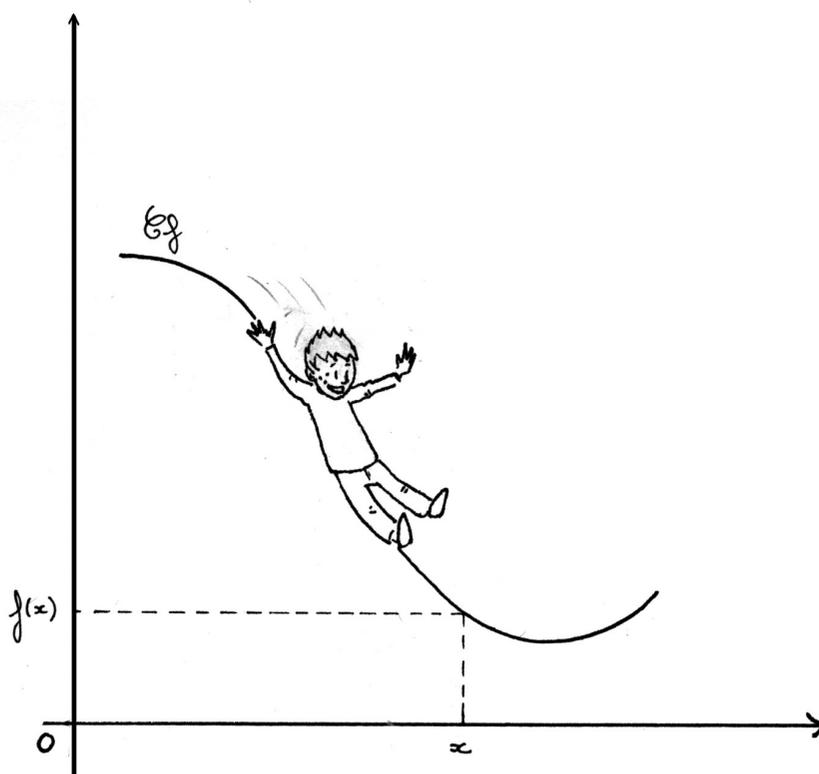


# Notion de fonction



**Série 1 : Tableaux de données**

**Série 2 : Graphiques**

**Série 3 : Formules**

**Série 4 : Synthèse**

**Le cours avec les aides animées**

**Q1.** Si  $f$  désigne une fonction, que signifie la notation  $f(x)$  ?

**Q2.** Une fonction  $g$  associe au nombre 4 le nombre  $-7$ .

Comment appelle-t-on le nombre 4 pour le nombre  $-7$  ? Et le nombre  $-7$  pour le nombre 4 ? Traduis tes réponses en notation mathématique.

**Les exercices d'application**

**1 Lire un tableau**

Voici un tableau de valeurs d'une fonction  $f$  :

$x$	-3	-1	0	2	4	5
$f(x)$	7	-2	3	5	-3	6

En utilisant les données du tableau précédent, complète les phrases suivantes.

- a. L'image de 4 par la fonction  $f$  est .....
- b. L'image de ..... par la fonction  $f$  est 7.
- c.  $f(2) = \dots\dots\dots$
- d. Un nombre ayant pour image 3 par la fonction  $f$  est .....
- e. Un nombre ayant pour image ..... par la fonction  $f$  est 4.
- f.  $f(\dots) = 6$ .
- g. Un antécédent de  $-3$  par la fonction  $f$  est .....
- h. Un antécédent de ..... par la fonction  $f$  est 5.
- i.  $f(-3) = \dots\dots\dots$  et  $f(\dots) = -3$ .

**2 Compléter un tableau**

Complète le tableau de données de la fonction  $g$  en utilisant les informations qui suivent.

- a. L'image de 4 par la fonction  $g$  est 7.
- b.  $g(1,5) = \frac{8}{5}$
- c.  $-1$  a pour image 7 par la fonction  $g$ .
- d.  $g(-\sqrt{2}) = 1,254$
- e. Un antécédent de 5 par la fonction  $g$  est  $-2$ .
- f.  $g\left(\frac{-7}{9}\right) = -\sqrt{2}$
- g. 5 est un antécédent de  $-3$  par la fonction  $g$ .

$x$	.....	.....	$-2$	.....	.....	$-\sqrt{2}$	.....
$g(x)$	7	$-\sqrt{2}$	.....	.....	.....	.....	7

**3 Lire et compléter un tableau**

Complète ce tableau de données et les phrases concernant une fonction  $h$ .

$x$	.....	4	$-2$	12	7	.....	$-17$
$h(x)$	4	.....	.....	$-17$	$-2$	.....	12

- a.  $-8$  est l'image de 4 par la fonction  $h$ .
- b. Un antécédent de 4 par la fonction  $h$  est  $-3$ .
- c.  $h(-2) = 7$  et  $h(7) = \dots\dots\dots$
- d. Un nombre ayant pour image ..... par la fonction  $h$  est 12.
- e. L'image de 12 par la fonction  $h$  est .....
- f.  $-8$  a pour antécédent 15 par la fonction  $h$ .

**4 Population bactérienne**

On étudie en laboratoire l'augmentation d'une population de bactéries (exprimée en milliers) en fonction du temps (exprimé en heures).

Temps	0	12	24	36	48	60
Population	0,7	2,1	6,3	18,9	56,7	170,1

On appelle  $f$  la fonction par laquelle une durée  $x$  pour image la population bactérienne présente.

- a. Détermine  $f(12)$  et interprète ce résultat par rapport à l'étude.

.....  
.....

- b. Quel est l'antécédent de 56,7 par la fonction  $f$  ? Interprète ce résultat par rapport à l'étude.

.....  
.....

**5 Projectile**

Un projectile est lancé d'un point O avec une vitesse initiale  $v$  (en m/s) suivant un angle de  $45^\circ$  avec l'horizontale.  $h$  est la hauteur maximale atteinte par le projectile (en mètres).

$v$ en m/s	100	200	400	600	800
$h$ en m	240	980	3 950	8 800	15 500

On appelle  $g$  la fonction qui associe à une vitesse, la hauteur maximale correspondante.

Une expression de la fonction  $g$  peut-elle être  $g(x) = ax$  où  $a$  est un nombre donné ? Justifie.

.....  
.....  
.....

## Le cours avec les aides animées

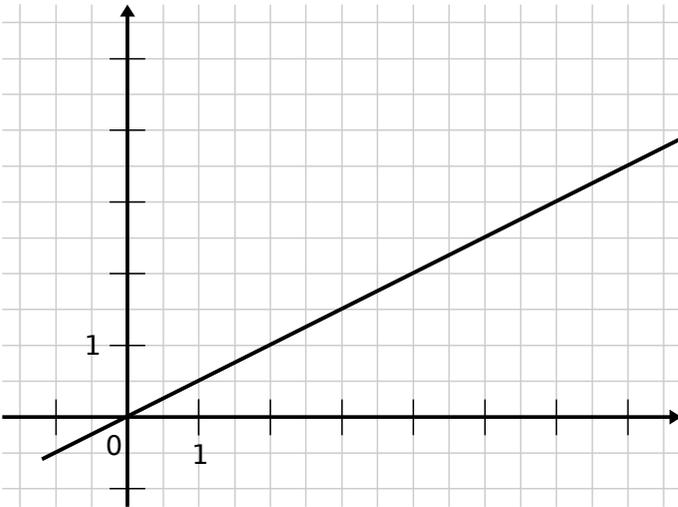
**Q1.** Sur le graphique représentatif d'une fonction, comment procède-t-on pour lire l'image d'un nombre par cette fonction ?

**Q2.** Sur le graphique représentatif d'une fonction, comment procède-t-on pour lire un antécédent d'un nombre par cette fonction ?

## Les exercices d'application

**1** Lecture et vocabulaire (1)

Ce graphique représente une fonction  $f$ .



**a.** Place en vert le point de la courbe qui a pour abscisse 5. Lis son ordonnée et laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'abscisse 5 semble avoir pour ordonnée ..... . Donc, par la fonction  $f$ , l'image de 5 est environ ..... .

En notation mathématique,  $f(5) \approx$  ..... .

**b.** De la même manière, lis les images de  $-1$  ;  $4$  et  $7$ , puis complète ci-dessous.

$$f(-1) \approx \dots \quad | \quad f(4) \approx \dots \quad | \quad f(7) \approx \dots$$

**c.** Place en rouge le point de la courbe qui a pour ordonnée  $1,5$ . Lis son abscisse et laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'ordonnée  $1,5$  semble avoir pour abscisse ..... . Donc, par la fonction  $f$ ,  $1,5$  semble être l'image de ..... .

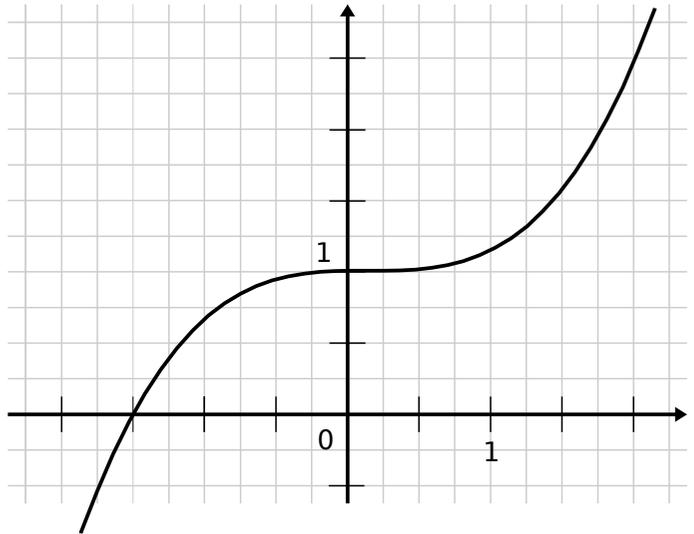
En notation mathématique,  $f(\dots) \approx 1,5$ .

**d.** De la même manière, détermine, par lecture graphique, les nombres qui ont pour images  $1$  ;  $3$  et  $0$ , puis complète ci-dessous.

$$f(\dots) \approx 1 \quad | \quad f(\dots) \approx 3 \quad | \quad f(\dots) \approx 0$$

**2** Lecture et vocabulaire (2)

Ce graphique représente une fonction  $g$ .



**a.** Place en vert le point de la courbe qui a pour abscisse  $1,75$ . Lis son ordonnée et laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'abscisse  $1,75$  semble avoir pour ordonnée ..... . Donc, par la fonction  $g$ , l'image de  $1,75$  est environ ..... .

En notation mathématique,  $g(\dots) \approx$  ..... .

**b.** Par lecture graphique, donne une valeur approchée de l'image de  $2$ . (Entoure-la parmi les nombres suivants puis complète les phrases.)

$-1$        $0$        $2,5$        $3$

Donc, par la fonction  $g$ , l'image de  $2$  est environ ..... . D'où  $g(\dots) \approx$  ..... .

**c.** Place en rouge le point de la courbe qui a pour ordonnée  $0$ . Lis son abscisse. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'ordonnée  $0$  semble avoir pour abscisse ..... . Donc par la fonction  $g$ ,  $0$  semble être l'image de ..... .

En notation mathématique,  $g(\dots) \approx 0$ .

On dit aussi que par la fonction  $g$ , ..... semble être un antécédent de  $0$ .

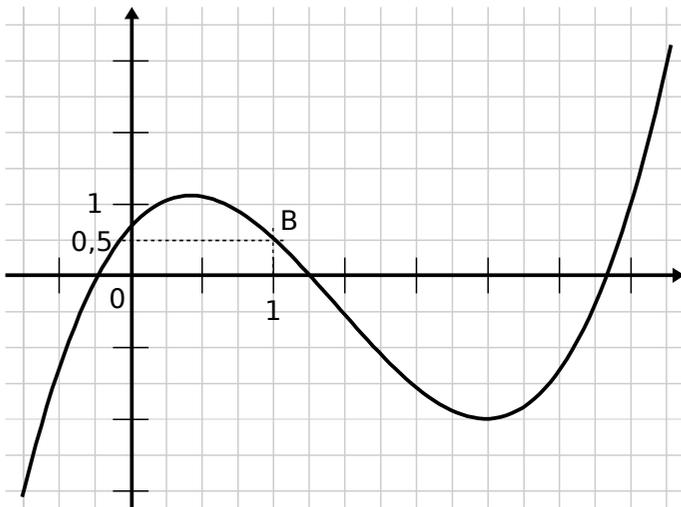
**d.** Par lecture graphique, donne une valeur approchée d'un antécédent de  $-0,5$ . (Entoure-la parmi les nombres suivants puis complète les phrases.)

$-1$        $-0,5$        $-1,75$        $-1,5$

Par la fonction  $g$ , un antécédent de  $-0,5$  est environ ..... . D'où  $g(\dots) \approx$  ..... .

**3** Avec des coordonnées

Ce graphique représente une fonction  $h$ .



**a.** Le point B appartient à la courbe représentative de la fonction  $h$ . Lis ses coordonnées et complète.

Le point B a pour coordonnées (..... ; .....).

Donc ..... est l'image de ..... par la fonction  $h$ .

Réciproquement, ..... est un antécédent de ..... par la fonction  $h$ .

En notation mathématique, .....

**b.** Marque en rouge sur le graphique, le point A de la courbe dont l'abscisse est 3,5. Lis son ordonnée et complète ci-dessous. (Laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture.)

Le point A a pour coordonnées (..... ; .....).

Donc par la fonction  $h$ , l'image de ..... et ..... est un antécédent de .....

En notation mathématique, .....

**c.** Marque en vert, les points C, D et E de la courbe dont l'ordonnée est  $-1$ . Lis leurs abscisses. Entoure leurs valeurs approchées parmi les nombres suivants. (Laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture.)

- 0,5    - 0,24    1,74    2,1    3,1

On peut donc écrire :

$h(\dots) \approx \dots ;$

$h(\dots) \approx \dots ;$

$h(\dots) \approx \dots$

Par la fonction  $h$ , le nombre  $-1$  a-t-il plusieurs images ou plusieurs antécédents ? Complète :

Le nombre  $-1$  a plusieurs ..... par la fonction  $h$ .

**d.** En t'aidant du graphique, précise les nombres qui ont plusieurs antécédents par la fonction  $h$ .

.....  
.....

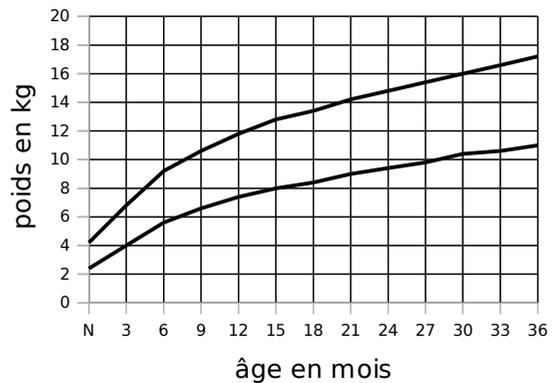
**e.** Des nombres peuvent-ils avoir plusieurs images par une fonction ?

.....

**4** Carnet de santé

Voici un extrait du carnet de santé donné à chaque enfant (source : [www.sante.gouv.fr](http://www.sante.gouv.fr)).

Courbe de poids



Les deux courbes indiquent les limites basses et hautes de l'évolution du poids d'un enfant : sa courbe de poids doit a priori se situer entre ces deux courbes.

On considère la fonction  $f$  qui, à un âge en mois, associe le poids minimum en kg et la fonction  $g$  qui, à un âge en mois, associe le poids maximum en kg.

**a.** Complète le tableau suivant par des valeurs approchées lues sur le graphique.

$x$	3	12		24		34,5
$f(x)$			8			
$g(x)$					16	

**b.** Interprète la colonne  $x = 12$ .

.....  
.....

**c.** Le père d'Ahmed, matheux, a noté pour son fils les renseignements suivants.  $p$  est la fonction qui associe à l'âge d'Ahmed en mois, son poids en kg.

$x$	0	3	6	9	12	18	24	36
$p(x)$	3,5	6	8	8,5	9	9,5	10	12

Reporte les données de ce tableau sur le graphique. Commente ce que tu obtiens.

.....

**Le cours avec les aides animées**

**Q.** Un nombre peut-il avoir plusieurs images par une fonction donnée ?

**Les exercices d'application**

**1** *Calculs d'images*

**a.** On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^2$ .

- Calcule l'image de 2 :  $f(2) = \dots\dots\dots^2 = \dots\dots\dots$
- Calcule l'image de -3 :  $f(-3) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- Calcule l'image de  $\sqrt{5}$  :  $f(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$

**b.** Soit la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \sqrt{x}$ .

- $g(9) = \dots\dots\dots$
- Quelle est l'image de 0 ?  $\dots\dots\dots$

**c.** Soit la fonction  $k$  définie par  $k : x \mapsto -2x + 5$ .

- $k(2) = \dots\dots\dots$
- $k(-7) = \dots\dots\dots$

**d.** Soit la fonction  $h$  qui, à tout nombre  $x$ , associe le nombre  $2x^2 + 7$ .

- Quelle est l'image de 4 par  $h$  ?

$h(4) = 2 \times \dots\dots\dots^2 + 7 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

- Quelle est l'image de -3 par  $h$  ?

$\dots\dots\dots$

**e.** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x^2 + 2x - 6$ . Détermine les images de 0 et de -2 par la fonction  $f$ .

$\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

**2** *Programme de calcul*

On donne un programme de calcul :  
 « Choisis un nombre, ajoute-lui 5, multiplie cette somme par 3 et soustrais 6 à ce produit. ».

**a.** Teste ce programme avec le nombre 2.

$\dots\dots\dots$

**b.** En notant  $x$  le nombre choisi au départ, détermine la fonction  $g$  qui associe à  $x$  le résultat obtenu avec le programme.

$\dots\dots\dots$

**c.** Détermine  $g(0)$ . Interprète ce résultat.

$\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

**3** *Calcul d'aire*

On considère un rectangle ABCD tel que  $AB = 16$  cm et  $AD = 6$  cm. On place un point M sur le segment [DC].

**a.** Exprime l'aire de AMCB en fonction de MC.

$\dots\dots\dots$

**b.** Donne une expression de la fonction  $f$  par laquelle chaque valeur possible de MC a pour image l'aire du trapèze AMCB.

$x$  désigne un nombre,  $f(x) = \dots\dots\dots$

**c.** Détermine  $f(7)$ .

$\dots\dots\dots$

**d.** Que vaut l'aire du trapèze AMCB si  $MC = 7$  ?

$\dots\dots\dots$

**e.** Détermine  $f(-10)$ . Peux-tu interpréter ce résultat par rapport à la situation étudiée ?

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**4** *Un peu de football*

On considère la fonction  $h$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre le nombre  $-5x^2 + 20x$ .

Lors d'un dégagement par un gardien de but, si  $t$  est le temps écoulé depuis le tir, exprimé en secondes,  $h(t)$  est la hauteur en mètres du ballon au dessus du sol,  $t$  secondes après le tir.

**a.** À quelle hauteur est le ballon au bout d'une seconde ? Et au bout de deux secondes ?

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**b.** Calcule  $h(4)$ . Quelle interprétation peux-tu donner de ce résultat ?

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**c.** Complète le tableau de valeurs suivant.

$x$	-5	0	1	1,5	2	2,5	3	5
$h(x)$								

**d.** Donne une interprétation de ces résultats lorsque cela est possible.

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

Les exercices d'application

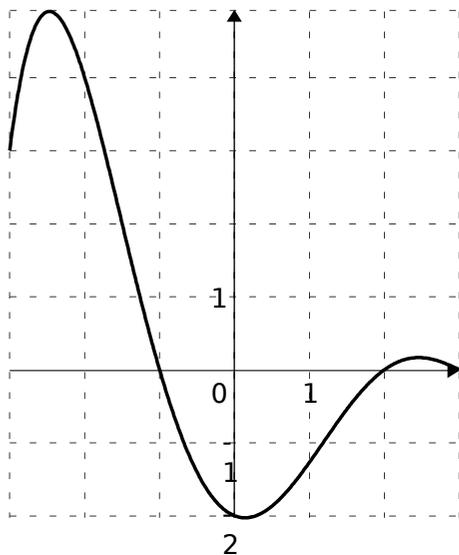
**1** Lecture d'images ou d'antécédents

Complète et réponds aux questions en t'aidant du tableau de valeurs d'une fonction  $f$  ci-dessous.

$x$	-10	-6	-4	-1	2	5,5	125
$f(x)$	-6	2	5,5	0	5,5	-4	5,5

- L'image de 2 par  $f$  est .....
  - -1 a pour image ..... par  $f$  ou  $f: -1 \mapsto$  .....
  - $f: -10 \mapsto$  .....
  - $f(\dots) = 5,5$  et  $f(3) =$  .....
  - Un (ou des) antécédent(s) de 0 par  $f$  est (sont) .....
  - Un antécédent de ..... par  $f$  est 5,5.
  - Un (ou des) antécédent(s) de 5,5 par  $f$  est (sont) .....
  - Peux-tu trouver un antécédent de -10 par  $f$ ?
- .....
- Trouve un nombre  $x$  qui a pour image -6 par  $f$ .
- .....

**2** Lecture graphique



Soit  $i$  la fonction représentée ci-dessus.

**a.** En t'aidant du graphique, complète les phrases suivantes.

- $i(1) \approx$  .....
- L'image de -3 par  $i$  est égale à environ .....
- $i(\dots) = i(\dots) = i(\dots) = 0$ .
- Un antécédent de 2 par  $i$  est égal à environ .....
- L'image de ..... par  $i$  est égale à environ -2.

Pour les questions ci-dessous, tu feras apparaître les pointillés qui te permettent de répondre.

- b.** Résous graphiquement  $i(x) = 4$ .  
.....
- c.** Quel(s) nombre(s) a (ont) pour image 3 ?  
.....
- d.** Trouve un nombre qui n'a qu'un antécédent.  
.....
- e.** Trouve un nombre qui a deux antécédents.  
.....
- f.** Trouve un nombre qui a trois antécédents.  
.....

**3** Calcul

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = -2x^2 + 8$ .

- a.** Détermine les images de -8 ; 0 et 3,4.  
.....  
.....
- b.** Recherche le ou les intrus et justifie tes réponses par un calcul.  
 $f(-1) = 10 ; f(0) = 6 ; f: 9 \mapsto -154 ; f(5) = -42$   
.....  
.....

- c.** Calcule  $f\left(\frac{4}{5}\right)$ .  
.....  
.....
- d.** Quelle est l'image de  $\sqrt{5}$  ?  
.....  
.....
- e.** Détermine le (ou les) antécédent(s) de 0 par  $f$ .  
.....  
.....
- f.** Détermine le (ou les) antécédent(s) de 8 par  $f$ .  
.....  
.....
- g.** 16 a-t-il un antécédent par  $f$ ? Justifie ta réponse.  
.....  
.....

**4** Construire une courbe représentative

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x^2 - 2x - 1$ .

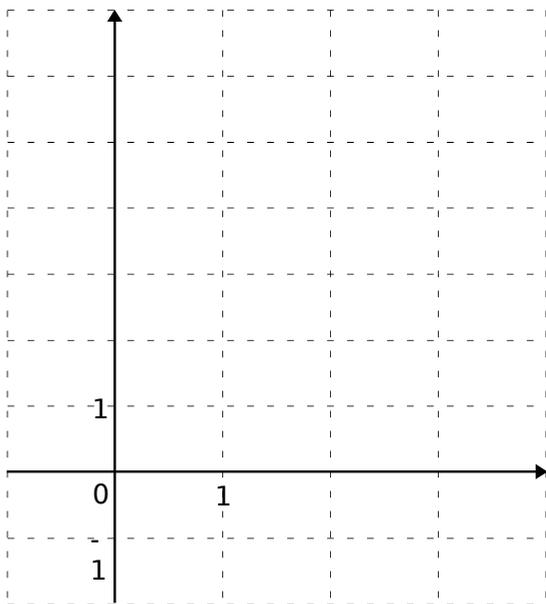
a. Complète en détaillant tes calculs.

$f(-1) = \dots\dots\dots$   
 Donc le point  $A(-1; \dots\dots)$  appartient à la représentation graphique de la fonction  $f$ .

b. Détermine les images de 0 ; 1 ; 2 et 3 puis donne les coordonnées de quatre nouveaux points de la représentation graphique de  $f$ . (Tu les nommeras respectivement B, C, D et E.)

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

c. Place ces points dans le repère ci-dessous.



d. Place le point  $G(2,5 ; 0,25)$  dans le repère.  $G$  appartient-il à la courbe représentative de  $f$ ? Justifie ta réponse.

.....  
 .....

e. Calcule l'ordonnée du point H d'abscisse 4 appartenant à la représentation graphique de  $f$ .

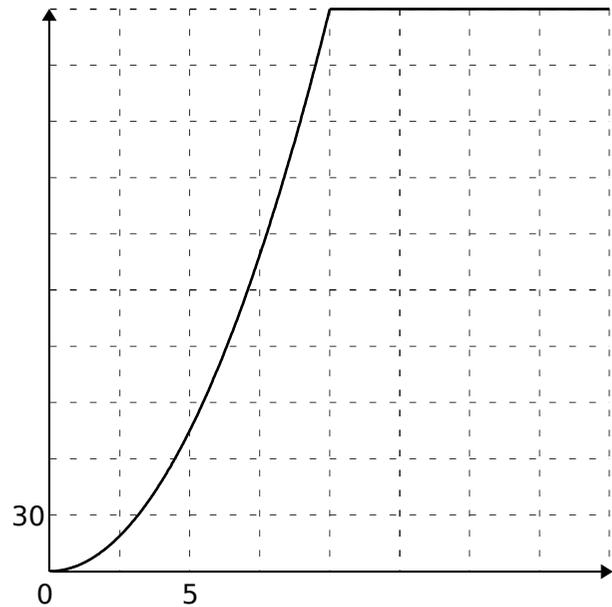
.....  
 .....

f. Les points E, G et H semblent-ils alignés ?

.....  
 .....

**5** Histoire de train

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la vitesse, en km/h, d'un train en fonction du temps écoulé, en minutes, depuis son départ.



On sait aussi que sa vitesse en km/h,  $t$  minutes après le départ, vaut  $3t^2$  pour  $0 \leq t \leq 10$ .

On appelle  $v$  la fonction qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en minutes, associe la vitesse du train en km/h.

a. Calcule  $v(5)$  et donne une interprétation du résultat.

.....  
 .....

b. Quel est l'antécédent de 168,75 par  $v$ ? Donne une interprétation du résultat.

.....  
 .....

c. Combien de temps, environ, met le train pour atteindre 100 km/h? Traduis ta réponse en utilisant le vocabulaire des fonctions.

.....  
 .....  
 .....

d. Complète le tableau de valeurs suivant.

$x$	0	1	2	5	10	15	20
$v(x)$							

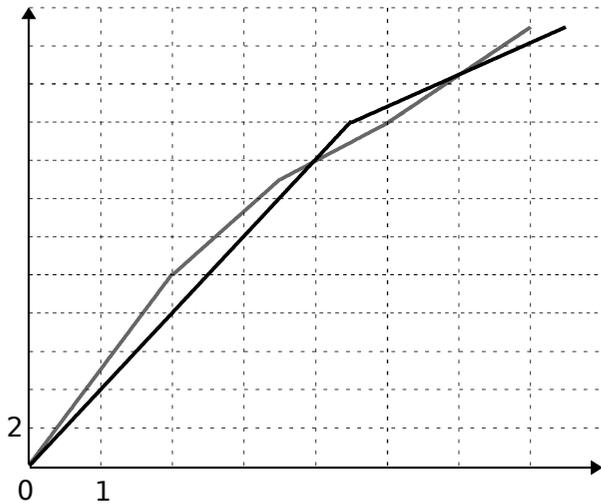
e. Précise une expression de la fonction  $v$  pour  $0 \leq x \leq 20$ .

.....  
 .....

**6** Randonnée

Wilfried et Christophe décident de faire une course de 23 km.

Ci-dessous, sont représentées  $f$  (en noir) et  $g$  (en gris), les fonctions qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en heures, associent les distances parcourues en kilomètres, respectivement par Wilfried et par Christophe.



a. Détermine une valeur approchée de  $f(2)$  et de  $g(2)$ . Interprète ces résultats.

.....  
 .....

b. Qui est en tête après 14 km de course ? Donne le temps de chaque coureur.

.....  
 .....

c. Résous graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$ . Interprète le résultat.

.....  
 .....

d. Résous graphiquement l'inéquation  $f(x) \leq g(x)$ . Interprète le résultat.

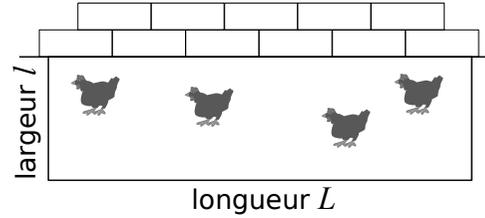
.....  
 .....

e. Qui a gagné la course ? Indique le temps total mis par chaque coureur.

.....  
 .....

**7** Basse-cour

Un agriculteur souhaite réaliser un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. Il dispose de 21 m de grillage et doit tout utiliser.



L'objectif de cet exercice est de déterminer les dimensions de l'enclos afin que son aire soit maximale. On note  $l$  et  $L$  respectivement la largeur et la longueur de l'enclos, en mètres.

a. Quelles sont les valeurs possibles de  $l$  ?

.....

b. Écris une égalité avec  $l$  et  $L$  et déduis-en une expression de  $L$  en fonction de  $l$ .

.....

c. Exprime l'aire de l'enclos en fonction de  $l$  et  $L$  puis en fonction de  $l$  seulement.

.....  
 .....

d. On note  $A$  la fonction qui, à  $l$ , associe l'aire de l'enclos correspondant.

Avec l'aide de ta calculatrice ou d'un tableur, complète le tableau de valeurs de la fonction  $A$ .

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A(x)$											

e. À l'aide du tableau, décris l'évolution de  $A(x)$  en fonction de  $x$  et donne un encadrement du nombre  $x$  pour lequel  $A(x)$  semble maximal.

.....  
 .....

f. Complète astucieusement un nouveau tableau de valeurs pour donner une valeur approchée au dixième près du nombre  $x$  pour lequel  $A(x)$  semble maximal.

$x$										
$A(x)$										

.....

g. Déduis-en des valeurs approchées des dimensions de l'enclos d'aire maximale.

.....