CLASSE : 3ème CORRIGE DU CONTRÔLE sur le chapitre : **SYSTEMES D' EQUATIONS**

EXERCICE 1 : **/3 points**

Question 1 : /1 point

Nous avons le système **:** $\begin{cases} -2y + x = 13 \\ 2x + 3y = -2 \end{cases}$. Si x vaut 15 et y vaut 1, $-2y + x = -2 + 15 = 13$.
La première équation est donc vérifiée. D'autre part, $2x + 3y = 30 + 3 = 33$, donc la seconde ne l'est pas. Le couple (15 ; 1) n'est donc pas solution du système.
Remplaçons maintenant x par 5 et y par (– 4) dans le système.
$-2y + x = 8 + 5 = 13$; $2x + 3y = 10 - 12 = -2$.
Les deux équations sont vérifiées, donc la seule bonne réponse à la question 1 était la réponse B.
Remarque : L'élève qui aurait coché la réponse C aurait confondu la valeur de x avec la valeur de y.

Question 2 : /1 point

Considérons l'équation : $2x + 3y = 5$
Remplaçons x par 1 et y par 1 dans l'expression : $2x + 3y$.
$2 \times 1 + 3 \times 1 = 5$, ce qui vérifie l'équation. Le couple (1 ; 1) est donc solution de l'équation.
Remplaçons maintenant x par 2,5 et y par 0 dans l'expression : $2x + 3y$.
$2 \times 2{,}5 + 3 \times 0 = 5$, ce qui vérifie là aussi l'équation. Le couple (2,5 ; 0) est donc lui aussi solution de cette équation. Il y a par conséquent plusieurs solutions, dont (2,5 ; 0).
La seule bonne réponse est la réponse C.

Question 3 : /1 point

$\begin{cases} 2x + 7y = -1 \\ 3x - 6y = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + 7y = -1 \\ 3x - 6y = 15 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - 1y = 0 \\ 6x - 2y = 0 \end{cases}$

Remplaçons x par 3 et y par (– 1) dans le premier membre de chaque équation.

La seconde équation du premier système n'est pas vérifiée : $3 \times 3 - 6 \times (-1)$ vaut 15 et non 3.
La première équation du troisième système n'est pas vérifiée : $3 \times 3 - 1 \times (-1)$ vaut 10 et non 0.
Par contre, les deux équations du second système sont vérifiées. La bonne réponse est la réponse B.

EXERCICE 2 : **/6 points**

a. **/2 points**

On a le système : $\begin{cases} 4x + 9y = 5 \\ 2x + 6y = 7 \end{cases}$. Multiplions la deuxième ligne par (– 2).

Il devient : $\begin{cases} 4x + 9y = 5 \\ -4x - 12y = -14 \end{cases}$.

Maintenant, en ajoutant membre à membre les deux équations du système, on obtient :

$-3y = -9$, soit $y = \dfrac{-9}{-3}$ et donc $y = 3$. **/1 point**

Reprenons le système de départ, et multiplions maintenant la première ligne par 2 et la deuxième ligne par (– 3). Nous obtenons : $\begin{cases} 8x + 18y = 10 \\ -6x - 18y = -21 \end{cases}$

En ajoutant membre à membre les deux équations, on obtient :

$2x = -11$, soit $x = \dfrac{-11}{2}$ (ou $x = -5{,}5$). **/1 point**

Le couple (– 5,5 ; 3) est donc la solution de ce système, ce que l'on peut vérifier en remplaçant x par – 5,5 et y par 3 dans son écriture : $\begin{cases} 4 \times (-5{,}5) + 9 \times 3 = 5 \\ 2 \times (-5{,}5) + 6 \times 3 = 7 \end{cases}$

b. /2 points

On a le système : $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ -7x + y = -17 \end{cases}$.

Exprimons y en fonction de x dans la seconde équation : $-7x + y = -17$ donc $y = 7x - 17$.
Remplaçons maintenant y par $7x - 17$ dans la première équation. On obtient :
$3x + 2 \times (7x - 17) = 17$, soit $3x + 14x - 34 = 17$. Donc $17x - 34 = 17$ et $17x = 51$.

Donc $x = \frac{51}{17}$ et $x = 3$. **/1 point**

Remplaçons maintenant x par 3 dans l'expression : $y = 7x - 17$.
On obtient $y = 7 \times 3 - 17$, donc $y = 21 - 17$ et $y = 4$. **/1 point**
Le couple (3 ; 4) est donc la solution de ce système, ce que l'on peut vérifier en remplaçant x par 3 et y par 4 dans son écriture : $\begin{cases} 3 \times 3 + 2 \times 4 = 17 \\ -7 \times 3 + 4 = -17 \end{cases}$.

c. /2 points

La méthode la plus appropriée de résolution du système : $\begin{cases} 2x - 5y = 5 \\ y + 1 = -2 \end{cases}$ est la méthode par substitution car la valeur de y est directement donnée dans la seconde équation.
En effet, $y + 1 = -2$ se traduit par $y = -3$. **/1 point**
Remplaçons y par -3 dans la première équation. On obtient :
$2x - 5 \times (-3) = 5$, soit $2x + 15 = 5$. Donc $2x = -10$ et $x = -5$. **/1 point**
Le couple $(-5 ; -3)$ est donc la solution de ce système, ce qu'on pourrait vérifier en remplaçant x par (-5) et y par (-3) dans l'écriture du système.

<u>EXERCICE 3 :</u> /4,5 points

Au supermarché, Julien a acheté, en promotion, des DVD à 9,90 € pièce et des CD à 4,50 € pièce. En tout, il a pris 12 articles et a payé 70,20 €.

a. /1 point
Soit x le nombre de DVD achetés, et y le nombre de CD achetés. Si un DVD coûte 9,90 €, x DVD coûtent $9{,}90x$ €. Si un CD coûte 4,5 €, y CD coûtent $4{,}5y$ €. Donc Julien a payé <u>$9{,}9x + 4{,}5y$ €</u>. D'autre part, il a acheté x DVD et y CD, soit en tout <u>$x + y$ articles</u>. Puisqu'il a payé 70,20 € et qu'il a acheté 12 articles, le système d'équations qui traduit correctement le problème est le système 2.

b. /2 points

Commençons par exemple par résoudre ce système par combinaison. On multiplie les deux membres de la seconde équation par $(-4{,}5)$. On obtient : $\begin{cases} 9{,}9x + 4{,}5y = 70{,}2 \\ -4{,}5x - 4{,}5y = -54 \end{cases}$.
Ajoutons membre à membre les deux équations. On obtient :
$5{,}4x = 16{,}2$, soit $x = \frac{16{,}2}{5{,}4}$. Donc $x = 3$. **/1 point**
On pourrait déterminer y par combinaison, mais il est ici plus simple de remplacer x par 3 dans la seconde équation :
$x + y = 12$ donc $3 + y = 12$ et $y = 9$. **/1 point**

c. /0,5 point

Puisque x représente le nombre de DVD achetés, et y le nombre de CD achetés, Julien a acheté 9 CD et 3 DVD.

d. /1 point

Vérification : 9 CD et 3 DVD coûtent bien $9 \times 4{,}5 + 3 \times 9{,}9 = 40{,}5 + 29{,}7 = 70{,}2$ €.

Julien a d'autre part acheté $9 + 3 = 12$ articles.

EXERCICE 4 : **/4,5 points**

« Aujourd'hui, la somme de l'âge de Doris et de celui de Chloé est 34 ans. Dans 4 ans, Doris aura le double de l'âge de Chloé. Détermine l'âge de Doris et celui de Chloé. ».

a. /3 points
Appelons D l'âge actuel de Doris, et C l'âge actuel de Chloé. **/0,5 point**
« Aujourd'hui, la somme de l'âge de Doris et de celui de Chloé est 34 ans » se traduit par :
$D + C = 34$. **/0,5 point**
Dans 4 ans, l'âge de Doris sera $D + 4$ ans. **/0,5 point**
Dans 4 ans, l'âge de Chloé sera $C + 4$ ans. **/0,5 point**
« Doris aura le double de l'âge de Chloé » se traduit par : $D + 4 = 2(C + 4)$ **/0,5 point**
Le système qui traduit ce problème est donc : $\begin{cases} D + C = 34 \\ D + 4 = 2(C+4) \end{cases}$. **/0,5 point**

b. /1,5 points

Résolvons par exemple ce système par substitution. La première ligne nous donne :
$D + C = 34$ donc $D = 34 - C$.
Remplaçons D par $34 - C$ dans la seconde équation. On obtient :
$34 - C + 4 = 2(C + 4)$, soit $38 - C = 2C + 8$.
Donc $38 - 8 = 2C + C$
et $C = \dfrac{30}{3} = 10$. **/0,5 point**
Remplaçons maintenant C par 10 dans l'expression : $D = 34 - C$.
On obtient : $D = 34 - 10 = 24$. **/0,5 point**
Donc Doris a actuellement 24 ans et Chloé 10 ans. **/0,5 point**
Vérifions : $24 + 10 = 34$. Actuellement, la somme de l'âge de Doris et de l'âge de Chloé est bien 34 ans. D'autre part, dans 4 ans, Doris aura 28 ans et Chloé 14. Doris aura donc bien le double de l'âge de Chloé.

EXERCICE 5 : **/2 points**

Écris un système de deux équations à deux inconnues x et y ayant pour solution unique le couple (3 ; – 2). Chaque équation devra comporter les deux inconnues.

Ecrivons n'importe quel système incomplet comportant les inconnues x et y.
Par exemple : $\begin{cases} 3x + 2y = \ldots\ldots \\ 2x - 5y = \ldots\ldots \end{cases}$
Remplaçons x par 3 et y par (– 2) et calculons la valeur de chaque ligne : $\begin{cases} 3\times3 + 2\times(-2) = \mathbf{5} \\ 2\times3 - 5\times(-2) = \mathbf{16} \end{cases}$.
On obtient un système ***complet*** ayant pour solution unique le couple (3 ; – 2) en complétant le système ***incomplet*** avec les valeurs trouvées : $\begin{cases} 3x + 2y = \mathbf{5} \\ 2x - 5y = \mathbf{16} \end{cases}$.
Mais bien sûr, il y a une infinité d'autres réponses possibles !