N4

Systèmes d'équations

Série 1 : Tester une solution

Série 2 : Résolutions par substitution

Série 3 : Résolutions par combinaisons

Série 4 : Problèmes

Le cours avec les aides animées

Q1. Que signifie la phrase : « Le couple (a ; b) est solution d'un système de deux équations à deux inconnues. » ?

Q2. Combien de couples peuvent être solutions d'une équation à deux inconnues ? Et pour un système de deux équations à deux inconnues ?

Les exercices d'application

1 *Équation à deux inconnues*

Le couple (3 ; 4) est-il solution de l'équation $5x - 3y = 3$? Justifie ta réponse.

Dans l'équation, on remplace x par .... et y par .... .

On obtient 5 × ...... − 3 × ...... = ... = ...

Donc, le couple (3 ; 4) ....

....

2 *À ton tour*

Les couples (− 1 ; 4), (− 2 ; 9), $\left(\frac{-1}{4} ; \frac{-5}{4}\right)$ et $\left(\frac{-2}{3} ; 2\right)$ sont-ils des solutions de l'équation $7x + y = -3$? Justifie.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3 *Solution ou pas ?*

(− 2 ; 3)	(− 1 ; 1)	(0 ; 5)	(5 ; − 7)
(7 ; − 9)	(8 ; − 11)	(− 4 ; 5)	(6 ; − 7)

a. Entoure en bleu le(s) couple(s) qui est (sont) solution(s) de l'équation $4x + 3y = -1$.

b. Entoure en rouge le(s) couple(s) qui est (sont) solution(s) de l'équation $x + y = 1$.

c. Déduis-en un couple solution du système $\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$.

Une solution du système est ....

4 *Avec un système*

Prouve que le couple (5 ; 1) est solution du système $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ -3x + 8y = -7 \end{cases}$.

- On vérifie que (5 ; 1) est solution de la première équation :

....

- On vérifie que (5 ; 1) est solution de la deuxième équation :

....

Donc le couple (5 ; 1) ....

....

5 *Une question d'ordre*

a. Le couple (− 3 ; 1) est-il solution du système $\begin{cases} x + 5y = 2 \\ 2x - 7y = -13 \end{cases}$? Justifie.

- ....
  ....
- ....
  ....

....

....

b. Le couple (7,1 ; − 6,4) est-il solution du système $\begin{cases} 3x + 4y = -4{,}3 \\ -9x - 5y = -31{,}8 \end{cases}$? Justifie.

- ....
  ....
- ....
  ....

....

....

6 *Quel étourdi !*

Miguel a résolu trois systèmes d'équations à deux inconnues mais il a mélangé les solutions. Aide-le à associer le couple solution au bon système.

Solutions de Miguel :	Systèmes d'équations :
(3 ; 2) •	• $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -2x + 4y = -4 \end{cases}$
$\left(\frac{3}{2} ; \frac{-1}{4}\right)$ •	• $\begin{cases} -2x + 5y = 4 \\ -3x + 7y = 5 \end{cases}$
(2,1 ; − 1,3) •	• $\begin{cases} 7x + 4y = 9{,}5 \\ -11x + 3y = -27 \end{cases}$

Le cours avec les aides animées

Q1. Pourquoi dit-on « méthode de résolution par substitution » ?

Q2. Dans quelle situation privilégie-t-on la méthode par substitution plutôt qu'une autre ?

Les exercices d'application

1 *Une première résolution*

Résous le système d'équations $\begin{cases} 6x - y = -9 \\ 2x + 5y = 109 \end{cases}$ avec la méthode de résolution par substitution.

a. Exprimer une inconnue en fonction de l'autre.

- À partir de la première équation, exprime y en fonction de x, puis x en fonction de y.

.... | ....

y = ... | x = ...

- À partir de la deuxième équation, exprime y en fonction de x, puis x en fonction de y.

.... | ....

y = ... | x = ...

- Quel(s) choix te semble(nt) le(s) plus intéressant(s) lorsque tu vas substituer une inconnue ?

....

b. En remplaçant (substituant) y par $9 + 6x$ dans la deuxième équation, on obtient :

❑ $2x - 5(9 + 6x) = 109$

❑ $-2x - 5(9 + 6x) = 109$

❑ $2x - 5(9 + 6x) = -109$

❑ $2x + 5(9 + 6x) = -109$

❑ $2x + 5(9 + 6x) = 109$

c. Développe et réduis le membre de gauche.

....

d. Résous l'équation ainsi trouvée.

....

e. Sachant que $y = 9 + 6x$ et que x = ..., on en déduit que y = ...

f. Ainsi, si un couple (x ; y) est solution du système alors x = ... et y = ...

g. Teste le couple de valeurs obtenu.

....

....

h. Conclus.

....

2 *Un deuxième essai*

Résous le système $\begin{cases} 4x + 9y = 267 \\ x + 6y = 68 \end{cases}$ à l'aide de la méthode de résolution par substitution.

a. Avec une équation, exprime une inconnue en fonction de l'autre. (Fais le bon choix !)

....

b. Remplace (substitue) cette inconnue dans l'autre équation puis résous l'équation obtenue.

....

....

....

c. Déduis-en la valeur de la deuxième inconnue.

....

d. Ainsi, si un couple (x ; y) est solution du système, alors x = ... et y = ...

e. Teste le couple de valeurs obtenu.

....

....

f. Conclus.

....

3 *À toi de jouer*

Résous le système $\begin{cases} 4x + y = 22{,}5 \\ 3x + 7y = 95 \end{cases}$ à l'aide de la méthode de résolution par substitution.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4 *Résoudre seul*

Résous le système $\begin{cases} 5x - 8y = 73 \\ x + 9y = -22{,}5 \end{cases}$ à l'aide de la méthode de résolution par substitution.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

5 *Avec une petite transformation*

Résous le système $\begin{cases} x + y + 4 = 0 \\ 7x + 3y + 36 = 0 \end{cases}$ à l'aide de la méthode de résolution par substitution.

a. On transforme le système en éliminant toutes les constantes dans les membres de droite.

....
....

b. Résous le système.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Teste le couple de valeurs obtenu dans le système de départ.

....
....

Conclus.

....

6 *Simplifier les coefficients*

Résous le système $\begin{cases} 0{,}2x - 0{,}6y = 1 \\ \dfrac{3}{4}x - \dfrac{1}{2}y = 1 \end{cases}$ à l'aide de la méthode de résolution par substitution.

a. Transforme le système d'équations pour obtenir un système avec des équations à coefficients entiers.

....
....
....
....

b. Résous le système.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Teste le couple de valeurs obtenu dans le système de départ.

....
....
....
....

Conclus.

....

Le cours avec les aides animées

Q1. Comment choisit-on les nombres par lesquels on multiplie les équations dans la méthode de résolution par combinaisons ?

Q2. Comment résout-on un système avec la méthode de résolution par combinaisons ?

Les exercices d'application

1 *Combinaison assistée*

Soit le système $\begin{cases} 4x + 2y = 14 \\ 6x - 4y = 14 \end{cases}$.

a. On veut calculer x.

- Par quel nombre faut-il multiplier la première équation pour obtenir des coefficients de y opposés dans les deux équations ?

....

- Récris alors la première équation du système.

....

- Quelle est l'équation obtenue en ajoutant membre à membre la deuxième équation et l'équation précédente ?
  - ❑ $12x + 6x + 2y - 4y = 28 + 14$
  - ❑ $8x + 6x + 4y - 4y = 28 + 14$
  - ❑ $8x + 6x + 4y - 4y = -28 - 14$
  - ❑ $8x + 6x - 4y - 4y = 28 + 14$
  - ❑ $8x - 6x + 4y - 4y = 28 - 14$

- Réduis puis résous l'équation ainsi obtenue.

....

....

b. On veut calculer y.

- Par quels nombres faut-il multiplier les deux équations pour obtenir des coefficients de x opposés ?

....

- Récris alors le système.

....

....

- Quelle est l'équation obtenue en ajoutant membre à membre les deux équations du système obtenu précédemment ?
  - ❑ $12x + 12x - 6y - 8y = -42 + 28$
  - ❑ $-12x + 12x - 6y - 8y = -42 + 14$
  - ❑ $-12x + 12x - 6y - 8y = -42 + 28$
  - ❑ $-12x - 12x - 6y - 8y = -42 - 28$
  - ❑ $12x - 12x + 6y + 8y = 42 - 28$

- Réduis puis résous l'équation ainsi obtenue.

....

....

c. Teste le couple de valeurs obtenu.

....

....

d. Conclus.

....

2 *À ton tour*

Résous le système $\begin{cases} 5x + 4y = 7 \\ 2x + 7y = -8 \end{cases}$.

a. On veut calculer y.

- Récris le système de telle sorte que les coefficients de x soient opposés.

....

....

- Quelle est l'équation obtenue en ajoutant membre à membre les deux équations du système obtenu précédemment ?

....

- Résous l'équation ainsi obtenue.

....

....

....

b. On veut calculer x.

- Récris le système de telle sorte que les coefficients de y soient opposés.

....

....

- Quelle est l'équation obtenue en ajoutant membre à membre les deux équations du système obtenu précédemment ?

....

- Résous l'équation ainsi obtenue.

....

....

c. Teste le couple de valeurs obtenu.

....

....

d. Conclus.

....

....

3 *Combinaisons express*

Résous le système $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ -6x + 2y = -10 \end{cases}$.

4 *Résoudre un système en toute liberté*

Résous le système $\begin{cases} 3x + 2y = 0{,}5 \\ 2x - 5y = 13 \end{cases}$.

5 *Transformer avant de résoudre*

Soit le système $\begin{cases} \dfrac{x+5}{2} + \dfrac{y-10}{3} = -1 \\ \dfrac{x+3}{5} + \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{3}{2} \end{cases}$.

a. Transforme le système d'équations.

b. Résous le système.

Les exercices d'application

1 *Choisir le bon système*

Sur le marché, Sandrine a acheté trois poulets et deux lapins pour un total de 37,70 €.
Auparavant, elle avait acheté un poulet et trois lapins pour un total de 33,80 €.

On considère que les prix d'un poulet et d'un lapin n'ont pas varié entre ses deux achats. On note x le prix d'un poulet et y le prix d'un lapin en euros.

a. Entoure le système d'équations qui, selon toi, traduit l'énoncé précédent.

$$\begin{cases} x+y=37{,}70 \\ x-y=33{,}80 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x+3y=37{,}70 \\ 3x+y=33{,}80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2y=37{,}70 \\ x+3y=33{,}80 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x+2y=33{,}80 \\ x+3y=37{,}70 \end{cases}$$

b. Résous le système que tu as entouré.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Un poulet coûte .... € et un lapin coûte .... €.

2 *Les billes*

Isham dit :

« Si je passe .... billes de ma poche gauche à ma poche droite, j'en aurai autant dans les deux.

Si j'en passe .... de ma poche droite à ma poche gauche, j'en aurai .... fois plus à gauche qu'à droite. »

a. Soit G le nombre initial de billes dans la poche gauche d'Isham, et D le nombre initial de billes à droite. On sait que l'énoncé précédent se traduit par le système :

$$\begin{cases} G-6=D+6 \\ G+10=2(D-10) \end{cases}$$

Complète l'énoncé du problème par les nombres qui manquent.

b. Calcule le nombre de billes qu'Isham a dans chaque poche au moment où il parle.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3 *Pour les gourmands*

Un confiseur prépare deux sortes de boîtes comprenant des petits macarons et des grands.
Dans la première boîte, il place dix petits macarons et quatre grands : cette boîte est vendue 7,20 €.
Dans la seconde boîte, il place cinq petits macarons et six grands : cette boîte est vendue 7,80 €.
Calcule le prix en euros de chaque sorte de macarons.

a. Soit x le prix en euros d'un petit macaron et y le prix en euros d'un grand macaron.

Le prix de la première boîte se traduit par l'équation ....

et celui de la seconde par ....

Le système d'équations est ....

....

b. Résous le système.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

c. Conclus.

Un petit macaron coûte .... € et un grand coûte .... €.

4 *Que d'eau !*

Maria veut réduire sa consommation d'eau. Elle a calculé qu'avec 1 m^3 d'eau elle pouvait prendre un bain et 17 douches ou bien 4 bains et 8 douches. Détermine les volumes d’eau utilisés pour un bain et pour une douche.

a. Soit x ....

et y ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

b. Conclus.

....

....

5 *Les bestioles*

Une nuit, pour s'endormir, Sabrina compte les pattes de 18 animaux : des araignées et des fourmis. Elle trouve 130 pattes.
Combien y a-t-il d'individus de chaque espèce ?

a. Écris un système d'équations qui traduise le problème précédent.

....

....

....

....

....

b. Résous le système d'équations.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

c. Déduis-en le nombre d’araignées et le nombre de fourmis.

....

....

6 *Autobahn*

Une agence de location de voitures fait payer la location en fonction du nombre de jours de location et du nombre de kilomètres parcourus. Simon a loué une voiture pendant trois jours et a parcouru 650 km ; il a payé 145,50 €.
Aliksan a loué une voiture pendant quatre jours et a parcouru 580 km ; il a payé 151 €.

Combien paiera un client qui doit faire 600 km sur trois jours ?

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....