Tests corrigés

Sommaire

TEST A1

1 Ordre de grandeur

a. 802 + 41,6 ≈ 800 + 40.

L'ordre de grandeur de 802 + 41,6 est 840.

b. 96,4 × 3,01 ≈ 100 × 3.

L'ordre de grandeur de 96,4 × 3,01 est 300.

c. 1 011 × 5,56 ≈ 1 000 × 5,6.

L'ordre de grandeur de 1 011 × 5,56 est 5 600.

2 Signe de l'opération prioritaire

a. 7 + 25 × 2 – 9

b. 28 – (5 + 6 × 3)

c. 7 × [4 + (1 + 2) × 5]

3 Les calculs en cours sont soulignés

a. $\underline{18 - 3} + 5$
= $\underline{15 + 5}$
= **20**

b. 45 – $\underline{3 \times 7}$
= $\underline{45 - 21}$
= **24**

c. 120 – (4 + $\underline{5 \times 7}$)
= 120 – ($\underline{4 + 35}$)
= $\underline{120 - 39}$
= **81**

4 Calculs

$G = \dfrac{15+9}{5-2}$

$G = \dfrac{24}{3}$

G = **8**

$H = \dfrac{6\times4+2}{5\times2}$

$H = \dfrac{24+2}{10}$

$H = \dfrac{26}{10}$

H = **2,6**

$K = \dfrac{12-(9-5)}{(7-5)\times4}$

$K = \dfrac{12-4}{2\times4}$

$K = \dfrac{8}{8}$

K = **1**

$L = \dfrac{(6-4)\times(7-2)}{8\times5\div4}$

$L = \dfrac{2\times5}{40\div4}$

$L = \dfrac{10}{10}$

L = **1**

TEST A2

1 Les signes

+ 1235 : signe **+ positif**
– 587 : signe **– négatif**
0 : n'a pas de signe
– 0,001 : signe **– négatif**
3,5 : signe **+ positif**

2 Les distances

Les distances à zéro des nombres + 5,7 ; – 5,8 ; + 64,78 et – 123,4 sont respectivement :

5,7 ; 5,8 ; 64,78 et 123,4.

3 Opposés des nombres

– 2 531 l'opposé est **2 531**
0 l'opposé est **0**
1 245 l'opposé est **– 1 245**
– 0,03 l'opposé est **0,03**
+ 0,003 l'opposé est **– 0,003**

4 Comparaison de nombres relatifs :

+ 5 < + 9 | **– 6 > – 12** | **+ 5,1 > – 5,3**
– 3 < + 8 | **– 5 > – 9** | **– 6,2 > – 6,4**

5 Ordre croissant

a. – 7 < – 5 < 0 < + 5 < + 12
b. – 24 < – 4,2 < – 4 < – 2,4 < 0 < + 2,4
c. – 3,23 < – 2,42 < – 2,4 < + 2,3 < + 2,33

6 Additions :

A = (– 11) + (– 9)
A = **– 20**

B = (+ 12) + (– 15)
B = **– 3**

C= (+ 1) + (+ 3) + (– 2)
C = (+ 4) + (– 2)
C = **+ 2**

D = (– 10,8) + (+ 2,5)
D = **– 8,3**

E = (+ 25,2) + (– 15,3)
E = **+ 9,9**

F = (– 21,15) + (+ 21,15)
F = **0**

7 De la soustraction à l'addition

a. (+ 5) – (– 6) = (+ 5) **+** (**+** 6)
b. (– 3) – (+ 2) = (– 3) **+** (**–** 2)
c. (+ 4) – (+ 8) = (+ 4) **+** (**–** 8)
d. (– 7) – (– 3,8) = (– 7) **+** (**+** 3,8)
e. (– 2,3) – (+ 7) = (– 2,3) **+** (**–** 7)
f. (+ 6,1) – (– 2)= (+ 6,1) **+** (**+** 2)

8 Soustractions

a. (+ 3) – (– 6)
= (+ 3) + (+ 6)
= **+ 9**

b. (– 3) – (– 3)
= (– 3) + (+ 3)
= **0**

c. (+ 7) – (+ 3)
= (+ 7) + (– 3)
= **+ 4**

d. (– 5) – (+ 12)
= (– 5) + (– 12)
= **– 17**

e. (+ 2,1) – (+ 4)
= (+ 2,1) + (– 4)
= **– 1,9**

f. (– 7) – (+ 8,25)
= (– 7) + (– 8,25)
= **– 15,25**

9 Simplifie

A = (– 5) – (– 135) + (+ 3,41) + (– 2,65)
A = **– 5+ 135 + 3,41– 2,65**

B = (+ 18) – (+ 15) + (+ 6) – (– 17) = **18– 15 + 6 + 17**

10 Trois calculs

A = (– 25) + (+ 3) – (– 25) + (– 7) + (+ 4) – (+1).

Rebecca
A = – 25 + 3 + 25 – 7 + 4 – 1
A = – 22 + 25 – 7 + 4 – 1
A = 3 – 7 + 4 – 1
A =– 1

Vincent
A = – 25 + 3 + 25 – 7 + 4 – 1
A = + 3 + 25 + 4 – 7 – 1 – 25
A = + 32 – 33
A = – 1

Esther
A = – 25 + 3 + 25 – 7 + 4 – 1
A =– 1

Le plus rapide est le calcul d'Esther.

11 Effectue les multiplications suivantes..

A = (– 7) × (– 8) = **+ 56**
B = (– 9) × 6 = **– 54**
C= – 5 × (– 11) = **+ 55**
D = – 8 × 0,5 = **– 4**
E = 10 × (– 0,8) = **– 8**
F = (– 7) × 0 = **0**

12 Calculs

A = – 25 × (– 9) × (– 4) = – 25 × 4 × 9 = – 100 × 9
A = **– 900**
B = 0,5 × 6 × (– 20) × 8 = – 0,5 × 20 × 6 × 8 =
B = – 10 × 48 = **– 480**

13 Signe des expressions

$C = \dfrac{56}{-74}$: **négatif**

$D = \dfrac{-6}{5}$: **négatif**

$E = -\dfrac{9}{13}$: **négatif**

$F = -\dfrac{7}{-45}$: **positif**

$G = -\dfrac{-8}{-9}$: **négatif**

14 Calcul mental

H = 45 ÷ (– 5) = **– 9**
I = (– 56) ÷ (– 8) = **+ 7**
J = – 59 ÷ (– 10) = **+ 5,9**
K = – 14 ÷ 4 = **– 3,5**

15 Effectue les calculs

L = $\underline{(-3-6)}$ × $\underline{(6-8)}$
L = $\underline{(-9) \times (-2)}$
L = **+ 18**

M = 12 – $\underline{(-21) \times 7}$
M = 12 $\underline{- (-147)}$
M = $\underline{12 + 147}$
M = + 159

N = – 15 + $\underline{(6-9)}$ × (– 4)
N = – 15 + $\underline{(-3) \times (-4)}$
N = – 15 + 12
N = **– 3**

Tests corrigés

TEST A3

1 Complète par une fraction.

a. $6 \times \dfrac{7}{6} = 7$ **c.** $18 \times \dfrac{67}{18} = 67$

b. $12 \times \dfrac{5}{12} = 5$ **d.** $7 \times \dfrac{98}{7} = 98$

2 Donne une écriture décimale de chaque quotient ou une valeur approchée au millième.

a. $\dfrac{14}{11} \approx 1{,}273$ **c.** $\dfrac{27}{10} = 2{,}7$ **e.** $\dfrac{9}{8} = 1{,}125$

b. $\dfrac{5}{6} \approx 0{,}833$ **d.** $\dfrac{2}{9} \approx 0{,}222$ **f.** $\dfrac{3}{25} = 0{,}12$

3 Parmi les quotients suivants, quels sont ceux égaux à $\dfrac{5}{3}$?

a. $\dfrac{45}{27} = \dfrac{9\times5}{9\times3} = \dfrac{5}{3}$ **c.** $\dfrac{54}{33} = \dfrac{18\times3}{11\times3} = \dfrac{18}{11}$

b. $\dfrac{0{,}05}{0{,}03} = \dfrac{0{,}05\times100}{0{,}03\times100} = \dfrac{5}{3}$ **d.** $\dfrac{90}{54} = \dfrac{18\times5}{18\times3} = \dfrac{5}{3}$

e. $\dfrac{40}{25} = \dfrac{8\times5}{5\times5} = \dfrac{8}{5}$

Les nombres égaux à $\dfrac{5}{3}$ sont : $\dfrac{45}{27}$; $\dfrac{0{,}05}{0{,}03}$ et $\dfrac{90}{54}$.

4 Simplifie chaque fraction au maximum.

a. $\dfrac{40}{90} = \dfrac{4\times10}{9\times10} = \dfrac{4}{9}$ **c.** $\dfrac{16}{24} = \dfrac{8\times2}{8\times3} = \dfrac{2}{3}$

b. $\dfrac{18}{72} = \dfrac{18\times1}{18\times4} = \dfrac{1}{4}$ **d.** $\dfrac{125}{75} = \dfrac{25\times5}{25\times3} = \dfrac{5}{3}$

5 Range dans l'ordre croissant les nombres :

$\dfrac{21}{18} = \dfrac{21\times2}{18\times2} = \dfrac{42}{36}$ $\dfrac{5}{4} = \dfrac{5\times9}{4\times9} = \dfrac{45}{36}$

On a donc : $\dfrac{42}{36} < \dfrac{43}{36} < \dfrac{45}{36}$ **d'où** $\dfrac{21}{18} < \dfrac{43}{36} < \dfrac{5}{4}$.

6 Range dans l'ordre décroissant les nombres :

inférieurs à 1 :	supérieurs à 1 :
$\dfrac{6}{13}$; $\dfrac{2}{13}$; $\dfrac{11}{13}$	$\dfrac{9}{7}$; $\dfrac{17}{7}$

On classe les fractions par ordre décroissant en commençant par celles supérieures à 1 :

$\dfrac{17}{7} > \dfrac{9}{7} > \dfrac{11}{13} > \dfrac{6}{13} > \dfrac{2}{13}$.

7 Calcule chacune des expressions :

$B = \dfrac{3}{5} + \dfrac{7}{20}$ $C = \dfrac{67}{11} - 5$

$B = \dfrac{3\times4}{5\times4} + \dfrac{7}{20}$ $C = \dfrac{67}{11} - \dfrac{5\times11}{1\times11}$

$B = \dfrac{12}{20} + \dfrac{7}{20}$ $C = \dfrac{67}{11} - \dfrac{55}{11}$

$B = \dfrac{19}{20}$ $C = \dfrac{12}{11}$

8 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$G = \dfrac{8}{37} \times \dfrac{37}{3} \times \dfrac{5}{8} = \dfrac{8\times37\times5}{37\times3\times8} = \dfrac{5}{3}$

$H = \dfrac{3{,}5}{0{,}3} \times \dfrac{1{,}08}{7} = \dfrac{7\times0{,}5\times0{,}3\times3{,}6}{0{,}3\times7} = 1{,}8 = \dfrac{18}{10} = \dfrac{9}{5}$

$I = \dfrac{22}{18} \times \dfrac{6}{11} = \dfrac{11\times2\times6}{6\times3\times11} = \dfrac{2}{3}$

9 Fraction lue par chacun :

$R = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{2\times1}{5\times2\times2} = \dfrac{1}{10}$

$B = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{1\times2}{2\times2\times5} = \dfrac{1}{10}$

Raphaël et Benoit ont lu la même fraction du livre, c'est-à-dire $\dfrac{1}{10}$.

10 Compare les nombres suivants.

a. $\dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{12}$ or $\dfrac{5}{12} > \dfrac{4}{12}$ donc $\dfrac{5}{12} > \dfrac{1}{3}$

donc $\dfrac{5}{-12} < \dfrac{-1}{3}$

b. $\dfrac{4}{3} = \dfrac{16}{12}$ et $\dfrac{-5}{-4} = \dfrac{5}{4} = \dfrac{15}{12}$ or $\dfrac{16}{12} > \dfrac{15}{12}$

donc $\dfrac{4}{3} > \dfrac{5}{4}$.

c. $\dfrac{9}{10} = \dfrac{54}{60}$ et $\dfrac{11}{12} = \dfrac{55}{60}$ or $\dfrac{54}{60} < \dfrac{55}{60}$

donc $\dfrac{9}{10} < \dfrac{11}{12}$.

d. $\dfrac{19}{20} = \dfrac{152}{160}$ et $\dfrac{31}{32} = \dfrac{155}{160}$ or $\dfrac{152}{160} < \dfrac{155}{160}$

donc $\dfrac{19}{20} < \dfrac{31}{32}$.

11 Les nombres suivants sont-ils égaux ?

a. $-\dfrac{-6}{-5} = \dfrac{-7}{6}$; – 7 × 5 = – 35 et 6 × (– 6) = – 36

donc $\dfrac{-7}{6} \neq -\dfrac{-6}{-5}$.

b. 14,5 × (– 20) = – 290 et 25 × (– 11,6) = – 290

donc $\dfrac{14{,}5}{25} = \dfrac{-11{,}6}{-20}$.

12 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $1 - \dfrac{-7}{3} = \dfrac{3}{3} - \dfrac{-7}{3} = \dfrac{3-(-7)}{3} = \dfrac{10}{3}$

b. $\dfrac{-2}{3} + \dfrac{7}{8} - \dfrac{5}{6}$

Le dénominateur commun est le plus petit multiple commun non nul à 3 ; 8 et 6 :

multiples de 3 : 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 18 ; 21 ; 24 ; 27 ; ...

multiples de 8 : 8 ; 16 ; 24 ; 32 ; ...

multiples de 6 : 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30 ; ...

$\dfrac{-2\times8}{3\times8} + \dfrac{7\times3}{8\times3} - \dfrac{5\times4}{6\times4} = \dfrac{-16}{24} + \dfrac{21}{24} - \dfrac{20}{24}$

$C = \dfrac{-16+21-20}{24} = \dfrac{-15}{24} = -\dfrac{5}{8}$

c. $\dfrac{-2}{10} + \dfrac{7}{25} = \dfrac{-10}{50} + \dfrac{14}{50} = \dfrac{4}{50} = \dfrac{2}{25}$

d. $\dfrac{3}{7} - \dfrac{7}{10} = \dfrac{30}{70} - \dfrac{49}{70} = \dfrac{-19}{70}$

13 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $\dfrac{-12}{33} \times \dfrac{44}{-15} = \dfrac{4\times3\times4\times11}{3\times11\times3\times5} = \dfrac{16}{15}$

b. $\dfrac{-7}{15} \times \left(-\dfrac{5}{21}\right) = \dfrac{7\times5}{3\times5\times3\times7} = \dfrac{1}{9}$

c. $-\dfrac{-51}{26} \times \dfrac{39}{-34} = -\dfrac{17\times3\times13\times3}{2\times13\times17\times2} = -\dfrac{9}{4}$

d. $3 \times \dfrac{7}{-3} = -\dfrac{3\times7}{3} = -7$

14 Donne l'inverse des nombres suivants :

Inverse de – 6 : $(-6)^{-1} = -\dfrac{1}{6}$

Inverse de 3,5 : $3{,}5^{-1} = \dfrac{1}{3{,}5} = \dfrac{2}{7}$

Inverse de $\dfrac{-15}{4}$: $\left(\dfrac{-15}{4}\right)^{-1} = -\dfrac{4}{15}$

Inverse de $\dfrac{1}{4}$: $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1} = \dfrac{4}{1} = 4$

15 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$B = \frac{-7}{3} \div \frac{-21}{6} = \frac{7}{3} \times \frac{6}{21} = \frac{7\times 6}{3\times 21} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

$C = \frac{-4}{\frac{7}{\frac{7}{3}}} = -4 \times \frac{3}{7} = \frac{-4\times 3}{7} = \mathbf{-\frac{12}{7}}$

$D = \frac{\frac{-4}{7}}{\frac{3}{-5}} = \frac{-4}{7} \times \frac{-5}{3} = \frac{4\times 5}{7\times 3} = \mathbf{\frac{20}{21}}$

TEST A4

1 Donne l'écriture décimale de

$A = 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = \mathbf{81}$

$B = (-10)^5 = (-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10)$

$B = \mathbf{-100\,000}$

$C = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{32} = \mathbf{0{,}03125}$

2 Donne le signe de chaque nombre

$C = (-15)^6$

$C = (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15)$:

il y a six facteurs négatifs donc C est **positif**.

$D = -15^6 = -(15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15)$:

donc D est **négatif**.

$E = 15^{-6} = \frac{1}{15^6}$: donc E est **positif** car il n'y a aucun facteur négatif.

$F = (15)^{-6} = \frac{1}{(15)^6} = \frac{1}{15^6}$: donc F est **positif** car il n'y a aucun facteur négatif.

$G = (-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1)$: il y a trois facteurs négatifs donc G est **négatif**.

$H = -5^{-4} = -(5^{-4}) = -\frac{1}{5^4} = -\frac{1}{5\times5\times5\times5}$: il y a un seul facteur négatif donc H est **négatif.**

3 Calcule chaque nombre.

$A = 5 \times 2^{-1} - 3^{-2}$

$A = 5 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3^2}$

$A = \frac{5}{2} - \frac{1}{9}$

$A = \frac{45}{18} - \frac{2}{18}$

$A = \frac{43}{18}$

$C = \frac{(5-2\times 3)^4}{(2-3)^5}$

$C = \frac{(5-6)^4}{(-1)^5}$

$C = \frac{(-1)^4}{-1}$

$C = -1$

$B = 3 \times (1-3)^5 - 2^2 \times (3+2)$

$B = 3 \times (-2)^5 - 2^2 \times 5$

$B = -3 \times 32 - 4 \times 5$

$B = -96 - 20$

$B = -116$

4 Donne l'écriture décimale des nombres.

$A = 32{,}48 \times 10^6 = 32{,}48 \times 1\,000\,000 = \mathbf{32\,480\,000}$

$B = 0{,}78 \times 10^2 = 0{,}78 \times 100 = \mathbf{78}$

$C = 401 \times 10^{-2} = 401 \times 0{,}01 = \mathbf{4{,}01}$

$D = 94{,}6 \times 10^{-4} = 94{,}6 \times 0{,}000\,1 = \mathbf{0{,}009\,46}$

5 Par combien faut-il multiplier ?

a. $234{,}428 \times \mathbf{10^{-5}} = 0{,}002\,344\,28$

b. $5\,000 \times \mathbf{10^{-6}} = 0{,}005$

c. $0{,}3 \times \mathbf{10^4} = 3\,000$

d. $3{,}4324 \mathbf{\times 10^5 = 343\,240}$

6 Écris sous la forme d'une seule puissance de 10 les nombres.

$C = 10^6 \times 10^{-8} = 10^{6+(-8)} = 10^{6-8} = \mathbf{10^{-2}}$

$D = (10^{-1})^{-3} = 10^{(-1)\times(-3)} = \mathbf{10^3}$

$E = \frac{10^{-2}}{10^2} = 10^{-2-2} = \mathbf{10^{-4}}$

$F = 10^2 \times 10^{-3} \times 10 = 10^2 \times 10^{-3} \times 10^1 = 10^{2-3+1} = \mathbf{10^0}$

7 Donne l'écriture scientifique des nombres suivants.

$B = 21\,600 = \mathbf{2{,}16 \times 10^4}$

$C = 0{,}012 = \mathbf{1{,}2 \times 10^{-2}}$

$D = 58{,}4 \times 10^2 = 5{,}84 \times 10^1 \times 10^2 = 5{,}84 \times 10^{1+2}$

$D = \mathbf{5{,}84 \times 10^3}$

$E = 0{,}147 \times 10^{-1} = 1{,}47 \times 10^{-1} \times 10^{-1}$

$E = 1{,}47 \times 10^{-1+(-1)} = \mathbf{1{,}47 \times 10^{-2}}$

8 Range dans l'ordre croissant les nombres suivants.

Pour comparer les nombres, on les écrit en notation scientifique :

$E = 33{,}5 \times 10^{-3} = 3{,}35 \times 10^{-2}$

$F = 7{,}2 \times 10^3 = 7{,}2 \times 10^3$

$G = 0{,}02 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-4}$

$H = 99{,}1 \times 10^{-4} = 9{,}91 \times 10^{-3}$

$2 \times 10^{-4} < 9{,}91 \times 10^{-3} < 3{,}35 \times 10^{-2} < 7{,}2 \times 10^3$

soit : G < H < E < F

9 Calcule chaque nombre et donne le résultat en notation scientifique.

$A = 45 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-26}$

$A = 45 \times 4 \times 10^{-14}$

$A = 90 \times 10^{-14}$

$A = 9 \times 10^{-13}$

$B = \frac{36 \times 10^{15}}{3 \times 10^{-17}}$

$B = \frac{36}{3} \times 10^{32}$

$B = 12 \times 10^{32}$

$B = 1{,}2 \times 10^{33}$

TEST A5

1 Divisions euclidiennes :

$$\begin{array}{rr|l} & 354 & 16 \\ \cline{3-3} - & 32 & \mathbf{22} \\ \cline{1-2} & 34 & \\ - & 32 & \\ \cline{1-2} & \mathbf{002} & \end{array} \qquad \begin{array}{rr|l} & 6384 & 84 \\ \cline{3-3} - & 588 & \mathbf{76} \\ \cline{1-2} & 50 & \\ & 504 & \\ - & 504 & \\ \cline{1-2} & \mathbf{000} & \end{array}$$

Donc

$\mathbf{354 = 16 \times 22 + 2}$

Donc

$\mathbf{6\,384 = 84 \times 76 + 0}$

$851 = 19 \times 43 + 16 + 15 = 19 \times 44 + 15.$

2 Quotient et reste de la division euclidienne de 851 par 43

$851 = 19 \times 43 + 34$ et $34<43$ donc le quotient est 19 et le reste est 34

$34>19$ donc cette façon d'écrire ne convient pas,

on a $851 = 19 \times 44 + 15$.

Le quotient est 44 et le reste est 15

3 Trouve toutes les possibilités pour le chiffre manquant #, sachant que 3 et 4 divisent le nombre 2 0#4.

Si 3 divise le nombre 2 0#4, cela signifie que la somme des chiffres qui le compose est divisible par 3, ou encore : 2 + 0 + # + 4 soit 6 + # est divisible par 3.

Les valeurs possibles sont :

- 0 (car 6 + 0 = 6),
- 3 (car 6 + 3 = 9),
- 6 (car 6 + 6 = 12) et
- 9 (car 6 + 9 = 15).

Si 4 divise le nombre 2 0#4, cela signifie que le nombre formé par ses deux derniers chiffres, #4, est divisible par 4.

Les valeurs possibles sont :

- 0 (car 04 est divisible par 4),
- 2 (car 24 est divisible par 4),
- 4 (car 44 est divisible par 4),
- 6 (car 64 est divisible par 4) et
- 8 (car 84 est divisible par 4).

Tests corrigés

Puisque 3 **et** 4 divisent le nombre 2 0#4, il faut prendre les valeurs communes aux deux propositions précédentes, soit **0** et **6**.

Le nombre 2 0#4 peut donc être **2 004** ou **2 064**.

4 Établis la liste des diviseurs des entiers suivants : 60, 43 et 36.

$60 = 1 \times 60$; $60 = 2 \times 30$; $60 = 3 \times 20$;
$60 = 4 \times 15$; $60 = 5 \times 12$; $60 = 6 \times 10$.

Donc **les diviseurs de 60 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.**

43 est un nombre premier.
Donc **les diviseurs de 43 sont 1 et 43.**

$36 = 1 \times 36$; $36 = 2 \times 18$; $36 = 3 \times 12$;
$36 = 4 \times 9$; $36 = 6 \times 6$.

Donc les diviseurs de 36 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36.

5 Les nombres suivants sont -ils premiers ? 23 ; 79 ; 91
On essaye la division par 2; 3; 5; 7... (avec les critères de divisibilités)

Pour 23 : pas divisible par 2 , ni 3, ni 5 et $23/5 \approx 4$ (< 5). On s'arrête. **23 est premier.**

Pour 79 : pas divisible par 2 , ni 3, ni 5, ni 7, ni 11
et $79 \div 11 \approx 7$ (< 11). On s'arrête. **79 est premier.**

Pour 91 : pas divisible par 2 , ni 3, ni 5, mais divisible par 7. On s'arrête. **91 n'est pas premier.**

6 Décomposition en produit de facteurs premiers

276 est divisible par 2 : **138**

138 est divisible par 2 : **69**

69 est divisible par 3 : 23 qui est premier
donc **$276 = 2^2 \times 3 \times 23$**

161 est divisible par 7 : 23qui est premier donc
$161 = 7 \times 23$

7 Rendre des fractions irréductibles.

$\frac{48}{60} = \frac{6 \times 8}{6 \times 10} = \frac{8}{10} = \frac{2 \times 4}{2 \times 5} = \mathbf{\frac{4}{5}}$.

En décomposant 246 et 161 en produit de facteurs premiers (comme au N°6) on obtient :
$276 = 2^2 \times 3 \times 23$ et $161 = 7 \times 23$
On peut donc simplifier par 23.

Donc $\frac{276}{161} = \frac{12 \times 23}{7 \times 23} = \mathbf{\frac{12}{7}}$.

TEST A6

1 Simplifie les expressions en supprimant les signes × lorsque c'est possible.

A = $b \times a$
A = **ba**
B = $5 \times x \times x \times x$
B = **$5x^3$**
C = $(3{,}7 \times y - 1{,}5 \times z + 0{,}4 \times 3{,}5) \times 9$
C = **$9(3{,}7y - 1{,}5z + 0{,}4 \times 3{,}5)$**

2 Replace les signes × dans chacune des expressions suivantes.

A = $12ac + 35ab - 40bc$
A = $12 \times a \times c + 35 \times a \times b - 40 \times b \times c$
B = $1{,}2abc$
B = $1{,}2 \times a \times b \times c$
C = $5{,}6(x^2 - 2{,}5y + 32)$
C = $5{,}6 \times (x \times x - 2{,}5 \times y + 32)$

3 Réduis, si possible, les expressions suivantes :

a. $x + x$ = **$2x$**
b. $x \times x$ = **x^2**
c. $2x + x$ = **$3x$**
d. $3x + 2$ rien
e. $2x \times x$ = **$2x^2$**
f. $x^2 + x$ rien
g. $0 \times x$ = **0**
h. $1 + 2x$ rien
i. $0 + x$ = **x**
j. $5x \times 6x$ = **$30x^2$**
k. $4 \times x \times 5$ = **$20x$**
l. $x \times x + x$ = **$x^2 + x$**

4 Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes.

A = $x^2 - (4xy - 5y - 4x)$
A = $x^2 + (-4xy) + (+5y) + (+4x)$
A = **$x^2 - 4xy + 5y + 4x$**

B = $(2a + 5b - 4) - (a^2 - b^2 + 1)$
B = $2a + 5b - 4 + (-a^2) + (+b^2) + (-1)$
B = **$2a + 5b - 4 - a^2 + b^2 - 1$**

C = $-(2x - 5) + (5 - 2x)$
C = $(-2x) + (+5) + (+5) + (-2x)$
C = **$-2x + 5 + 5 - 2x$**

5 Réduis les expressions suivantes.

A = $3a - (6 + 7a^2) + 4a - 5 = 3a - 6 - 7a^2 + 4a - 5$
A = **$-7a^2 + 7a - 11$**

B = $4x(3x - 6) - (2x - 1)(3 + 5x)$
B = $4x \times 3x - 4x \times 6 - (2x \times 3 + 2x \times 5x - 1 \times 3 - 1 \times 5x)$
B = $12x^2 - 24x - 6x - 10x^2 + 3 + 5x$
B = **$2x^2 - 25x + 3$**

6 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $x = 2$ puis pour $x = 6$.

Pour $x = 2$:

A= $3x(x + 5)$
A = $3 \times 2 \times (2 + 5)$
A = 6×7
A = **42**

B = $7x - x^2$
B = $7 \times 2 - 2 \times 2$
B = $14 - 4$
B = **10**

C = $x^3 + 3x^2 - x$
C = $2 \times 2 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 - 2$
C = $8 + 12 - 2$
C = **18**

Pour $x = 6$:

A = $3x(x + 5)$
A = $3 \times 6 \times (6 + 5)$
A = 18×11
A = **198**

B= $7x - x^2$
B = $7 \times 6 - 6 \times 6$
B = $42 - 36$
B = **6**

C = $x^3 + 3x^2 - x$
C = $6 \times 6 \times 6 + 3 \times 6 \times 6 - 6$
C = $216 + 108 - 6$
C = **318**

7 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $a = 3$ et $b = 5$.

A = $4a + 5b - 56$
A = $4 \times 3 + 5 \times 5 - 56$
A = $12 + 25 - 56$
A = **– 19**

B= $a^3 + b^2 + 7ab$
B = $3 \times 3 \times 3 + 5 \times 5 + 7 \times 3 \times 5$
B = $27 + 25 + 105$
B = **157**

C = $2(5a + 3b + 1)$
C = $2(5 \times 3 + 3 \times 5 + 1)$
C = $2(15 + 15 + 1)$
C = 2×31
C = **62**

8 Calcule les expressions suivantes :

A = $6t - 8$ pour $t = -3$
A = $6(-3) - 8 = -18 - 8$ **= -26**

B = $-3x + 7$ pour $x = -2$;
B = $-3(-2) + 7 = 6 + 7$ **= 13**

C = $-3y^2 - 8y - 5$ Pour $y = -3$.
C = $-3(-3)^2 - 8(-3) - 5$
C = $-3 \times 9 + 24 - 5$
C= $-27 + 19$ **= -8**

9 Calcul de l'expression B écrite sous trois formes différentes :
L'expression qui permet d'arriver au résultat en faisant le moins d'opérations est en couleur.

Pour x =	La forme initiale	La forme réduite	La forme factorisée
Pour $x = 5$	$B = (x - 5)^2 + 8x - 40$ $= (5 - 5)^2 + 8 \times 5 - 40$ $= 0 + 40 - 40$ $= 0$	$B = x^2 - 2x - 15$ $= 5^2 - 2 \times 5 - 15$ $= 25 - 10 - 15$ $= 0$	**$B = (x - 5)(x + 3)$ $= (5 - 5)(5 + 3)$ $= 0$**
Pour $x = 0$	$B = (x - 5)^2 + 8x - 40$ $= (0 - 5)^2 + 8 \times 0 - 40$ $= 25 + 0 - 40$ $= - 15$	**$B = x^2 - 2x - 15$ $= 0^2 - 2 \times 0 - 15$ $= 0 - 0 - 15$ $= - 15$**	$B = (x - 5)(x + 3)$ $= (0 - 5)(0 + 3)$ $= (- 5)(3)$ $= - 15$
Pour $x = - 3$	$B = (x - 5)^2 + 8x - 40$ $= (-3 - 5)^2 + 8 \times (-3) - 40$ $= (-8)^2 - 24 - 40$ $= 64 - 64$ $= 0$	$B = x^2 - 2x - 15$ $= (-3)^2 - 2 \times (-3) - 15$ $= 9 + 6 - 15$ $= 0$	**$B = (x - 5)(x + 3)$ $= (-3 - 5)(-3 + 3)$ $= (-8)(0)$ $= 0$**

10 Parmi les nombres entiers de 0 à 10, lesquels rendent vraie l'égalité $4(x + 3) = 6x + 2$?

x	$4(x + 3)$	$6x + 2$	x est-il solution ?
0	$4(0 + 3) = 12$	$6 \times 0 + 2 = 2$	NON
1	$4(1 + 3) = 16$	$6 \times 1 + 2 = 8$	NON
2	$4(2 + 3) = 20$	$6 \times 2 + 2 = 14$	NON
3	$4(3 + 3) = 24$	$6 \times 3 + 2 = 20$	NON
4	$4(4 + 3) = 28$	$6 \times 4 + 2 = 26$	NON
5	$4(5 + 3) = 32$	$6 \times 5 + 2 = 32$	**OUI**
6	$4(6 + 3) = 36$	$6 \times 6 + 2 = 38$	NON
7	$4(7 + 3) = 40$	$6 \times 7 + 2 = 44$	NON
8	$4(8 + 3) = 44$	$6 \times 8 + 2 = 50$	NON
9	$4(9 + 3) = 48$	$6 \times 9 + 2 = 56$	NON
10	$4(10 + 3) = 52$	$6 \times 10 + 2 = 62$	NON

11 Les nombres 3, – 2 et 5 sont-ils solutions de l'équation $x^2 + 4 = 3x + 14$?

x	$x^2 + 4$	$3x + 14$	x est-il solution ?
3	$3^2 + 4 = 13$	$3 \times 3 + 14 = 23$	**NON**
–2	$(-2)^2 + 4 = 8$	$3 \times (-2) + 14 = 8$	**OUI**
5	$5^2 + 4 = 29$	$3 \times 5 + 14 = 29$	**OUI**

12 Parmi -2 ; 0 ; $\frac{1}{2}$ et 3, lesquels sont solutions de l'inéquation $3x - 2 \leqslant 5x - 3$?

Si $x = -2$:
calculons le premier membre :
$3 \times (-2) - 2 = -6 - 2 = -8$
calculons le second membre :
$5 \times (-2) - 3 = -10 - 3 = -13$
$-8 > -13$ **donc -2 n'est pas solution de cette inéquation.**

Si $x = 0$:
calculons le premier membre : $3 \times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$
calculons le second membre : $5 \times 0 - 3 = 0 - 3 = -3$
$-2 > -3$ **donc 0 n'est pas solution de cette inéquation.**

Si $x = \frac{1}{2}$:

calculons le premier membre : $3 \times \frac{1}{2} - 2 = 1{,}5 - 2 = -0{,}5$

calculons le second membre : $5 \times \frac{1}{2} - 3 = 2{,}5 - 3 = -0{,}5$

$-0{,}5 \leqslant -0{,}5$ donc $\frac{1}{2}$ est une solution de cette inéquation.

Si $x = 3$:
calculons le premier membre : $3 \times 3 - 2 = 9 - 2 = 7$
calculons le second membre : $5 \times 3 - 3 = 15 - 3 = 12$
$7 \leqslant 12$ donc 3 est solution de cette inéquation.

13 De quelles inéquations, parmi les suivantes, le nombre $-\frac{2}{3}$ est-il solution ?

$7x + 3 > 2x - 2$

Membre de gauche : $7 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 3 = \frac{-14}{3} + \frac{9}{3} = \frac{-5}{3}$

Membre de droite : $2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 2 = \frac{-4}{3} - \frac{6}{3} = \frac{-10}{3}$

$\frac{-5}{3} > \frac{-10}{3}$ donc $-\frac{2}{3}$ est solution de l'inéquation $7x + 3 > 2x - 2$.

$2x - 5 \geqslant x + 8$

Membre de gauche : $2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 5 = \frac{-4}{3} - \frac{15}{3} = \frac{-19}{3}$

Membre de droite : $+ 8 = \frac{-2}{3} + \frac{24}{3} = \frac{22}{3}$

$\frac{-19}{3} \leqslant \frac{22}{3}$ donc $-\frac{2}{3}$ n'est pas une solution de l'inéquation $2x - 5 \geqslant x + 8$.

$x - 9 \leqslant -3x + 2$

Membre de gauche : $-\frac{2}{3} - 9 = \frac{-2}{3} - \frac{27}{3} = \frac{-29}{3}$

Membre de droite : $-3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 2 = \frac{6}{3} + 2 = 2 + 2 = 4$

$\frac{-29}{3} \leqslant 4$ donc $-\frac{2}{3}$ est une solution de l'inéquation $x - 9 \leqslant -3x + 2$.

$-2x + 3 < 9$

Membre de gauche : $-2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 3 = \frac{4}{3} + \frac{9}{3} = \frac{13}{3}$

$\frac{13}{3} < 9$ donc $-\frac{2}{3}$ est solution de l'inéquation $-2x + 3 < 9$.

TEST A7

1 Factoriser
$A = 10x - 8 = \underline{2} \times 5x - \underline{2} \times 4 = 2(5x - 4)$
$B = 6y^5 - 8y^2 = \underline{2 \times y^2} \times 3 \times y^3 - \underline{2 \times y^2} \times 4$
$B = 2y^2(3y^3 - 4)$
$C = 3x^2 + 4x = \underline{x} \times 3x + \underline{x} \times 4 = x(3x + 4)$

Tests corrigés

2 Factoriser bis

D = $6x - 5x^2 = x \times 6 - x \times 5x = x(6 - 5x)$

E = $7uv + 21u^2 = 7u \times v + 7u \times 3u = 7u(v + 3u)$

F = $2(3x - 2) - 9x(3x - 2) = (3x - 2)(2 - 9x)$

G = $5a - 25 = 5 \times a - 5 \times 5 = 5(a - 5)$

3 Écrire sous la forme $a(x + 7)$.

A = $4x + 28 = \underline{4} \times x + \underline{4} \times 7 = 4(x + 7)$

B = $\frac{2}{3}x + \frac{14}{3} = \frac{2}{3} \times x + \frac{2}{3} \times 7 = \frac{2}{3}(x + 7)$

C = $0{,}5x + 3{,}5 = \underline{0{,}5} \times x + \underline{0{,}5} \times 7 = 0{,}5(x + 7)$

D = $-5x - 35 = \underline{-5} \times x + \underline{-5} \times 7 = -5(x + 7)$

4 Facteur commun.

E = $3x^2 + 5xy = \mathbf{x} \times 3 \times x + \mathbf{x} \times 5 \times y$

F = $25ab - 10a^2 + 30a$

F = $\mathbf{5 \times a} \times 5 \times b - \mathbf{5 \times a} \times 2 \times a + \mathbf{5 \times a} \times 6$

G = $4x(5 + 3x) + 7(5 + 3x)$

G = $4x \times \mathbf{(5 + 3x)} + 7 \times \mathbf{(5 + 3x)}$

5 Factorise M

M = $\underline{(x + 2)}(x - 4) + \underline{(x + 2)}(x - 5)$

M = $(x + 2)[(x - 4) + (x - 5)]$

M = $(x + 2)(x - 4 + x - 5)$

M = $(x + 2)(2x - 9)$

6 Complète :

A = $x(3 + 2x) = x \times \mathbf{3} + \mathbf{x} \times 2x = 3x + 2x^2$

7 Développe :

A=$5(x + 3) = 5 \times x + 5 \times 3 = 5x + 15$

8 Complète :

B = $3a(4b - \mathbf{5a}) = \mathbf{12ab} - 15a^2$

C = $5x(3y - \mathbf{4}) = \mathbf{15}xy - 20x$

9 Développe les expressions suivantes.

D = $3(a - 6b + 9) = 3 \times a - 3 \times 6b + 3 \times 9$

D = $3a - 18b + 27$

E = $-2t(5t - 4) = -2t \times 5t - (-2t) \times 4 = -10t^2 + 8t$

10 Développe

A = $(x + 7)(4y - 5)$

A = $x \times 4y - x \times 5 + 7 \times 4y - 7 \times 5$

A = $4xy - 5x + 28y - 35$

B = $(a + b)(x - y) = ax - ay + bx - by$

C = $\left(\frac{x}{2} - 5\right)\left(2z - \frac{3}{2}\right)$

C = $\frac{x}{2} \times 2z + \frac{x}{2} \times \frac{-3}{2} - 5 \times 2z - 5 \times \frac{-3}{2}$

C = $xz - \frac{3x}{4} - 10z + \frac{15}{2}$

11 Factorise avec une identité remarquable.

D = $16x^2 + 24x + 9 = (4x)^2 + 2 \times 4 \times x \times 3 + 3^2 = (4x + 3)^2$

E = $49x^2 - 70x + 25 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 5 + 5^2 = (7x - 5)^2$

F = $x^2 - 81 = x^2 - 9^2 = (x - 9)(x + 9)$

12 Développe et réduis.

A = $(x + 6)^2 = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2 = x^2 + 12x + 36$

B = $(x - y)^2 = x^2 - 2 \times x \times y + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$

C = $(3a + 1)^2 = (3a)^2 + 2 \times 3a \times 1 + 1^2 = 9a^2 + 6a + 1$

D = $(6x - 5)^2 = (6x)^2 - 2 \times 6x \times 5 + 5^2 = 36x^2 - 60x + 25$

E = $(z + 3)(z - 3) = z^2 - 3^2 = z^2 - 9$

F = $(4x + 7y)(4x - 7y) = (4x)^2 - (7y)^2 = 16x^2 - 49y^2$

TEST de A8

1 Résous les équations suivantes.

a. $6x = 24$ donc $x = \frac{24}{6}$ et $x = 6$

b. $8 + x = 51$ donc $x = 51 - 8$ et $x = 43$

2 Résous les équations suivantes.

a. $3x + 5 = 4$
$3x = 4 - 5$
$3x = -1$
$x = \frac{-1}{3}$

b. $7x + 8 = 14x$
$7x - 14x = -8$
$-7x = -8$
$x = \frac{-8}{-7} = \frac{8}{7}$

c. $5x + 3 = 7 + 5x$
$5x - 5x = 7 - 3$
$0x = 4$

La solution de l'équation $3x + 5 = 4$ est $\frac{-1}{3}$.

La solution de l'équation $7x + 8 = 14x$ est $\frac{8}{7}$.

L'équation $5x + 3 = 7 + 5x$ n'a pas de solution.

3 Simplifie les équations suivantes puis résous-les.

a. $7(2x + 3) - 23 = -x + 5(2x + 1)$
$14x + 21 - 23 = -x + 10x + 5$
$14x - 2 = 9x + 5$
$14x - 9x = 5 + 2$
$5x = 7$
$x = \frac{7}{5}$ La solution de cette équation est $\frac{7}{5}$.

b. $\frac{x}{3} + 2 = \frac{5x}{6} - 1$
$\frac{2x}{6} + \frac{12}{6} = \frac{5x}{6} - \frac{6}{6}$
$2x + 12 = 5x - 6$
$2x - 5x = -6 - 12$
$-3x = -18$
$x = \frac{-18}{-3} = 6$
La solution de cette équation est 6.

c. $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 2$
$x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 2$
$x^2 + 3x + 2 = x^2 + 2$
$x^2 - x^2 + 3x = 2 - 2$
$3x = 0$
$x = \frac{0}{3} = 0$
La solution de cette équation est 0.

4 Résous les équations produit suivantes.

a. $(x - 4)(x + 9) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$x - 4 = 0$ ou $(x + 9) = 0$
$x = 4$ $x = -9$

Les solutions de l'équation sont donc -9 et 4.

b. $(4x - 1)(9x - 2) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$4x - 1 = 0$ ou $9x - 2 = 0$
$x = \frac{1}{4}$ $x = \frac{2}{9}$

Les solutions de l'équation sont donc $\frac{2}{9}$ et $\frac{1}{4}$.

c. $(3x + 2)^2 = 0$ soit $(3x + 2) \times (3x + 2) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$3x + 2 = 0$ ou $3x + 2 = 0$

c'est-à-dire $x = \frac{-2}{3}$. La solution de l'équation est donc $\frac{-2}{3}$.

5 Résous les inéquations d'inconnue x suivantes.

$7x + 3 > 2x - 2$
$5x > -5$
$\mathbf{x > -1}$

$-5x - 9 \leqslant -x + 2$
$-4x \leqslant 11$
$x \geqslant \frac{-11}{4}$

$2x - 5 \geqslant 4x + 8$
$-2x \geqslant 13$
$x \leqslant \frac{-13}{2}$

$-2x + 3 < -9$
$-2x < -12$
$\mathbf{x > 6}$

6 Que vaut le nombre x si…

Le triple de la différence de x et de 7 est : $3 \times (x - 7)$.

La moitié de la somme de x et de 1 est : $\frac{x+1}{2}$.

D'où l'équation : $3 \times (x - 7) = \frac{x+1}{2}$.

$3x - 21 = \frac{x+1}{2}$

$\frac{6x-42}{2} = \frac{x+1}{2}$

$6x - 42 = x + 1$

$6x - x = 1 + 42$

$5x = 43$ **Le nombre qui vérifie les conditions**

$x = \frac{43}{5}$ **de l'énoncé est $\frac{43}{5}$ soit 8,6.**

7 J'ai deux ans de plus que Julie et Marc a le double de mon âge.

Soit x mon âge.

Julie a 2 ans de moins que moi. Elle a : $x - 2$

Marc a le double de mon âge. Il a : $2 \times x = 2x$.

À nous trois, nous avons 110 ans :

$x + (x - 2) + 2x = 110$

$x + x - 2 + 2x = 110$

$4x - 2 = 110$

$4x = 110 + 2$

$4x = 112$

$x = \frac{112}{4} = 28$ **J'ai donc 28 ans.**

8 Parallélogramme et rectangle de même aire.

Le parallélogramme a pour aire :

$A = 7\times (4x - 5)$

Le rectangle a pour aire :

$B = (3x + 1)\times (4x - 5)$

On veut A = B donc $7\times (4x - 5) = (3x + 1)\times (4x - 5)$

soit $7\times (4x - 5) - (3x + 1)\times (4x - 5) = 0$

On factorise : $(4x - 5)\ (7 - (3x + 1)) = 0$

$(4x - 5)\ (7 - 3x - 1) = 0$

$(4x - 5)\ (6 - 3x) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$4x - 5 = 0$ ou $6 - 3x = 0$

$4x = 5$ ou $-3x = -6$

$x = \frac{5}{4}$ ou $x = 2$

Si $x = \frac{5}{4}$ le parallélogramme et le rectangle ont une base nulle, ils ont une aire nulle.

Il faut donc que **$x = 2$ pour avoir des aires égales** (non nulles)

9 Après avoir ajouté 5 au triple d'un nombre, on obtient un nombre négatif. Que peux-tu dire du nombre choisi au départ ?

Soit x le nombre choisi.

Son triple est $3x$ et si on ajoute 5 on a : $3x + 5$

donc $3x + 5 < 0$

$3x < -5$ et donc $x < \frac{-5}{3}$

Le nombre choisi était **strictement inférieur à $\frac{-5}{3}$**

TEST B1

1 Tableaux de proportionnalité

a.

1	**4**	6	**17**
3	12	**18**	51

b.

2,5	5	**15**	50
3	6	18	**60**

c.

1	2	**10**	3,5
4,5	9	45	**15,75**

2 Rece

a. $6 \div 2 = 3$ et $420 \div 3 = 140$ donc il faut **140 g** de riz pour 2 personnes.

$6 + 2 = 8$ et $420 + 140 = 560$ donc il faut **560 g** de riz pour 8 personnes.

b. $140 \div 2 + 560 = 630$ et $2 \div 2 + 8 = 9$ donc 630 g de riz pourront nourrir **9 personnes**.

$2\,100 \div 420 = 5$ et $6 \times 5 = 30$ donc 2,1 kg (2 100 g) pourront nourrir **30 personnes**.

3 Masse du jaune d'œuf

Première méthode :

La masse de coquille est $60 \times \frac{10}{100} = 6$ g.

La masse de blanc est $60 \times \frac{60}{100} = 36$ g.

Donc la masse de jaune est $60 - (6 + 36) =$ **18 g.**

Deuxième méthode :

Le jaune représente $\frac{100}{100} - \left(\frac{10}{100} + \frac{60}{100}\right)$

$= \frac{30}{100}$ de la masse totale.

Donc la masse de jaune est $60 \times \frac{30}{100}$ = 18 g.

4 Pourcentage de coqs

Poulets	600	100
Coqs	240	t

Déterminons le coefficient de proportionnalité k :

$k = 240 \div 600 = 0,4$.

D'où $t = 100 \times 0,4 = 40$.

Donc il y a 40 % de coqs parmi les poulets.

5 Dimensions sur le plan

L'échelle 1/50 signifie que 50 cm dans la réalité sont représentés par 1 cm sur le plan.

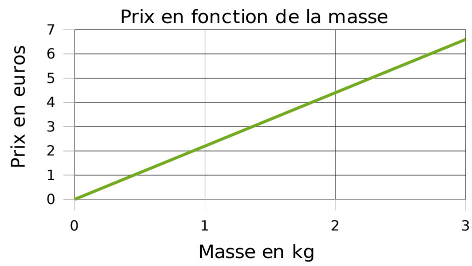
		Longueur	largeur
Dimensions réelles (en cm)	50	550	380
Dimensions sur le plan (en cm)	1	**11**	**7,6**

÷ 50

Sur le plan la chambre est représentée par un rectangle de **11 cm** de longueur sur **7,6 cm** de largeur.

6 Représente une situation de proportionnalité.

Nous sommes dans une situation de proportionnalité donc la représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère. Pour tracer cette droite, il nous suffit d'un autre point. L'énoncé nous donne ses coordonnées car « le kilogramme de clémentines est vendu 2,20 € ». La droite passera donc par le point de coordonnées (1 ; 2,2). On obtient la représentation graphique suivante *(les unités ne sont pas respectées pour des raisons de mise en page).*



Tests corrigés

7 Situations proportionnelles ?

En observant les deux courbes, on remarque qu'elles sont formées par des points qui ne sont pas alignés avec l'origine du repère.

a. L'alcoolémie n'est donc pas proportionnelle au temps

b. La distance d'arrêt n'est pas proportionnelle à la vitesse.

8 Cacao et pourcentage.

a. 70% de cacao signifie que pour 100 g, il y a 70 g de cacao. 85% de cacao signifie que pour 100 g, il y a 85 g de cacao. On en déduit immédiatement que dans une tablette de 200 g, il y a 85 × 2 = 170 g de cacao. Au total, il y a donc : **70 + 170 = 240 g** de cacao pour 300 g de chocolat.

b. Utilisons un tableau de proportionnalité pour déterminer le pourcentage de cacao dans ce mélange.

Masse de cacao en g	240	p
Masse totale en g	300	100

On « passe » de la deuxième colonne à la troisième en divisant par 3. Donc $p = \frac{240}{3} = 80$.

Le pourcentage de cacao dans le nouveau mélange est de 80%.

9 Prix TTC de l'ordinateur.

Méthode 1 : Ajouter 20 % au prix HT revient à le multiplier par 1,20.
450 × 1,20 = 540
Méthode 2 : Le montant de la TVA est de 450 × 0,20 = 90
Le prix TTC sera donc 450 +90 = 540
Donc le prix TTC est de **540 €**

10 Pourcentage d'augmentation

Méthode 1 : Pour passer de 32 € à 44,5 € on multiplie par $\frac{44,5}{32} = 1,390625$

Cela représente une augmentation de 0,390625 .

Méthode 2 : l'augmentation de prix est de 44,5 – 32 = 12,5

On a augmenté de 12,5 sur 32 au départ, donc de $\frac{12,5}{32} = 0,390625$.

Soit une augmentation d'**environ 39%**

TEST B2

1 À l'école maternelle.

À l'école Jean Moulin :

Enfants	Grands	Moyens	Petits	Total
Effectif	36	54	30	120
Fréquence	0,3	0,45	0,25	1
Fréquence en pourcentage	30	45	25	100

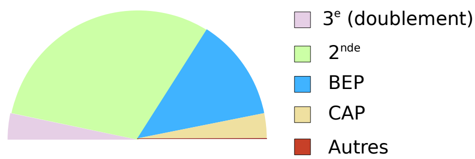
À l'école Alphonse Daudet :

Enfants	Grands	Moyens	Petits	Total
Effectif	63	72	45	180
Fréquence	0,35	0,4	0,25	1
Fréquence en pourcentage	35	40	25	100

2 Orientation des élèves de 3^e.

Orientation vers	Effectif	Angle (en °)
3^e (doublement)	38 898	11,9
2nde	362 573	110,6
BEP	151 736	46,3
CAP	36 626	11,2
Autres	456	0,1
Total	590 289	360

Orientation des élèves de 3^e



Remarque : l'orientation « Autres » étant représentée par un secteur d'angle de 0,1°, celui-ci est représenté par un trait fin.

3 Production moyenne de blé tendre.

a. Pour calculer la production moyenne de blé tendre en France entre 2000 et 2004, il faut ajouter les productions annuelles et diviser par le nombre total d'années (ici 5) :

$$M = \frac{35,7 + 30,2 + 37,3 + 29 + 35,6}{5} = \mathbf{33,56}$$

La production moyenne de blé tendre en France entre 2000 et 2004 a donc été de 33,56 millions de tonnes.

b. Pour déterminer la production moyenne de maïs en France entre 2002 et 2004, il faut ajouter les productions annuelles des trois années concernées (2002, 2003 et 2004) et diviser par le nombre total d'année (ici 3) :

$$M = \frac{16,4 + 12 + 16,4}{3} \approx \mathbf{14,93}$$

La production moyenne de maïs en France entre 2002 et 2004 a donc été d'environ 14,93 millions de tonnes.

4 Revenu moyen.

Pour déterminer quel était, en moyenne, le revenu annuel d'un couple avec un enfant entre 2002 et 2004, on calcule :

$$M = \frac{38\,040 + 37\,359 + 37\,551}{3} = \mathbf{37\,650\ euros}.$$

Le revenu annuel moyen d'un couple avec un enfant est de 37 650 euros.

5 Membres d'un club d'échec à Caen.

a. Complétons le tableau à partir du graphique :

Âge en années	13	14	15	16	17	18
Effectif	5	6	7	5	6	3

b. Calculons l'âge moyen des membres de ce club d'échec en multipliant chaque âge par l'effectif correspondant et en divisant par le nombre total de membres (ici 5 + 6 + 7 + 5 + 6 + 3 soit 32) :

$$M = \frac{13 \times 5 + 14 \times 6 + 15 \times 7 + 16 \times 5 + 17 \times 6 + 18 \times 3}{32}$$

$$M = \frac{490}{32} \approx \mathbf{15,3}$$

L'âge moyen des membres est donc de 15,3 ans environ.

6 Caractéristiques d'une série statistique (Tour de France 2008).

La liste contient 21 valeurs.

On range ces distances par ordre croissant : 29 ; 53 ; 143 ; 154 ; 157 ; 158 ; 163 ; 165 ; 166 ; 168 ; 174 ; 182 ; 182 ; 195 ; 195 ; 195 ; 197 ; 210 ; 216 ; 222 ; 230.

La médiane sera donc la 11^e valeur (10 + 1 + 10), soit ici 174 km. Cela signifie qu'il y a eu autant d'étapes du Tour de France 2008 qui comptaient plus de 174 km que d'étapes qui en comptaient moins.

L'étendue est la différence entre la plus longue étape (230 km) et la plus courte (29 km), soit : 230 – 29 = 201 km.

7 Un dé coloré.

a. Probabilité d'obtenir le vert : $\frac{1}{6}$

b. Probabilité d'obtenir le jaune : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

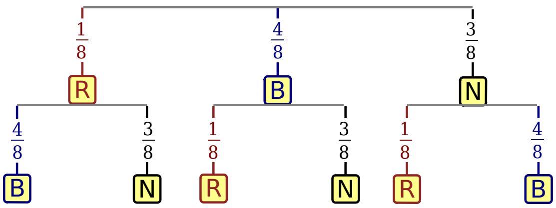
c. Probabilité d'obtenir le bleu : $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

8 Lunettes et Cantine.

Probabilité qu'il porte des lunettes : $\frac{6}{25} = \frac{24}{100}$ ou 25 %

Probabilité qu'il mange à la cantine : $\frac{10}{25} = \frac{40}{100}$ ou 40 %

9 Calcul de probabilité.



On peut résumer avec un arbre de probabilités :
Au total, la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes vaut :

$$\frac{1}{8}\times\left(\frac{4}{8}+\frac{3}{8}\right)+\frac{4}{8}\times\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{8}\right)+\frac{3}{8}\times\left(\frac{1}{8}+\frac{4}{8}\right)$$

$$= \frac{1}{8}\times\frac{7}{8}+\frac{4}{8}\times\frac{4}{8}+\frac{3}{8}\times\frac{5}{8} = \frac{7}{64}+\frac{16}{64}+\frac{15}{64} = \frac{38}{64} = \frac{19}{32}.$$

Détails de la première branche de l'arbre

Le nombre total de boules est 8.
La probabilité de tirer la boule rouge au premier tirage est de $\frac{1}{8}$.
Si la boule rouge est tirée au premier tirage, alors il faut obtenir une boule bleue ou noire au second tirage.
La probabilité de tirer une boule bleue ou noire est de $\frac{4+3}{8} = \frac{7}{8}$.
Ainsi, la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes dont la première est rouge vaut :
$\frac{1}{8}\times\frac{7}{8} = \frac{7}{64}$.

TEST B3

1 Déterminer si une fonction est linéaire ou affine

a. $f(x) = x^2 - 2$: est écrit sous sa forme développée et réduite. Ce n'est ni une fonction affine ni une fonction linéaire à cause du « x^2 » contenu dans l'expression développée.

b. $g(x) = 8 - 9x$: $g(x)$ peut s'écrire sous la forme $ax + b$ avec $a = -9$ et $b = 8$. Il s'agit donc d'une fonction affine. Cette fonction n'est pas linéaire.

c. $h(x) = \frac{3}{5}x$: $h(x)$ peut s'écrire sous la forme ax avec $a = \frac{3}{5}$. Il s'agit donc d'une fonction linéaire. Elle est donc également affine.

d. $k(x) = (13 - 8x)^2 - 64x^2 = 169 - 208x + 64x^2 - 64x^2$ $= -208x + 169$. $k(x)$ peut s'écrire sous la forme $ax + b$ avec $a = -208$ et $b = 169$. Il s'agit donc d'une fonction affine. Cette fonction n'est pas linéaire.

e. $l(x) = \frac{2}{x}$: $l(x)$ ne peut pas s'écrire sous la forme $ax + b$.
Il ne s'agit donc ni d'une fonction affine ni d'une fonction linéaire.

2 Calcule l'image de $-2{,}5$; de 20 puis de 0 par la fonction h.
L'image de $-2{,}5$ par h s'écrit $h(-2{,}5)$ et vaut :
$h(-2{,}5) = 3 \times (-2{,}5) \times [5 \times (-2{,}5)^2 - 2]$
$= -7{,}5 \times (5 \times 6{,}25 - 2) = -7{,}5 \times (31{,}25 - 2)$
$= -7{,}5 \times 29{,}25 = -219{,}375$
L'image de 20 par h s'écrit $h(20)$ et vaut :
$h(20) = 3 \times 20 \times (5 \times 20^2 - 2) = 60 \times (5 \times 400 - 2)$
$= 60 \times 1\,998 = 119\,880$
L'image de 0 par h s'écrit $h(0)$ et vaut :
$h(0) = 3 \times (0) \times [5 \times 0^2 - 2] = 0$

3 Calculer l'image d'un nombre par une fonction ?
a. L'erreur consiste à penser que :
$l(-5) = l(-2) + l(7) = 12 + 15 = 27$.
Or, ceci serait vrai si l était une fonction linéaire. L'énoncé ne le précise pas.
On ne peut donc pas déterminer l'image de -5 par l.
b. $l(8) = 10$.

4 Détermine l'image de -4 par la fonction affine h définie par $h(x) = -8x + 3$.
$h(-4) = -8 \times (-4) + 3 = 32 + 3 = 35$
L'image de -4 par la fonction h est 35.

5 Détermine l'antécédent de -6 par la fonction affine h définie par $h(x) = -x + 3$.
On cherche le nombre x qui a pour image -6 par la fonction h. L'image de x est $h(x)$ donc on résout l'équation $h(x) = -6$, c'est-à-dire :
$-x + 3 = -6$, soit $-x = -6 - 3$, soit $-x = -9$, soit $x = 9$.
L'antécédent de -6 par h est donc 9.

6 La fonction p est définie par le tableau suivant.
a. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que l'image de -10 est -5 et que l'image de 2,5 est 8.
b. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que l'antécédent de -3 est 6 .
c. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que les antécédents de 0 sont -1 et 5 .

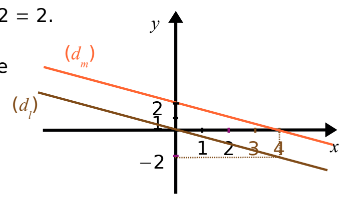
7 Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie pour x compris entre -4 et 4.
a. Graphiquement, on lit que l'image de -3 par f vaut approximativement $-0{,}4$ d'où $f(-3) \simeq -0{,}4$.
De même : $f(2) \simeq -0{,}8$.
b. Graphiquement, on lit que les antécédents de -2 par f sont approximativement -1 et 1 ; les antécédents de $-3{,}2$ par f sont approximativement $-0{,}5$ et 0,5.

8 Le graphique ci-dessous représente une fonction g pour x compris entre -1 et 8,8.
a. Graphiquement, on lit que l'image de 2 par g vaut approximativement -1 d'où $g(2) \simeq -1$.
De même : $g(-1) \simeq 3{,}5$.
b. Graphiquement, on lit que les antécédents de 0 par g sont 0,5 ; 4,5 et 6,5 ; celui de 2 par g est $-0{,}5$.

9 Trace les représentations graphiques des fonctions l et m définies par $l(x) = -0{,}5x$ et $m(x) = -0{,}5x + 2$. Que constates-tu ?
l est linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.
On calcule l'image d'un nombre.
- Pour $x = 4$, $l(4) = -0{,}5 \times 4 = -2$.

m est affine donc sa représentation graphique est une droite.
On calcule l'image de deux nombres.
- Pour $x = 4$, $m(4) = -0{,}5 \times 4 + 2 = 0$.
- Pour $x = 0$, $m(0) = -0{,}5 \times 0 + 2 = 2$.

On constate que les deux droites sont parallèles (elles ont le même coefficient directeur $-0{,}5$).



Tests corrigés

10 Comment tracer précisément la représentation graphique de la fonction qui, à x, associe $0{,}75x$?
Pour tracer précisément la représentation graphique de cette fonction, il faut trouver un point aux coordonnées « simples » (entières par exemple).
Puisqu'il s'agit d'une fonction linéaire, il suffit donc de prendre une seule valeur et d'en calculer l'image.

Or $0{,}75 = \dfrac{3}{4}$.

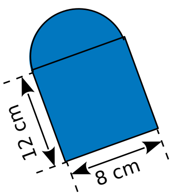
Il faut donc choisir une valeur de x multiple de 4 et calculer son image.
Par exemple, en choisissant $x = 8$, on trouve que l'image de 8 vaut $8 \times \dfrac{3}{4} = 6$.
Il suffit donc de placer le point de coordonnées (8 ; 6).

TEST C

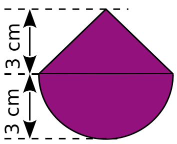
1 Détermine l'aire des parallélogrammes MNOP et ABCD ci-contre.
$\mathcal{A}_{MNOP} = 15 \times 8 = 120$.
Donc l'aire du parallélogramme MNOP est **120 cm²**.
$\mathcal{A}_{ABCD} = 9 \times 3 = 27$.
Donc l'aire du parallélogramme ABCD est **27 cm²**.

2 Calcule l'aire de chaque triangle ci-contre.
$\mathcal{A}_1 = \dfrac{7 \times 12}{2} = \dfrac{7 \times 2 \times 6}{2} = 7 \times 6 = 42$
Donc l'aire du triangle ① est 42 cm².
40 mm = 4 cm.
$\mathcal{A}_2 = \dfrac{4 \times 6}{2} = \dfrac{2 \times 2 \times 6}{2} = 2 \times 6 = 12$
Donc l'aire du triangle ② est 12 cm².
$\mathcal{A}_3 = \dfrac{8 \times 13}{2} = \dfrac{2 \times 4 \times 13}{2} = 4 \times 13 = 52$
Donc l'aire du triangle ③ est 52 cm².

3 Aire par découpage.



La figure ci-contre est composée d'un demi-disque de rayon 4 cm et d'un rectangle de largeur 8 cm et de longueur 12 cm.
$\mathcal{A}_{rectangle} = 12 \times 8 = 96$
$\mathcal{A}_{demi\text{-}disque} = \dfrac{\pi \times 4^2}{2} = \dfrac{\pi \times 16}{2} = 8\pi$
$\mathcal{A}_{figure} = \mathcal{A}_{demi\text{-}disque} + \mathcal{A}_{rectangle} = 8\pi + 96$
L'aire exacte de cette figure est $(8\pi + 96)$ cm².



La figure ci-contre est composée d'un demi-disque de rayon 3 cm et d'un triangle de base 6 cm et dont la hauteur relative mesure 3 cm.
$\mathcal{A}_{triangle} = \dfrac{6 \times 3}{2} = 9$
$\mathcal{A}_{demi\text{-}disque} = \dfrac{\pi \times 3^2}{2} = \dfrac{\pi \times 9}{2} = 4{,}5\pi$
$\mathcal{A}_{figure} = \mathcal{A}_{demi\text{-}disque} + \mathcal{A}_{rectangle} = 4{,}5\pi + 9$
L'aire exacte de cette figure est $(4{,}5\pi + 9)$ cm².

4 Volume d'un prisme droit.
Pour calculer le volume d'un prisme droit, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur.
$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{base} \times h = 5 \times 3 \times 8 = 120$
Le volume de ce prisme droit vaut 120 cm³.

5 Volume d'un cylindre de révolution.
Pour calculer le volume d'un cylindre de révolution, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur.
$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{base} \times h = \pi \times 5^2 \times 4{,}5 = 112{,}5\pi$ cm²
Le volume de ce cylindre de révolution vaut $112{,}5\pi$ cm³. Son arrondi à l'unité est 353 cm³.

6 Calcul du volume d'une pyramide.
Aire de la base : $\dfrac{L \times l}{2} = \dfrac{4{,}5 \times 6}{2} = 13{,}5$ m².
Volume : $\dfrac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \dfrac{13{,}5 \times 10}{3}$
donc le volume de la pyramide est **45 m³**.

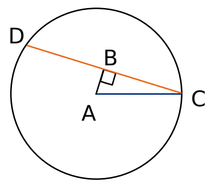
7 Calcul du volume d'un cône de révolution.
rayon = diamètre : 2 = 8 cm : 2 = 4 cm.
Volume : $\dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \dfrac{\pi \times 4^2 \times 12}{3} = 64\,\pi$ cm³.
Donc le volume du cône est **64 π cm³**.

8 Aire exacte d'une sphère .
$A = 4 \times \pi \times R^2 = 4 \times \pi \times 6{,}2^2$
$A = 153{,}76\pi$ cm² valeur exacte
$A \approx 483$ cm² valeur arrondie au cm².

9 Volume exact d'une boule.
$V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 9^3$
$V = 972\pi$ cm³ valeur exacte
$V \approx 3\,053{,}628$ cm³, soit 3 054 628 mm³ valeur arrondie au mm³.

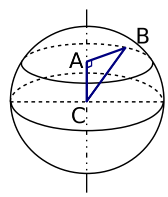
10 Section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête.
a. La face ABFE est un rectangle de dimensions AB = 5 cm et EA = 8 cm.
La section AFGD est un rectangle de dimensions AD = 6 cm et AF qui est la longueur de la diagonale du rectangle ABFE. (Il suffit donc d'utiliser le compas pour reporter la longueur obtenue dans la première figure.)
b. La section AFGD est parallèle à l'arête [EH] donc AFGD est un rectangle de dimensions AD = 6 cm et AF.
La face ABFE du pavé droit est un rectangle donc le triangle AFE est rectangle en E.
D'après le théorème de Pythagore :
$AF^2 = AE^2 + EF^2$ soit
$AF^2 = 8^2 + 5^2 = 81 + 25 = 106$. D'où $AF = \sqrt{106}$.
Les dimensions du rectangle AFGD sont 6 cm et $\sqrt{106}$ cm.
L'aire du rectangle AFGD est :
$AF \times AG = \sqrt{106} \times 6 \approx 61{,}8$ cm² (arrondi au dixième).

11 Section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe.
La largeur de la section est 8 cm, donc DC = 8 cm.
Dans le triangle ACD isocèle en A, la hauteur issue de A et la médiane issue de A sont confondues.



Donc [AB] est une médiane, d'où B est le milieu de [DC].
On en déduit que BC = 4 cm.
La distance entre l'axe et la section est 3 cm, donc AB = 3 cm.
Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ soit
$AC^2 = 3^2 + 4^2$.
$AC^2 = 9 + 16 = 25$ soit $AC = \sqrt{25} = 5$.
Le rayon de la base de ce cylindre est 5 cm.

12 Section d'une sphère par un plan
La section d'une sphère par un plan est **un cercle**.
On appelle C le centre de la sphère, A le centre de la section et B un point de la section.
Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :



$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$7^2 = AB^2 + 5^2$
$AB^2 = 49 - 25$
$AB^2 = 24$
$AB = \sqrt{24} \approx 4{,}9$ cm.
On trace un cercle de rayon 4,9 cm.

13 Volume réduit.

Le coefficient de réduction est $\frac{3}{4}$.

Le volume est donc multiplié par $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$.

$12,8 \times \frac{27}{64} = 5,4$.

Le volume de jus de fruit est donc de 5,4 cL.

14 Mihail et ses deux pyramides

Le coefficient de réduction est $\frac{1}{2}$.

Les aires sont donc multipliées par $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

La surface de papier n'est donc pas deux fois plus petite mais quatre fois plus petite.

Les volumes sont donc multipliés par $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Le volume de l'objet obtenu n'est donc pas deux fois plus petit mais huit fois plus petit.

15 La vitesse de propagation du son.

340 m/s = 0,340 km/s car 340 m = 0,340 km

1 h = 3 600 s donc :

$0,340 \times 3\,600 = 1\,224$

La vitesse de propagation du son dans l'air est donc de 1 224 km/h.

16 Masse volumique de l'air

La masse volumique de l'air vaut 1,2 kg·m^{-3}, ce qui signifie que 1 m^3 d'air a une masse de 1,2 kg.

Ainsi, $1,2\ \text{kg·m}^{-3} = \frac{1,2\ \text{kg}}{1\ \text{m}^3}$.

1,2 kg = 1 200 g et 1 m^3 = 1 000 000 cm^3 donc :

$1,2\ \text{kg·m}^{-3} = \frac{1\,200\ \text{g}}{1\,000\,000\ \text{cm}^3} = 0,001\,2\ \text{g·cm}^{-3}$

La masse volumique de l'air au niveau de la mer vaut donc 0,001 2 g·cm^{-3}.

17 Vitesse de rotation

20 000 tours/min signifie qu'en une minute, la partie rotative du moteur effectue 20 000 tours.

1 min = 60 s donc :

$20\,000\ \text{tours/min} = \frac{20\,000\ \text{tours}}{1\ \text{min}} = \frac{20\,000\ \text{tours}}{60\ \text{s}}$

≈ 333 tours/s

TEST D1

1 Vocabulaire

a. Les droites (AB) et (AD) semblent sécantes non perpendiculaires.

b. Les droites (AB) et (BC) semblent perpendiculaires.

c. Les droites (GE) et (FA) semblent parallèles.

d. Les droites (AB) et (CF) semblent parallèles.

e. Les droites (BC) et (GE) semblent sécantes non perpendiculaires .

2 Inégalités

Dans le triangle MLA :

ML < MA + AL, **LA < LM + MA** et **AM < AL + LM**.

3 Constructible ?

3,4 + 3,7 = 7,1 et 7 < 7,1.

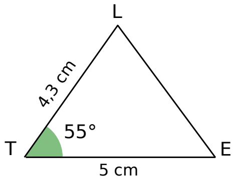
Donc le triangle THE est constructible.

4 Constructible ?

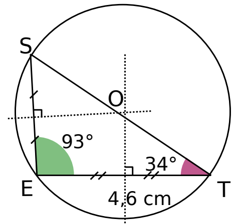
3 + 4 = 7 et 9 > 7.

Donc le triangle SEL n'est pas constructible.

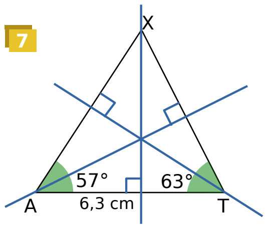
5 Échelle 1/2



6 Échelle 1/2



7



8 Constructible ?

$\widehat{DOG} + \widehat{OGD} + \widehat{GDO}$

= 72° + 37° + 73° = 182°

Or la somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180° donc le triangle DOG n'est pas constructible.

9 Mesure

La somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180°.

$\widehat{RAT} + \widehat{ATR}$ = 34° + 23° = 57°.

Donc $\widehat{TRA}$ = 180° – 57° = 123°.

10 Mesures dans un triangle isocèle

Le triangle EBC est isocèle en B donc $\widehat{BEC} = \widehat{BCE}$.

Alors $\widehat{BEC}$ = $\widehat{BCE}$ = (180° – 107°) ÷ 2 = **36,5°**.

11 Mesures dans un triangle équilatéral

Un triangle équilatéral ABC a trois angles de même mesure donc

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC}$ = 180° ÷ 3 = **60°**.

12 Alternes-internes ?

Oui, les angles $\widehat{yOx'}$ et $\widehat{xEz'}$ sont des angles alternes-internes déterminés par les droites (yy') et (zz') et la sécante (xx').

13 Paires d'angles

Les paires d'angles **alternes-internes** sont :

$\widehat{HOE}$ **et** $\widehat{TEO}$ ainsi que $\widehat{TOE}$ **et** $\widehat{LEO}$ déterminés par les droites (TH) et (TL) et la sécante (xx').

14 Droites parallèles ?

<u>Cas n°1</u> : Les angles $\widehat{CUB}$ et $\widehat{CST}$ déterminés par les droites (AB) et (OT) et la sécante (CE) sont correspondants. Les angles $\widehat{CUB}$ et $\widehat{CST}$ ont la même mesure. **Donc les droites (AB) et (OT) sont parallèles.**

<u>Cas n°2</u> : Les angles $\widehat{BUE}$ et $\widehat{CSO}$ déterminés par les droites (AB) et (OT) et la sécante (CE) sont alternes-internes. Si les droites (AB) et (OT) étaient parallèles alors les angles $\widehat{BUE}$ et $\widehat{CSO}$ seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas.

Donc les droites (AB) et (OT) ne sont pas parallèles.

15 Calcul de mesure

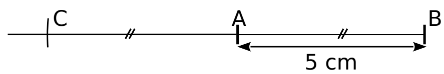
Les angles alternes-internes $\widehat{xRz'}$ et $\widehat{x'Rz'}$ sont adjacents et supplémentaires donc

$\widehat{x'Rz'}$ = 180° – 113° = **67°**.

Les angles $\widehat{uEx}$ et $\widehat{x'Rz'}$ sont déterminés par les droites (zz') et (uu') qui sont parallèles. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{uEx}$ mesure donc **67°**.

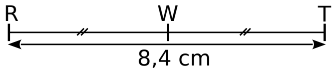
TEST D2

1 Symétrique par rapport à A (Échelle 1/2)

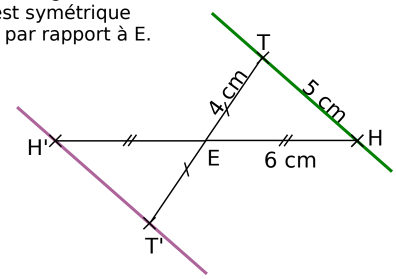


Tests corrigés

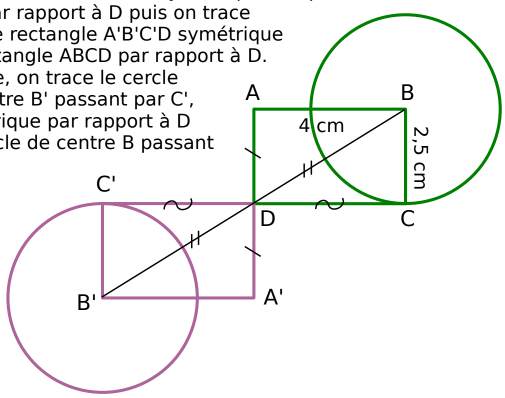
2 Symétrique par rapport à W (Échelle 1/2)
W est le milieu du segment [RT].



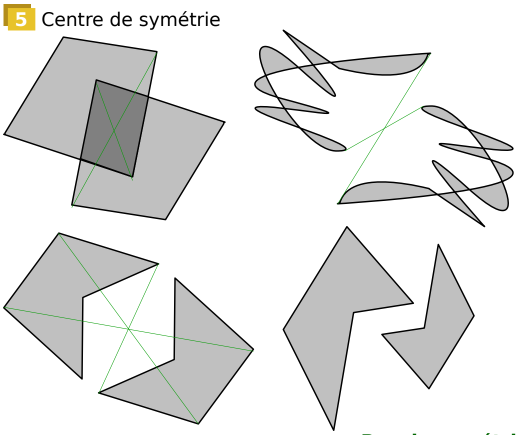
3 Construis un triangle THE (Échelle 1/3)
La droite (T'H') est symétrique de la droite (TH) par rapport à E.



4 Trace un rectangle ABCD (Échelle 1/2)
On construit A', B' et C' symétriques respectifs de A, B et C par rapport à D puis on trace alors le rectangle A'B'C'D symétrique du rectangle ABCD par rapport à D.
Ensuite, on trace le cercle de centre B' passant par C', symétrique par rapport à D du cercle de centre B passant par C.



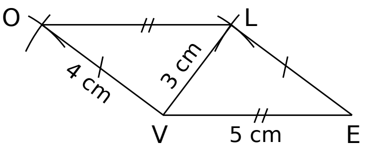
5 Centre de symétrie



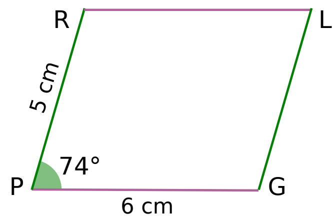
Pas de symétrie

Le centre de symétrie est le point d'intersection des segments verts .

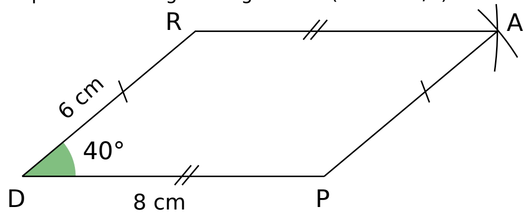
6 Construis le parallélogramme VOLE (construction au compas et à la règle (Échelle 1/2))
Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée.
Tout d'abord, on trace un triangle VEL, puis à l'aide du compas, on place le point O.



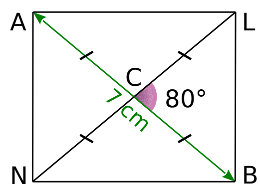
7 Construis le parallélogramme PRLG (en utilisant le parallélisme).
Les côtés de même couleur sont parallèles : utilisation de la règle et de l'équerre.
(Échelle 1/2)



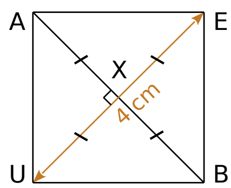
8 Construis le parallélogramme DRAP (en utilisant les longueurs).
Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée. (Échelle 1/2)



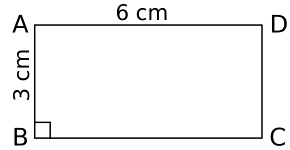
9 Construis un rectangle BLAN de centre C (Échelle 1/2).
Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu
donc CL = CB = CA = CN
= 7 ÷ 2 = 3,5 cm.
On trace le triangle isocèle BCL puis le rectangle BLAN.



10 Un carré BEAU de centre X.
BEAU est un carré, donc ses diagonales sont de même longueur, se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires, d'où :
XA = XB et $\widehat{AXU}$ = 90°.
AUX est un triangle ayant deux côtés de même longueur et un angle droit, c'est donc **un triangle rectangle isocèle en X**.

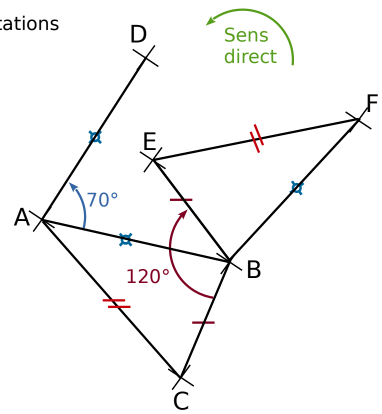


11 Parallélogramme ABCD
ABCD est un parallélogramme ayant un angle droit donc **ABCD est un rectangle**.



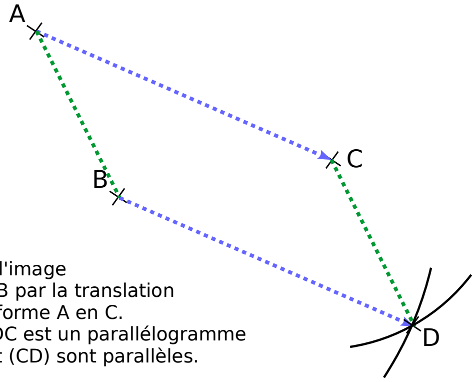
(Échelle 1/2)

12 Rotations



13 Translation

a. figures ci-dessous.



b. D est l'image du point B par la translation qui transforme A en C. donc ABDC est un parallélogramme et (AB) et (CD) sont parallèles.

14 Triangles égaux.

a. Démontrer que BMA et CNA sont deux triangles égaux.
ABC est isocèle en A donc AB=AC
M est le milieu de [AC] donc AM=AC÷2
N est le milieu de [AB] donc AN=AB÷2
Donc AM=AN
De plus, A, M, C d'une part et A, N, B d'autre part sont alignés, donc $\widehat{NAC}$ et $\widehat{MAB}$ désigne le même angle.
Les triangles BMA et CNA ont un angle et ses deux côtés de même mesure, ils sont donc égaux.

b. Démontrer que BM=CN.
Ces deux triangles sont égaux, ils ont donc leurs trois côtés deux à deux de même mesure donc BM=CN

TEST D3

1 Racines carrées

$\sqrt{0} = 0$
$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{7{,}3^2} = 7{,}3$
$\sqrt{16} = 4$
$\sqrt{\pi} \times \sqrt{\pi} = \pi$

2 écriture décimale

$F = \sqrt{3} \approx 1{,}732$
$G = \dfrac{\sqrt{529}}{23} = \dfrac{23}{23} = 1$
$H = 5\sqrt{0{,}81} = 4{,}5$

3 Douze premiers carrés parfaits

$0^2 = 0$; $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$; $6^2 = 36$; $7^2 = 49$; $8^2 = 64$; $9^2 = 81$; $10^2 = 100$; $11^2 = 121$.

4 Longueur d'un côté d'un triangle rectangle

Le triangle TER est rectangle en T, son hypoténuse est le côté [ER].
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$ER^2 = ET^2 + TR^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$
$ER = \sqrt{52}$ m (valeur exacte)
$ER \approx$ **7,21 m** (valeur arrondie à 1 cm près)

5 Longueur d'un côté d'un triangle rectangle (bis)

Le triangle ARC est rectangle en A, son hypoténuse est le côté [RC].
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$RC^2 = RA^2 + AC^2$
$13^2 = 5^2 + AC^2$
$169 = 25 + AC^2$
$AC^2 = 169 - 25 = 144$
$AC = \sqrt{144}$ = **12 m**
La valeur obtenue est une valeur exacte car $12^2 = 144$.

6 Un triangle non rectangle

Dans le triangle DEF, le côté le plus long est [DF].
$DF^2 = 15^2 = 225$
$DE^2 + EF^2 = 11^2 + 13^2 = 121 + 169 = 290$
On constate que $DF^2 \neq DE^2 + EF^2$
Or si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, **le triangle DEF n'est pas rectangle**.

7 Démontre qu'un triangle est rectangle.

Dans le triangle XYZ, le côté le plus long est [YZ].
$YZ^2 = 40^2 = 1600$
$YX^2 + XZ^2 = 32^2 + 24^2 = 1024 + 576 = 1600$
On constate que $YZ^2 = YX^2 + XZ^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle XYZ est rectangle en X**.

8 Triangle rectangle

On écrit les données dans la même unité :
UV = 20 dm = 200 cm ; UW = 2,1 m = 210 cm
et VW = 290 cm.
Dans le triangle UVW, le côté le plus long est [VW].
$VW^2 = 290^2 = 84\,100$
$VU^2 + UW^2 = 200^2 + 210^2 = 40\,000 + 44\,100 = 84\,100$
On constate que $VW^2 = VU^2 + UW^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle UVW est rectangle en U**.

9 Angles et longueurs

Le triangle ENT est rectangle en E donc :
$\cos \widehat{TNE} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{TNE}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{NE}{NT}$;
$\sin \widehat{TNE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{TNE}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{ET}{NT}$;
$\tan \widehat{TNE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{TNE}}{\text{côté adjacent à } \widehat{TNE}} = \dfrac{ET}{NE}$.

10 Angles et longueurs (bis)

Le triangle NOE est rectangle en O donc :
$\dfrac{NO}{NE} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ONE}}{\text{hypoténuse}} = \cos \widehat{ONE}$
ou encore $\dfrac{NO}{NE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{NEO}}{\text{hypoténuse}} = \sin \widehat{NEO}$
$\dfrac{OE}{ON} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{EON}}{\text{côté adjacent à } \widehat{EON}} = \tan \widehat{ENO}$
$\dfrac{EO}{EN} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{NEO}}{\text{hypoténuse}} = \cos \widehat{NEO}$
ou encore $\dfrac{EO}{EN} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{ONE}}{\text{hypoténuse}} = \sin \widehat{ONE}$
$\dfrac{ON}{OE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{NEO}}{\text{côté adjacent à } \widehat{NEO}} = \tan \widehat{NEO}$

11 Calculer des longueurs

Dans le triangle NIV rectangle en N :
- [VN] est le côté opposé à l'angle $\widehat{VIN}$;
- [NI] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{VIN}$.

On utilise donc la tangente de l'angle $\widehat{VIN}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :
$\tan \widehat{VIN} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{VIN}}{\text{côté adjacent à } \widehat{VIN}} = \dfrac{VN}{NI}$ soit $NI = \dfrac{VN}{\tan \widehat{VIN}}$
$NI = \dfrac{4}{\tan 12°} \approx 18{,}82$ m (valeur arrondie au centimètre).

12 Calculer des longueurs (bis)

Dans le triangle AUE rectangle en U :
- [AE] est l'hypoténuse ;
- [UE] est le côté opposé à l'angle $\widehat{EAU}$.

On utilise donc le sinus de l'angle $\widehat{EAU}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :
$\sin \widehat{EAU} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{EAU}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{EU}{EA}$
$EU = EA \times \sin \widehat{EAU} = 10 \times \sin 19°$
$EU \approx 3{,}3$ cm (valeur arrondie au millimètre).

Tests corrigés

13 Calculer des longueurs (ter)
Dans le triangle VLR rectangle en V :
- [LR] est l'hypoténuse ;
- [VR] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{VRL}$.

On utilise donc le cosinus de l'angle $\widehat{VRL}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :
$\cos \widehat{VRL} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{VRL}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{RV}{RL}$
RV = RL × cos $\widehat{VRL}$ = 8,7 × cos 72°
RV ≈ 2,7 cm (valeur arrondie au millimètre).

14 Calculer la mesure d'un angle
Dans le triangle EXO rectangle en X :
- [OE] est l'hypoténuse ;
- [EX] est le côté opposé à l'angle $\widehat{EOX}$.

On utilise donc le sinus de l'angle $\widehat{EOX}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :
$\sin \widehat{EOX} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{EOX}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{EX}{EO} = \dfrac{3}{7}$
et donc $\widehat{EOX} = \sin^{-1}(3/7) \approx 25°$ (arrondi au degré).
Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires, donc :
$\widehat{XEO} = 90° - \widehat{EOX} \approx 90° - 25° \approx 65°$ (arrondi au degré).

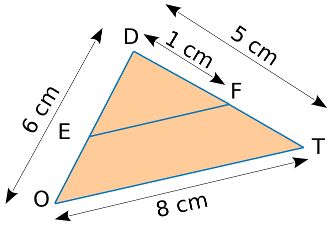
15 Calculer la mesure d'un angle (bis)
Dans le triangle JUS rectangle en U :
a. [US] est le côté opposé à l'angle $\widehat{UJS}$;
b. [JU] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UJS}$.
On utilise donc la tangente de l'angle $\widehat{UJS}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :
$\tan \widehat{UJS} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{UJS}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UJS}} = \dfrac{US}{JU} = \dfrac{4,8}{6,4} = \dfrac{3}{4}$
et donc $\widehat{UJS} = \tan^{-1}\left(\dfrac{3}{4}\right) \approx 37°$ (arrondi au degré).

TEST D4

1 Calcul de longueurs
On sait que dans le triangle DST :
E est un point de [DS], F un point de [DT] et les droites (EF) et (ST) sont parallèles.
D'après la propriété de proportionnalité des longueurs : $\dfrac{DE}{DS} = \dfrac{DF}{DT} = \dfrac{EF}{ST}$ soit, en remplaçant par les longueurs connues : $\dfrac{DE}{6,3} = \dfrac{1,8}{DT} = \dfrac{2,9}{8,7}$.
En utilisant l'égalité $\dfrac{1,8}{DT} = \dfrac{2,9}{8,7}$, on obtient
$DT = \dfrac{1,8 \times 8,7}{2,9}$ soit **DT = 5,4 cm**.
De même, l'égalité $\dfrac{DE}{6,3} = \dfrac{2,9}{8,7}$ aboutit à
$DE = 6,3 \times \dfrac{2,9}{8,7}$ soit **DE = 2,1 cm**.

2 Calculer une longueur
Les droites (SM) et (HT) sont sécantes en A.
Les droites (MT) et (SH) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{AM}{AS} = \dfrac{AT}{AH} = \dfrac{MT}{SH}$ $\dfrac{AT}{AH} = \dfrac{MT}{SH}$ soit $\dfrac{3}{10} = \dfrac{x}{17,5}$
soit $10 \times x = 3 \times 17,5$ $x = \dfrac{3 \times 17,5}{10} = 5,25$
Les droites (RK) et (OS) sont sécantes en C.
Les droites (RO) et (SK) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{CR}{CK} = \dfrac{CO}{CS} = \dfrac{RO}{SK}$ $\dfrac{CR}{CK} = \dfrac{CO}{CS}$ soit $\dfrac{3}{7} = \dfrac{y}{10,5}$
soit $7 \times y = 3 \times 10,5$ $y = \dfrac{3 \times 10,5}{7} = 4,5$
On ne peut pas calculer z car on ne sait pas si les droites (OH) et (IK) sont parallèles.

3 Calculer une longueur (bis)
Les droites (OE) et (TF) sont sécantes en D.
Les droites (OT) et (EF) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{DE}{DO} = \dfrac{DF}{DT} = \dfrac{EF}{OT}$,
soit $\dfrac{DE}{6} = \dfrac{1}{5} = \dfrac{EF}{8}$.



5 × DE = 1 × 6
$DE = \dfrac{1 \times 6}{5} = 1,2$ cm

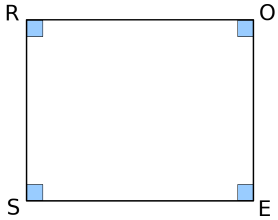
5 × EF = 1 × 8
$EF = \dfrac{1 \times 8}{5} = 1,6$ cm

4 Montrer que deux droites sont parallèles
a. Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.
D'une part, $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{3}{3+5} = \dfrac{3}{8} = 0,375$.
D'autre part, $\dfrac{AC}{AN} = \dfrac{6,75}{6,75+11,25} = \dfrac{6,75}{18} = 0,375$.
On constate que $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN}$. De plus les point A, B, M d'une part et les points A, C, N d'autre part sont alignés et dans le même ordre. Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
b. Les droites (LM) et (NT) sont sécantes en J.
D'une part, $\dfrac{JL}{JM} = \dfrac{3,15}{7} = 0,45$.
D'autre part, $\dfrac{JN}{JT} = \dfrac{9}{20} = 0,45$.
On constate que $\dfrac{JL}{JM} = \dfrac{JN}{JT}$. De plus, les points L, J, M d'une part et les points N, J, T d'autre part sont alignés et dans le même ordre. Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (LN) et (TM) sont parallèles.

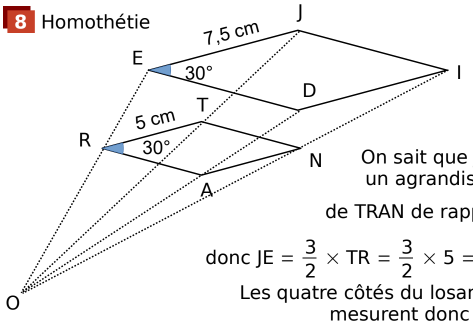
5 Dimensions d'un triangle.
Le triangle BEC étant une réduction de rapport 0,75 du triangle TOP, il suffit de multiplier la dimension des côtés de TOP par 0,75 pour obtenir celles de BEC. On obtient donc que BEC a pour dimensions : **3,6 × 0,75 = 2,7 cm ; 5,2 × 0,75 = 3,9 cm ; 7,2 × 0,75 = 5,4 cm.**

6 Dimensions d'un agrandissement.
Dans un agrandissement de rapport 2,5, il suffit de multiplier les longueurs par 2,5. L'agrandissement de PA aura pour mesure 3 × 2,5 = **7,5 cm**.

7 Nature d'une réduction.
Une réduction conserve la mesure des angles.
ROSE est une réduction du rectangle BLEU. Donc ROSE aura quatre angles droits.
ROSE sera donc aussi un rectangle.
Dans un agrandissement de rapport $\dfrac{3}{5}$, il suffit de multiplier les longueurs par $\dfrac{3}{5}$.
Donc les dimensions du rectangle ROSE sont :
RO = 5 × $\dfrac{3}{5}$ = **3 cm**
OS = 4 × $\dfrac{3}{5}$ = **2,4 cm**



8 Homothétie



On sait que JEDI est un agrandissement de TRAN de rapport $\frac{3}{2}$,

donc JE = $\frac{3}{2}$ × TR = $\frac{3}{2}$ × 5 = 7,5 cm.

Les quatre côtés du losange JEDI mesurent donc 7,5 cm.

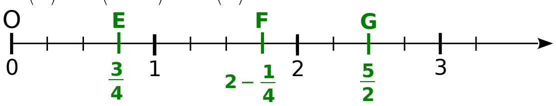
9 Triangles semblables

Dans ABC : $\widehat{ABC}$ = 70° et $\widehat{BAC}$ = 90° donc $\widehat{ACB}$ = 90-70 = 20°.
Dans DEF : $\widehat{EDF}$ = 20° et $\widehat{DEF}$ = 90° donc $\widehat{EFD}$ = 90-20 = 70°.
Les triangles ABC et DEF ont leurs angles deux à deux égaux, ils sont donc semblables.

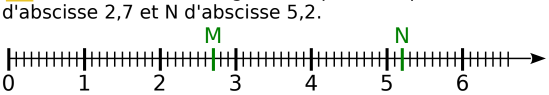
On a : $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{ED} = \frac{BC}{FD}$

TEST D5

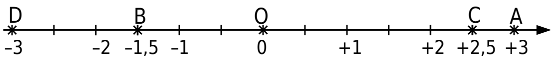
1 Sur une même demi-droite graduée, place les points C$\left(\frac{3}{4}\right)$; D$\left(2 - \frac{1}{4}\right)$ et E$\left(\frac{5}{2}\right)$.



2 Sur une demi-droite graduée, place les points M d'abscisse 2,7 et N d'abscisse 5,2.



3 Sur une droite graduée tracée à l'échelle 3/5

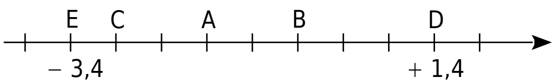


Les **abscisses** des points A et D sont **opposées** donc les **points** A et D sont **symétriques** par rapport à l'origine du repère.

4 Lecture d'abscisses

Les abscisses des points E, F, G, H et I sont respectivement : **– 2 ; 1,5 ; – 0,5 ; 3,5 et 2**.

5 Vrai ou Faux



a. Il y a exactement quatre entiers relatifs compris entre les abscisses des points E et D. **FAUX**
b. Le point A a pour abscisse − 1,2. **FAUX**
c. L'abscisse de B est positive. **FAUX**
d. L'abscisse de C est − 2,8. **VRAI**
e. L'abscisse du milieu du segment [AB] est un nombre entier relatif positif. **FAUX**
f. Exactement deux points ont une abscisse positive. **FAUX**
g. L'origine de cet axe se situe entre les points B et D. **VRAI**
h. Le symétrique du point E par rapport au point d'abscisse − 1 est le point D. **VRAI**

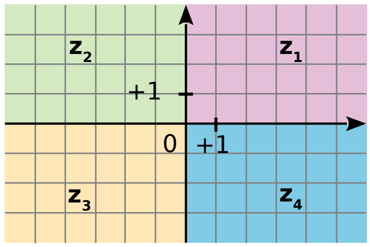
6 Lecture d'abscisses

Les abscisses des points E, F, G, H et I sont respectivement : **– 0,6 ; 4,2 ; – 1,8 ; 1,2 et 2,4**.

7 Signes de coordonnées

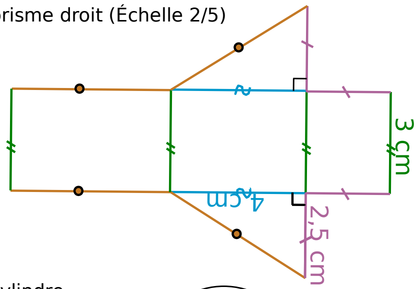
On note (x ; y) ces coordonnées :

Pour z_1 : $x>0$ et $y>0$
Pour z_2 : $x<0$ et $y>0$
Pour z_3 : $x<0$ et $y<0$
Pour z_4 : $x>0$ et $y<0$

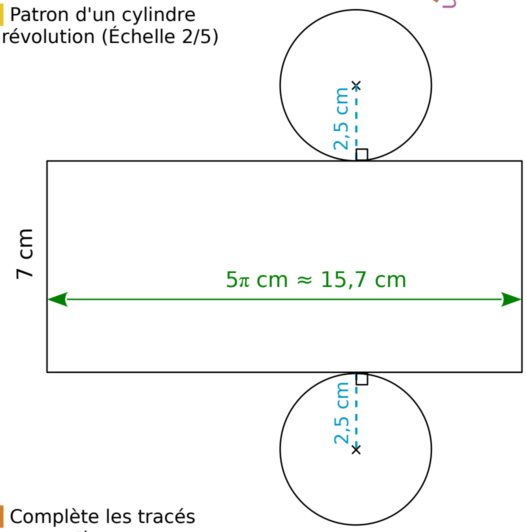


TEST D6

1 Patron d'un prisme droit (Échelle 2/5)

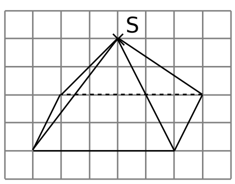


2 Patron d'un cylindre de révolution (Échelle 2/5)

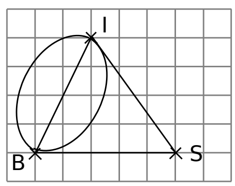


3 Complète les tracés en perspective.

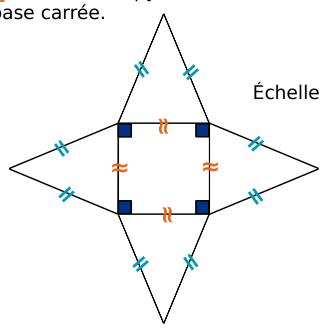
a.



b.



4 Patron d'une pyramide à base carrée.



Échelle 1/4