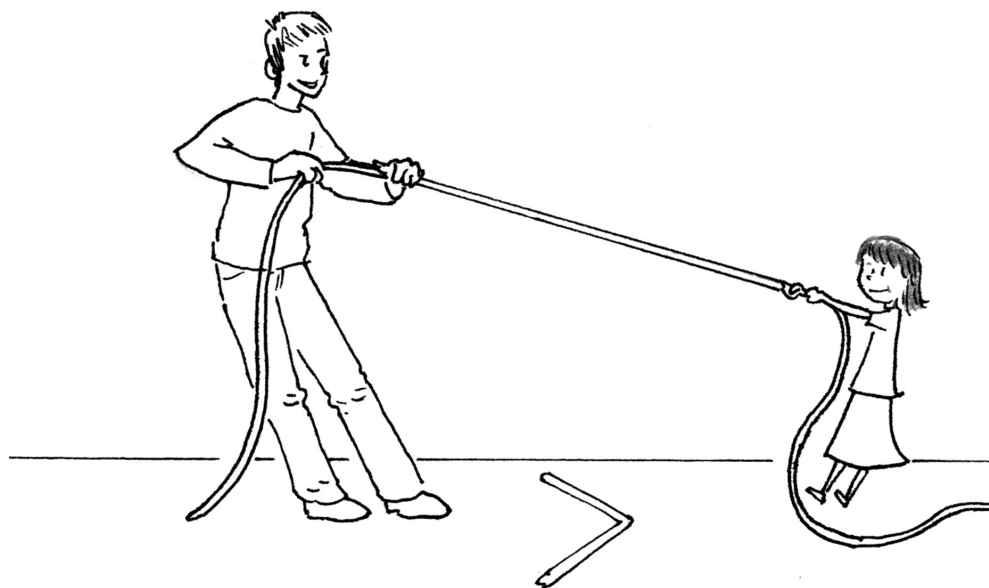


Inégalités et inéquations



Série 1 : Notion d'inéquation

Série 2 : Résolutions

Série 3 : Représentations graphiques

Série 4 : Problèmes

Le cours avec les aides animées

- Q1.** Qu'est-ce qu'une inéquation ?
- Q2.** Quel est le symbole qui correspond à « est supérieur ou égal à » ?
- Q3.** x et y sont deux nombres tels que $x - y > 0$; quel est le plus petit des deux nombres ?

Les exercices d'application

1 Comparaisons

a. Sachant que $x = -2$, compare $2x - 3$ et $3x + 2$.

D'une part, $2x - 3 = 2 \times (-2) - 3 = \dots\dots\dots$;

d'autre part, $3x + 2 = \dots\dots\dots$.

Donc pour $x = -2$, $\dots\dots\dots$.

b. Sachant que $a = 6$, compare $\frac{2}{3}a - 5$ et $\frac{a}{2} - 4$.

D'une part, $\dots\dots\dots$;

d'autre part, $\dots\dots\dots$.

Donc $\dots\dots\dots$.

2 Versions

Traduis par une phrase les inégalités suivantes.

a. $x \geq -2$

Le nombre x est $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$.

b. $3 > x$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$.

c. $\frac{1}{4}x < 3$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$.

3 Thèmes

Traduis par une inégalité les phrases suivantes.

a. Le double de x est inférieur ou égal à 7.

$\dots\dots\dots$

b. La somme de 3 et du triple de x est strictement supérieure à 5.

$\dots\dots\dots$

c. Le produit de 12 par y est strictement inférieur à la différence de 3 et de y .

$\dots\dots\dots$

4 Solutions d'une inéquation

Parmi les nombres -3 ; $-2,5$ et 4 , indique lesquels sont solutions des inéquations.

a. $4x \geq -10$

• $4 \times (-3) = \dots\dots\dots$, or $\dots\dots\dots$
 donc $-3 \dots\dots\dots$.

• $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$.

• $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$.

b. $4 - 3x < 13$

• $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$.

• $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$.

• $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$.

5 Tester une inégalité

a. L'inégalité $5x - 3 > 1 + 3x$ est-elle vérifiée pour $x = 0$?

On remplace x par 0 dans chaque membre de l'inégalité.

D'une part, $5x - 3 = 5 \times 0 - 3 = \dots\dots\dots$;

d'autre part, $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$.

On constate que $\dots\dots\dots$.

Donc l'inégalité $\dots\dots\dots$ pour $x = 0$.

b. L'inégalité $3x - \frac{1}{2} \geq x + 1$ est-elle vérifiée pour $x = \frac{3}{4}$?

D'une part, $\dots\dots\dots$;

d'autre part, $\dots\dots\dots$.

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$.

a. L'inégalité $5(x - 3) \geq 3x + 7$ est-elle vérifiée pour $x = -2$?

D'une part, $\dots\dots\dots$;

d'autre part, $\dots\dots\dots$.

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

Le cours avec les aides animées

- Q1.** Que veut dire « résoudre une inéquation » ?
Q2. Si on ajoute un nombre négatif à chaque membre d'une inégalité, que se passe-t-il ?
Q3. Si on multiplie par un nombre négatif chaque membre d'une inégalité, que se passe-t-il ?

Les exercices d'application

1 Comparaisons

a. Sachant que $x < 5$,

- quelle inégalité vérifie $x + 3$?

On ajoute à chaque membre de l'inégalité donc on le sens de l'inégalité.
 $x + \dots < 5 + \dots$ donc $x + 3 < \dots$.

- quelle inégalité vérifie $x - 3$?

On ajoute à chaque membre de l'inégalité donc on le sens de l'inégalité.
 $x - \dots < 5 - \dots$ donc $x - 3 < \dots$.

- quelle inégalité vérifie $3x$?

On multiplie chaque membre de l'inégalité par qui est donc on le sens de l'inégalité. $\dots \times x < 5 \times \dots$ donc $3x < \dots$.

- quelle inégalité vérifie $-2x$?

On multiplie chaque membre de l'inégalité par qui est donc on le sens de l'inégalité. $\dots \times x > 5 \times \dots$ donc $-2x > \dots$.

b. Sachant que $a \geq -12$, complète avec un symbole d'inégalité et un nombre.

$$\begin{array}{l} 2a \geq \dots \\ \frac{a}{3} \dots \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} -3a \dots \dots \\ -\frac{1}{4}a \dots \dots \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} a + 20 \dots \dots \\ \frac{1}{2}a \dots \dots \end{array} \right.$$

2 Calcul d'erreurs

a. Encadre le périmètre P d'un carré dont le côté c est compris entre 3,2 et 3,3 cm.
 Le périmètre d'un carré de côté c est

On sait que $3,2 < c < 3,3$ et est un nombre positif donc on ne change pas le sens de l'égalité.
 $\dots \times 3,2 < \dots < 3,3 \times \dots$. Ainsi $\dots < P < \dots$.

b. La calculatrice de Mathieu est tombée en panne et le professeur demande un encadrement à 10^{-2} près du nombre $-2,5\pi$. Comment aider Mathieu ?

$\pi \approx 3,1416$ donc $3,141 < \pi < \dots$.

On multiplie chaque membre de l'inégalité par qui est donc on le sens de l'inégalité. $3,141 \times \dots > -2,5\pi > \dots \times \dots$.
 d'où $\dots < -2,5\pi < \dots$.

Conclusion :

c. Encadre $-5 - 3\sqrt{3}$ à 10^{-2} près.

$\sqrt{3} \approx 1,7321$ donc $\dots < \sqrt{3} < \dots$.

On chaque membre de l'inégalité par qui est donc

..... $\sqrt{3}$

On à chaque membre de l'inégalité donc

Conclusion :

Le nombre d'Euler, noté e , a pour valeur approchée 2,782. Encadre $8 - 3e$ à 10^{-2} près.

.....

3 Résoudre une inéquation simple (1)

a. Résous l'inéquation $x + 4 < -7$.

On à
 donc on le sens de l'inégalité.
 $x + 4 \dots \dots - 7 \dots \dots$ d'où $x \dots \dots$.

b. Résous l'inéquation $3x < -2$.

On
 donc on

 $3x \dots \dots - 2 \dots \dots$ d'où $x \dots \dots$.

c. Résous l'inéquation $-2x < 8$.

On

 d'où $x \dots \dots$.

4 Résoudre une inéquation simple (2)

a. Résous l'inéquation $x - 4 > 12$.

$x - 4 + \dots \dots 12 + \dots \dots$ d'où $x \dots \dots$.

b. Résous l'inéquation $-4x \geq 48$.

$\frac{-4x}{\dots} \dots \frac{48}{\dots}$ d'où $x \dots \dots$.

c. Résous l'inéquation $-x \leq -3$.

On remarque que $-x = \dots \times x$.

$\frac{-\dots x}{\dots} \dots \frac{-3}{\dots}$ d'où $x \dots \dots$.

5 Plus complexe (1)

a. Résous l'inéquation $-3x + 15 \geq -72 - 2x$.

On $\dots \dots \dots$ à chaque membre de l'inégalité : $-3x + 15 \dots \geq -72 \dots$;
d'où $\dots \geq \dots$.

On $\dots \dots \dots$ à chaque membre de l'inégalité : $\dots \geq \dots$ d'où $\dots \geq \dots$.

Enfin $\dots \dots \dots$.

b. Résous l'inéquation $14x - 25 \leq 17x + 50$.

.....
.....
.....
.....
.....

c. Résous l'inéquation $x + \frac{1}{4} \leq 2x - \frac{2}{3}$.

.....
.....
.....
.....
.....

6 Plus complexe (2)

a. Résous l'inéquation $5(x - 2) \leq 4x - 2$.

On développe et on réduit le premier membre.

.....
Puis on résout l'inéquation
.....
.....
.....
.....

b. Résous l'inéquation $-6(2x + 2) \geq 3x - 27$.

.....
.....
.....
.....
.....

c. Résous $1,5(2x - 3) + 2,5 < -0,5(3x - 14)$.

.....
.....
.....
.....
.....

7 Des inéquations singulières

a. Résous l'inéquation $12x + 3 > 12x$.

On $\dots \dots \dots$:
 $12x + 3 \dots > 12x \dots$ soit encore \dots .
Ainsi les solutions de l'inéquation $12x + 3 > 12x$
sont aussi solutions de l'inéquation \dots .
Comme cette inégalité est toujours vérifiée, tous
les nombres sont solutions de $12x + 3 > 12x$.

b. Résous l'inéquation $3(5 - 4x) \leq -2(6x - 3)$.

.....
.....
.....
.....
.....

8 Deux inéquations

a. Résous l'inéquation $-2x + 7 > 9$.

.....
.....
.....

b. Résous l'inéquation $3x + 5 > -4$.

.....
.....
.....
.....

c. Quel est l'entier qui vérifie les deux inégalités précédentes ?

.....

Le cours avec les aides animées

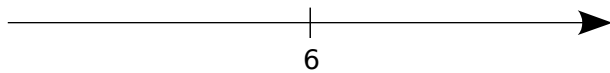
- Q1.** Donne la signification des symboles $<$ et \geq .
Q2. De quel côté est tourné le crochet dans la représentation graphique d'une inégalité ?

Les exercices d'application

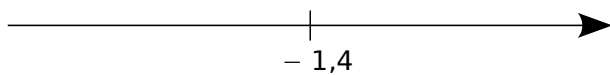
1 À tracer

Représente graphiquement les inégalités suivantes. Colorie les solutions.

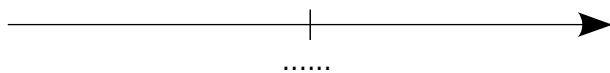
a. $x \leq 6$: les solutions de l'inéquation sont tous les nombres à 6 donc on colorie les nombres plus que 6. Comme l'inégalité est large, 6 est une solution de l'inéquation : le crochet dirigé du côté des solutions.



b. $y > -1,4$: les solutions de l'inéquation sont tous les nombres à $-1,4$ donc on colorie les nombres que $-1,4$. Comme l'inégalité est stricte, $-1,4$ une solution de l'inéquation : le crochet dirigé du côté des solutions.



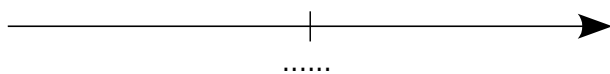
c. $z \geq 7,8$



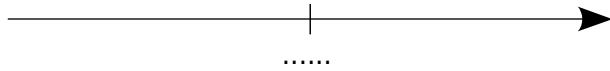
2 Le bon côté

Représente graphiquement les solutions de chaque inégalité. Hachure ce qui n'est pas solution.

a. $x \geq -3,6$: les solutions de l'inéquation sont tous les nombres à $-3,6$; on hachure ce qui n'est pas solution c'est-à-dire les nombres plus que $-3,6$. Comme l'inégalité est large, $-3,6$ est une solution de l'inéquation : le crochet dirigé du côté des solutions.



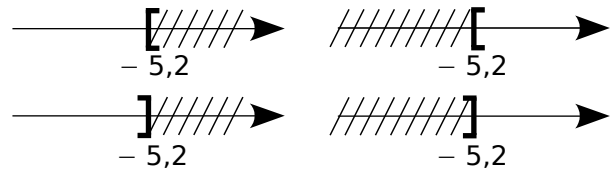
b. $t < -4,6$



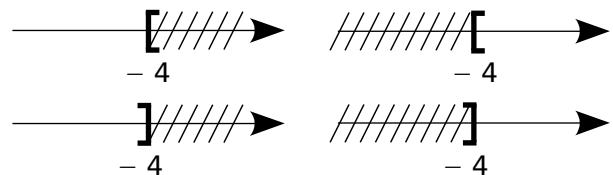
3 La bonne représentation

Pour chaque inégalité, entoure le graphique où sont hachurés les nombres qui ne sont pas solutions.

a. $u > -5,2$



b. $v \leq -4$

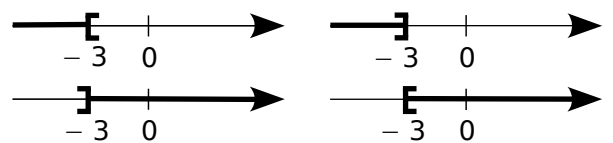


4 Sans résoudre

a. 0 est-il solution de $3x - 2 > 4x + 1$?

Pour $x = 0$,
 d'une part, ;
 d'autre part,
 Donc

b. Parmi les représentations suivantes, entoure celle qui représente les solutions de l'inéquation $3x - 2 > 4x + 1$.



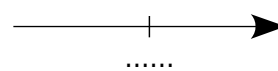
5 Attention à la consigne

Résous les inéquations suivantes et trace une représentation graphique de leurs solutions.

a. $7x + 4 \leq 3x - 2$.

(Colorie ce qui est solution.)

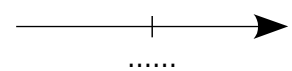
.....



b. $2x - 5 < 3x + 7$.

(Hachure ce qui n'est pas solution.)

.....



Le cours avec les aides animées

Q. Quelles sont les étapes de la résolution d'un problème par une mise en inéquation ?

Les exercices d'application

1 Parc de loisirs

Un parc de loisirs propose plusieurs tarifs.
 Formule A : 7 € par entrée.
 Formule B : un abonnement annuel de 35 € puis 4,50 € par entrée.

a. À partir de combien d'entrées la formule B est-elle plus avantageuse que la formule A ?

Choix de l'inconnue

On désigne par x le nombre d'entrées achetées au cours d'une année.

Mise en inéquation du problème

Le prix payé avec la formule A en fonction de x est

Le prix payé avec la formule B en fonction de x est

La formule B est donc plus avantageuse lorsque

Résolution de l'inéquation

.....

Conclusion : La formule B est plus avantageuse que la formule A lorsqu'on achète

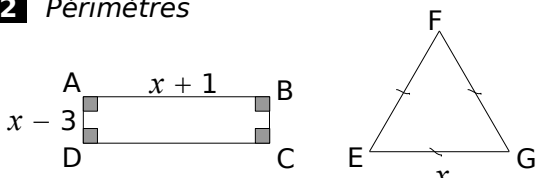
.....

b. Ce parc propose aussi un troisième tarif.
 Formule C : un abonnement annuel de 143 € pour un nombre illimité d'entrées.

À partir de combien d'entrées la formule C est-elle plus avantageuse que la formule B ?

.....

2 Périmètres



ABCD est un rectangle et EFG est un triangle équilatéral. x désigne un nombre strictement supérieur à 3.

a. Exprime le périmètre de ABCD et le périmètre de EFG en fonction de x .

.....

b. Détermine les valeurs de x pour lesquelles le périmètre du rectangle est strictement inférieur à celui du triangle.

.....

3 Extrait du Brevet

Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre x d'informaticiens et de mathématiciens. Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

.....

