour faire du karting. Combien de temps pourrai-je passer sur le circuit ?

## 45 Extrait du Brevet

On donne un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- Ajouter 4 à ce produit.
- Écrire le résultat.

a. Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre  $-2$ , on obtient 0.

b. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.

c. Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un autre nombre entier. (Les essais doivent figurer sur le cahier.)

d. En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.

e. On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

## 46 Remarquable

a. Effectue les calculs suivants.

- $3^2 - 2 \times 4$
- $5^2 - 4 \times 6$
- $10^2 - 9 \times 11$
- $14^2 - 13 \times 15$

b. Recopie et complète : « Si n est un entier, il semble que  $n^2 - (n - 1) \times (n + 1) = \dots$  »

c. Prouve l'égalité obtenue à la question b.



## 47 Développements

Développe et réduis les expressions suivantes.

$$A = (x^2 + 2)^2$$

$$B = (2x + 1)^2 + (2x - 1)^2 - 8x^2$$

$$C = 2(3t - 5)^2 - 2(1 - 4t)^2$$

$$D = (1 + 4y)^2 - (2y + 3)^2 - (1 + 4y)(2y + 3)$$

## 48 Factorisations

Factorise les expressions suivantes.

$$E = (2x + 1)^2 + (2x + 1)$$

$$F = 3(2x - 3)^2 - (2x - 3)$$

$$G = (x + 4)(3x + 4) - x - 4$$

$$H = (3x + 7)(2x + 1) + (x - 4)(-2x - 1)$$

## 49 En deux coups de cuiller

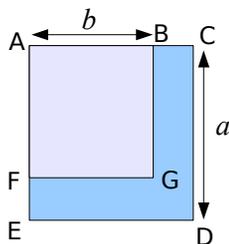
- Factorise  $4x^2 - 9$ .
- Déduis-en une factorisation de l'expression :  $J = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 1)$ .
- Résous l'équation  $J = 0$ .

## 50 Calcul mental

- Développe et réduis l'expression :  $K = (x + 15)^2 - (x - 15)^2$ .
- Déduis-en le résultat de  $1\,215^2 - 1\,185^2$ .

## 51 Le champ

ABGF est un carré de côté  $b$ .  
ACDE est un carré de côté  $a$ .



Un agriculteur possède le terrain BCDEFG et sait que l'aire de son terrain vaut  $7\,200\text{ m}^2$ . Il décide un jour d'aller du point C au point E en passant par B, A et F. Arrivé en F, il a déjà parcouru 120 m. Quelle distance lui reste-t-il à parcourir pour arriver en E ?

## 52 Extrait du Brevet

On considère l'expression :

$$E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2).$$

- Développer et réduire E.
- Comment peut-on déduire, sans calculatrice, le résultat de  $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$  ?
- Factoriser l'expression :  $F = (4x + 1)^2 - (4x + 1)(7x - 6)$ .
- Résoudre l'équation  $(4x + 1)(7 - 3x) = 0$ .

## 53 Extrait du Brevet

Soit  $F = (3x - 5)^2 - (3x - 5)(x + 4)$ .

- Développer et réduire F.
- Factoriser F.
- Calculer F pour  $x = 1$  puis pour  $x = 4,5$ .

## 54 Résous les équations suivantes.

- $(x + 3)^2 - (x + 3)(2x - 1) = 0$
- $\left(6x - \frac{1}{7}\right)(x + 4) + \left(6x - \frac{1}{7}\right)(2x - 3) = 0$

## 55 Un peu de géométrie

Combien vaut  $a$  pour que l'aire d'un rectangle de dimensions  $\frac{a}{2}$  et 5 soit le double de l'aire d'un carré de côté  $a$  ?

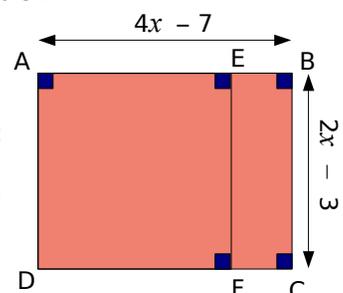
## 56 Différence d'aires

On considère l'expression :

$$D = (4x - 7)(2x - 3) - (2x - 3)^2.$$

- Développe et réduis D.
- Factorise D.

c. Sur la figure ci-contre, ABCD est un rectangle et AEFD est un carré. On suppose, dans cette question, que  $x$  est un nombre supérieur à 2.



Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  ( $x > 2$ ), la différence entre l'aire du rectangle et l'aire du carré est-elle égale à  $12\text{ cm}^2$  ?

## 57 Le programme de calcul

On donne le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Ajoute 6.
- Multiplie la somme obtenue par le nombre choisi au départ.
- Ajoute 9 à ce produit.
- Écris le résultat.

a. Écris les calculs intermédiaires et donne le résultat fourni lorsque le nombre choisi est 2. Recommence avec  $-5$ .

b. Écris ces deux résultats sous la forme de carrés de nombres entiers.

c. Démontre que le résultat est toujours un carré, quel que soit le nombre choisi au départ.

d. On souhaite que le résultat soit 16. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ ?

## 58 Différences de carrés

On considère la suite des carrés parfaits 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; ...

a. Calcule  $4 - 1$ , puis  $9 - 4$ , puis  $16 - 9$ , puis  $25 - 16$ . Que constates-tu ?

b. Que peux-tu conjecturer à propos de la suite des différences de deux carrés successifs ? Démontre cette propriété.

c. Calcule mentalement  $23^2 - 22^2$ .

## 59 Extrait du Brevet

a. Développer les deux expressions  $A = (6 - x)^2$  et  $B = (6 - x)(4 - x)$ .

b. Donner l'écriture développée et réduite de :  $E = (6 - x)^2 - (6 - x)(4 - x) + 2(36 - x^2)$ .

c. Factoriser E.

d. Résoudre l'équation  $E = 0$ .

e. Résoudre l'équation  $E = 84$ .

## 60 Extrait du Brevet

a. Développer et réduire l'expression :  $P = (x + 12)(x + 2)$ .

b. Factoriser l'expression :  $Q = (x + 7)^2 - 25$ .

c. ABC est un triangle rectangle en A.  $x$  désigne un nombre positif.

$BC = x + 7$  et  $AB = 5$ .

Faire un schéma et montrer que :

$$AC^2 = x^2 + 14x + 24.$$

## 61 Calcul littéral en toutes lettres

Traduis par une expression algébrique les phrases suivantes.

a. A est le carré de la somme du produit de 2 par  $x$  et de 3.

b. B est la différence des carrés de la différence du double de  $x$  et de 5 et de la somme de  $x$  et de 3.

## 62 Le programme de calcul (bis)

On donne le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Prends son triple.
- Soustrais 2.
- Prends le carré de cette différence.
- Soustrais 16 de ce produit.
- Écris le résultat.

a. Applique ce programme à 1 puis à  $-\frac{1}{3}$ .

b. Pour quel(s) nombre(s) de départ obtient-on un résultat nul ?

## 63 Calculatrice digitale

Pour calculer  $6 \times 8$ , Jérôme a vu son professeur de mathématiques opérer de la façon suivante.

- Pour faire 6, avec la main droite je lève 1 doigt.
- Pour faire 8, avec la main gauche je lève 3 doigts.
- J'additionne les doigts levés des deux mains :  $1 + 3 = 4$ .
- Je multiplie le nombre de doigts baissés à droite par le nombre de doigts baissés à gauche :  $4 \times 2 = 8$ .
- Le résultat est 48.



a. Vérifie que cette astuce fonctionne pour  $7 \times 9$  et pour  $6 \times 6$ . (L'éventuelle retenue de la multiplication s'ajoute à la somme des doigts levés.)

b. Démontre cette méthode de calcul de  $a \times b$  avec les doigts pour  $a$  et  $b$  compris entre 5 et 9.

## 64 Factorisations (bis)

Factorise les expressions suivantes.

a.  $J = (3x + 5)^2 + 6x + 11$

b.  $K = 4(2x + 1)^2 - 8x - 3$

c.  $L = (2x + 1)^2 + 6(2x + 1) + 9$

d.  $M = (3x - 7)^2 - (2x + 5)^2$



## 1 Préambule : étude d'une équation particulière

### 1<sup>re</sup> Partie : Le degré d'une équation

a. Qu'est-ce que le degré d'une équation ? Effectuez des recherches (sur Internet en salle informatique ou au CDI par exemple) pour répondre à cette question.

b. De quel(s) degré(s) sont les équations que vous savez actuellement résoudre ? Donnez plusieurs exemples.

### 2<sup>e</sup> Partie : Une équation particulière

Considérez l'équation (1) suivante :

$$(3x - 1)^2 - 7x(3x - 1) = 9x^2 - 1$$

c. Chaque élève du groupe développe le membre de gauche de l'équation puis la transforme afin que le membre de droite soit égal à 0. Comparez vos résultats.

En cas de désaccord, refaites le travail ensemble afin de parvenir à une équation commune.

d. Grâce au résultat précédent, déterminez le degré de cette équation. Justifiez votre réponse.

### 3<sup>e</sup> Partie : Résoudre cette équation

e. Savez-vous résoudre l'équation (1) ? Justifiez votre réponse.

f. À l'intérieur du groupe, faites deux équipes :  
- une équipe factorise  $(3x - 1)^2 - 7x(3x - 1)$  ;  
- la seconde se charge de factoriser  $9x^2 - 1$ .

g. Mettez en commun vos résultats et déduisez-en une factorisation de l'expression  $(3x - 1)^2 - 7x(3x - 1) - (9x^2 - 1)$ .

h. Résolvez l'équation (1).

i. Proposez à un autre groupe une équation similaire à résoudre.

## 2 Mise en équation du problème

On considère un pavé droit de largeur 3 cm, de longueur 4 cm et de hauteur 5 cm.

a. Déterminez le volume de ce pavé.

b. On souhaite changer les dimensions. Pour cela on augmente la largeur de 1 cm, la longueur du double de 1 cm et la hauteur du triple de 1 cm.

Quelles sont alors les dimensions du pavé ? Quel est alors le volume de ce nouveau pavé ?

c. Maintenant, on augmente la largeur du pavé de départ de  $x$  cm, la longueur du double de  $x$  cm et la hauteur du triple de  $x$  cm.

Exprimez en fonction de  $x$  le volume du pavé ainsi défini.

## 3 Première approche de la solution

a. Chaque élève du groupe calcule le volume du pavé lorsque  $x$  vaut 1 ; 2 ; 3 et 4. Vérifiez mutuellement vos réponses.

b. Est-il possible de trouver  $x$  pour avoir un volume égal à 1 000 cm<sup>3</sup> ? Quelle équation modélise ce problème ?

c. Après avoir comparé vos réponses, établissez le degré de cette équation.

d. Vous est-il possible de résoudre cette équation ? Justifiez votre réponse.

e. En utilisant la question a., donnez un encadrement de  $x$ .

## 4 En utilisant un tableur

### 1<sup>re</sup> Partie : Un deuxième encadrement

Dans cette partie, on va utiliser le tableur afin de confirmer l'encadrement précédent de  $x$ .

Votre feuille de calcul doit être présentée comme ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F
1	$x =$	1	2	3	4	5
2	Largeur					
3	Longueur					
4	Hauteur					
5	Volume					

a. Quelles formules faut-il entrer dans les cellules B2, B3, B4 et B5 ?

b. Complétez la feuille de calcul. Vérifiez que vous obtenez les mêmes réponses que celles trouvées précédemment.

### 2<sup>e</sup> Partie : Un encadrement plus précis

Dans cette partie, le tableur va permettre de trouver un encadrement à 0,01 près de la valeur de  $x$ .

c. Sur une nouvelle feuille de calcul, faites un tableau similaire à celui réalisé dans la partie précédente pour qu'on puisse calculer le volume du pavé pour 10 valeurs.

	A	B	C	...	K	L
1	$x =$	3	3,1	...	3,9	4
2	Largeur			...		
3	Longueur			...		
4	Hauteur			...		
5	Volume			...		

d. En utilisant les fonctions du tableur (comme la copie de formule), complétez la feuille de calcul. Déduisez-en un encadrement à 0,1 près de la valeur cherchée, en centimètres, de  $x$ .

e. En procédant de manière similaire, donnez un encadrement à 0,01 près de la valeur, en centimètres, de  $x$  pour que le pavé ait un volume de 1 000 cm<sup>3</sup>.

## Se tester avec le QCM!

		R1	R2	R3	R4
1	$(3b - 5)(2b - 3) = \dots$	$3b - 5 \times 2b - 3$	$6b^2 - 19b + 15$	$6b^2 - 19b - 15$	$6b^2 - 15$
2	$(x + 1)^2 = \dots$	$x^2 + 1$	$x^2 + 2$	$x^2 + 2x + 2$	$x^2 + 2x + 1$
3	$(2a + 3)(2a - 3) = \dots$	$(2a + 1)^2$	$2a^2 - 9$	$4a^2 - 9$	$2a + 3 \times 2a - 3$
4	$(3n - 4)^2 = \dots$	$9n^2 + 16 - 24n$	$9n^2 - 16$	$9n^2 - 24n - 16$	$3n^2 - 8$
5	$\left(\frac{2}{3}a + 1\right)\left(1 - \frac{2}{3}a\right) = \dots$	$\frac{4}{6}a^2 - 1$	$1 - \frac{4}{9}a^2$	$\frac{4}{9}a^2 - 1$	$\frac{4}{9}a^2 + 1$
6	$A = 3(x + 1) - (x + 1)(x - 2)$ est...	une somme	une différence	un produit	un quotient
7	L'expression A...	est réduite	peut être factorisée	peut être développée	admet $x$ comme facteur commun
8	$A = \dots$	$(x + 1)(5 - x)$	$(x + 1)(-x + 1)$	$-x^2 + 2x - 1$	$-x^2 + 4x + 5$
9	$9a^2 - 4 = \dots$	$(3a - 2)^2$	$(3a - 2)(3a + 2)$	$5a^2$	$(9a - 4)(9a + 4)$
10	$B = 25x^2 - 15x + 9$	On ne peut pas factoriser B	$B = (5x - 3)^2$	$B = (5x + 3)^2$	$(5x - 3)^2 + 15x$ est égal à B
11	$(4x + 3) + (2x - 6) = 0$ donc...	$4x + 3 = 0$ ou $2x - 6 = 0$	$6x - 3 = 0$	$4x + 3 = 0$ et $2x - 6 = 0$	$x = 0,5$
12	$5x(x + 2)(2x - 3) = 0$	$-2$ et $\frac{3}{2}$ sont les solutions de cette équation	0 est une solution de cette équation	$x = 0$ ou $x + 2 = 0$ ou $2x - 3 = 0$	Il y a quatre facteurs donc l'équation a quatre solutions



## Récréation mathématique

### Calcul impossible ?

a. Démontre que tout entier impair peut s'écrire comme la différence des carrés de deux entiers naturels consécutifs.

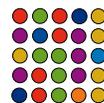
b. Calcule la somme :

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 2\,005 + 2\,007 + 2\,009.$$

### Carré de jetons

« Avec des jetons, j'ai réussi à constituer un carré et il m'en reste 12.

J'ai alors essayé de constituer un carré avec un jeton de plus sur chaque côté mais là, il m'en manque 13. »



Combien y a-t-il de jetons ?



## Pour aller plus loin

### Triplets pythagoriciens

Trois entiers naturels  $a$ ,  $b$  et  $c$  forment un triplet pythagoricien lorsque  $a^2 + b^2 = c^2$ .

a. Trouve tous les triplets pythagoriciens formés de trois entiers naturels consécutifs.

Une aide précieuse : appelle  $n$  l'entier du « milieu ».

b.  $x$  et  $y$  sont deux entiers tels que  $x > y$ .

Démontre que les trois entiers  $x^2 + y^2$ ,  $2xy$  et  $x^2 - y^2$  forment un triplet pythagoricien.

Indice : commence par trouver le plus grand des trois.

Donne dix triplets pythagoriciens !