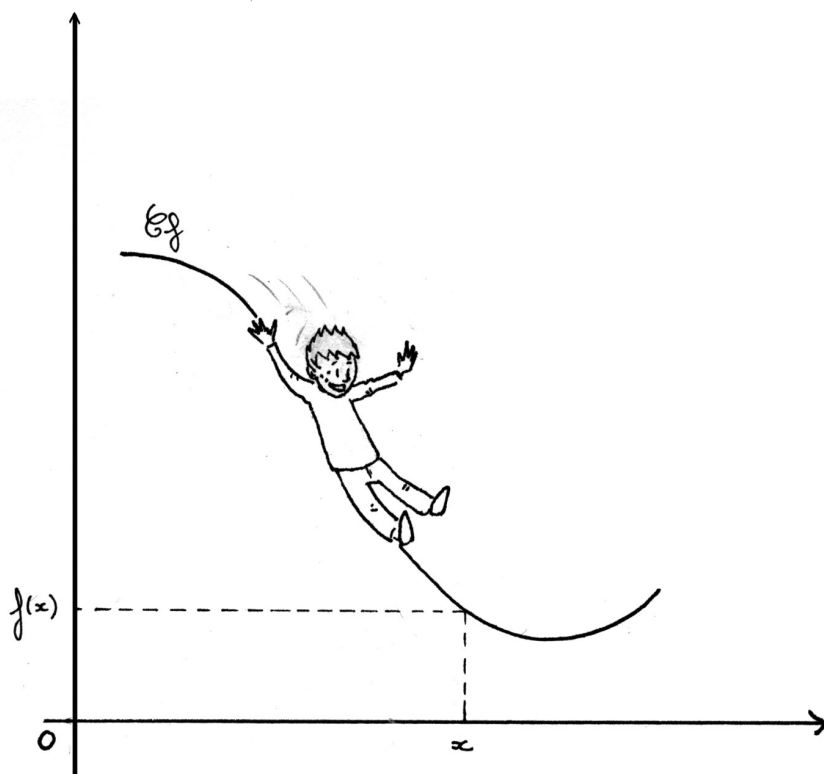


Notion de fonction



Série 1 : Tableaux de données

Série 2 : Graphiques

Série 3 : Formules

Série 4 : Synthèse

Le cours avec les aides animées

Q1. Si f désigne une fonction, que signifie la notation $f(x)$?

Q2. Une fonction g associe au nombre 4 le nombre -7 .

Comment appelle-t-on le nombre 4 pour le nombre -7 ? Et le nombre -7 pour le nombre 4 ? Traduis tes réponses en notation mathématique.

Les exercices d'application

1 Lire un tableau

Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	-3	-1	0	2	4	5
$f(x)$	7	-2	3	5	-3	6

En utilisant les données du tableau précédent, complète les phrases suivantes.

- a. L'image de 4 par la fonction f est
- b. L'image de par la fonction f est 7.
- c. $f(2) = \dots\dots\dots$
- d. Un nombre ayant pour image 3 par la fonction f est
- e. Un nombre ayant pour image par la fonction f est 4.
- f. $f(\dots) = 6$.
- g. Un antécédent de -3 par la fonction f est
- h. Un antécédent de par la fonction f est 5.
- i. $f(-3) = \dots\dots\dots$ et $f(\dots) = -3$.

2 Compléter un tableau

Complète le tableau de données de la fonction g en utilisant les informations qui suivent.

- a. L'image de 4 par la fonction g est 7.
- b. $g(1,5) = \frac{8}{5}$
- c. -1 a pour image 7 par la fonction g .
- d. $g(-\sqrt{2}) = 1,254$
- e. Un antécédent de 5 par la fonction g est -2 .
- f. $g\left(\frac{-7}{9}\right) = -\sqrt{2}$
- g. 5 est un antécédent de -3 par la fonction g .

x	-2	$-\sqrt{2}$
$g(x)$	7	$-\sqrt{2}$	7

3 Lire et compléter un tableau

Complète ce tableau de données et les phrases concernant une fonction h .

x	4	-2	12	7	-17
$h(x)$	4	-17	-2	12

- a. -8 est l'image de 4 par la fonction h .
- b. Un antécédent de 4 par la fonction h est -3 .
- c. $h(-2) = 7$ et $h(7) = \dots\dots\dots$
- d. Un nombre ayant pour image par la fonction h est 12.
- e. L'image de 12 par la fonction h est
- f. -8 a pour antécédent 15 par la fonction h .

4 Population bactérienne

On étudie en laboratoire l'augmentation d'une population de bactéries (exprimée en milliers) en fonction du temps (exprimé en heures).

Temps	0	12	24	36	48	60
Population	0,7	2,1	6,3	18,9	56,7	170,1

On appelle f la fonction par laquelle une durée a pour image la population bactérienne présente.

a. Détermine $f(12)$ et interprète ce résultat par rapport à l'étude.

.....
.....

b. Quel est l'antécédent de 56,7 par la fonction f ? Interprète ce résultat par rapport à l'étude.

.....
.....

5 Projectile

Un projectile est lancé d'un point O avec une vitesse initiale v (en m/s) suivant un angle de 45° avec l'horizontale. h est la hauteur maximale atteinte par le projectile (en mètres).

v en m/s	100	200	400	600	800
h en m	240	980	3 950	8 800	15 500

On appelle g la fonction qui associe à une vitesse, la hauteur maximale correspondante.

Une expression de la fonction g peut-elle être $g(x) = ax$ où a est un nombre donné ? Justifie.

.....
.....
.....

Le cours avec les aides animées

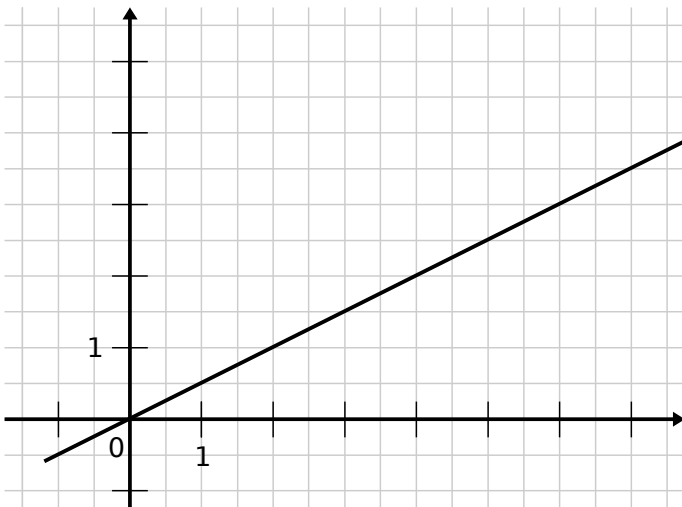
Q1. Sur le graphique représentatif d'une fonction, comment procède-t-on pour lire l'image d'un nombre par cette fonction ?

Q2. Sur le graphique représentatif d'une fonction, comment procède-t-on pour lire un antécédent d'un nombre par cette fonction ?

Les exercices d'application

1 Lecture et vocabulaire (1)

Ce graphique représente une fonction f .



a. Place en vert le point de la courbe qui a pour abscisse 5. Lis son ordonnée et laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'abscisse 5 semble avoir pour ordonnée Donc, par la fonction f , l'image de 5 est environ

En notation mathématique, $f(5) \approx$

b. De la même manière, lis les images de -1 ; 4 et 7 , puis complète ci-dessous.

$f(-1) \approx$ | $f(4) \approx$ | $f(7) \approx$

c. Place en rouge le point de la courbe qui a pour ordonnée 1,5. Lis son abscisse et laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'ordonnée 1,5 semble avoir pour abscisse Donc, par la fonction f , 1,5 semble être l'image de

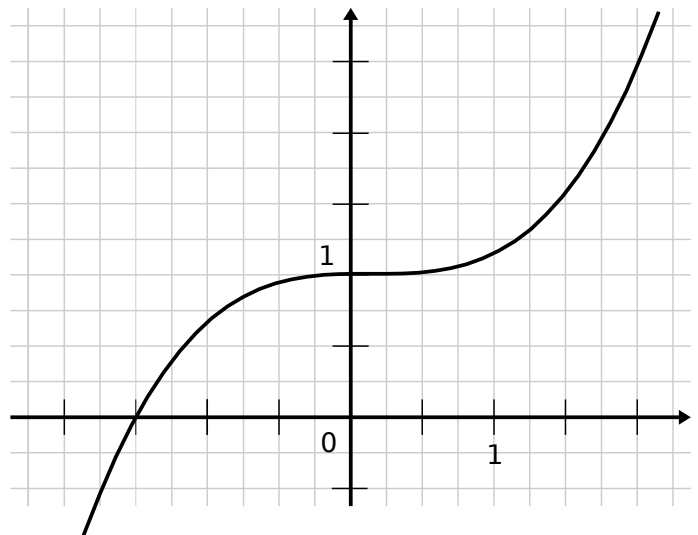
En notation mathématique, $f(\text{.....}) \approx 1,5$.

d. De la même manière, détermine, par lecture graphique, les nombres qui ont pour images 1 ; 3 et 0, puis complète ci-dessous.

$f(\text{.....}) \approx 1$ | $f(\text{.....}) \approx 3$ | $f(\text{.....}) \approx 0$

2 Lecture et vocabulaire (2)

Ce graphique représente une fonction g .



a. Place en vert le point de la courbe qui a pour abscisse 1,75. Lis son ordonnée et laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'abscisse 1,75 semble avoir pour ordonnée Donc, par la fonction g , l'image de 1,75 est environ

En notation mathématique, $g(\text{.....}) \approx$

b. Par lecture graphique, donne une valeur approchée de l'image de 2. (Entoure-la parmi les nombres suivants puis complète les phrases.)

- 1 0 2,5 3

Donc, par la fonction g , l'image de 2 est environ D'où $g(\text{.....}) \approx$

c. Place en rouge le point de la courbe qui a pour ordonnée 0. Lis son abscisse. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'ordonnée 0 semble avoir pour abscisse Donc par la fonction g , 0 semble être l'image de

En notation mathématique, $g(\text{.....}) \approx 0$.

On dit aussi que par la fonction g , semble être un antécédent de 0.

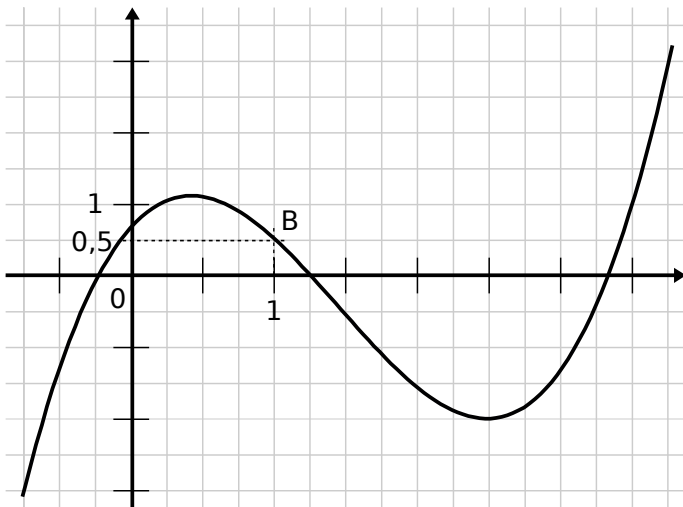
d. Par lecture graphique, donne une valeur approchée d'un antécédent de $-0,5$. (Entoure-la parmi les nombres suivants puis complète les phrases.)

- 1 - 0,5 - 1,75 - 1,5

Par la fonction g , un antécédent de $-0,5$ est environ D'où $g(\text{.....}) \approx$

3 Avec des coordonnées

Ce graphique représente une fonction h .



a. Le point B appartient à la courbe représentative de la fonction h . Lis ses coordonnées et complète.

Le point B a pour coordonnées (..... ;).

Donc est l'image de par la fonction h .

Réciproquement, est un antécédent de par la fonction h .

En notation mathématique,

b. Marque en rouge sur le graphique, le point A de la courbe dont l'abscisse est 3,5. Lis son ordonnée et complète ci-dessous. (Laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture.)

Le point A a pour coordonnées (..... ;).

Donc par la fonction h , l'image de et est un antécédent de

En notation mathématique,

c. Marque en vert, les points C, D et E de la courbe dont l'ordonnée est -1 . Lis leurs abscisses. Entoure leurs valeurs approchées parmi les nombres suivants. (Laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture.)

- 0,5 - 0,24 1,74 2,1 3,1

On peut donc écrire :

$h(\dots) \approx \dots ;$

$h(\dots) \approx \dots ;$

$h(\dots) \approx \dots$

Par la fonction h , le nombre -1 a-t-il plusieurs images ou plusieurs antécédents ? Complète :

Le nombre -1 a plusieurs par la fonction h .

d. En t'aidant du graphique, précise les nombres qui ont plusieurs antécédents par la fonction h .

.....
.....

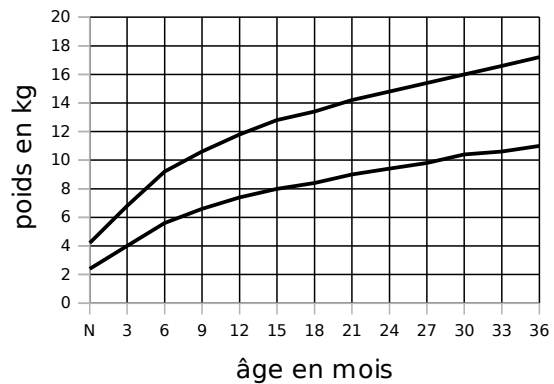
e. Des nombres peuvent-ils avoir plusieurs images par une fonction ?

.....

4 Carnet de santé

Voici un extrait du carnet de santé donné à chaque enfant (source : www.sante.gouv.fr).

Courbe de poids



Les deux courbes indiquent les limites basses et hautes de l'évolution du poids d'un enfant : sa courbe de poids doit a priori se situer entre ces deux courbes.

On considère la fonction f qui, à un âge en mois, associe le poids minimum en kg et la fonction g qui, à un âge en mois, associe le poids maximum en kg.

a. Complète le tableau suivant par des valeurs approchées lues sur le graphique.

x	3	12		24		34,5
$f(x)$			8			
$g(x)$					16	

b. Interprète la colonne $x = 12$.

.....
.....

c. Le père d'Ahmed, matheux, a noté pour son fils les renseignements suivants. p est la fonction qui associe à l'âge d'Ahmed en mois, son poids en kg.

x	0	3	6	9	12	18	24	36
$p(x)$	3,5	6	8	8,5	9	9,5	10	12

Reporte les données de ce tableau sur le graphique. Commente ce que tu obtiens.

.....

Le cours avec les aides animées

Q. Un nombre peut-il avoir plusieurs images par une fonction donnée ?

Les exercices d'application

1 *Calculs d'images*

a. On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2$.

- Calcule l'image de 2 : $f(2) = \dots\dots\dots^2 = \dots\dots\dots$
- Calcule l'image de -3 : $f(-3) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- Calcule l'image de $\sqrt{5}$: $f(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$

b. Soit la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{x}$.

- $g(9) = \dots\dots\dots$
- Quelle est l'image de 0 ? $\dots\dots\dots$

c. Soit la fonction k définie par $k : x \mapsto -2x + 5$.

- $k(2) = \dots\dots\dots$
- $k(-7) = \dots\dots\dots$

d. Soit la fonction h qui, à tout nombre x , associe le nombre $2x^2 + 7$.

- Quelle est l'image de 4 par h ?

$h(4) = 2 \times \dots\dots\dots^2 + 7 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

- Quelle est l'image de -3 par h ?

$\dots\dots\dots$

e. Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 2x - 6$. Détermine les images de 0 et de -2 par la fonction f .

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

2 *Programme de calcul*

On donne un programme de calcul :
 « Choisis un nombre, ajoute-lui 5, multiplie cette somme par 3 et soustrais 6 à ce produit. »

a. Teste ce programme avec le nombre 2.

$\dots\dots\dots$

b. En notant x le nombre choisi au départ, détermine la fonction g qui associe à x le résultat obtenu avec le programme.

$\dots\dots\dots$

c. Détermine $g(0)$. Interprète ce résultat.

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

3 *Calcul d'aire*

On considère un rectangle ABCD tel que $AB = 16$ cm et $AD = 6$ cm. On place un point M sur le segment [DC].

a. Exprime l'aire de AMCB en fonction de MC.

$\dots\dots\dots$

b. Donne une expression de la fonction f par laquelle chaque valeur possible de MC a pour image l'aire du trapèze AMCB.

x désigne un nombre, $f(x) = \dots\dots\dots$

c. Détermine $f(7)$.

$\dots\dots\dots$

d. Que vaut l'aire du trapèze AMCB si $MC = 7$?

$\dots\dots\dots$

e. Détermine $f(-10)$. Peux-tu interpréter ce résultat par rapport à la situation étudiée ?

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

4 *Un peu de football*

On considère la fonction h qui, à un nombre x , fait correspondre le nombre $-5x^2 + 20x$.

Lors d'un dégagement par un gardien de but, si t est le temps écoulé depuis le tir, exprimé en secondes, $h(t)$ est la hauteur en mètres du ballon au dessus du sol, t secondes après le tir.

a. À quelle hauteur est le ballon au bout d'une seconde ? Et au bout de deux secondes ?

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

b. Calcule $h(4)$. Quelle interprétation peux-tu donner de ce résultat ?

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

c. Complète le tableau de valeurs suivant.

x	-5	0	1	1,5	2	2,5	3	5
$h(x)$								

d. Donne une interprétation de ces résultats lorsque cela est possible.

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

Les exercices d'application

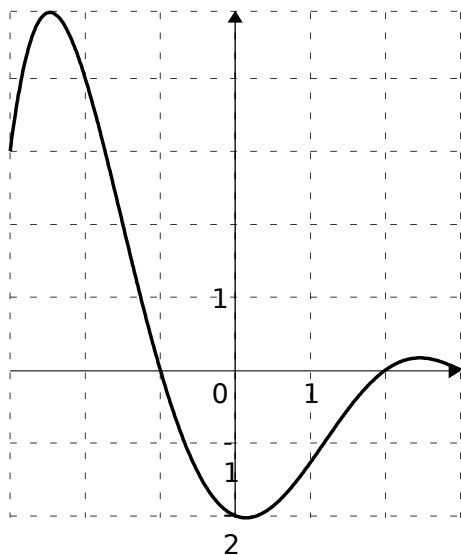
1 Lecture d'images ou d'antécédents

Complète et réponds aux questions en t'aidant du tableau de valeurs d'une fonction f ci-dessous.

x	-10	-6	-4	-1	2	5,5	125
$f(x)$	-6	2	5,5	0	5,5	-4	5,5

- L'image de 2 par f est
 - -1 a pour image par f ou $f: -1 \mapsto$
 - $f: -10 \mapsto$
 - $f(\dots) = 5,5$ et $f(3) =$
 - Un (ou des) antécédent(s) de 0 par f est (sont)
 - Un antécédent de par f est 5,5.
 - Un (ou des) antécédent(s) de 5,5 par f est (sont)
 - Peux-tu trouver un antécédent de -10 par f ?
-
- Trouve un nombre x qui a pour image -6 par f .
-

2 Lecture graphique



Soit i la fonction représentée ci-dessus.

a. En t'aidant du graphique, complète les phrases suivantes.

- $i(1) \approx$
- L'image de -3 par i est égale à environ
- $i(\dots) = i(\dots) = i(\dots) = 0$.
- Un antécédent de 2 par i est égal à environ
- L'image de par i est égale à environ -2.

Pour les questions ci-dessous, tu feras apparaître les pointillés qui te permettent de répondre.

- b.** Résous graphiquement $i(x) = 4$.
.....
- c.** Quel(s) nombre(s) a (ont) pour image 3 ?
.....
- d.** Trouve un nombre qui n'a qu'un antécédent.
.....
- e.** Trouve un nombre qui a deux antécédents.
.....
- f.** Trouve un nombre qui a trois antécédents.
.....

3 Calcul

Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x^2 + 8$.

- a.** Détermine les images de -8 ; 0 et 3,4.
.....
.....
- b.** Recherche le ou les intrus et justifie tes réponses par un calcul.
 $f(-1) = 10 ; f(0) = 6 ; f: 9 \mapsto -154 ; f(5) = -42$
.....
.....

- c.** Calcule $f\left(\frac{4}{5}\right)$.
.....
.....
- d.** Quelle est l'image de $\sqrt{5}$?
.....
.....
- e.** Détermine le (ou les) antécédent(s) de 0 par f .
.....
.....
- f.** Détermine le (ou les) antécédent(s) de 8 par f .
.....
.....
- g.** 16 a-t-il un antécédent par f ? Justifie ta réponse.
.....
.....

4 Construire une courbe représentative

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 2x - 1$.

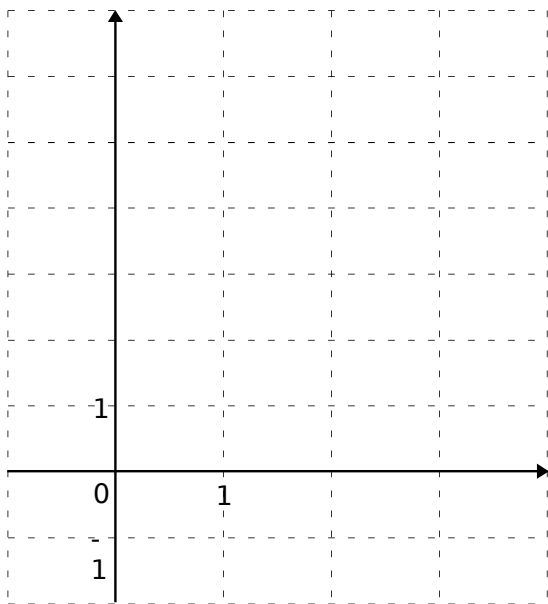
a. Complète en détaillant tes calculs.

$f(-1) = \dots\dots\dots$
 Donc le point $A(-1 ; \dots\dots)$ appartient à la représentation graphique de la fonction f .

b. Détermine les images de 0 ; 1 ; 2 et 3 puis donne les coordonnées de quatre nouveaux points de la représentation graphique de f . (Tu les nommeras respectivement B, C, D et E.)

.....

c. Place ces points dans le repère ci-dessous.



d. Place le point $G(2,5 ; 0,25)$ dans le repère. G appartient-il à la courbe représentative de f ? Justifie ta réponse.

.....

e. Calcule l'ordonnée du point H d'abscisse 4 appartenant à la représentation graphique de f .

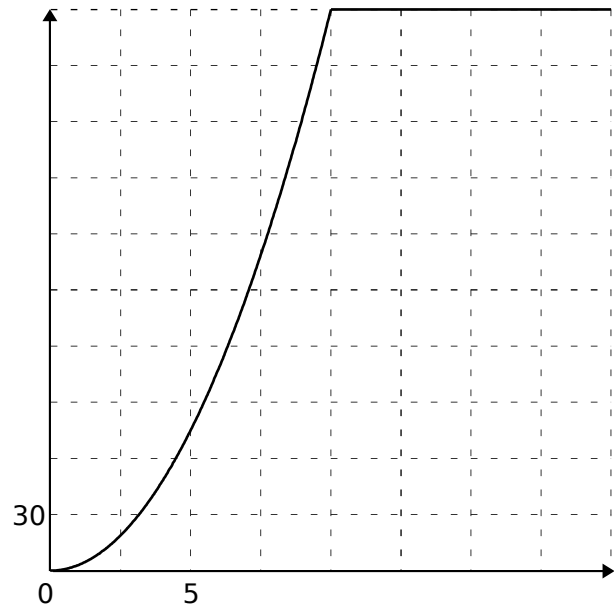
.....

f. Les points E, G et H semblent-ils alignés ?

.....

5 Histoire de train

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la vitesse, en km/h, d'un train en fonction du temps écoulé, en minutes, depuis son départ.



On sait aussi que sa vitesse en km/h, t minutes après le départ, vaut $3t^2$ pour $0 \leq t \leq 10$.

On appelle v la fonction qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en minutes, associe la vitesse du train en km/h.

a. Calcule $v(5)$ et donne une interprétation du résultat.

.....

b. Quel est l'antécédent de 168,75 par v ? Donne une interprétation du résultat.

.....

c. Combien de temps, environ, met le train pour atteindre 100 km/h? Traduis ta réponse en utilisant le vocabulaire des fonctions.

.....

d. Complète le tableau de valeurs suivant.

x	0	1	2	5	10	15	20
$v(x)$							

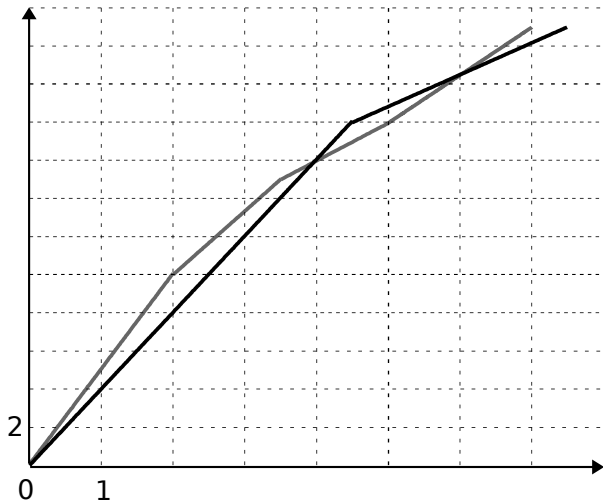
e. Précise une expression de la fonction v pour $0 \leq x \leq 20$.

.....

6 Randonnée

Wilfried et Christophe décident de faire une course de 23 km.

Ci-dessous, sont représentées f (en noir) et g (en gris), les fonctions qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en heures, associent les distances parcourues en kilomètres, respectivement par Wilfried et par Christophe.



a. Détermine une valeur approchée de $f(2)$ et de $g(2)$. Interprète ces résultats.

.....

b. Qui est en tête après 14 km de course ? Donne le temps de chaque coureur.

.....

c. Résous graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$. Interprète le résultat.

.....

d. Résous graphiquement l'inéquation $f(x) \leq g(x)$. Interprète le résultat.

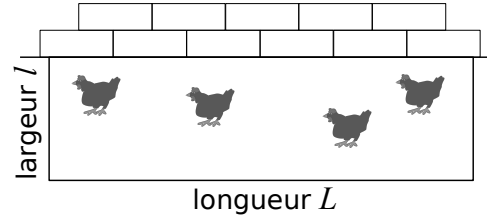
.....

e. Qui a gagné la course ? Indique le temps total mis par chaque coureur.

.....

7 Basse-cour

Un agriculteur souhaite réaliser un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. Il dispose de 21 m de grillage et doit tout utiliser.



L'objectif de cet exercice est de déterminer les dimensions de l'enclos afin que son aire soit maximale. On note l et L respectivement la largeur et la longueur de l'enclos, en mètres.

a. Quelles sont les valeurs possibles de l ?

.....

b. Écris une égalité avec l et L et déduis-en une expression de L en fonction de l .

.....

c. Exprime l'aire de l'enclos en fonction de l et L puis en fonction de l seulement.

.....

d. On note A la fonction qui, à l , associe l'aire de l'enclos correspondant.

Avec l'aide de ta calculatrice ou d'un tableur, complète le tableau de valeurs de la fonction A .

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A(x)$											

e. À l'aide du tableau, décris l'évolution de $A(x)$ en fonction de x et donne un encadrement du nombre x pour lequel $A(x)$ semble maximal.

.....

f. Complète astucieusement un nouveau tableau de valeurs pour donner une valeur approchée au dixième près du nombre x pour lequel $A(x)$ semble maximal.

x									
$A(x)$									

.....

g. Déduis-en des valeurs approchées des dimensions de l'enclos d'aire maximale.

.....