SÉSAMATH

Le manuel de Cycle 4

5e 4e 3e

MAGNARD

Sésamath

9782210106345-0MEP.indb 1 24/06/16 10:37

Sommaire

9782210106345-0MEP.indb 3 24/06/16 10:37

Sommaire

9782210106345-0MEP.indb 4 24/06/16 10:37

Nombres décimaux

A1

Objectifs de cycle

- **Ordre de grandeur** — test n° 1 — Niveau 1
- **Calculer une expression** — tests n° 2 et 3 — Niveau 1
- **Calculer une expression fractionnaire** — test n° 4 — Niveau 1

- Les quatre opérations sur les nombres décimaux sont vues au cycle 3. Des exercices sont proposés pour des séances d'accompagnement personnalisé.
- La reprise de l'étude se fait à travers les ordres de grandeurs, les différentes expressions numériques sont alors étudiées.

Activités de découverte

Activité 1 Vérifier un résultat

1. Sans poser aucune opération et sans utiliser de calculatrice, associe chaque calcul de gauche à un résultat de droite.

a. 56×123	5,365
b. $12{,}35 + 1{,}68$	2,88
c. $1\,073 \div 200$	6 888
d. $0{,}255 + 0{,}728$	0,983
e. $0{,}255 \times 0{,}728$	2,646
f. $13{,}23 \div 5$	965
g. 520×36	522
h. $428 + 537$	14,03
i. $1{,}2 \times 2{,}4$	18 720
j. 18×29	0,185 64

2. Détermine quels résultats sont forcément faux.

a. $34{,}46 \times 12{,}7 = 4376{,}42$

b. $15 \times 63 = 645$

c. $3{,}25 \times 4{,}4 = 14{,}3$

d. $6{,}6 \div 12 = 5{,}5$

Activité 2 Une priorité

Hervé et Bruno ont tous deux acheté une calculatrice. Hervé a choisi une calculatrice performante dans laquelle il peut écrire les formules. Bruno, lui, a acheté une petite calculatrice solaire. Ils cherchent à calculer $4 + 3 \times 8$.

Tous les deux appuient successivement sur les touches suivantes :

$\boxed{4}\ \boxed{+}\ \boxed{3}\ \boxed{\times}\ \boxed{8}\ \boxed{=}$

Hervé obtient 28 comme résultat et Bruno obtient 56.

1. Les deux calculatrices fonctionnent très bien.
Comment expliques-tu ces résultats différents ?

2. Après réflexion, Bruno a trouvé une méthode pour obtenir le même résultat qu'Hervé avec sa calculatrice solaire. Quelle est cette méthode ?

Activité 3 Avec des barres

1. Écris l'expression suivante $\dfrac{10}{9+1}$ sans trait de fraction mais en utilisant des parenthèses puis calcule-la.

2. Dany a écrit $\dfrac{10}{9+\dfrac{8}{7+1}}$. Écris le calcul de Dany sans trait de fraction mais en utilisant des parenthèses puis effectue-le.

Cours et méthodes

1) Ordre de grandeur

Définition

Un **ordre de grandeur** d'un nombre est une valeur approchée simple de ce nombre.

Entraîne-toi à **Déterminer un ordre de grandeur**

Énoncé Détermine un ordre de grandeur de A = 546,3 + 52 et B = 65,7 × 4,1.

Correction :

550 est proche de **546,3** et **50** est proche de **52**.
Comme **550** + **50** = **600**, la somme **546,3** + **52** est proche de **600**.
On dit que **600** est un ordre de grandeur de **546,3** + **52**.

65,7 est proche de **65** et **4,1** est proche de **4**.
Comme **65** × **4** = **260**, le produit **65,7** × **4,1** est proche de **260**.
260 est donc un ordre de grandeur de **65,7** × **4,1**.

» **Remarque :** Un ordre de grandeur n'est pas unique. 65,7 est proche de 65 et de 70.

2) Calculer une expression

Règle Dans une expression, on effectue

- d'abord **les calculs entre les parenthèses** les plus intérieures
- puis **les multiplications et les divisions** de gauche à droite
- et, enfin, **les additions et les soustractions** de gauche à droite.

Entraîne-toi à **Respecter les priorités de calculs**

Énoncé
Calcule A = 7 + 2 × (5 + 7) – 5.

Correction :
A = 7 + 2 × (5 + 7) – 5
A = 7 + 2 × 12 – 5
A = 7 + 24 – 5
A = 31 – 5
A = 26

Énoncé
Effectue le calcul suivant :
M = – 4 – 5 × (– 2 – 6).

Correction :
M = – 4 – 5 × (– 2 – 6)
M = – 4 – 5 × (– 8)
M = – 4 + 40
M = 36

3) Calculer une expression fractionnaire

Règle Dans une expression fractionnaire, on effectue :

- les **calculs au numérateur et au dénominateur**
- on **simplifie** la fraction ou on **calcule** le quotient.

Entraîne-toi à **Calculer des écritures fractionnaires**

Application
Calcule $B = \dfrac{13 + 5}{12 - 4}$.

Correction : $B = \dfrac{13 + 5}{12 - 4}$

$B = \dfrac{18}{8} = 2,25$

9782210106345-0MEP.indb 7 24/06/16 10:37

Je me teste

Niveau 1

1 Donne un ordre de grandeur.

a. $802 + 41{,}6$
b. $96{,}4 \times 3{,}01$
c. $1\,011 \times 5{,}56$

2 Recopie les expressions suivantes puis entoure le signe de l'opération à effectuer en premier lieu.

a. $7 + 25 \times 2 - 9$
b. $28 - (5 + 6 \times 3)$
c. $7 \times [4 + (1 + 2) \times 5]$

3 Calcule les expressions suivantes en soulignant les calculs en cours.

a. $18 - 3 + 5$
b. $45 - 3 \times 7$
c. $120 - (4 + 5 \times 7)$

4 Calcule les expressions suivantes.

a. $G = \dfrac{15 + 9}{5 - 2}$ **b.** $H = \dfrac{6 \times 4 + 2}{5 \times 2}$ **c.** $K = \dfrac{12 - (9 - 5)}{(7 - 5) \times 4}$ **d.** $L = \dfrac{(6 - 4) \times (7 - 2)}{8 \times 5 \div 4}$

➔ Voir Corrigés p. 368

9782210106345-0MEP.indb 8 24/06/16 10:37

Je m'entraîne

Calculer avec les nombres décimaux

1 Pour affronter l'hiver, Christine achète une écharpe à 15,28 € et un bonnet à 12,97 €. Combien va-t-elle payer ?

2 Antoine possédait 832,28 € sur son livret d'épargne. Pour son anniversaire, ses parents y ont déposé 75 €. Combien a-t-il maintenant sur son livret ?

3 Un panier plein de fruits pèse 1,836 kg. Vide, il pesait 0,425 kg. Quelle est la masse des fruits contenus dans ce panier ?

4 Pierre a relevé le compteur de sa voiture au départ et au retour de vacances. Au départ, le compteur indiquait 58 257,6 km. Au retour, il indiquait 59 329,1 km. Quelle distance a-t-il parcourue pendant ses vacances ?

5 Simon veut acheter un livre. Il a 12,28 € dans son porte-monnaie et il lui manque 3,25 € pour acheter ce livre. Quel est le prix du livre ?

6 Une voiture consomme 8,5 L d'essence pour faire 100 km. Combien d'essence consomme-t-elle pour faire 500 km ?

7 Un employé gagne 8,25 € de l'heure. Il travaille 35 heures par semaine. Combien gagne-t-il chaque semaine ?

8 Au marché, Anne a déposé dans son panier 1,2 kg de carottes, 600 g de raisin et 1,3 kg de pommes. Combien pèse le contenu de son panier ?

9 Les côtés d'un terrain de forme triangulaire mesurent 95 m, 2 hm et 15 dam. Calcule le périmètre de ce terrain.

10 Pour aller au collège, Caroline fait 1,4 km avec son vélo qu'elle laisse chez sa grand-mère. Puis elle parcourt 150 m à pied jusqu'au collège. Quelle distance parcourt-elle au total ?

11 Djamel a acheté 1,6 kg de poires à 2,30 € le kg. Combien a-t-il payé ?

12 Gérard a payé 28,56 € pour 12 pieds de tomate. Quel est le prix d'un pied de tomate ?

13 Un lot de six stylos identiques coûte 8,10 €. Quel est le prix d'un stylo ?

14 Mercredi après-midi, Anh Hao a fait cinq tours d'un circuit de VTT. Il a parcouru en tout 23,5 km. Quelle est la longueur de ce circuit ?

Déterminer un ordre de grandeur

15 Donne un ordre de grandeur du résultat.

a. 55 987 + 3 998 **c.** 9 995 057 + 6 995

b. 987 + 98 + 7 **d.** 100 875 + 100 057

16 Donne un ordre de grandeur du résultat.

a. 85 017 – 3 991 **c.** 1 001 001 – 10 001

b. 58 899 – 1 197 **d.** 909 998 – 100 029

17 Remplace chaque terme par un ordre de grandeur puis donne un ordre de grandeur de leur somme et de leur différence.

a. 52,758 et 46,7 **c.** 10,397 et 4,754 9

b. 97,367 et 4,692 **d.** 49,021 4 et 0,003 9

18 Associe chaque produit (**a.**) à son ordre de grandeur (**b.**).

a. 41 × 1,03 20,4 × 20,2 39,8 × 0,001 2

0,011 × 40,5 3,99 × 0,98 4,15 × 999

b. 400 40 0,4

4 000 4 0,04

19 Voici un ticket de caisse.
Donne un ordre de grandeur du prix à payer.

1	MAILLOT DE BAIN	70.00
1	SAC	49.00
1	LIVRE	17.00
1	SERVIETTE	14.00

20 Détermine un ordre de grandeur de chacun des nombres suivants.

M = (4,22 – 3,15) × 95,2

N = 40 129,5 + 103,2 × 98,017

P = 103,7272 ÷ 9,86 × 489,7

Q = 8 109,8 – 3,204 × 324,48

R = 9 036,9 ÷ (101,19 – 0,78)

Je m'entraîne

Calculer une expression sans parenthèses

21 Calcule.

$A = 3 \times 8 + 2$ $\quad$ $F = 11 + 18 - 2$

$B = 10 - 8 \div 2$ $\quad$ $G = 7 + 3 \times 5$

$C = 27 - 18 + 2$ $\quad$ $H = 3 + 18 \div 3$

$D = 12 - 2 \times 5$ $\quad$ $I = 30 \div 2 \times 5$

$E = 30 \div 5 + 5$ $\quad$ $J = 17 - 9 - 2$

22 Recopie chaque égalité en la complétant par le signe opératoire qui convient.

a. $3 + 7 \ldots 2 = 17$ $\quad$ **d.** $11 \ldots 7 - 4 = 0$

b. $2{,}5 + 7{,}5 \ldots 5 = 4$ $\quad$ **e.** $4 \ldots 6 - 4 = 20$

c. $7{,}8 - 2{,}4 \ldots 2 = 3$ $\quad$ **f.** $18 \ldots 6 \div 3 = 1$

23 Calcule en détaillant les étapes.

a. $K = 3{,}5 + 9 \div 2$ $\quad$ **d.** $N = 2{,}1 \times 9 - 4$

b. $L = 2{,}2 + 7{,}8 \times 5$ $\quad$ **e.** $P = 9{,}2 - 4{,}4 \div 2$

c. $M = 9{,}6 - 3{,}6 \times 2$ $\quad$ **f.** $Q = 6 \times 1{,}8 + 1{,}2$

24 Calcule en détaillant les étapes.

a. $R = 13 - 9 + 2$ $\quad$ **d.** $U = 36 \div 2 \times 3$

b. $S = 50 \div 10 \div 5$ $\quad$ **e.** $V = 25 - 7 - 2$

c. $T = 43 - 22 - 12$ $\quad$ **f.** $W = 42 \div 14 \div 2$

25 Recopie chaque égalité en la complétant par les signes opératoires qui conviennent.

a. $18 \ldots 9 \ldots 2 = 36$ $\quad$ **e.** $18 \ldots 9 \ldots 2 = 0$

b. $18 \ldots 9 \ldots 2 = 4$ $\quad$ **f.** $18 \ldots 9 \ldots 2 = 81$

c. $18 \ldots 9 \ldots 2 = 25$ $\quad$ **g.** $18 \ldots 9 \ldots 2 = 164$

d. $18 \ldots 9 \ldots 2 = 13{,}5$ $\quad$ **h.** $18 \ldots 9 \ldots 2 = 1$

26 Sullivan a écrit ce calcul dans son cahier.

$M = 4{,}7 + 6{,}1 + 3{,}3 + 2{,}8 + 5{,}9 + 3{,}2$

$M = 10{,}8 + 3{,}3 + 2{,}8 + 5{,}9 + 3{,}2$

$M = 14{,}1 + 2{,}8 + 5{,}9 + 3{,}2$

$M = 16{,}9 + 5{,}9 + 3{,}2$

$M = 21{,}8 + 3{,}2$

$M = 25$

Trouve son erreur et calcule M de façon plus astucieuse.

27 Sommes et produits

a. Calcule astucieusement.

$N = 27 + 19 + 3 + 11$

$P = 5 \times 25 \times 2 \times 4$

$Q = 8{,}3 + 8 + 6 + 1{,}7$

$R = 7 \times 0{,}5 \times 3 \times 20$

$S = 3{,}2 + 6{,}1 + 3{,}4 + 2{,}8 + 5{,}6$

$T = 12{,}5 \times 2{,}5 \times 8 \times 2 \times 4{,}4 \times 4$

b. Chacune de ces expressions comporte-t-elle des termes ou des facteurs ? Combien ?

28 Calcule en détaillant les étapes.

$F = 5{,}5 \times 100 + 230 \div 10 - 57 \times 4$

$G = 550 \div 100 + 230 \times 10 - 57 \times 4$

$H = 3 + 1{,}25 \times 1\,000 - 7\,500 \div 10 + 97$

$I = 12 + 8 - 4 + 16$ $\quad$ $L = 3 - 2{,}7 + 2{,}3 + 4$

$J = 10 \times 8 \div 4 \times 5$ $\quad$ $M = 25 - 7 - 4 + 6$

$K = 8 + 9 - 5{,}7 - 4{,}7$ $\quad$ $N = 20 \times 12 \div 6 \div 2$

29 Recopie ces égalités en trouvant les nombres cachés par les taches.

a. $3 \times ● - 2 \times 11 = 2$ $\quad$ **c.** $● \div 4 + 8 \div 2 = 5$

b. $60 \div ● - 3 \times 2 = 4$ $\quad$ **d.** $5 \times ● + 10 \div ● = 7$

Calculer une expression avec parenthèses

30 Une pièce de théâtre est organisée pour les 47 élèves de 6^e et les 32 élèves de 5^e du collège. Chaque place coûte 6 €.

Pour calculer le coût total à payer pour le collège, Lucas a tapé la séquence suivante sur sa calculatrice scientifique : 47+32*6=

a. Explique l'erreur commise par Lucas.

b. Écris la suite de touches sur lesquelles Lucas aurait dû appuyer pour trouver le coût total.

31 Calcule en détaillant les étapes.

$A = (3 + 7) \div 2$ $\quad$ $D = 10 \times (19 - 4)$

$B = 4 + (7 \times 8)$ $\quad$ $E = (13 - 4) \div 3$

$C = (36 \div 6) + 5$ $\quad$ $F = (5 \times 2{,}6) + 3{,}7$

32 Calcule en détaillant les étapes.

$G = (345 - 79) \div 100$ $\quad$ $J = 4{,}02 + 6 \times 0{,}8$

$H = 3{,}9 \div 2{,}6 \div 5$ $\quad$ $K = (1{,}3 - 0{,}07) \div 3$

$I = 0{,}01 \times (29 - 4)$ $\quad$ $L = 5{,}5 \times 20{,}9 + 3{,}7$

9782210106345-0MEP.indb 10 24/06/16 10:38

33 Voici ce qu'a écrit Lydia :

$A = 46 - 4 \times 9 + 7 = 46 - 36 = 10 + 7 = 17$

a. Barre en rouge les égalités fausses.

b. Selon toi, Lydia a-t-elle quand même compris où se trouvent les priorités dans ce calcul ?

c. Rédige correctement le calcul de A.

34 Place des parenthèses pour que les égalités ci-dessous soient vraies. Attention, ne mets pas de parenthèses inutiles !

a. $4 \times 3 - 5 + 2 = 5$

b. $8 - 3 \times 6 + 4 = 50$

c. $12 + 4 \times 7 \div 2 = 20$

d. $14 \times 4 + 7 \div 2 = 77$

35 Calcule astucieusement.

$A = (20 \times 5 + 11) \div (20 \times 5 + 11)$

$B = (14 \times 31 - 21 \times 17) \times (2 \times 12 - 24)$

36 Recopie chaque égalité en la complétant par les signes opératoires qui conviennent.

a. 23 – 6 ... 2 – 6 = 5

b. 4 ... 1 × 8 – 25 = 7

c. 9 ... (7 ... 5) × 4 = 1

d. 3 ... 5 – 2 ... 7 = 1

e. 9 ... 3 ... 5 – 5 = 10

f. 8 ... (3 ... 4 – 8) = 2

g. 17 – 7 ... 2 ... 2 = 5

h. 7 + 7 ... 5 × 2 = 77

37 Calcule en détaillant les étapes.

$C = 12 + (15 - 7) \times 3$

$D = 7 \times 7 - (18 - 9)$

$E = 30 - (14 \times 2) + 4$

$F = 25 - (7 - 4 + 6)$

$G = (3 - 2{,}7 + 2) \times 4$

$H = 12 \div (8 \div 2) + 4$

38 Calcule en détaillant les étapes.

$I = (18 - 4) \times 5 - 2$

$J = 7 + 2 \times (8 - 2)$

$K = 14 - 4 \div (10 - 5)$

$L = (31 - 13) \div 3 \times 2$

$M = 26 - (6 \times 5 - 6)$

39 À l'aide de ta calculatrice, vérifie si les calculs sont justes.

$A = 8 \times 7 - 5 - 4 = 48 - 1 = 47$

40 Calcule en détaillant les étapes.

$B = 6 \times [13 - (5 - 2)]$

$C = [(8 - 2) \times 8] \div 4 + 8$

$D = [(31 - 5) - 2 \times 7] \div 6 \div 2$

$E = 3{,}4 + [9 \times (8 \div 2)] \div 6 \times 7 + 2{,}6$

41 Calcule en détaillant les étapes.

$F = 21 + 8 \times 2 - [2 + (13 - 9) \times 3] - (10 - 6)$

$G = 66 \div 6 - (11 - 7) \times 3 \times [4 \times (4 - 2)] \div 12$

$H = [3 \times 7 - (18 - 9)] \times 2 + [(9 \times 3) + 1] - 8$

42 Place des parenthèses ou des crochets pour que les égalités soient vraies.

a. $7-5\times7\times5\div5=14$

b. $100\times3+30\div3=1\,100$

c. $3+9\times8\div2=48$

d. $5\times4{,}2-4\times4=4$

Calculer une expression fractionnaire

43 Calcule en détaillant les étapes.

$A = 15 + \dfrac{10}{5}$

$B = 12{,}2 - 2{,}2 \times 5$

$C = \dfrac{9{,}9}{3} - 3{,}1$

$D = 9{,}2 - \dfrac{7{,}2}{9}$

$E = 1 + 9 \times 3{,}4$

$F = \dfrac{0{,}9}{6} + 2{,}1$

$G = \dfrac{36+9}{10}$

$H = \dfrac{30}{\dfrac{10}{2}}$

$I = \dfrac{\dfrac{30}{10}}{2}$

$J = \dfrac{9 \times 4}{8 - 2}$

$K = \dfrac{24}{\dfrac{12}{4}}$

$L = \dfrac{86 - 14}{8 \times 2}$

44 Calcule en détaillant les étapes.

$T = 9 \div [(9 - 5) - 1]$

$V = 4 \times [(18 + 5) - 2]$

$W = 2 + (9 \times 3) - 8$

$X = (16 - 1) \div 3 + 7$

$Y = (8 + 6) \times 2 \div 7$

45 Place des parenthèses si nécessaire, pour que chaque égalité soit vraie.

a. $4 + 6 \times 3 = 30$

b. $11 - 7 - 4 = 8$

c. $120 \div 6 + 3 = 23$

d. $26 - 6 \times 3 = 60$

e. $40 \div 10 \div 2 = 8$

f. $40 \div 7 - 5 = 20$

g. $34 - 6 \times 3 = 16$

h. $120 \div 8 \times 5 = 3$

i. $18 \div 6 + 3 = 6$

j. $5 + 17 - 7 = 15$

46 Calcule à la main et vérifie avec ta calculatrice.

$I = 12 - \dfrac{0{,}9 \times 30}{3}$

$J = \dfrac{12 - 5 \times 2}{15 + 2{,}5 \times 2}$

$K = 8 \times 7 - 3 \times \dfrac{24 \div 3 + 8}{200 \times 0{,}02}$

Je résous des problèmes

En utilisant d'autres disciplines

1 Afin de récupérer les huiles usagées, les élus d'une grande ville ont décidé d'installer quatre conteneurs de 1 250 L pour les particuliers et six conteneurs de 1 700 L pour les entreprises industrielles.

a. Écris une expression qui permet de calculer la quantité d'huile récupérable par l'ensemble des conteneurs de la ville.

b. Calcule cette quantité d'huile récupérable.

2 Rafaël a fait installer plusieurs systèmes écologiques dans sa maison. À la fin de l'année, son système solaire combiné avec du gaz lui a permis d'économiser 642,52 € en eau chaude et chauffage. En un an, il a aussi utilisé 65 m^3 d'eau de pluie de sa citerne de récupération. Dans sa ville, un mètre cube d'eau de distribution coûte 5,44 €.

a. Écris une expression qui permet de calculer l'économie réalisée chaque mois. Calcule-la.

b. Tous ses travaux lui ont coûté 9 837,94 €. Au bout de combien de mois aura-t-il économisé cette somme si les prix de l'eau et du gaz ne changent pas ?

3 Pour couler une dalle de béton, Noël a acheté vingt-deux sacs de 35 kg de ciment. Il a aussi rapporté cinq chargements de gravier et trois chargements de sable de 600 kg chacun.

a. Écris une expression qui permet de calculer la masse totale de ces matériaux. Calcule-la.

b. Le compteur de Noël lui indique qu'il a utilisé 510 L d'eau au total. Sachant qu'il a fait tourner 38 fois la bétonnière, écris une expression qui permet de calculer la masse moyenne de béton pour chaque gâchée. (1 L d'eau pèse 1 kg.)

4 **Le calendrier musulman**

Le calendrier musulman est basé sur les phases de la Lune. Les années normales y durent 354 jours et les années abondantes 355.
Pour chaque période de 30 ans, il y a 19 années normales et 11 années abondantes.
Sur une telle période de 30 ans, il y a toujours 191 mois de 30 jours. Les autres mois sont des mois de 29 jours.

a. Écris une expression permettant de calculer combien de jours s'écoulent en 30 années puis effectue le calcul.

b. Écris une expression qui permet de calculer combien de mois de 29 jours s'écoulent en 30 années puis effectue le calcul.

5 Voici trois mesures d'un air bien connu.

a. Reproduis et complète ce tableau.

	♪	♩	♩.
unités de temps	0,5	1	1,5
nombre de notes			

b. Écris une expression qui permet de calculer le nombre d'unités de temps total de ces trois mesures, puis calcule ce nombre.

c. Combien d'unités de temps dure chacune des mesures ?

6 Le père de Paul veut refaire sa terrasse. Son budget maximum est de 3 500 € avec les meubles de jardin. Il pense dépenser 3 000 € pour recouvrir sa terrasse. Il souhaite acheter un salon de jardin en résine composé d'une table à 243 € et de 6 chaises vendues 67 € l'unité.

a. Paul dit à son père : « C'est trop cher pour ton budget ! » Comment a-t-il fait pour répondre si vite ?

Pour le sol, le père de Paul hésite entre trois revêtements possibles :

- soit des dalles en bois : il lui en faudrait 47 paquets, à 53 € pièce.
- soit des dalles en marbre, à 35 € le paquet de 4. Il lui en faudrait 88 paquets.
- soit des dalles en pierre bleue, à 9 € pièce. Il lui faudrait alors 418 dalles.

b. Sans poser d'opération, quel choix peut-il faire ou éliminer rapidement ?

c. Quel choix lui permettrait d'acheter quand même la table et les six chaises ?

d. Paul décide de calculer le prix total de ce dernier choix. Quel est le résultat de son calcul ?

9782210106345-0MEP.indb 12 24/06/16 10:38

Résoudre un problème

7 Calculer sans poser

a. Calcule 96,5 + 83,7 et 96,5 – 83,7.
b. Déduis-en les sommes et les différences suivantes, sans poser les opérations.
- 965 + 837
- 0,965 + 0,837
- 9,65 – 8,37
- 96 500 – 83 700

c. Peut-on trouver par ce moyen les résultats des opérations 96 500 + 8 370 et 9 650 – 837 ?

8 Traduis chaque phrase par une expression puis calcule-la.

a. A est le produit de la différence de 12 et de 7 par 6.

b. B est la somme du quotient de 136 par 8 et de 3.

c. C est le double de la somme de 1 et de 6.

d. D est le quart du produit de 22 par 6.

e. E est la différence de 17 et de la somme de 4 et de 9.

f. F est le quotient de la somme de 25 et de 11 par la différence de 11 et de 5.

9 Voici un programme de calcul : « Multiplier par 4, soustraire 12, multiplier par 3 puis ajouter 6. »

a. Écris une expression qui permet de trouver le nombre obtenu à la fin du programme, si on part du nombre 5. Quel est ce nombre ?

b. Recommence avec 7,5 comme nombre de départ.

10 Traduis chaque expression par une phrase.

$G = (8 + 10) \times 4$

$I = (7 + 9) \div (6 - 2)$

$H = 10 \div 5 + 6$

$J = 43 - 7 \times 6$

11 Nombres mystères

a. « J'ai choisi un nombre. Je l'ai divisé par 4 puis j'ai ajouté 13 au résultat. Je trouve 20. »

Écris une expression qui permet de trouver mon nombre de départ. Quel est ce nombre ?

b. « J'ai choisi un second nombre. J'y ai ajouté 4 puis j'ai divisé le résultat par 13. Je trouve 20. »

Écris une expression qui permet de trouver mon second nombre de départ. Quel est ce nombre ?

12 Le premier mai, Ludo est allé vendre du muguet. Avec les 739 brins cueillis, il avait composé 30 gros bouquets de 12 brins, des petits bouquets de 5 brins et avait offert ses 4 derniers brins de muguet à sa mère.

Écris une expression qui permet de calculer le nombre de petits bouquets de Ludo puis calcule-la.

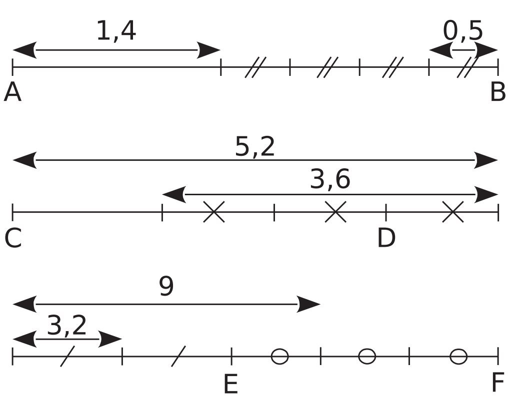
13 Pour chaque problème, écris une expression qui permet de trouver la réponse puis calcule-la.

a. Chloé achète trois livres à 5,20 € et un CD à 19,80 €. Elle a payé avec un billet de 50 €. Quelle somme lui a-t-on rendue à la caisse ?

b. Le F.S.E. a acheté 8 coupes à 24 € l'unité et 16 médailles à 4,20 € l'unité. Quelle est la dépense totale du F.S.E. ?

c. Daniel a gagné 4 630 € aux courses. Il décide de donner 400 € à l'occasion du Téléthon, de conserver la moitié du reste pour se payer un voyage, puis de distribuer la somme restante en parts égales à ses cinq petits-enfants. Quelle somme reçoit chacun de ses petits-enfants ?

14 On cherche à calculer les longueurs AB, CD et EF. Écris une expression permettant de calculer chacune de ces longueurs puis effectue chaque calcul.



Je résous des problèmes

En utilisant le numérique

15 L'ordre des opérations

a. Calcule K = 4 + 12 − 3 + 7.

b. Sur un tableur, un professeur a programmé deux feuilles pour montrer les étapes de calcul. En observant les captures d'écran ci-contre, énonce la règle.

	A	B	C	D	E	F
1	L =	18	−	2	+	11
2	L =		16		+	11
3	L =				27	

	A	B	C	D	E	F
1	M =	9	−	4	−	3
2	M =		5		−	3
3	M =				2	

c. Sur ton cahier et en écrivant les étapes, calcule :
N = 21 − 9 − 3 et P = 17 − 8 + 1.

d. Dans l'expression K, où dois-tu placer des parenthèses pour obtenir 6 comme résultat ?

16

On a répertorié dans le tableau suivant les commandes des élèves d'un collège pour les photos de classe. Le FSE touche 1,85 € sur chaque vente. Combien cette commande lui rapporte-t-elle ? Recopie et complète ce tableau à l'aide d'un tableur.

	Prix	Quantité	TOTAL
La pochette complète	15,20	254	
Le groupe classe	6,80	15	
Les photos individuelles	10,30	62	
TOTAL COMMANDE			

17 Notation Polonaise Inverse

a. La Notation Polonaise Inverse (NPI), également connue sous le nom de notation post-fixée, permet de noter les formules arithmétiques sans utiliser de parenthèses.

b. Cette notation est utilisée par certaines calculatrices, ordinateurs ou logiciels. Pour la suite, « *Entrée* » signifiera qu'on appuie sur la touche *Entrée* d'une calculatrice utilisant cette notation.

1re Partie : Découverte

Nathalie a une calculatrice qui utilise la Notation Polonaise Inverse. Pour effectuer le calcul 5 × (7 + 3), elle tape :

[7] [Entrée] [3] [Entrée] [+] [5] [Entrée] [×]

Voici ce qui s'inscrit sur son écran :

	7	10	10	
7	3	10	5	50

a. Essaie de trouver ce qu'il faut taper en NPI pour calculer :

- A = 8 × (7 − 5)
- B = (3,7 + 8) × 9
- C = 5 + 3 × 7

b. Recherche à quels calculs correspondent les saisies suivantes puis effectue-les.

- [4] [Entrée] [1] [Entrée] [−] [12] [Entrée] [×]
- [25] [Entrée] [8] [Entrée] [1,5] [Entrée] [×] [−]

2e Partie : Pour aller plus loin

a. Recherche à quels calculs correspondent les saisies suivantes puis effectue-les.

- [7] [Entrée] [4] [Entrée] [−] [3] [Entrée] [×] [2] [Entrée] [×]
- [8] [Entrée] [3] [Entrée] [+] [9] [Entrée] [4] [Entrée] [−] [×]

b. Essaie de trouver ce qu'il faut taper en NPI pour calculer :

- D = (18 + 3) × (17 − 5)
- E = (((5 − 2) × 3) − 4) × 8
- F = (25 − 4) × 5 + 8 ÷ 4

c. Invente cinq calculs différents contenant chacun au moins un couple de parenthèses. Sur ton cahier, effectue ces calculs puis écris sur une feuille la saisie en NPI qui correspond à chacun d'eux afin qu'un autre groupe puisse les effectuer.

9782210106345-0MEP.indb 14 24/06/16 10:38

Nombres relatifs

A2

Objectifs de cycle

■ **Découvrir de nouveaux nombres**		
Distance à zéro d'un nombre	tests n° 1, 2	Niveau 1
Opposé d'un nombre	test n° 3	Niveau 1
Comparer des nombres relatifs	tests n° 4, 5	Niveau 1
■ **Additionner deux nombres relatifs**	test n° 6	Niveau 1
■ **Soustraire deux nombres relatifs**	tests n° 7, 8	Niveau 1
■ **Simplifier l'écriture d'une somme**	tests n° 9, 10	Niveau 1
■ **Multiplier des nombres relatifs**		
Multiplier deux nombres relatifs	test n° 11	Niveau 2
Multiplier plusieurs nombres relatifs	test n° 12	Niveau 2
■ **Diviser deux nombres relatifs**	tests n° 13, 14	Niveau 2
■ **Calculer avec les quatre opérations**	test n° 15	Niveau 2

- Les nombres relatifs sont introduits comme étant de nouveaux nombres permettant de rendre la soustraction toujours possible.
- Dans le chapitre D5, le repérage des nombres relatifs est introduit et peut permettre également une introduction à ces nouveaux nombres.
- La comparaison et les quatre opérations sont successivement étudiées.

Activités de découverte

Activité 1 De nouveaux nombres

1. Ce matin, il faisait très froid. La température a augmenté de 5°C, il fait maintenant 3°C. Quelle température faisait-il au début?

2. Omar prend l'ascenseur. Il monte de 6 étages et se retrouve au 4^e étage. A quel niveau était-il au départ ?

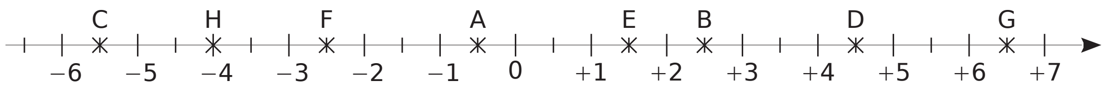
3. Complète ces additions à trous.

2 + ... = 16   5 + ... = 15   18 + ... = 0   18 + ... = 8

4. Quelle opération permet de trouver le nombre manquant ?

Activité 2 Comparaison de nombres relatifs

Sur l'axe gradué ci-dessous, on a placé les points A à H.



1. Lorsqu'on parcourt l'axe gradué de gauche à droite, dans quel ordre sont les abscisses des points ? Donne les abscisses des points A à H.

2. En observant l'axe gradué, recopie puis complète par < ou >.

a. − 5,5 ... − 2,5	**d.** − 0,5 ... − 2,5	**g.** − 2,5 ... − 4
b. + 2,5 ... − 5,5	**e.** + 1,5 ... + 6,5	**h.** + 4,5 ... + 6,5
c. − 4 ... + 4,5	**f.** − 0,5 ... + 1,5	**i.** − 5,5 ... − 0,5

3. Déduis-en une règle qui permet de comparer deux nombres relatifs. Tu utiliseras l'expression « distance à zéro » pour rédiger cette règle.

Activité 3 Il faut régler l'addition !

À la fête foraine, Mamadou a choisi un jeu comportant deux manches à l'issue desquelles il peut gagner ou perdre de l'argent. Un gain de 3 € est noté + 3 ou 3 tandis qu'une perte de 7 € est notée − 7.

1. Donne le bilan de chacune des parties suivantes.

Partie 1 :
Mamadou a gagné 3 € puis a gagné 7 €.

Partie 2 :
Mamadou a gagné 8 € puis a perdu 5 €.

Partie 3 :
Mamadou a perdu 4 € puis a perdu 6 €.

Partie 4 :
Mamadou a perdu 9 € puis a gagné 2 €.

2. Dans un tableur, recopie le tableau ci-contre qui représente les gains et les pertes des deux manches de plusieurs parties.

3. Quelle formule dois-tu entrer dans la cellule D2 pour trouver la valeur qu'elle contient ?

4. En étirant la formule vers le bas, fais afficher les valeurs contenues dans les cellules D3 à D11.

5. Vérifie les résultats calculés par le tableur avec ceux obtenus à la question **1.**

6. Déduis-en une règle pour additionner deux nombres relatifs.

	A	B	C	D
1	Partie n°	1re manche	2e manche	Bilan de la partie
2	1	+ 3	+ 7	
3	2	+ 8	– 5	
4	3	– 4	– 6	
5	4	– 9	+ 2	
6	5	– 7	+ 10	
7	6	– 3	– 9	
8	7	+ 8	+ 2	
9	8	+ 4	– 2	
10	9	+ 5	– 7	
11	10	+ 10	+ 12	

Activité 4 Quelles différences…

1. Complète les opérations à trou.

a. (+ 3) + ? = (– 5) **b.** (– 10) + ? = (– 3) **c.** (– 2) + ? = (– 1,2) **d.** (+ 6) + ? = (+ 1,5)

2. Quelle opération permet de trouver le résultat ? Comment le trouver ?

Activité 5 Produit de nombres relatifs

1. Presque comme avant !

a. Quelle est la valeur de B = (– 2) + (– 2) + (– 2) + (– 2)?
Conjecture la manière dont on calcule le produit d'un nombre négatif par un nombre positif.

b. On considère l'expression Z = 3,5 × 1,2 + (– 3,5) × 1,2.

- Factorise Z puis calcule sa valeur.
- Que peut-on en déduire pour les nombres 3,5× 1,2 et (– 3,5) × 1,2 ?
  Déduis-en la valeur de (– 3,5) × 1,2.

2. Négatif fois négatif …

a. Effectue les calculs donnés dans le cadre ci-contre.
Quelle pourrait être la valeur de (– 7) × (– 5) ?

b. On considère l'expression
N = (– 1,5) × 0,8 + (– 1,5) × (– 0,8).
Retrouve la valeur de (– 1,5) × (– 0,8).

(– 7) × 4 = ...

(– 7) × 3 = ...

(– 7) × 2 = ...

(– 7) × 1 = ...

(– 7) × 0 = ...

9782210106345-0MEP.indb 17 24/06/16 10:38

3. Une nouvelle table

a. Voici une table de multiplication.

	– 5	– 4	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3	4	5
– 5											
– 4											
– 3											
– 2											
– 1											
0											
1											
2											
3											
4											
5											

À l'aide d'un tableur, crée cette table de multiplication et vérifie que les résultats obtenus sont les mêmes que les tiens.

b. En t'aidant de la table, donne le résultat de chaque calcul.

A = (– 5) × 4 B = 3 × (– 2) C = 5 × (– 4) D = (– 1) × (– 3)

4. Propose un résultat pour les calculs suivants et vérifie-les à la calculatrice.

E = (– 9,2) × 2 F = 1,5 × (– 8) G = (– 3,14) × 0 H = (– 1,2) × (– 0,1)

Activité 6 Produit de plusieurs nombres relatifs

1. Calcule ces expressions et déduis-en une règle pour trouver rapidement chaque résultat.

A = (– 1) × (– 1)
B = (– 1) × (– 1) × (– 1)
C = (– 1) × (– 1) × (– 1) × (– 1)
D = (– 1) × (– 1) × (– 1) × (– 1) × (– 1)

2. Détermine une méthode pour trouver les résultats des expressions suivantes.

E = (– 4) × (– 2) × (– 5)
F = (– 10) × (– 0,1) × (– 3)× (– 2)
G = (– 8) × (– 10) × (– 0,1)× (– 1) × (+ 4)
H = (– 100) × (+ 0,01) × (– 3)× (– 0,5)× (+ 2)

Activité 7 Quotient de nombres relatifs

1. Retrouve les nombres manquants de ces opérations à trous.

a. 4× ...= 12 **b.** (– 5) × ...= 130 **c.** 8× ...= (– 16) **d.** ...× (– 3)= (– 27)

2. Quelle opération permet d'obtenir le résultat ?

3. Détermine le signe puis calcule l'expression : $K = \dfrac{(-3)\times(-5)\times 2\times(-1)}{(-1)\times 8\times 5\times(-5)}$.

9782210106345-0MEP.indb 18 24/06/16 10:38

Cours et méthodes

1) Utiliser de nouveaux nombres

Définition

Un nombre relatif est un nombre positif ou négatif.
Il peut être précédé d'un signe + ou –.
Le nombre sans son signe s'appelle la **distance à zéro** de ce nombre ou encore sa **partie numérique**.

» **Exemple :** la distance à zéro du nombre – 2,7 est 2,7.

Définition

- Deux nombres qui ont la même distance à zéro mais des signes contraires sont dits **opposés**.
- 0 est neutre, il n'a pas de signe.

» **Exemple :** L'opposé du nombre – 2,7 est + 2,7. L'opposé de + 4 est – 4

Propriété

Un nombre relatif **négatif** est inférieur à un nombre relatif **positif**.
Deux nombres relatifs **positifs** sont rangés dans l'ordre de leurs distances à zéro.
Deux nombres relatifs **négatifs** sont rangés dans l'ordre inverse de leurs distances à zéro.

Entraîne-toi à Comparer des nombres relatifs

Énoncé : Compare les nombres suivants :

a. – 2 et – 6. **b.** + 2 et + 6. **c.** – 2 et + 6.

Correction :

a. – 2 > – 6 **b.** + 2 < + 6 **c.** – 2 < + 6

2) Additionner deux nombres relatifs

Règle

Pour **additionner deux nombres relatifs de même signe**, on garde le signe commun et on additionne leurs distances à zéro.
Pour **additionner deux nombres relatifs de signes contraires**, on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro et on soustrait la plus petite distance à zéro à la plus grande.

Entraîne-toi à Additionner deux nombres relatifs

Énoncé : Calcule

A = (– 2) + (– 3) ;
B = (– 5) + (+ 7) ;
C = (+ 2) + (+ 4) ;
D = (+ 6) + (– 9).

Correction

A = (– 2) + (– 3)
A = – (2 + 3) **= – 5**
B = (– 5) + (+ 7)
B = + (7 – 5) **= + 2**

C = (+ 2) + (+ 4)
C = + (2 + 4) **= + 6**
D = (+ 6) + (– 9)
D = – (9 – 6) **= – 3**

Propriété

La somme de deux nombres **opposés** vaut 0.

» **Exemple :** – 2 531 + (+ 2 531) =0 ; 1 245 + (– 1 245) = 0.

9782210106345-0MEP.indb 19 24/06/16 10:38

3 Soustraire deux nombres relatifs

Règle

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

↘ Entraîne-toi à Effectuer une soustraction de nombres relatifs

■ **Énoncé**

Calcule :

C = (– 2) – (– 3).

Correction

C = (– 2) – (– 3)
C = (– 2) + (+ 3)
C = + 1

↘ Entraîne-toi à Effectuer une suite d'additions et de soustractions

On transforme les soustractions en additions.
On effectue les calculs de gauche à droite ou en regroupant les nombres de même signe.

■ **Énoncé**

Calcule

D = (+ 4) + (– 5) – (– 8)

E = (– 15) – (+ 14) + (– 15) – (– 20)

Correction

D = (+ 4) + (– 5) – (– 8)
D = (+ 4) + (– 5) + (+ 8)
D = (– 1) + (+ 8)
D = + 7

E = (– 15) – (+ 14) + (– 15) – (– 20)
E = (– 15) + (– 14) + (– 15) + (+ 20)
E = (– 44) + (+ 20)
E = (– 24)

4 Simplifier l'écriture d'une somme de nombres relatifs

Règle

Pour simplifier l'écriture dans une suite d'**additions,** on omet les parenthèses et les signes + de l'addition.

Cela revient à n'écrire que les nombres avec leurs signes.

Attention :
- à ce moment-là, le signe – qui semble être une soustraction est en réalité l'écriture simplifiée de l'addition d'un nombre négatif.

↘ Entraîne-toi à Simplifier l'écriture d'une suite d'additions

1. On transforme les soustractions en additions des opposés.
2. On réécrit le calcul sans les signes de l'addition et les parenthèses.
3. On supprime le signe + en début de calcul.

■ **Énoncé**

Simplifie l'expression

E = (+ 4) + (– 11) – (+ 3)

puis calcule.

Correction

E = (+ 4) + (– 11) – (+ 3)
E = (+ 4) + (– 11) + (– 3)
E = + 4 – 11 – 3
E = 4 – 11 –3
E = –7 –3
E = – 10

9782210106345-0MEP.indb 20 24/06/16 10:38

5 Multiplier des nombres relatifs

Règle

Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie leurs distances à zéro et on applique la **règle des signes** suivante :
- le produit de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif** ;
- le produit de deux nombres relatifs de **signes contraires** est **négatif**.

Entraîne-toi à Multiplier deux nombres relatifs

Énoncé

Calcule :

F = (– 4) × (– 2,5) ;

G = 0,2 × (– 14).

Correction

F = (– 4) × (– 2,5).
F = 4 × 2,5
F = 10

G = 0,2 × (– 14)
G = – (0,2 × 14)
G = – 2,8

Entraîne-toi à Multiplier plusieurs nombres relatifs

Le produit de plusieurs nombres relatifs est :
- **positif** s'il comporte un nombre **pair** de **facteurs négatifs**.
- **négatif** s'il comporte un nombre **impair** de **facteurs négatifs**.

Énoncé

Quel est le signe du produit :
H = – 6 × 7 × (– 8) × (– 9) ?

Correction :
H est un produit comportant trois facteurs négatifs. Or 3 est impair donc **H est négatif.**

6 Diviser deux nombres relatifs

Règle

Pour calculer le **quotient d'un nombre relatif par un nombre relatif non nul**, on divise leurs distances à zéro et on applique la règle des signes du produit.

Entraîne-toi à Diviser deux nombres relatifs

Énoncé

Calcule :

K = 65 ÷ (– 5) ;

$L = \frac{-30}{-4}$

Correction

K = 65 ÷ (– 5)
K = – 65 ÷ 5
K = – 13

$L = \frac{-30}{-4}$
L =30 ÷ 4
L = 7,5

7 Calculer avec les quatre opérations

Entraîne-toi à Calculer une expression

On détermine les signes des produits avant de calculer.

Énoncé

Calcule les expressions suivantes :

F=–2 × (–3) + 5 ;

G=5 – (–2) × 5

Correction

F = –2 × (–3) + 5
F = 6 + 5 **= 11**

G = 5 – (–2) × 5
G = 5 + 10 **= 15**

9782210106345-0MEP.indb 21 24/06/16 10:38

Je me teste

Niveau 1

1 Donne les signes des nombres relatifs suivants :
$+ 1235$; $- 587$; 0 ; $- 0{,}001$; $3{,}5$.

2 Donne les distances à zéro des nombres suivants :
$+ 5{,}7$; $- 5{,}8$; $+ 64{,}78$ et $- 123{,}4$.

3 Donne les opposés des nombres relatifs suivants : $- 2\,531$; 0 ; $1\,245$; $- 0{,}03$; $+ 0{,}003$.

4 Compare les nombres suivants.

$+ 5$ et $+ 9$
$- 3$ et $+ 8$
$- 6$ et $- 12$
$- 5$ et $- 9$
$+ 5{,}1$ et $- 5{,}3$
$- 6{,}2$ et $- 6{,}4$

5 Range les nombres dans l'ordre croissant.

a. $+ 12$; 0 ; $- 7$; $- 5$; $+ 5$
b. $- 24$; $- 2{,}4$; $+ 2{,}4$; 0 ; $- 4{,}2$; $- 4$.
c. $- 2{,}4$; $+ 2{,}3$; $- 2{,}42$; $+ 2{,}33$; $- 3{,}23$.

6 Effectue les additions suivantes.

a. $A = (- 11) + (- 9)$
b. $B = (+ 12) + (- 15)$
c. $C = (+ 1) + (+ 3) + (- 2)$
d. $D = (- 10{,}8) + (+ 2{,}5)$
e. $E = (+ 25{,}2) + (- 15{,}3)$
f. $F = (- 21{,}15) + (+ 21{,}15)$

7 Transforme les soustractions en additions.

a. $(+ 5) - (- 6)$
b. $(- 3) - (+ 2)$
c. $(+ 4) - (+ 8)$
d. $(- 7) - (- 3{,}8)$
e. $(- 2{,}3) - (+ 7)$
f. $(+ 6{,}1) - (- 2)$

8 Effectue les soustractions.

a. $(+ 3) - (- 6)$
b. $(- 3) - (- 3)$
c. $(+ 7) - (+ 3)$
d. $(- 5) - (+ 12)$
e. $(+ 2{,}1) - (+ 4)$
f. $(- 7) - (+ 8{,}25)$

9 Simplifie les écritures suivantes :
$A = (- 5) - (- 135) + (+ 3{,}41) + (- 2{,}65)$
$B = (+ 18) - (+ 15) + (+ 6) - (- 17)$

10 Trois élèves doivent calculer : $A = (- 25) + (+ 3) - (- 25) + (- 7) + (+ 4) - (+1)$.
- Rebecca effectue les calculs de gauche à droite ;
- Vincent regroupe les nombres positifs puis les nombres négatifs ;
- Esther calcule l'expression en effectuant des regroupements astucieux.

Rédige les calculs de ces trois élèves. Pour cette expression, quelle méthode est la plus rapide ?

Niveau 2

11 Effectue les multiplications suivantes.

a. $A = (- 7) \times (- 8)$
b. $B = (- 9) \times 6$
c. $C = - 5 \times (- 11)$
d. $D = - 8 \times 0{,}5$
e. $E = 10 \times (- 0{,}8)$
f. $F = (- 7) \times 0$

12 Calcule.

$A = - 25 \times (- 9) \times (- 4)$
$B = 0{,}5 \times 6 \times (- 20) \times 8$

13 Quels sont les signes des expressions suivantes ?

$C = \dfrac{56}{-74}$ $D = \dfrac{-6}{5}$ $E = -\dfrac{9}{13}$ $F = -\dfrac{7}{-45}$ $G = -\dfrac{-8}{-9}$

14 Calcule mentalement.

$H = 45 \div (- 5)$ $I = (- 56) \div (- 8)$ $J = - 59 \div (- 10)$ $K = - 14 \div 4$

15 Effectue les calculs.

$L = (- 3 - 6) \times (6 - 8)$ $M = 12 - (- 21) \times 7$ $N = - 15 + (6 - 9) \times (- 4)$

→ Voir Corrigés p. 368

9782210106345-0MEP.indb 22 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

Découvrir de nouveaux nombres

1 Donne des exemples de la vie courante pour lesquels on utilise :

a. des nombres entiers relatifs ;

b. d'autres nombres relatifs.

2 Types de nombres

Voici des nombres relatifs :

$-7,8$; $+13$; 0 ; $-7,3$; $-0,07$; $-\dfrac{27}{5}$; $+2\,005$; $0,000\,1$; $18,43$; $+1\,979$.

a. Classe-les en deux catégories :

- les nombres négatifs ;
- les nombres positifs.

b. Que remarques-tu ?

3 L'opposé de l'opposé

a. Recopie et complète le tableau suivant.

Nombre	5,2		0	− 27	
Opposé du nombre		− 2,1			
Opposé de l'opposé du nombre					10

b. Que peux-tu dire de l'opposé de l'opposé d'un nombre relatif ?

4 Écart à la moyenne

Voici les notes obtenues par huit filles de la classe de 5ᵉA lors du dernier devoir de mathématiques :

17 ; 7 ; 10 ; 13,5 ; 10,5 ; 8,5 ; 13 ; 4,5.

Pour indiquer « les écarts à la moyenne 10 », le professeur décide de noter $+7$ pour 17 et -3 pour 7.

a. Indique de la même manière « les écarts à la moyenne 10 » des six autres notes.

Le professeur a noté « les écarts à la moyenne 10 » de huit garçons de la classe :

$+3$; $-0,5$; -2 ; $+7$; $-2,5$; -4 ; $+0,5$; 0.

b. Retrouve les notes de ces garçons.

Comparer des nombres relatifs

5 Écris tous les entiers relatifs compris entre $-7,04$ et $1,03$.

6 Écris les nombres permettant de poursuivre logiquement les séries.

a. -36 ; -35 ; -34 ; ... ; ... ; ... ; ...

b. 8 ; 6 ; 4 ; ... ; ... ; ... ; ...

c. -50 ; -40 ; -30 ; ... ; ... ; ... ; ...

7 Écris les nombres permettant de poursuivre logiquement les séries.

a. $-0,6$; $-0,5$; $-0,4$; ... ; ... ; ... ; ...

b. 3,5 ; 2,5 ; 1,5 ; ... ; ... ; ... ; ...

c. $-9,7$; $-9,8$; $-9,9$; ... ; ... ; ... ; ...

8 Pour chaque nombre, recopie puis complète par l'entier relatif qui suit ou qui précède.

a. ... < -4

b. $-3 <$ ...

c. $-12 >$ ...

d. ... > -15

e. ... > 3

f. $0 >$ ...

9 Pour chaque nombre, recopie puis complète par l'entier relatif qui suit ou qui précède.

a. ... $< -2,3$

b. $-0,1 <$ ...

c. ... $< -3,5$

d. ... $< +125$

e. ... $> +3,2$

f. $+5,71 >$ ...

g. ... $> -17,71$

h. $-114,5 >$ ...

10 Nombre sandwich

Recopie puis complète en intercalant un nombre entre les deux nombres proposés.

a. $-2 >$ ... > -4

b. $+5 <$ ... $< +6$

c. $-14,2 >$ ... $> -14,5$

d. $+0,1 >$ ... $> -0,2$

e. $+14,35$ ... ... $+14,36$

f. $-1,44$ ... ... $+0,71$

g. $-17,34$ ... ... $-17,304$

h. $-132,24$ ... ... $-132,247$

9782210106345-0MEP.indb 23 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

11 **Encadrement**

Intercale les nombres suivants entre deux entiers relatifs consécutifs.

a. 5,09
b. – 12,97
c. – 0,008
d. $-\frac{5}{4}$

12 **Nombres relatifs et droite graduée**

a. Trace une droite graduée en centimètres.

b. Sur cette droite graduée, place les points suivants :

A (+ 3) ; B (– 1) ; C (– 3,5) ;
D (+ 5,5) ; E (– 5,3).

c. En observant la droite graduée, range par ordre croissant les nombres suivants :

+ 3 ; – 1 ; – 3,5 ; + 5,5 et – 5,3.

13 Compare les nombres suivants.

a. – 1 et + 3
b. + 4 et + 6
c. – 6 et – 2
d. – 2 et – 4
e. – 0 et + 8
f. + 3 et – 4
g. + 4 et – 14
h. – 12 et – 18
i. – 4 et 0
j. – 212 et + 212

14 Compare les nombres suivants.

a. – 2,4 et – 2,3
b. + 3,6 et – 6,3
c. 0 et + 3,9
d. – 5,6 et – 5,60
e. + 32,57 et + 32,507
f. – 125,64 et – 125,064
g. – 23,7 et + 23,69

15 Range dans l'ordre croissant les nombres suivants.

a. + 12 ; – 2 ; + 1 ; + 13 ; – 31 ; – 11 ; – 5.

b. + 3 005 ; – 3 500 ; + 2 000 ; + 2 002 ; – 2 002 ; – 3 050 ; + 5 300.

c. – 20,1 ; + 2,01 ; + 2,21 ; – 2,1 ; – 22,1 ; + 2,1.

16 Range dans l'ordre décroissant les nombres.

a. + 3,5 ; – 20,39 ; – 12,03 ; + 5,6 ; – 123,45.

b. – 7,001 ; – 7,1 ; – 7,71 ; – 7,01 ; – 7,2 ; – 7,7.

c. – 100,3 ; – 99,3 ; – 100,03 ; – 99,13 ; – 9,3.

Additionner deux nombres relatifs

17 Relie chaque calcul à son résultat.

(– 12) + (– 4)	•	•	+ 4
(+ 12) + (– 4)	•	•	– 20
(– 12) + (– 8)	•	•	– 16
(– 8) + (+ 12)	•	•	+ 12
(+ 8) + (+ 4)	•	•	+ 8

18 Effectue les additions suivantes.

a. (+ 2) + (+ 7)
b. (– 4) + (+ 5)
c. (– 8) + (– 14)
d. (+ 9) + (– 9)
e. (– 20) + (– 12)
f. (+ 40) + (– 60)
g. (– 36) + (+ 18)
h. (– 25) + (+ 0)

19 Effectue les additions suivantes.

a. (– 2,3) + (– 4,7)
b. (+ 6,8) + (– 9,9)
c. (– 3,5) + (+ 1,8)
d. (– 2,51) + (– 0,4)
e. (– 7,8) + (– 2,1)
f. (+ 13,4) + (– 20,7)
g. (– 10,8) + (+ 11,2)
h. (+ 17) + (+ 5,47)

20 Effectue les additions suivantes.

a. (+ 4) + (+ 9)
b. (– 2) + (+ 3)
c. (– 4) + (– 11)
d. (+ 1) + (– 7)
e. (– 10) + (+ 10)
f. (– 40) + (+ 20)

21 Relie les expressions égales.

(– 8) + (– 16)	•	•	(– 11) + (+ 33)
(+ 24) + (– 4)	•	•	(+ 30) + (– 47)
(– 14) + (– 3)	•	•	(+ 19) + (+ 1)
(– 7) + (+ 7)	•	•	(– 11) + (– 13)
(+ 14) + (+ 8)	•	•	(+ 63) + (– 63)

22 Effectue les additions suivantes de gauche à droite.

a. (+ 12) + (– 3) + (– 8)
b. (– 9) + (– 14) + (+ 25) + (– 3)
c. (+ 3) + (– 7) + (– 8) + (+ 2)

9782210106345-0MEP.indb 24 24/06/16 10:38

23 Effectue les additions suivantes de gauche à droite.

a. (− 2,3) + (− 12,7) + (+ 24,7) + (− 1,01)

b. (+ 7,8) + (+ 2,35) + (− 9,55) + (+ 4)

Soustraire deux nombres relatifs

24 Complète les égalités suivantes.

a. (+ 2) + (...) = (+ 7)
b. (...) + (+ 15) = 11
c. (− 5) + (...) = (− 7)
d. (+ 8) + (...) = (+ 2)
e. (...) + (+ 1) = 0
f. (...) + (− 15) = 11
g. (+ 3) + (...) = (− 9)
h. (...) + (− 3) =− 6

25 Recopie puis complète.

a. (+ 2) − (+ 7) = (+ 2) + (...)
b. (− 4) − (+ 5) = (− 4) + (...)
c. (− 8) − (− 14) = (...) + (...)
d. (+ 9) − (− 9) = (...) + (...)

26 Transforme les soustractions suivantes en additions puis effectue-les.

a. (+ 4) − (+ 15)
b. (− 12) − (+ 5)
c. (− 10) − (− 7)
d. (+ 14) − (− 4)
e. (+ 6) − (+ 6)
f. (− 20) − (+ 7)

27 Transforme les soustractions suivantes en additions puis effectue-les.

a. (+ 9) – (+ 12)
b. (– 10) – (+ 6)
c. (– 2) – (– 17)
d. (– 13) – (– 5)
e. (+ 8) – (– 1)
f. 0 – (– 72)

28 Effectue les soustractions suivantes.

a. (− 2,6) − (+ 7,8)
b. (+ 6,4) − (+ 23,4)
c. (+ 4,5) − (− 12,8)
d. (− 2,7) − (− 9,9)
e. (− 12,8) − (+ 9,5)
f. (+ 6,7) − (+ 2,4)
g. (+ 8,1) − (− 13,6)
h. (− 12,7) − (− 9,8)

29 Pour chaque expression, transforme les soustractions en additions puis effectue les calculs de gauche à droite.

a. (+ 4) − (−2) + (− 8) − (+ 7)

b. (− 27) − (− 35) − (− 20) + (+ 17)

c. (+ 3,1) + (− 3,5) − (+ 7,8) − (+ 1,6)

d. (− 16,1) − (+ 4,25) + (+ 7,85) − (+ 1,66)

Simplifier l'écriture des nombres relatifs

30 Calcule les sommes en regroupant les nombres positifs puis les nombres négatifs.

A = (+ 17) + (− 5) + (+ 4) + (+ 5) + (− 3)

B = (− 12) + (− 4) + (+ 7) + (+ 8) + (− 6)

C = (− 3) + (+ 5,4) + (− 4,8) + (+ 6,6) + (− 1)

D = (+ 1,2) + (+ 4,2) + (+ 7,1) + (− 6,7)

31 Pour chaque expression :

a. Transforme les soustractions en additions.

b. Calcule les sommes en regroupant les nombres positifs puis les nombres négatifs.

E = (+ 12) − (− 6) + (− 2) + (+ 7) − (+ 8)

F = (− 20) − (+ 14) + (+ 40) + (− 12) − (− 10)

G = (− 7,1) − (− 3,2) − (+ 1,5) + (+ 8,4)

H = (+ 1) − (− 6,8) + (− 10,4) + (+ 7,7) − (+ 2)

32 Calcule astucieusement les expressions.

a. (+ 14) + (− 45) + (− 14) + (+ 15)

b. (− 1,4) + (− 1,2) + (+ 1,6) − (+ 1,6)

c. (+ 1,35) + (− 2,7) − (− 0,65) + (– 1,3)

d. (− 5,7) − (− 0,7) + (+ 1,3) − (− 1) − (+ 1,3)

33 Remplace les pointillés par le nombre qui convient :

a. (– 10) + ... = 25

b. (+ 16) – ... = 42

c. (+ 25) – (– 13) + (– 5) + ... = 26

d. (– 63) + (– 8) – ... + (+ 18) = 21

34 Associe chaque expression (**a.**) à son écriture simplifiée (**b.**).

a. (− 8) + (− 16) (+ 8) + (− 16) ;
(− 8) − (− 16) (− 8) − (+ 16)

b. 8 − 16 − 8 − 16 − 8 + 16

35 Donne une écriture équivalente de chaque expression sans utiliser le signe + .

a. − 9 − 13− 15
b. − 10 + 7 − 3 − 3
c. 5 − 2 + 3 − 2
d. − 6 − 8 + 5 − 3
e. 15 − 13 − 8 − 7
f. − 3 − 5 − 9 + 1
g. 14 + 4 + 25 + 3
h. 9 + 13 + 15

9782210106345-0MEP.indb 25 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

36 Donne une écriture simplifiée de chaque expression en supprimant les parenthèses et les signes qui ne sont pas nécessaires.

a. (– 5) + (– 3)
b. (– 4) – (+ 6)
c. (+ 9) – (– 3)
d. (– 0,5) – (+ 4,5)
e. (+ 1,7) – (– 3,4)
f. (– 2,6) + (– 4)
g. (+ 17) – (– 5) + (+ 4) – (+ 5) – (– 3)
h. (– 15) + (+ 3,5) – (– 7,9) + (– 13,6)

37 Effectue les calculs suivants.

a. 5 – 14
b. 8 – 13
c. – 6 – 6
d. – 13 + 9
e. 53 – 18
f. – 28 – 12
g. – 17 + 17
h. 0 – 89

38 Effectue les calculs suivants.

a. 0,5 – 1,5
b. 1,8 – 1,3
c. – 0,6 + 0,6
d. – 1,3 + 2
e. – 5,3 – 0,7
f. – 2,8 – 4
g. – 5,7 + 4,4
h. 3,2 – 8,9

39 Effectue les calculs suivants.

a. 4 – 12
b. 9 – 11
c. – 2 – 2
d. – 6 + 8
e. 55 – 32
f. – 2,2 – 2,7
g. – 6,7 + 2,4
h. 1,2 – 2,9

40 Calcule de gauche à droite.

A = 24 – 36 + 18
B = – 13 – 28 + 35
C = – 8 – 4 + 12
D = 18 – 8 + 4 – 14
E = – 23 + 44 – 21
F = 14 – 23 + 56 – 33

41 Calcule de gauche à droite.

G = 1,3 + 0,12 + 39
H = – 3,8 – 0,4 + 4,2
I = – 1,3 + 4,4 – 21
J = – 0,8 – 4,4 – 0,1

42 Regroupe astucieusement les termes puis calcule.

K = 13 + 15 + 7 – 15
L = – 8 + 4 + 18 – 2 + 12 + 6
M = 4,3 – 7,4 + 4 – 2,25 + 6,7 + 3,4 – 2,75
N = – 2,5 + 4,8 – 3,6 + 0,2 + 2,5

43 Calcule les expressions suivantes.

R = (– 3 + 9) – (4 – 11) – (– 5 – 6)
S = – 3 + 12 – (13 – 8) – (3 + 8)
T = – 3 – [4 – (3 – 9)]

44 Recopie et remplace les ◊ par le signe – ou + de sorte que les égalités soient vraies.

a. ◊ 7 ◊ 3 = – 4
b. ◊ 13 ◊ 8 = – 21
c. ◊ 3,7 ◊ 8,4 = 4,7
d. ◊ 45 ◊ 72 = – 27
e. ◊ 2 ◊ 7 ◊ 13 = – 8
f. ◊ 1,5 ◊ 2,3 ◊ 4,9 = – 5,7
g. ◊ 8 ◊ 5 ◊ 12 ◊ 2 = 13
h. ◊ 7 ◊ 14 ◊ 18 ◊ 3 = – 22

Multiplier des nombres relatifs

45 Sans les calculer, donne le signe de chacun des produits suivants.

a. (– 12) × (+ 2)
b. (+ 34) × (– 28)
c. (– 10,3) × (– 46)
d. (+ 12,5) × (+ 3,1)

46 Sans les calculer, donne le signe de chacun des produits suivants.

a. – 36 × (– 1)
b. (– 2) × (+ 24)
c. 2,3 × (– 2,3)
d. – 9,1 × 6

47 Quel est le signe du résultat quand on...

a. ...multiplie un nombre négatif par un nombre positif ?
b. ...multiplie quatre nombres négatifs entre eux ?
c. ...multiplie un nombre positif par deux nombres négatifs ?
d. ...multiplie un nombre relatif par lui-même ?
e. ...multiplie trois nombres négatifs entre eux ?

48 Calcule mentalement.

a. (– 8) × (+ 2)
b. (– 2) × (+ 5)
c. (– 4) × (– 8)
d. (+ 9) × (+ 10)
e. (+ 191) × (+ 0,1)
f. (– 1,5) × (+ 20)
g. (– 0,25) × (– 4)
h. (+ 0,8) × (– 3)
i. (– 3,2) × (+ 4)
j. (– 1) × (– 17)

9782210106345-0MEP.indb 26 24/06/16 10:38

49 Sachant que 11,2 × 2,5 = 28 , calcule :

a. 11,2 × (– 2,5) **b.** – 11,2 × (– 2,5)

50 **Un produit peut en cacher un autre...**

a. Calcule le produit 7,5 × 0,2.

b. Effectue alors les calculs suivants :

A = 7,5 × (– 0,2) C = (– 75) × (+ 0,2)

B = (– 0,2) × (– 7,5) D = (– 7,5) × (– 20)

51 Donne le signe de chacun des produits suivants.

A = 5,4 × (– 3,2) × (+ 4) × (– 5,1)

B = (– 0,5) × (– 9) × 0 × 7 × (– 1,4) × (– 1)

C = – 6 × (– 10) × 4 × (– 9) × (– 3) × (– 4,1)

52 Effectue les calculs suivants.

A = (– 3,2) × (– 10) × (+ 2) × (– 0,5)

B = (– 75) × (– 0,25) × (+ 4) × (+ 2)

C = (– 3) × (– 0,1) × (+ 5) × (+ 4)

D = (– 1,5) × (+ 4) × (– 1) × (+ 0,8) × (– 3)

E = (+ 2) × (– 10) × (+ 3) × (– 1) × (– 1)

53 Calcule astucieusement.

A = (– 2) × (– 1,25) × (– 2,5) × (– 8)

B = (– 75) × (– 0,25) × (+ 2) × (+ 4)

C = (+ 0,01) × (– 25) × (– 13,2) × 4 × (– 3)

54 **Suite logique de nombres**

Donne le signe de chacun des produits suivants.

A = (– 1) × 2 × (– 3) × 4 × ... × (– 9)

B = (– 1) × (– 2) × (– 3) × (– 4) × ... × (– 12)

C = (– 4) × (– 3) × (– 2) × ... × 3 × 4 × 5

D = 5 × (– 10) × 15 × (– 20) × ... × (– 100)

E = 1 × (– 2) × 4 × (– 8) × ... × 1 024

55 **Choisir deux nombres**

a. Trouve deux nombres relatifs dont le produit est positif et la somme est négative.

b. Trouve deux nombres relatifs dont le produit est négatif et la somme est positive.

c. Trouve deux nombres relatifs dont le produit et la somme sont positifs.

d. Trouve deux nombres relatifs dont le produit et la somme sont négatifs.

Diviser deux nombres relatifs

56 Complète par le nombre qui convient.

a. (– 4) × ◊ = 20 **c.** ◊ × 7 = – 42

b. (– 13) × ◊ = – 39 **d.** ◊ × (– 11) = 121

57 Complète par le nombre qui convient.

a. (+ 4) × ◊ = – 100 **c.** ◊ × 17 = – 17

b. (– 2,9) × ◊ = 29 **d.** ◊ × (– 3) = – 99

58 Complète chaque égalité et écris chaque facteur manquant ◊ sous la forme d'un quotient.

a. (+ 6) × ◊ = + 18 donc ◊ = ...

b. (+ 5) × ◊ = – 20 donc ◊ = ...

c. ◊ × (– 7) = + 14 donc ◊ = ...

d. (– 2) × ◊ = + 12 donc ◊ = ...

e. ◊ × (– 10) = – 130 donc ◊ = ...

59 Sans les calculer, donne le signe de chacun des quotients suivants.

a. (– 3) ÷ (– 8) **d.** (– 4) ÷ (– 5)

b. (+ 1) ÷ (– 2) **e.** (– 3,7) ÷ (+ 5,1)

c. $\frac{-3}{-8}$ **f.** $-\frac{-2,5}{-7,4}$

60 Calcule mentalement.

a. 64 ÷ (– 8) **f.** – 35 ÷ 7

b. 42 ÷ (– 6) **g.** (– 54) ÷ (– 6)

c. – 24 ÷ (– 3) **h.** 25 ÷ (– 5)

d. 81 ÷ (+ 9) **i.** (– 4) ÷ (+ 4)

e. – 17 ÷ (– 1) **j.** (– 29) ÷ (+ 1)

61 Calcule mentalement.

a. (– 100) ÷ (+ 25) **d.** (+ 55) ÷ (+ 5)

b. (– 42) ÷ (– 4) **e.** (– 24) ÷ (– 5)

c. (+ 54) ÷ (– 3) **f.** (– 13) ÷ (– 10)

62 Parmi les nombres de la liste suivante, recopie ceux qui sont positifs.

$$\frac{-9}{+3}\ ;\ -\frac{-3}{+7}\ ;\ -\frac{5}{-2}\ ;\ -\frac{+1}{-10}$$

9782210106345-0MEP.indb 27 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

63 Pour chaque fraction, trouve l'écriture la plus simple possible.

a. $-\dfrac{+4}{+5}$ **c.** $\dfrac{7}{-3}$ **e.** $-\dfrac{1}{-10}$

b. $-\dfrac{-1}{-5}$ **d.** $-\dfrac{-8}{11}$ **f.** $-\dfrac{5}{-15}$

64 Sans calculatrice, donne l'écriture décimale de chacun des nombres suivants.

a. $-\dfrac{3}{-10}$ **b.** $-\dfrac{-64}{-8}$ **c.** $\dfrac{-50}{+100}$ **d.** $\dfrac{-3}{-2}$

65 Utilise ta calculatrice pour donner les écritures décimales des nombres suivants.

a. $\dfrac{-5}{-40}$ **b.** $-\dfrac{172}{-5}$ **c.** $-\dfrac{-125}{-625}$ **d.** $\dfrac{-0{,}235}{+0{,}8}$

66 Donne, à l'aide de ta calculatrice, l'arrondi à l'unité de chacun des nombres suivants.

$B = \dfrac{39}{-9}$ $C = \dfrac{-17}{-7}$ $D = \dfrac{-28}{51}$

Calculer avec les quatre opérations

67 Sans les calculer, donne le signe de chacun des résultats des calculs suivants.

a. (– 4) × (– 12)
b. (+ 15) + (– 22)
c. (– 45) – (– 51)
d. (– 37) × (+ 51)
e. (+ 7) × (+ 8)
f. (– 7) + (+ 8)
g. (– 3,12) × (– 2,5)
h. (– 3,17) – (+ 3,7)

68 Écris chacune de ces expressions avec le moins de signes possible puis calcule.

a. – 4 × (+ 9)
b. – 3 – (+ 8)
c. – 7 + (– 5)
d. + 3 × (– 7)
e. – 8 + (+ 6)
f. + 9 × (+3)
g. – 5 – (– 16)
h. – 11 × (– 4)

69 Calcule mentalement.

a. 8 × (– 8)
b. – 22 + (– 6)
c. – 14 × 3
d. – 5 – (+ 17)
e. (– 34) + (– 19)
f. – 15 × (– 5)

70 Calcule mentalement.

a. (– 4) × (– 2,5)
b. (+ 3,5) + (– 2,2)
c. (– 3,9) + (– 5,4)
d. (– 3) × (+ 4,2)
e. (+ 2,6) × (– 3)
f. (– 7,15) – (– 2,2)

71 Pour chaque égalité suivante, remplace le symbole ◊ par le signe opératoire qui convient.

a. (– 3) ◊ (– 2) = – 5
b. (– 3) ◊ (– 2) = + 6
c. (– 2) ◊ (– 2) = + 4
d. (– 2) ◊ (– 2) = – 4
e. (– 5) ◊ (+ 4) = (– 12) ◊ (+ 8)

72 Écris chacune de ces expressions avec le moins de signes possible puis calcule.

A = 7 + (– 6) × (– 6)
B = 13 – (+ 3) × (– 4) – 8
C = – 30 ÷ (– 9 + 15)
D = – 3 – 9 × (– 3)
E = – 3 × 6 × (– 2 + 8)

73 Écris chacune de ces expressions avec le moins de signes possible puis calcule.

A = – 22 + (13 – 5) × (– 5)
B = (– 2) × (– 8) + 2 × (– 20) ÷ 4
C = – 28 + (5 – 2) × (– 4)
D = 7 × (– 7) + 3 × (– 25) ÷ (– 5)
E = – 3,2 × (– 6) + (– 2,3 – 7,7)
F = 150 ÷ (– 1,2 – 9 × 3,2)

74 Calcule les expressions suivantes.

A = 3 – 4 × (5 – 2)
B = 3 × 4 – 2 × (4 – 1)
C = 5 – 2 × 3 + 2 × 7
D = – 3 + (1 – 5) × (– 6)
E = 1 – 2 × 3 + 4 × (– 5)
F = 1 + $(-2)^2 - (-3)^2$

75 Calcule.

A = – 5 + 3 × 5
B = 7 – 4 × 6
C = 18 – 7 ÷ 4
D= – 2 × 6 + 3 × (– 8)

76 Calcule les expressions suivantes.

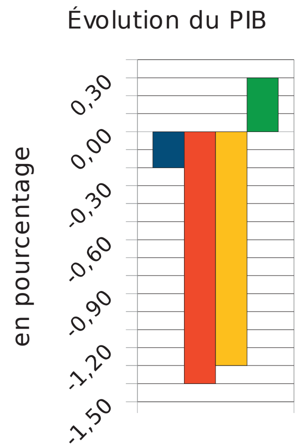
$A = \dfrac{11}{2-5}$ $B = \dfrac{-6-3}{2+7}$ $C = \dfrac{-2-(-4)}{6-7}$

Je résous des problèmes

Monde économique et professionnel

1 PIB

Ce graphique illustre l'évolution du PIB de la France lors de quatre trimestres consécutifs en 2008 et 2009.



a. Que signifie « PIB » ?

b. Pour chaque trimestre, illustre d'une phrase l'évolution du PIB.

2 Relevé de compte

Voici un extrait du cahier de comptes de Manahée.

	Débit	Crédit
Solde de début de mois		125
Salaire		1 350
Loyer	650	
Chèque	35	
Remboursement		75
Courses	430	

a. Écris une somme algébrique qui donnera le solde de fin de mois.

b. Calcule ce nouveau solde.

Sciences, technologie et société

3

Voici des températures relevées dans plusieurs villes de France exprimées en °C.

	Matin	Midi	Soir
Lille	– 4	+ 1	– 1
Bordeaux	+ 2	+ 4	+ 3
Toulouse	+ 5	+ 9	+ 6
Nancy	– 10	– 6	– 7
Paris	– 2	0	– 3
Caen	0	+ 2	– 2
Poitiers	+ 4	+ 7	+ 2

a. Range ces villes dans l'ordre croissant de leur température du matin.

b. Range ces villes dans l'ordre décroissant de leur température du soir.

c. Calcule la température moyenne de la journée pour Bordeaux, Toulouse et Poitiers.

d. Range ces trois villes dans l'ordre croissant de leur température moyenne journalière.

4 Températures

Il fait 0°C et la température chute de deux degrés toutes les heures.

a. Combien de temps faudra-t-il pour que la température atteigne – 10°C ?

b. Quelle sera la température dans huit heures ?

5 Coup de froid

Chaque matin de la 1re semaine du mois de février, Julie a relevé la température extérieure puis a construit le tableau suivant :

Jour	Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di
Température (en °C)	– 4	– 2	– 1	+ 1	0	+ 2	– 3

Calcule la moyenne des températures relevées par Julie.

6 Histoire

a. Recherche les dates des événements suivants :

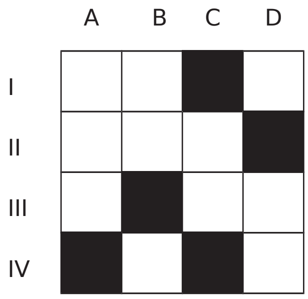
- la naissance de Louis XIV ;
- la mort de Toutankhamon ;
- l'éruption du Vésuve qui ensevelit Pompéi sous les cendres ;
- la défaite d'Alésia ;
- la mort de Léonard de Vinci ;
- la naissance de Jules César ;
- le début de la guerre de 100 ans ;
- la naissance de Jules Ferry ;
- ta date de naissance.

b. Classe ces dates par ordre chronologique.

Je résous des problèmes

Jeux

7 Nombres croisés



Horizontalement

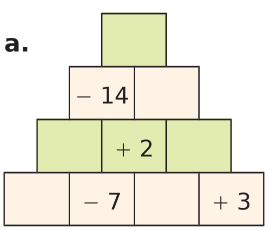
I : Opposé de 8 ◆ Positif et négatif à la fois.
II : −13 + 215 − 7 − 6.
III : Opposé de − 5 ◆ − (− 6− 6).
IV : − 0,5+ 1,5 ◆ Opposé de l'opposé de 6.

Verticalement

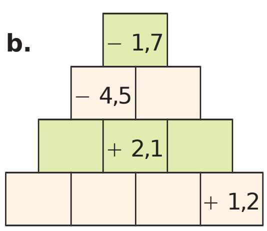
A : Entier relatif compris entre − 15,6 et − 14,9.
B : (− 3 + 7) − (4 − 88) ◆ (− 4) − (− 5).
C : 52 + 34 − (35 − 41) − (8 − 7).
D : (− 3) − (− 3) ◆ 2 dizaines et 6 unités.

8 Recopie et complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui.

a.



b.

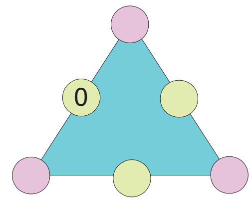


9 Recopie et complète ce carré magique sachant qu'il contient tous les entiers de − 12 à 12 et que les sommes des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale sont toutes nulles.

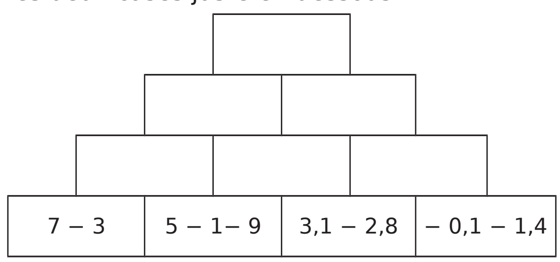
		0	8	
			− 11	2
− 9	− 1	12		3
− 3		− 12		9
− 2	11	− 6	7	

10 Triangle magique

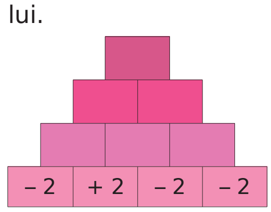
La somme des nombres de chaque côté du triangle est 2. Remplis les cases vides avec les nombres relatifs (– 2) ; (– 1) ; 1 ; 2 et 3.

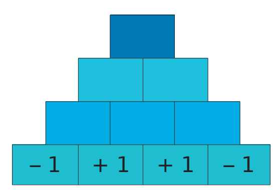


11 Complète, sachant que chaque nombre est la somme des nombres se trouvant dans les deux cases juste en dessous.

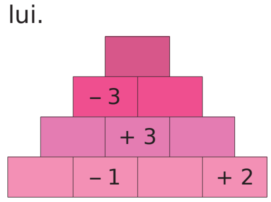


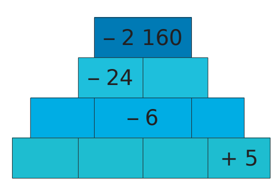
12 Complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui.





13 Complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui.





9782210106345-0MEP.indb 30 24/06/16 10:38

Utiliser le calcul littéral

14 Vocabulaire

a. Traduis les phrases suivantes par un calcul.

- La somme du produit de 4 par – 5 et de – 6.
- Le produit de la somme de 7 et de – 8 par la somme de 8 et de – 2.

b. Effectue ces calculs.

15 Traduis les expressions mathématiques suivantes par des phrases et effectue les calculs.

$A = 5 \times (-7) + 3$ $\quad$ $D = (2 - 3) \times (-1 - 2)$

$B = 3 + \dfrac{2}{-4}$ $\quad$ $E = \dfrac{1-7}{2+5}$

$C = 7 - 4 \times (-10)$ $\quad$ $F = -2 + (-6) \times (-6) - 9$

16 Substitution

a. Pour $x = -2$ calcule $(-x)$.

b. A-t-on $x + 3 = -x - 5$ pour :

- $x = 0$? • $x = 4$? • $x = -4$?

17 Calcule dans chaque cas le produit xy.

a. $x = 5$ et $y = -3$ $\quad$ **c.** $x = -2$ et $y = -5$

b. $x = +4$ et $y = -11$ $\quad$ **d.** $x = -0{,}5$ et $y = -5{,}2$

18 Les phrases sont-elles vraies pour tout nombre relatif a ? Justifie tes réponses.

a. Le produit $(-4) \times a$ est négatif.

b. a^2 est positif.

c. Le produit de a par son opposé est négatif.

d. Le double de a est positif.

19 Calcule le quotient de x par y.

$x = -15$ et $y = -3$ $\quad$ $x = -2{,}4$ et $y = 1{,}2$

$x = +64$ et $y = -8$ $\quad$ $x = y = -2{,}3$

$x = -36$ et $y = 12$ $\quad$ $x = 0$ et $y = -5$

20 En détaillant les étapes, calcule.

$A = 3x - 7$ pour $x = +2$;

$B = -2x - 9$ pour $x = -5$;

$C = x^2 + 2$ pour $x = -1$.

21 Sachant que $a = 5$, $b = -3$ et $c = -10$, calcule les expressions suivantes.

$D = -2a$ $\quad$ $G = b - a - c$

$E = a - b$ $\quad$ $H = \dfrac{c}{a} + 2b$

$F = -3c + a$

22 Calcule $b^2 - 4ac$ dans les cas suivants.

1^er^ cas : $a = 2$; $b = 3$ et $c = 5$.

2^e^ cas : $a = -1$; $b = 2$ et $c = 3$.

3^e^ cas : $a = 3$; $b = -2$ et $c = 2$.

23 Pour $a = 3$, $b = -4$, $c = -5$ et $d = 7$, calcule les expressions suivantes.

$I = a - b + c$ $\quad$ $L = -5ac + bd$

$J = 2a - 3b$ $\quad$ $M = 2(a - b) + d$

$K = ac - bd$ $\quad$ $N = 5(b - a) \div d$

24 Supprime les parenthèses dans chaque expression puis calcule sans calculatrice.

$A = [(-5) + 6 - (-1) - 7] - [(-5) + 6 - (-1) - 7]$

$B = [(-5) + 6 - (-1) - 7] - [(-5) + 6 - (-1) + 7]$

$C = -18{,}1 + 2{,}8 - 7 + (-2{,}8 + 18{,}1 - 7)$

$D = 18{,}1 + 2{,}8 - 7 - (2{,}8 + 18{,}1 + 7)$

25 La différence $a - b$ est égale à 12. On augmente a de 3 et on diminue b de 4. Combien vaut la différence entre ces deux nouveaux nombres?

26 Soient $A = 2 + s + t$; $B = -2 + s + t$; $C = 2 - s - t$; $D = -2 - s - t$.

a. Calcule les valeurs numériques de A, B, C et D dans le cas où $s = 4{,}1$ et $t = 3$.

b. Calcule, dans ce cas, A + D et B + C.

c. Calcule les valeurs numériques de A, B, C et D dans le cas où $s = -5$ et $t = -8$.

d. Calcule, dans ce cas, A + D et B + C.

e. Que remarques-tu ?

9782210106345-0MEP.indb 31 24/06/16 10:38

Je résous des problèmes

Résoudre des problèmes

27 **Petite énigme**

n est un nombre entier relatif tel que : $-5{,}8 < n < 12$ et $-18 < n < -4{,}9$.

Qui est n ?

28 Paul : « Il fait de plus en plus froid lorsque la température descend ». Marie : « Mais non regarde − 5 c'est plus petit que − 12 et il fait moins froid » ! Qui a raison ?

29 Jean et Saïd vont à la fête foraine. Ils misent la même somme d'argent au départ. Jean perd 2,3 € puis gagne 7,1 €. Saïd gagne 6 € puis perd 1,3 €. Lequel des deux amis a remporté le plus d'argent à la fin du jeu ?

30 Un professeur donne à ses élèves un questionnaire à choix multiples (Q.C.M.) comportant huit questions. Il note de la façon suivante :

- Réponse fausse (F) : − 3 points
- Sans réponse (S) : − 1 point
- Réponse bonne (B) : + 4 points

a. Calcule la note de Wenda dont les résultats aux questions sont : F ; B ; S ; F ; F ; B ; B ; S.

b. Quelle est la note la plus basse qu'un élève peut obtenir ? Et la plus haute ?

c. Quels sont les résultats possibles pour Émeline qui a obtenu une note + 4 ?

31 **Énigme**

Sachant que le produit de deux nombres A et B est positif et que leur somme est négative, quels sont les signes de A et de B ?

32 Un bathyscaphe doit descendre jusqu'à − 7 000 m. Il a déjà parcouru les 3/4 de sa descente. A quelle distance se trouve-t-il de son but ?

33 Un sous-marin se déplace dans le Golfe du Mexique profond de 3 787 m. Il doit s'enfoncer à − 3 500 m. Il rencontre un autre sous-marin alors qu'il est aux 5/7 de sa descente.

A quelle distance de la surface de l'eau la rencontre a-t-elle lieu ?

34 Le mercure se solidifie à − 39° C. Patrick constate que la température indiquée par son thermomètre représente le tiers de cette température de solidification.

Quelle est la température relevée par Patrick ?

35 « Ah Monsieur Sakaye, quel froid ! J'ai les pieds et les oreilles gelés ! »

-« Eh oui Madame Frisquette, les températures de ces cinq derniers jours ont été des nombres entiers différents de plus en plus petits et dont le produit vaut 12 ».

-« Merci du renseignement Monsieur Sakaye, je vais tout de suite me mettre au chaud. »

Quelles étaient ces cinq températures ?

36 **Calculatrice**

Effectue à la calculatrice les calculs suivants.

a. $13\,857 \times (-253)$

b. $\dfrac{-44\,980}{8\,996 - 10\,380}$

c. $312 - 123 \times (-734)$

d. $\dfrac{-34 \times (-713)}{-68}$

37 **Signe**

A est le produit de 24 nombres (non nuls) comportant 23 facteurs négatifs.

B est le produit de 13 nombres (non nuls) comportant 11 facteurs négatifs.

Donne, si c'est possible, le signe de.

a. $A \times B$

b. $A \div B$

c. $A - B$

d. A^2

e. $A + B$

f. $-2B$

38 Effectue de deux manières différentes les calculs suivants.

$A = (-3) \times (5 - 7)$

$B = 5 \times (-4 - 3)$

$C = (-7 - 2) \times (-3)$

$D = -3 \times ((-4) + (-2))$

39 Calcule les expressions suivantes en respectant les priorités.

$$A = \frac{7 - 7 \times 5}{6 \times 2 - 5}$$

$$B = (4 - 6) \times [5 + (3 - (-2)) \times 2]$$

$$C = \frac{-7 \times (-3) - (-3) \times (-5)}{12 \div (-3) - 2}$$

9782210106345-0MEP.indb 32 24/06/16 10:38

40 **Extrait du Brevet**

a. Soit D = $(2x+3)^2 + (2x+3)(7x-2)$.

Calculer D pour $x = -4$.

b. Soit E = $36 - (3x+5)^2$.

Calculer E pour $x = -2$.

41 Quel est le signe de a sachant que

a. le quotient $\dfrac{12 \times (-2)}{(-a) \times (-8)}$ est positif ?

b. le quotient $\dfrac{3 \times (-a) \times 2}{8 \times (-2)}$ est positif ?

Utiliser le numérique

42 Complète le tableau suivant à l'aide d'un tableur. Que constates-tu ?

a	b	c	$a + b - c$	$a - b - c$	$a - (b + c)$
10	– 3	8			
– 6	– 5	2			
3	– 8	– 2			
7	– 2	– 5			

43 **Programme de calcul**

- Choisis un nombre ;
- Retranche-lui 5 ;
- Si le résultat est inférieur à – 3, ajoute-lui 12
- sinon ajoute-lui – 9.

a. Applique ce programme à 6 puis à – 3.

b. On obtient 15 comme résultat. Quel est le nombre choisi au départ ?

44 Propose un programme informatique qui permet de répondre aux questions de l'exercice précédent.

45 Complète le tableau suivant à l'aide d'un tableur.

a	b	c	$ab - c$	$(a - b)c$
2	3	5		
– 1	5	6		
3	– 5	– 7		
– 8	2	– 6		

46 **Découvrir une règle**

Complète le tableau suivant à l'aide d'un tableur. Que constates-tu ?

a	b	c	ab	$(-a) \times c$	$-(ac)$	abc
– 5	6	– 4				
– 1	– 2	– 3				
– 2,1	– 4	+ 3				

47 **Températures**

Pour mesurer la température, il existe plusieurs unités. Celle que nous utilisons en France est le degré Celsius (°C). Cette unité est faite de façon à ce que la température à laquelle l'eau se transforme en glace soit 0°C et celle à laquelle l'eau se transforme en vapeur soit 100°C. Dans cette échelle, il existe des températures négatives.

Il existe une autre unité, le Kelvin (K), dans laquelle les températures négatives n'existent pas. Pour passer de l'une à l'autre, on utilise la formule :

$$T_{\text{Kelvin}} = T_{\text{degré Celsius}} + 273{,}15$$

Ainsi, 10°C correspondent à 283,15 K.

a. Convertis en Kelvin les températures suivantes : 24°C ; – 3°C et – 22,7°C.

b. Convertis en degré Celsius les températures suivantes : 127,7 K ; 276,83 K ; 204 K et 500 K.

c. Programme une feuille de calcul permettant de vérifier tes résultats.

d. Quelle formule permet de convertir les températures exprimés en degré Celsius en degré Kelvin ?

e. Exprime le zéro absolu en degré Celsius et en degré Kelvin.

9782210106345-0MEP.indb 33 24/06/16 10:38

Je résous des problèmes

48 Conversion

Aux États-Unis, la température T est mesurée en degrés Fahrenheit. Voici la formule pour convertir une température $\mathbf{T}_{\circ\mathbf{F}}$ exprimée en degrés Fahrenheit (°F) en une température $\mathbf{T}_{\circ\mathbf{C}}$ équivalente exprimée en degrés Celsius (°C) :

$$\mathbf{T}_{\circ\mathbf{C}} = \frac{(\mathbf{T}_{\circ\mathbf{F}} - 32) \times 5}{9}$$

a. À New-York est annoncée une température de 68°F. Convertis cette température en degrés Celsius à l'aide de la formule.

b. Même question pour une température de 23°F.

c. Recopie puis complète le tableau suivant en utilisant un tableur.

$T_{\circ C}$	0	5	10	15	20
$T_{\circ F}$					

d. Établis un graphique donnant les températures en degré Fahrenheit en fonction des températures en degrés Celsius.

e. Les deux unités de température sont-elles proportionnelles ? Justifie ta réponse.

49 Comprendre un programme

a. Teste le programme ci-dessous avec les valeurs suivantes :

Lire les nombres x_1 et x_2
Si $x_1 < x_2$ écrire « $x_1 < x_2$ »
sinon
Si $x_1 > x_2$ écrire « $x_1 > x_2$ »
sinon écrire « $x_1 = x_2$ »

Valeurs x_1	- 1,5	-5,02	5,2	-2,5	-601
Valeurs x_2	-1	-5,3	-2,5	2,5	-710

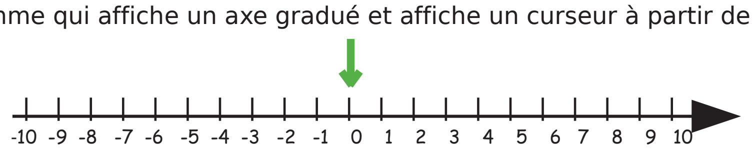
b. Que fait ce programme ?

50 Écrire un programme qui lit deux nombres x_1 et x_2, puis donne sous forme de phrase le signe de la somme $x_1 + x_2$ et celui du produit x_1x_2 en calculant la somme et le produit.

51 Écrire un programme qui lit deux nombres x_1 et x_2, puis donne sous forme de phrase le signe de la somme $x_1 + x_2$ et celui du produit x_1x_2 sans faire ce calcul.

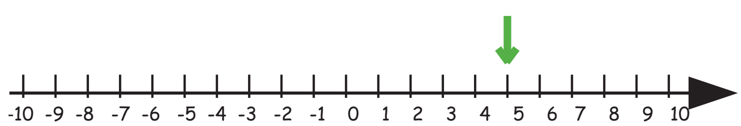
52 Axe gradué et somme

a. Écris un programme qui affiche un axe gradué et affiche un curseur à partir de l'origine.



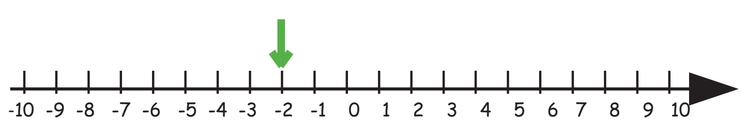
b. Programme le curseur pour qu'à la saisie d'un nombre relatif, il se déplace pour pointer sur cette valeur.

Après saisie de +5 :



c. Programme le curseur pour qu'à la saisie d'un nouveau nombre, le curseur se déplace à partir de sa position actuelle et affiche ainsi la somme des deux nombres entrés.

Après saisie de -7



9782210106345-0MEP.indb 34 24/06/16 10:38

Nombres rationnels

A3

Objectifs de cycle

■ Définir de nouveaux nombres		
Utiliser la définition de quotient	tests n° 1 et 2	Niveau 1
■ Simplifier une écriture fractionnaire		Niveau 1 Niveau 2
Déterminer deux fractions égales	tests n° 3 et 11	
Simplifier une fraction	test n°4	
■ Comparer deux écriture fractionnaire		
Avec des nombres positifs	tests n° 5 et 6	Niveau 1
Avec des nombres relatifs	test n° 10	Niveau 2
■ Additionner, soustraire		
Avec des nombres positifs, des dénominateurs multiples	test n° 8	Niveau 1
Avec des nombres relatifs	test n° 12	Niveau 2
■ Multiplier		
Avec des nombres positifs et des dénominateurs multiples	test n° 9	Niveau 1
Avec des nombres relatifs	test n° 13	Niveau 2
■ Diviser	tests n° 14 et 15	Niveau 3

- Les nombres rationnels sont introduits comme des nombres pouvant s'écrire sous forme fractionnaire après avoir défini la notion de quotient. Le lien est fait avec la fraction partage.
- La comparaison et les quatre opérations sont vues successivement à différents niveaux de complexité.

Activités de découverte

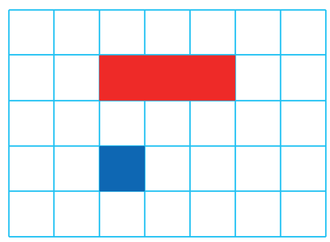
Activité 1 De nouveaux nombres

1. Trouve mentalement le nombre manquant dans chacune des « multiplications à trou » suivantes.

a. 4 × ... = 8	**d.** 1 × ... = 89	**g.** 4 × ... = 2	**j.** 4 × ... = 3
b. 6 × ... = 54	**e.** ... × 21 = 0	**h.** ... × 4 = 6	**k.** 8 × ... = 5
c. ... × 25 = 50	**f.** 10 × ... = 10	**i.** 5 × ... = 22	**l.** 3 × ... = 4

2. De la fraction partage au quotient

Dans toute la suite de l'activité, on considère que le rectangle rouge représente le rectangle unité.



a. Quelle fraction du rectangle unité le rectangle bleu représente-t-il ?

b. Dans un quadrillage, trace plusieurs carrés bleus côte à côte pour obtenir un rectangle représentant les $\frac{4}{3}$ du rectangle unité. Que peux-tu dire de $\frac{4}{3}$?

c. Trace trois rectangles verts côte à côte représentant chacun $\frac{4}{3}$ du rectangle unité.
Que peux-tu dire de $\frac{4}{3}$?

d. Dans un quadrillage, reproduis le rectangle violet ci-dessous.
Partage-le en 3 rectangles de même aire.

e. Que dire des rectangles obtenus ?

Activité 2 Trop sucré ?

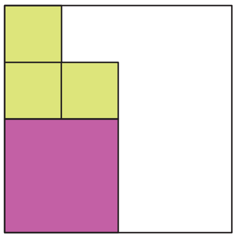
Après un été bien ensoleillé, Émilie fait de la confiture. En regardant sur Internet, elle trouve trois recettes.

Confiture de fraises	« 450 g de sucre pour 750 g de fraises. »
Confiture d'abricots	« 500 g de sucre pour 1 kg de confiture. »
Confiture de cerises	« 800 g de sucre pour 2 400 g de cerises. »

Quelle recette doit-elle choisir pour obtenir une confiture avec le moins de sucre ajouté pour une même quantité de confiture ?

Activité 3 Additions et soustractions

La figure suivante est un carré composé de carrés de différentes dimensions : l'aire du carré rose est le quart de l'aire du grand carré et l'aire d'un carré vert est le quart de l'aire d'un carré rose.



1. A quelle fraction de l'aire du grand carré correspond celle d'un petit carré vert ?

2. Écris le calcul à effectuer pour obtenir la fraction que représente l'aire de la partie formée par le carré rose et les carrés verts par rapport à celle du grand carré.

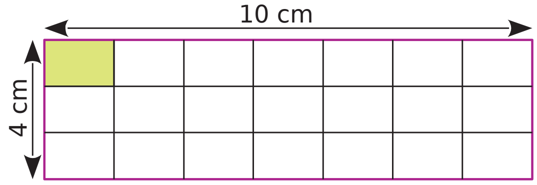
3. Reproduis le carré ci-contre puis effectue des tracés judicieux pour obtenir d'une autre manière la fraction cherchée en 1.

4. Que faudrait-il faire pour retrouver ce résultat par le calcul ?

5. Applique la règle que tu as trouvée pour effectuer le calcul suivant : $\frac{2}{5} + \frac{1}{30}$.

Activité 4 Produits

On considère la figure ci-contre. On veut calculer l'aire du rectangle vert par deux méthodes différentes afin d'en déduire une règle sur la multiplication de deux fractions.



1. Calcule l'aire du rectangle vert de deux manières différentes.

2. En déduire une conjecture permettant de calculer le produit de deux fractions.

Activité 5 Quotient

1. Que dire des nombres $\frac{-3}{4}$; $\frac{3}{-4}$; $-\frac{3}{4}$; $\frac{-2,5}{-3,2}$; $\frac{2,5}{3,2}$; $-\frac{-2,5}{3,2}$; $-\frac{2,5}{-3,2}$? Justifie.

2. Calcule $A = \frac{-3}{4} + \frac{-2,5}{-3,2}$; $B = \frac{-3}{4} - \frac{-2,5}{-3,2}$; $C = -\frac{3}{4} + \frac{2,5}{3,2}$.

3. Calcule le produit de $\frac{-4}{5}$ par $\frac{25}{-32}$ par deux méthodes différentes.

9782210106345-0MEP.indb 37 24/06/16 10:38

Activité 6 Multiplier signifie-t-il augmenter ?

1. À l'aide d'un tableur, on multiplie les nombres $\frac{1}{6}$ et $\frac{11}{9}$ par $\frac{5}{4}$.

Voici les résultats ci-contre.

	A	B
1	×	5/ 4
2	1/ 6	5/24
3	11/ 9	55/36

Compare les fractions : • $\frac{5}{24}$ et $\frac{1}{6}$ • $\frac{55}{36}$ et $\frac{11}{9}$

2. À l'aide d'un tableur, on multiplie les nombres $\frac{1}{6}$ et $\frac{11}{9}$ par $\frac{1}{3}$.

Voici les résultats ci-contre.

	A	B
1	×	1/ 3
2	1/ 6	1/18
3	11/ 9	11/27

Compare les fractions : • $\frac{1}{18}$ et $\frac{1}{6}$ • $\frac{11}{27}$ et $\frac{11}{9}$

3. Reproduis le tableur et remplace 5/4 et 1/3 par d'autres fractions.

4. Que penses-tu du titre de l'activité ? Explique ta réponse.

Activité 7 Inverses et divisions

1. On considère plusieurs rectangles qui ont tous la même aire de 1 U.A.. Recopie puis complète le tableau suivant par les nombres qui conviennent :

	Rectangle 1	Rectangle 2	Rectangle 3	Rectangle 4	Rectangle 5	Rectangle 6
Longueur	2			3		$\frac{4}{3}$
Largeur		0,1	0,25		$\frac{1}{7}$	

a. Que dire de la longueur de ces rectangles ? Et de la largeur ?

b. Quel lien y a-t-il entre la longueur et la largeur de ces rectangles ?

c. Que peux-tu dire de l'inverse de 1 ? de l'inverse de 0 ?

2. Divisions

a. Que peux-tu dire du nombre $\dfrac{1}{\frac{5}{3}}$? Déduis-en une fraction égale à ce nombre.

b. Décompose $\dfrac{-4}{\frac{5}{3}}$ puis $\dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{3}}$ sous forme d'un produit de deux fractions.

9782210106345-0MEP.indb 38 24/06/16 10:38

Cours et méthodes

1) Définir de nouveaux nombres

Définition

Soit a et b deux nombres, b non nul.

Le **quotient** $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b, donne a.

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

Entraîne-toi à Déterminer un quotient

Énoncé

- Quel est le nombre qui, multiplié par 7, donne 9 ?
- Quel est le nombre qui, multiplié par 3, donne 36 ?

Correction :

$7 \times \frac{9}{7} = 9$.

Le nombre qui multiplié par 7 donne 9 est $\frac{9}{7}$

$\frac{36}{3} = 12$. Le nombre qui multiplié par 3 donne 36 est 12

Définitions

Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'un quotient.
Une **fraction** est un quotient de deux nombres entiers (donc un nombre rationnel).
Une **écriture fractionnaire** est une écriture d'un quotient avec un trait de fraction, mais le numérateur ou le dénominateur ne sont pas entiers.
Un **pourcentage** est une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

» **Exemples :**

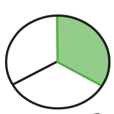
- $2 = \frac{2}{1}$; $0{,}5 = \frac{1}{2}$; $10 : 3 = \frac{10}{3}$ sont rationnels. π ne l'est pas. $\frac{2}{10}$ est une fraction, $\frac{8}{0{,}5}$ une écriture fractionnaire. $5\ \% = \frac{5}{100}$ ou $2{,}5\ \% = \frac{2{,}5}{100}$ sont des pourcentages.

» **Remarque**

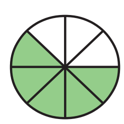
Une fraction peut être utilisée pour représenter un partage à parts égales. Alors,

- son dénominateur « dénomine » : il donne le nom de la part ou « sa taille »
- son numérateur « numère » : il donne le nombre de parts.

» **Exemple**

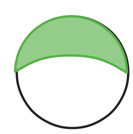


un tiers $\frac{1}{3}$



•

cinq huitièmes $\frac{5}{8}$



La partie coloriée ne représente pas la moitié du disque car le partage n'est pas équitable

2) Simplifier une écriture fractionnaire

Propriété

Deux fractions sont **égales** quand leurs numérateurs et dénominateurs sont proportionnels..

Pour tous nombres a, b et k où b et k sont non nuls :

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b} \text{ et } \frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}.$$

Cours et méthodes

Entraîne-toi à **Déterminer deux fractions égales**

Énoncé

Détermine le nombre manquant dans l'égalité $\dfrac{1{,}2}{6} = \dfrac{\dots}{18}$

Correction

$\dfrac{1{,}2}{6} = \dfrac{\dots}{18}$ (×3) donc $\dfrac{1{,}2}{6} = \dfrac{3{,}6}{18}$

Énoncé

Les nombres $\dfrac{2{,}1}{-3{,}5}$ et $\dfrac{-4{,}1}{6{,}9}$ sont-ils égaux ?

Justifie.

Correction

2,1 × 6,9 = 14,49 et (– 3,5) × (– 4,1) = 14,35

Les produits en croix ne sont pas égaux donc les nombres ne sont pas égaux.

Entraîne-toi à **Simplifier une fraction**

Il s'agit de trouver une fraction égale ayant un dénominateur (entier) plus petit.

Énoncé

Simplifie le quotient $\dfrac{15}{21}$

Correction

$\dfrac{15}{21} = \dfrac{5 \times 3}{7 \times 3} = \dfrac{5}{7}$

Énoncé

Simplifie la fraction $\dfrac{42}{-140}$

Correction

$\dfrac{+42}{-140} = -\dfrac{42}{140}$

$\dfrac{42}{-140} = -\dfrac{3 \times 2 \times 7}{10 \times 7 \times 2}$

$\dfrac{42}{-140} = -\dfrac{3}{10}$

3 Comparer deux écritures fractionnaires

Règle

Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on peut les écrire avec le même dénominateur positif puis les ranger dans le même ordre que leurs numérateurs.

Entraîne-toi à **Comparer deux nombres en écriture fractionnaire**

Énoncé

Compare les nombres $\dfrac{1{,}2}{4}$ et $\dfrac{5{,}7}{20}$.

Correction

$\dfrac{1{,}2}{4} = \dfrac{1{,}2 \times 5}{4 \times 5} = \dfrac{6}{20}$. Or, 6 > 5,7

d'où $\dfrac{6}{20} > \dfrac{5{,}7}{20}$ donc $\dfrac{1{,}2}{4} > \dfrac{5{,}7}{20}$

Énoncé

Compare les quotients $\dfrac{-2}{7}$ et $\dfrac{3}{-8}$.

Correction

$\dfrac{-2 \times 8}{7 \times 8} = \dfrac{-16}{56}$ et $\dfrac{-3 \times 7}{8 \times 7} = \dfrac{-21}{56}$

Or, – 16 > –21 donc $\dfrac{-16}{56} > \dfrac{-21}{56}$

et par suite $\dfrac{-2}{7} > \dfrac{3}{-8}$.

9782210106345-0MEP.indb 40 24/06/16 10:38

4 Additionner, soustraire

Règle

Pour **additionner (ou soustraire)** des nombres en écriture fractionnaire **ayant le même dénominateur**,
- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et
- on garde le dénominateur commun.

Pour tous nombres a, b et c où b est non nul : $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$.

Entraîne-toi à Additionner deux nombres en écriture fractionnaire

Énoncé

Calcule l'expression : $A = \frac{7}{3} - \frac{5}{3}$.

Correction

$A = \frac{7-5}{3} = \frac{2}{3}$

Énoncé

Calcule l'expression : $A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$.

Correction

$A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$

$A = \frac{7 \times \mathbf{4}}{3 \times \mathbf{4}} + \frac{6}{12}$

$A = \frac{28}{12} + \frac{6}{12}$

$A = \frac{34}{12}$

$A = \frac{17}{6}$

Énoncé

Calcule l'expression $A = -1 + \frac{13}{-30} - \frac{-11}{12}$.

Correction

$A = -1 + \frac{13}{-30} - \frac{-11}{12}$

$A = -\frac{1 \times 60}{1 \times 60} - \frac{13 \times 2}{30 \times 2} + \frac{11 \times 5}{12 \times 5}$

$A = -\frac{60}{60} - \frac{26}{60} + \frac{55}{60}$

$A = \frac{-60 - 26 + 55}{60}$

$A = \frac{-31}{60}$

5 Multiplier

Règle

Pour **multiplier des nombres en écriture fractionnaire**, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour tous nombres a, b, c et d où b et d sont non nuls : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

» **Remarque**

Il est judicieux de simplifier les fractions avant d'effectuer les calculs afin d'obtenir plus facilement une fraction simplifiée.

Entraîne-toi à Multiplier deux nombres en écriture fractionnaire

Énoncé

Calcule et simplifie le résultat :

$D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$ et

$F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$

Correction

$D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$

$D = \frac{8 \times 5}{7 \times 3}$

$\mathbf{D = \frac{40}{21}}$

$F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$

$F = \frac{4 \times 25}{15 \times 16}$

$F = \frac{\mathbf{4} \times \mathbf{5} \times 5}{3 \times \mathbf{5} \times \mathbf{4} \times 4}$

$F = \frac{5}{3 \times 4}$

$\mathbf{F = \frac{5}{12}}$

» **Remarque :** En présence de signes $-$, on commence par déterminer le signe du résultat.

9782210106345-0MEP.indb 41 24/06/16 10:38

■ Énoncé

Calcule l'expression $B = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$

Correction

$B = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$

$B = -\frac{35 \times 39}{33 \times 80}$

$B = -\frac{7 \times 5 \times 13 \times 3}{11 \times 3 \times 2 \times 5 \times 8}$

$B = -\frac{7 \times 13}{11 \times 2 \times 8}$

$\mathbf{B = -\frac{91}{176}}$

6 Diviser

Définition

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Propriétés

- Tout nombre x non nul admet un inverse (noté x^{-1}) qui est le nombre $\frac{1}{x}$.
- Tout nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$ et $b \neq 0$) admet un inverse qui est le nombre $\frac{b}{a}$.

» **Remarques**

- Un nombre et son inverse ont toujours le même signe.
  En effet, leur produit 1 est positif et seul le produit de deux nombres de même signe est positif.
- Zéro est le seul nombre qui n'admet pas d'inverse.
  En effet, tout nombre multiplié par 0 donne 0 et ne donnera jamais 1.

» **Exemple :** L'inverse de 3 est $3^{-1} = \frac{1}{3}$ et l'inverse de $\frac{-7}{3}$ est $\left(\frac{-7}{3}\right)^{-1} = -\frac{3}{7}$.

Propriété

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \text{ ou } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

↘ Entraîne-toi à **Diviser deux nombres en écriture fractionnaire**

■ Énoncé

Calcule $C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$;

$D = \frac{-\frac{32}{21}}{\frac{-48}{-35}}$ et donne les résultats en simplifiant le plus possible.

Correction

$C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$

$C = +\left(\frac{8}{7} \div \frac{5}{3}\right)$

$C = \frac{8}{7} \times \frac{3}{5}$

$C = \frac{8 \times 3}{7 \times 5}$

$\mathbf{C = \frac{24}{35}}$

$D = \frac{-\frac{32}{21}}{\frac{-48}{-35}}$

$D = -\frac{\frac{32}{21}}{\frac{48}{35}} = -\frac{32}{21} \times \frac{35}{48}$

$D = -\frac{8 \times 2 \times 2 \times 7 \times 5}{7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 8}$

$D = -\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{9}}$

9782210106345-0MEP.indb 42 24/06/16 10:38

Je me teste

Niveau 1

1 Complète par une fraction.

a. $6 \times ... = 7$ b. $12 \times ... = 5$ c. $18 \times ... = 67$ d. $7 \times ... = 98$

2 Donne une écriture décimale de chaque quotient ou une valeur approchée au millième.

a. $\frac{14}{11}$ **b.** $\frac{5}{6}$ **c.** $\frac{27}{10}$ **d.** $\frac{2}{9}$ **e.** $\frac{9}{8}$ **f.** $\frac{3}{25}$

3 Parmi les quotients suivants, quels sont ceux égaux à $\frac{5}{3}$?

a. $\frac{45}{27}$ **b.** $\frac{54}{33}$ **c.** $\frac{90}{54}$ **d.** $\frac{40}{25}$ **e.** $\frac{0{,}05}{0{,}03}$

4 Simplifie chaque fraction au maximum.

a. $\frac{40}{90}$ **b.** $\frac{18}{72}$ **c.** $\frac{16}{24}$ **d.** $\frac{125}{75}$

5 Range dans l'ordre croissant les nombres : $\frac{21}{18}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{43}{36}$.

6 Range dans l'ordre décroissant les nombres : $\frac{6}{13}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{11}{13}$; $\frac{17}{7}$.

7 Calcule chacune des expressions : $B = \frac{3}{5} + \frac{7}{20}$ et $C = \frac{67}{11} - 5$.

8 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$G = \frac{8}{37} \times \frac{37}{3} \times \frac{5}{8}$ $H = \frac{3{,}5}{0{,}3} \times \frac{1{,}08}{7}$ $I = \frac{22}{18} \times \frac{6}{11}$

9 Raphaël a lu les $\frac{2}{5}$ du quart d'un livre et Benoit a lu le quart des $\frac{2}{5}$ du même livre.

a. Quelle fraction du livre chacun a-t-il lue ? **b.** Que remarques-tu ?

Niveau 2

10 Compare les nombres suivants.

a. $\frac{5}{-12}$ et $\frac{-1}{3}$ **b.** $\frac{4}{3}$ et $\frac{-5}{-4}$ **c.** $\frac{9}{10}$ et $\frac{11}{12}$ **d.** $\frac{19}{20}$ et $\frac{31}{32}$

11 Les nombres suivants sont-ils égaux ?

a. $\frac{-7}{6}$ et $-\frac{-6}{-5}$ **b.** $\frac{14{,}5}{25}$ et $\frac{-11{,}6}{-20}$

12 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $1 - \frac{-7}{3}$ **b.** $\frac{-2}{3} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}$ **c.** $\frac{-2}{10} + \frac{7}{25}$ **d.** $\frac{3}{7} - \frac{7}{10}$

13 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $\frac{-12}{33} \times \frac{44}{-15}$ **b.** $\frac{-7}{15} \times \left(-\frac{5}{21}\right)$ **c.** $-\frac{-51}{26} \times \frac{39}{-34}$ **d.** $3 \times \frac{7}{-3}$

Niveau 3

14 Donne les inverses des nombres suivants : -6 ; $3{,}5$; $\frac{-15}{4}$; $\frac{1}{4}$.

15 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$B = \frac{-7}{3} \div \frac{-21}{6}$ $C = \frac{-4}{\frac{7}{3}}$ $D = \frac{\frac{-4}{7}}{\frac{3}{-5}}$

➔ Voir Corrigés p. 368

9782210106345-0MEP.indb 43 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

Écriture fractionnaire

1 Par quel nombre faut-il ...

a. multiplier $\frac{6}{5}$ pour obtenir 6 ?

b. multiplier $\frac{7}{8}$ pour obtenir 7 ?

c. multiplier $\frac{15}{17}$ pour obtenir 15 ?

d. multiplier $\frac{27}{19}$ pour obtenir 27 ?

2 Par quel nombre faut-il ...

a. multiplier 7 pour obtenir 3 ?
b. multiplier 15 pour obtenir 29 ?
c. multiplier 21 pour obtenir 17 ?
d. multiplier 43 pour obtenir 50 ?

3 Recopie puis complète.

a. $6 = \frac{\dots}{2}$ **e.** $6 = \frac{\dots}{3}$ **i.** $6 = \frac{\dots}{7}$

b. $7 = \frac{\dots}{2}$ **f.** $7 = \frac{\dots}{3}$ **j.** $7 = \frac{\dots}{7}$

c. $10 = \frac{\dots}{2}$ **g.** $10 = \frac{\dots}{3}$ **k.** $10 = \frac{\dots}{7}$

d. $15 = \frac{\dots}{2}$ **h.** $15 = \frac{\dots}{3}$ **l.** $15 = \frac{\dots}{7}$

4 À l'aide de la calculatrice, recopie puis complète par = ou ≠.

a. $\frac{1}{3}$ ... 0,33 **d.** $\frac{3}{11}$ ... 0,27

b. $\frac{19}{7}$ ... 2,714 **e.** $\frac{7}{4}$ ... 1,75

c. $\frac{15}{8}$ ... 1,875 **f.** $\frac{24}{5}$ ... 4,8

5 Donne une valeur approchée au millième près par excès de chaque quotient.

a. $\frac{18}{37}$ **b.** $\frac{37}{18}$ **c.** $\frac{45}{99}$ **d.** $\frac{99}{23}$ **e.** $\frac{57}{63}$ **f.** $\frac{63}{57}$

6 Parmi les quotients suivants, quels sont ceux qui sont égaux à 2,4 ?

a. $\frac{12}{5}$ **c.** $\frac{17}{7}$ **e.** $\frac{84}{35}$

b. $\frac{22}{9}$ **d.** $\frac{48}{20}$ **f.** $\frac{26}{11}$

Déterminer des quotients égaux

7 Recopie et complète.

a. $\frac{4}{5} = \frac{4 \times \dots}{5 \times \dots} = \frac{\dots}{15}$

b. $\frac{5}{6} = \frac{\dots}{36}$ **f.** $\frac{7}{5} = \frac{21}{\dots}$

c. $\frac{1}{2} = \frac{7}{\dots}$ **g.** $\frac{10}{9} = \frac{50}{\dots}$

d. $\frac{7}{3} = \frac{\dots}{6}$ **h.** $\frac{11}{8} = \frac{\dots}{64}$

e. $\frac{1}{4} = \frac{20}{\dots}$ **i.** $\frac{3}{4} = \frac{\dots}{100}$

8 Recopie ce tableau puis colorie d'une même couleur les cases des nombres égaux.

$\frac{7}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{21}{49}$	$\frac{1{,}2}{0{,}5}$
$\frac{3}{7}$	$\frac{33}{100}$	$\frac{14}{8}$	$\frac{15}{10}$
$\frac{12}{5}$	$\frac{28}{16}$	1,5	0,33
$\frac{9}{49}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{18}{12}$	$\frac{45}{105}$

9 Donne les signes des nombres.

$\frac{-5{,}2}{4{,}23}$; $\frac{5}{-2{,}1}$; $\frac{472}{23}$; $\frac{-8{,}9}{-45}$; $-\frac{12}{13}$; $-\frac{11}{-5{,}2}$.

10 Recopie et complète chacune des égalités.

a. $\frac{\dots}{-5} = \frac{10}{20}$ **d.** $3 = \frac{\dots}{4}$

b. $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{27}$ **e.** $-2{,}1 = -\frac{21}{\dots}$

c. $\frac{-15}{45} = \frac{-5}{\dots}$ **f.** $\frac{5}{13} = -\frac{25}{\dots}$

11 A partir des égalités données et en utilisant seulement les quatre nombres qui apparaissent, écris toutes les égalités d'écritures fractionnaires possibles.

a. $7 \times (-8) = -4 \times 14$

b. $-3 \times (-1) = 2 \times 1{,}5$

12 Écris les écritures fractionnaires avec un dénominateur entier positif.

$\frac{4}{-5}$; $\frac{-8}{-7}$; $-\frac{5{,}2}{-7}$; $\frac{7}{-2{,}1}$; $\frac{8{,}2}{0{,}12}$; $-\frac{-1}{-3{,}54}$.

13 Écris les nombres suivants, si c'est possible, sous la forme $\frac{a}{30}$, où a est un nombre décimal relatif.

$\frac{3}{10}$; $\frac{1}{-3}$; -2 ; $\frac{2{,}1}{0{,}6}$; $\frac{-18}{90}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{-60}$.

Simplifier une fraction

14 Pour chacune des fractions suivantes, indique si elle peut se simplifier par 2, 3, 4, 5 ou 9.

a. $\frac{18}{16}$ **c.** $\frac{30}{45}$ **e.** $\frac{27}{36}$

b. $\frac{5}{10}$ **d.** $\frac{12}{24}$ **f.** $\frac{70}{20}$

15 Simplifie chaque fraction par 7.

a. $\frac{7}{21}$ **b.** $\frac{28}{70}$ **c.** $\frac{35}{49}$ **d.** $\frac{63}{42}$ **e.** $\frac{84}{77}$

16 Simplifie chaque fraction si possible.

a. $\frac{15}{60}$ **b.** $\frac{13}{26}$ **c.** $\frac{51}{68}$ **d.** $\frac{252}{189}$ **e.** $\frac{256}{384}$

17 Écris chaque nombre sous la forme d'une fraction décimale puis simplifie-la.

a. 1,2 **b.** 0,5 **c.** 2,25 **d.** 0,02 **e.** 1,125

18 Écris chaque nombre sous la forme d'une fraction puis simplifie-la.

a. $\frac{1{,}2}{2}$ **c.** $\frac{7{,}68}{1{,}4}$ **e.** $\frac{28}{3{,}5}$

b. $\frac{1{,}5}{30}$ **d.** $\frac{0{,}96}{0{,}84}$ **f.** $\frac{1{,}25}{0{,}5}$

19 Simplifie chaque fraction.

a. $\frac{2 \times 3 \times 4 \times 5}{3 \times 4 \times 5 \times 7}$ **c.** $\frac{18 \times 5 \times 6}{3 \times 2 \times 2 \times 3}$

b. $\frac{11 \times 15 \times 17 \times 7}{17 \times 11 \times 8 \times 15}$ **d.** $\frac{18 \times 15}{30 \times 2}$

Comparer des quotients

20 **Comparer des fractions à des entiers**

a. Recopie les nombres suivants puis entoure en vert ceux qui sont inférieurs à 1 et en rouge ceux qui sont supérieurs à 1.

$\frac{7}{8}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{12}{5}$; $\frac{634}{628}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{18}{8}$; $\frac{182}{196}$; $\frac{4}{23}$

b. Recopie puis entoure les nombres inférieurs à 2 en expliquant ta démarche.

$\frac{64}{21}$; $\frac{35}{18}$; $\frac{41}{18}$; $\frac{12}{25}$; $\frac{14}{30}$; $\frac{169}{83}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{12}{25}$

21 Recopie et complète les pointillés par les symboles $<$ ou $>$.

a. $\frac{1}{3}$ ... 3 **d.** 4 ... $\frac{9}{10}$

b. $\frac{7}{13}$ ... $\frac{13}{7}$ **e.** $\frac{12}{15}$ ... $\frac{36}{30}$

c. 0 ... $\frac{1}{1\,000}$ **f.** $\frac{999}{1\,000}$ ... $\frac{3}{2}$

22 Recopie et complète les pointillés par les symboles $<$ ou $>$.

a. $\frac{1}{2}$ ... $\frac{1}{4}$ **d.** $\frac{62}{41}$ ... $\frac{62}{35}$

b. $\frac{7}{5}$ ... $\frac{7}{6}$ **e.** $\frac{12}{6}$ ... $\frac{12}{18}$

c. $\frac{41}{51}$ ... $\frac{41}{49}$ **f.** 5 ... $\frac{5}{2}$

23 **Ordre croissant**

Range les nombres suivants dans l'ordre croissant.

$\frac{2}{3}$; $\frac{5}{0{,}3}$; $\frac{1}{30}$; $\frac{77}{30}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{7{,}5}{0{,}3}$; $\frac{5}{3}$

24 Recopie et complète les pointillés par les symboles $<$ ou $>$.

a. $\frac{2}{3}$ ... $\frac{1}{9}$ **d.** $\frac{12}{15}$ ... $\frac{4}{3}$

b. $\frac{1}{2}$ ... $\frac{1}{4}$ **e.** $\frac{7}{18}$ ... $\frac{3}{9}$

c. $\frac{3}{4}$ ... $\frac{7}{8}$ **f.** $\frac{19}{10}$ ... $\frac{10}{5}$

9782210106345-0MEP.indb 45 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

25 Soient $a = \frac{816}{577}$ et $b = \frac{577}{408}$.

a. Donne les valeurs arrondies de a et de b au millième. Peux-tu en déduire la comparaison de a et de b ?

b. Donne des valeurs approchées de a et b qui permettent de les comparer. Compare a et b.

26 Dans chaque cas, réécris les nombres avec le même dénominateur positif, puis compare-les.

a. $\frac{-5}{8}$ et $\frac{-3{,}8}{6}$ **b.** $\frac{14}{5}$ et $\frac{20}{7}$

27 Avec le même numérateur

Compare les nombres suivants en commençant par comparer leurs opposés.

a. $\frac{1}{-5}$ et $\frac{1}{-7}$ **d.** $\frac{-7{,}5}{0{,}23}$ et $\frac{75}{-2{,}4}$

b. $\frac{-3}{8}$ et $\frac{-3}{8{,}2}$ **e.** $\frac{3}{-50}$ et $-\frac{4}{75}$

c. $-\frac{5{,}23}{14{,}5}$ et $\frac{-5{,}23}{14{,}6}$ **f.** $\frac{54{,}5}{0{,}27}$ et $\frac{-2{,}62}{-0{,}13}$

28 Dans chaque cas, réécris les nombres avec le même dénominateur positif puis compare-les.

a. $\frac{-5}{4}$ et $\frac{-9}{8}$ **d.** $-\frac{2}{11}$ et $\frac{-5}{33}$

b. $\frac{2{,}7}{-9}$ et $\frac{-1}{3}$ **e.** $\frac{7}{2{,}5}$ et $\frac{20{,}5}{7{,}5}$

c. 3 et $-\frac{20{,}9}{-7}$ **f.** $\frac{13}{-27}$ et $\frac{-79}{162}$

29 Range les nombres suivants dans l'ordre croissant sans utiliser de valeurs approchées.

$\frac{7}{-15}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{490}{420}$; $\frac{-5}{12}$; $\frac{-24}{-18}$; 2,5.

30 Compare en justifiant.

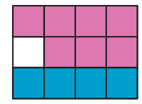
a. $-\frac{12}{18}$ et $\frac{399}{-300}$ **d.** $\frac{-5}{6}$ et $-\frac{15}{14}$

b. $\frac{2}{57}$ et $\frac{1}{28{,}4}$ **e.** $\frac{6}{13}$ et $\frac{29}{65}$

c. $\frac{-75}{11}$ et $\frac{31}{-15}$ **f.** $\frac{3}{-22}$ et $\frac{4{,}5}{33}$

Additionner et Soustraire

31 Somme de fractions



a. L'égalité $\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$ est illustrée par la figure ci-contre. Explique pourquoi.

b. En t'inspirant de la question **a.**, écris une égalité illustrant chacune des figures suivantes.

Figure 1

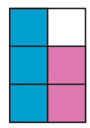


Figure 2

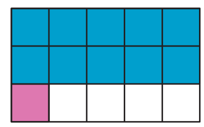
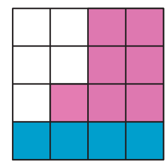


Figure 3



32 Effectue les calculs suivants et donne le résultat sous forme simplifiée.

a. $\frac{7}{9} + \frac{5}{9}$ **d.** $\frac{9}{11} + \frac{7}{11}$

b. $\frac{19}{8} - \frac{15}{8}$ **e.** $\frac{7}{18} + \frac{11}{18}$

c. $\frac{5}{12} + \frac{13}{12}$ **f.** $\frac{27}{13} - \frac{1}{13}$

33 Ajoute ou soustrais.

a. $\frac{7{,}3}{7} + \frac{2{,}7}{7}$ **d.** $\frac{8{,}1}{22} - \frac{2{,}1}{22}$

b. $\frac{12}{4{,}1} + \frac{6}{4{,}1}$ **e.** $\frac{19}{0{,}8} - \frac{12}{0{,}8}$

c. $\frac{8{,}1}{3{,}05} + \frac{1}{3{,}05}$ **f.** $\frac{7{,}3}{5{,}5} - \frac{0{,}3}{5{,}5}$

34 Jimmy a mangé $\frac{1}{4}$ d'un gâteau. Élise a mangé $\frac{3}{8}$ du même gâteau.

a. Quelle part du gâteau ont-ils mangée à eux deux ?

b. Quelle part du gâteau reste-t-il ?

35 Effectue les calculs suivants et simplifie si possible.

a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ **c.** $\frac{13}{14} + \frac{5}{7}$

b. $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$ **d.** $\frac{3}{4} + \frac{5}{24}$

36 Recopie et complète.

a. $\frac{9}{7} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{17}{7}$

b. $\frac{\dots}{\dots} + \frac{3}{5} = \frac{23}{15}$

c. $\frac{3}{4} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{23}{24}$

d. $\frac{9}{7} - \frac{\dots}{\dots} = \frac{1}{7}$

e. $\frac{5}{8} - \frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{40}$

f. $\frac{14}{4} \dots \frac{5}{2} = 1$

37 Dénominateurs positifs

Calcule en réécrivant dans chaque cas les fractions avec le même dénominateur positif.

a. $\frac{8}{-5} + \frac{7}{5}$

b. $\frac{-4}{-15} + \frac{1}{-15}$

c. $\frac{5}{6} - \frac{7}{-6}$

d. $\frac{-9}{17} + \frac{1}{-17}$

38 Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes et simplifie si possible.

a. $\frac{5}{6} + \frac{-1}{3}$

b. $\frac{7}{9} - \frac{1}{-27}$

c. $-\frac{8}{5} + \frac{23}{50}$

d. $\frac{45}{15} - \frac{7}{3}$

e. $\frac{4}{11} + 2$

f. $\frac{8}{-91} + \frac{-1}{7}$

g. $\frac{5}{2} - \frac{-45}{4} + \frac{2}{8}$

h. $4 - \frac{5}{-49} + \left(-\frac{8}{7}\right)$

i. $\frac{-7}{50} + \frac{2}{75}$

j. $\frac{1}{5} + \frac{-2}{3}$

k. $\frac{1}{12} - \frac{1}{9}$

l. $\frac{4}{18} + \frac{5}{27}$

m. $\frac{17}{-24} + \left(-\frac{5}{36}\right)$

n. $\frac{3}{16} - \frac{-1}{12}$

o. $\frac{8}{-17} - \left(-\frac{1}{15}\right)$

39 Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes et donne les résultats sous la forme de fractions irréductibles.

a. $\frac{42}{75} - \left(-\frac{22}{30}\right)$

b. $\frac{85}{4} + \frac{25}{-5}$

c. $\frac{-12}{25} - 8$

d. $-\frac{14}{27} + \frac{-5}{108}$

e. $\frac{9}{-55} - \frac{-7}{44}$

f. $\frac{-9}{-18} - \frac{5}{30} + \left(-\frac{9}{6}\right)$

Multiplier

40 Calcule et donne le résultat sous forme fractionnaire en simplifiant si c'est possible.

$A = \frac{7}{5} \times \frac{3}{4}$

$B = \frac{4}{3} \times \frac{7}{4}$

$C = \frac{1}{5} \times \frac{8}{7}$

$D = 5 \times \frac{7}{2}$

$E = \frac{42}{5} \times 10$

$F = \frac{0,7}{6} \times \frac{1}{4}$

$G = \frac{1,7}{0,5} \times \frac{1,3}{2,5}$

$H = \frac{1,4}{3} \times \frac{0,9}{28}$

$I = \frac{2,8}{7} \times 21$

$J = \frac{7,2}{4} \times \frac{1,6}{3,6}$

41 Simplifie puis calcule les produits.

a. $\frac{45}{14} \times \frac{49}{60}$

b. $\frac{5}{3} \times \frac{4}{5}$

c. $\frac{45}{26} \times \frac{65}{72}$

d. $2 \times \frac{9}{6}$

e. $\frac{7}{6} \times \frac{6}{7}$

f. $\frac{12,4}{6} \times 8$

g. $\frac{2,5}{3} \times \frac{3}{0,5}$

h. $5,6 \times \frac{9}{0,7}$

i. $0,55 \times \frac{2}{11}$

j. $\frac{25}{27} \times \frac{6}{15}$

42 Simplifie lorsque c'est possible puis calcule les produits.

a. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{11}$

b. $\frac{3}{5} \times \frac{13}{7} \times \frac{5}{2}$

c. $\frac{3}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{11}$

d. $\frac{6}{5} \times \frac{1}{14} \times \frac{7}{3}$

e. $\frac{45}{6} \times \frac{1}{9} \times \frac{18}{7}$

f. $6 \times \frac{1}{88} \times \frac{11}{12}$

g. $\frac{5,5}{3} \times \frac{9}{7,7}$

h. $6 \times \frac{2,8}{3} \times \frac{5}{0,7}$

i. $0,6 \times \frac{2}{3,6}$

j. $\frac{17}{12,5} \times \frac{2,5}{1,7}$

43 Recopie et complète les égalités.

a. $\frac{7}{3} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{28}{15}$

b. $\frac{11}{17} \times \frac{\dots}{\dots} = 1$

c. $\frac{7}{2} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{10}$

d. $\frac{1,5}{2} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{9}{20}$

9782210106345-0MEP.indb 47 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

44 Effectue les produits.

a. $\frac{3}{2} \times \frac{5}{7}$

b. $\frac{-4}{11} \times \frac{1}{-3}$

c. $3 \times \frac{-7}{5}$

d. $\frac{5}{-4} \times \frac{5}{-2}$

e. $\frac{8}{17} \times \frac{5}{-3}$

f. $-\frac{13}{5} \times \left(-\frac{2}{11}\right)$

g. $\left(-\frac{7}{15}\right) \times (-8) \times \frac{2}{3}$

h. $\frac{-1}{2} \times \frac{5}{-4} \times \frac{-3}{2}$

45 Simplifie, si possible, les fractions suivantes.

a. $\frac{-5 \times 2}{2 \times 7}$

b. $\frac{-5 + 2}{7 + 2}$

c. $\frac{4 \times (-11)}{4 \times (-11) \times 3}$

d. $\frac{8 \times (-3) \times 7 \times 5}{3 \times 5 \times 8 \times 7}$

e. $\frac{-5 \times 8}{2 \times (-7)}$

f. $\frac{5 \times (-9) \times 2}{-7 \times 10 \times (-1)}$

46 Calcule en simplifiant.

a. $\frac{8}{5} \times \frac{5}{7}$

b. $\frac{-3}{10} \times \frac{-11}{3}$

c. $\frac{-2}{3} \times \frac{-5}{2} \times \frac{3}{-7}$

d. $\frac{5}{-7} \times \left(-\frac{7}{5}\right)$

e. $-15 \times \frac{2}{15}$

f. $\left(-\frac{8}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right) \times 3$

47 Calcule les produits suivants en simplifiant, puis donne les résultats sous forme de fractions irréductibles.

a. $\frac{-7}{25} \times \frac{-5}{8}$

b. $\frac{18}{-49} \times \frac{14}{27}$

c. $\frac{45}{28} \times \frac{7}{-15}$

d. $\frac{-2}{6} \times \left(-\frac{21}{11}\right)$

e. $\frac{21}{32} \times \frac{108}{49}$

f. $-26 \times \frac{-5}{39}$

g. $\frac{8}{5} \times \frac{-5}{21} \times \left(-\frac{9}{16}\right)$

h. $\frac{56}{-5} \times \frac{30}{21} \times \frac{7}{10}$

48 Calcule mentalement.

a. le double de $\frac{-7}{15}$;

b. les cinq septièmes des six cinquièmes de l'unité ;

c. les $\frac{7}{10}$ de $\frac{9}{10}$.

Diviser les quotients

49 Inverses

Recopie et complète les égalités suivantes et écris, dans chaque cas, trois phrases utilisant le mot « inverse(s) ».

a. $4 \times \frac{1}{\dots} = 1$

b. $\dots \times 0{,}25 = 1$

c. $\frac{1}{\dots} \times (-3) = 1$

d. $\dots \times \left(-\frac{1}{15}\right) = 1$

e. $\frac{3}{4} \times \frac{\dots}{\dots} = 1$

f. $\frac{\dots}{-25} \times \frac{\dots}{7} = 1$

g. $\dots \times \left(-\frac{8}{5}\right) = 1$

h. $-0{,}01 \times \dots = 1$

50 Ne pas confondre !

a. Recopie et complète les égalités.

$\left(\frac{9}{-14}\right) \times \dots = 1$ et $\left(\frac{9}{-14}\right) + \dots = 0$.

b. Trouve deux nombres qui sont leur propre inverse. Trouve un nombre qui est son propre opposé.

c. Tous les nombres ont-ils un inverse ? Un opposé ?

d. Quel est l'opposé de l'inverse de 4 ? Quel est l'inverse de l'opposé de 4 ?

51 Notations x^{-1} et $\frac{1}{x}$

a. Que désignent les notations ci-dessus ?

b. Recopie et complète le tableau ci-dessous avec des écritures fractionnaires.

x	7	$\frac{-3}{5}$	$-\frac{8}{9}$	– 0,6	1,25
x^{-1} ou $\frac{1}{x}$					

c. Détermine l'inverse de l'inverse de chaque nombre. Que remarques-tu ?

52 Mentalement

a. Effectue mentalement les calculs.

$16 \div 2$; $100 \times 0{,}25$; $16 \times 0{,}5$; $100 \div 4$.

b. Justifie les résultats égaux avec la règle de division.

9782210106345-0MEP.indb 48 24/06/16 10:38

53 Écris les quotients suivants en utilisant le symbole ÷ puis effectue le calcul.

$$A = \frac{2}{\frac{3}{5}} \ ; \ B = \frac{\frac{2}{3}}{5} \ ; \ C = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{11}}.$$

54 Applique dans chaque cas la règle de division puis effectue les calculs.

a. $\frac{2}{3} \div 5$

b. $\frac{-5}{7} \div (-4)$

c. $\frac{5}{6} \div \frac{7}{-11}$

d. $8 \div \frac{1}{8}$

e. $\frac{-3}{2} \div \frac{-5}{7}$

f. $\frac{1}{10} \div \left(-\frac{7}{9}\right)$

g. $\frac{8}{-15} \div \frac{-4}{5}$

h. $\frac{9}{10} \div (-3)$

i. $\frac{-4}{45} \div \frac{16}{15}$

j. $\frac{-5}{6} \div \left(-\frac{15}{18}\right)$

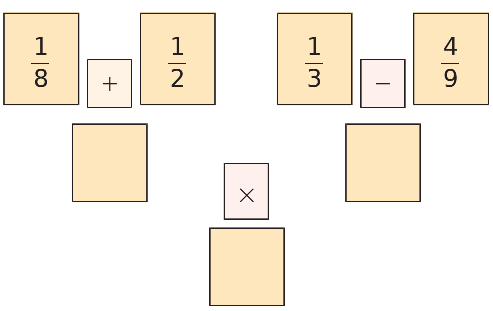
k. $12 \div \frac{3}{-4}$

l. $1 \div \left(\frac{-7}{4}\right)$

Calculs divers

55 Calculs en série

a. Recopie et complète le diagramme suivant.



b. Écris, sur une seule ligne, l'expression mathématique correspondant à ce calcul.

56 Histoire d'heures

a. Exprime la durée 43 min sous forme d'une fraction d'heure avec 60 pour dénominateur.

b. Procède de la même façon pour 1 h 12 min et 2 h 05 min.

c. Additionne les trois fractions ainsi obtenues.

57 Traduis chaque phrase par une expression mathématique puis calcule-la.

a. la moitié d'un tiers ;

b. le triple d'un tiers ;

c. le tiers de la moitié ;

d. le dixième d'un demi ;

e. le quart du quart du quart.

58 Calcule et donne le résultat le plus simplifié possible.

$A = \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{8}{21}$

$B = \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \times \frac{3}{2}$

$C = 11 \div \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right)$

$D = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24}$

$E = \left(\frac{11}{7} - \frac{2}{5}\right) \times \frac{24}{7}$

$F = \frac{25}{15} \times \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{24}\right)$

59 Calcule en détaillant les étapes et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre décimal.

$A = \frac{24 \times 9 \times 72 \times 121}{36 \times 33 \times 64}$

$B = 56 \times \frac{15}{128} - \frac{1}{18}$

$C = \left(\frac{24}{15} + \frac{35}{25}\right) \times \frac{20}{33}$

$D = \frac{81}{63} \div \left(4 - \frac{2}{14}\right)$

$E = \frac{56}{15} \times \frac{\frac{5}{6} - \frac{5}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}$

$F = 3 + \frac{2}{15} \times \left(5 \times \frac{23}{25} - \frac{12}{49} \div \frac{9}{14}\right) \div \frac{1}{70}$

60 Calcule puis simplifie au maximum le résultat.

$E = \frac{3 - \frac{7}{5}}{1 - \frac{9}{10}}$

$F = \frac{7}{-8} + \frac{\frac{5}{6}}{4} - 1$

61 Calcule et simplifie au maximum le résultat.

$A = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}}$

$B = 2 + \frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{14}}$

$C = -\frac{3}{14} - \frac{3}{\frac{7}{5}} + 2$

$D = \frac{7}{5} + \frac{\frac{8}{15}}{\frac{2}{3}} - \frac{19}{2}$

9782210106345-0MEP.indb 49 24/06/16 10:38

Je résous des problèmes

En lien avec d'autres disciplines

1 En géographie

Actuellement, 1,5 milliard d'êtres humains n'ont pas accès à l'eau potable et 2,6 milliards n'ont pas droit à un réseau d'assainissement des eaux usées (toilettes, égouts, ...).

Si l'on considère que la planète compte 6,6 milliards d'individus, donne :

a. La proportion d'êtres humains qui n'ont pas accès à l'eau potable ;

b. La proportion d'êtres humains qui ne disposent pas d'un réseau d'assainissement. (Tu écriras chaque proportion à l'aide d'une fraction la plus simple possible.)

2 En éducation civique

Lors d'une élection avec 5 autres candidats, Michel a obtenu 35 % des voix, tandis qu'Irina a obtenu 70 voix. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

3 En éducation civique

Lors d'une élection, les deux candidats ont obtenu respectivement :
40 % des voix exprimées pour Aziz et 20 voix pour Bertrand. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

4 En éducation civique

Dans les parkings, la loi exige que, sur 50 places, au moins une soit réservée aux personnes handicapées.

Un parking de 600 places contient 10 places pour handicapés.

a. Traduis cet énoncé à l'aide de deux fractions puis compare-les.

b. Le gérant du parking respecte-t-il la loi ?

5 En chimie

On vide le tiers d'un litre de sirop de menthe et on remplace ce tiers par de l'eau. On vide ensuite les trois quarts de ce mélange.

Quelle quantité de pur sirop de menthe reste-t-il dans la bouteille ?
Exprime celle-ci en fraction de litre.

6 En économie

Un primeur a vendu les $\frac{2}{3}$ de ses salades le matin et les $\frac{7}{8}$ du reste l'après-midi.

a. Quelle fraction de ses salades lui reste-t-il à midi ?

b. Quelle fraction de ses salades le primeur a-t-il vendue l'après-midi ?

7 En français

Voici un extrait de MARIUS, une œuvre de Marcel Pagnol (Acte II) :

César : « ...Eh bien, pour la dixième fois, je vais t'expliquer, le picon-citron-curaçao. Approche-toi ! Tu mets d'abord un tiers de curaçao. Fais attention : un tout petit tiers. Bon. Maintenant, un tiers de citron. Un peu plus gros. Bon. Ensuite, un bon tiers de Picon. Regarde la couleur. Regarde comme c'est joli. Et à la fin un grand tiers d'eau. Voilà.
Marius : - Et ça fait quatre tiers.
César : - Exactement. J'espère que cette fois, tu as compris.
Marius : - Dans un verre, il n'y a que trois tiers.
César : - Mais imbécile, ça dépend de la grosseur des tiers !...
Marius : - Eh non, ça ne dépend pas. Même dans un arrosoir, on ne peut mettre que trois tiers.
César (triomphal) : - Alors, explique-moi comment j'en ai mis quatre dans ce verre. »

a. Que penses-tu de cette scène ? Comment expliques-tu la réaction de Marius ?

b. Pourquoi est-il indiqué « César (triomphal) » à la fin du texte ?

8 En électricité

a. Effectue le calcul et donne le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1}{9} + \frac{1}{12}.$$

b. En électricité, pour calculer des valeurs de résistances, on utilise la formule :

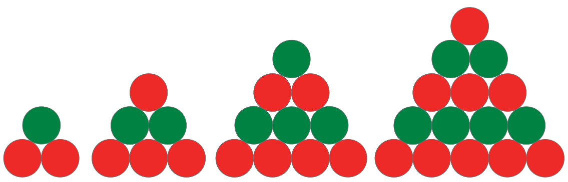
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Sachant que $R_1 = 9$ ohms et que $R_2 = 12$ ohms, déterminer la valeur exacte de R.

9782210106345-0MEP.indb 50 24/06/16 10:38

Problèmes

9 On considère ces pyramides.



a. Exprime la proportion de boules vertes dans chaque pyramide puis simplifie chaque fraction.

b. Construis les quatre pyramides qui prolongent cette série puis reprends la question **a.** pour chacune d'elles.

c. Dans quels cas les proportions de boules vertes sont-elles égales ?

10 Encadrement

a. On considère le nombre $\frac{56}{21}$. Effectue la division euclidienne de 56 par 21 et déduis-en un encadrement du nombre par deux nombres entiers consécutifs.

b. Encadre $\frac{-89}{15}$ puis $\frac{47}{59}$ par deux nombres entiers consécutifs.

c. Encadre respectivement $\frac{-47}{25}$ et $\frac{13}{-4}$ par deux nombres entiers consécutifs et déduis-en la comparaison de ces deux nombres.

Peux-tu appliquer la même méthode pour comparer $\frac{25}{3}$ et $\frac{90}{11}$?

11 Multiple commun

a. Quels sont les dix premiers multiples de 12 ? Ceux de 18 ? Déduis-en le plus petit multiple non nul commun à 12 et 18, puis un dénominateur commun positif pour les fractions $\frac{-7}{12}$ et $\frac{-11}{18}$.

Compare alors ces deux nombres.

b. La méthode précédente permet-elle de trouver rapidement un dénominateur commun aux nombres : $\frac{8}{11}$ et $\frac{10}{13}$?

Comment en trouver un alors rapidement ? Compare ces deux nombres.

12 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$A = 5 \times \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$

$B = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$

$C = \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{12}\right) \times \frac{3}{5}$

$D = \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} + \frac{28}{15} \times \frac{25}{14}$

13 Effectue les calculs en respectant les priorités opératoires.

$A = \frac{1}{5} \times \frac{-4}{3} + \frac{7}{2}$ $\quad$ $B = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{4} - \frac{4}{3}\right)$

$C = \frac{13}{7} + \left(-\frac{8}{7}\right) \times \left(-\frac{5}{4}\right)$ $\quad$ $D = \frac{7}{3} + \frac{3}{2} \times \frac{-10}{21}$

14 Parenthèses et fractions

a. Calcule de deux manières différentes les expressions.

$A = -2\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) + \frac{3}{2}$

$B = 4\left(\frac{3}{4} - \frac{-1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{-6}\right)$

b. Donne l'arrondi au centième puis la troncature au centième de chaque résultat.

15 Extrait du Brevet

a. Soit $A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}$. Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

b. Effectuer le calcul suivant. Le résultat sera donné sous la forme d'un entier.

$B = \left(2 + \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)$.

Je résous des problèmes

16 Après avoir fait un footing, j'ai bu tout le contenu d'une petite bouteille d'eau d'un demi litre. J'ai ensuite bu le quart du contenu d'une bouteille de $\frac{3}{4}$ L. Quelle quantité d'eau ai-je bue en tout ?

17 Lilou et Paolo doivent répondre au problème suivant : « Manu voudrait une tablette pour son anniversaire. Le modèle qu'il souhaite acquérir coûte 255€. Papi Jean lui donne un cinquième du prix. Ses parents lui donnent les trois quarts du reste. Combien manque-t-il encore à Manu ? »

Voici le brouillon de Lilou :

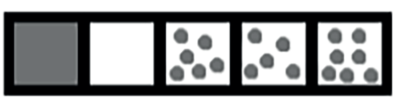
$\frac{1}{5} \times 255 = 51$ $\qquad 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \ldots$

a. Explique à quoi correspondent les deux premiers calculs.

b. Pourquoi Lilou n'a-t-elle pas fini le dernier calcul ?

Voici le brouillon de Paolo :



c. Légende son schéma.

d. Rédige la réponse à ce problème.

18 Un fleuriste a vendu les $\frac{3}{5}$ de ses bouquets le matin et les $\frac{3}{10}$ du reste l'après-midi.

a. Quelle fraction des bouquets lui reste-t-il en fin de journée ?

b. Sachant qu'il lui reste 7 bouquets en fin de journée, quel était le nombre initial de bouquets ?

19 Trois frères veulent acheter un jeu vidéo. Le premier possède les $\frac{3}{5}$ du prix de ce jeu vidéo, le deuxième en possède les $\frac{4}{15}$ et le troisième $\frac{1}{3}$. Ils souhaitent l'acheter ensemble.

a. Ont-ils assez d'argent pour acheter ensemble ce jeu vidéo ?

b. Peuvent-ils acheter un second jeu vidéo de même prix ?

20 Quatre amis font un voyage en trois jours. Le premier jour, ils parcourent 40 % du trajet total ; le deuxième jour, un quart et le dernier jour, $\frac{7}{20}$ du trajet total.

Quel jour ont-ils parcouru la plus grande distance ?
Peux-tu calculer la distance parcourue chaque jour ?

21 **Héritage**

Après de longues négociations, il a été convenu que Léa héritera de deux quinzièmes de la fortune de son oncle du bout du monde ; Florian, d'un neuvième de cette fortune ; Jean et Justine se partageront équitablement le reste.

Quelles seront les parts respectives de Jean et Justine ?

22 ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB = \frac{5}{7}$ BC. Quelle fraction de BC son périmètre représente-t-il ?

23 Un champ rectangulaire a les dimensions suivantes : un demi hectomètre et cinq tiers d'hectomètre. Quelle est son aire ? (Attention à l'unité !)

La longueur et la largeur d'un rectangle ont été multipliées respectivement par $\frac{7}{5}$ et $\frac{2}{3}$.

a. Par quel nombre l'aire du rectangle initial a-t-elle été multipliée (tu donneras le résultat sous la forme d'une fraction) ?

b. Par quelle fraction le périmètre du rectangle initial a-t-il été multiplié, sachant que sa longueur mesure 7 cm et sa largeur mesure 4 cm ?

24 Voici un programme de calcul :

> Choisis un nombre.
>
> Multiplie-le par $\frac{3}{4}$.
>
> Ajoute $\frac{5}{8}$ au résultat obtenu.

Quel nombre obtient-on en prenant :

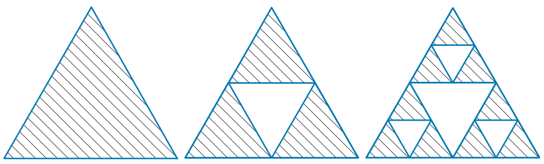
a. 5 comme nombre de départ ?

b. $\frac{7}{8}$ comme nombre de départ ?

25 Triangle de Sierpinski

Étapes de construction :

- Étape 1 : On construit un triangle équilatéral qu'on prend pour unité d'aire.
- Étape 2 : On trace les trois segments joignant les milieux des côtés du triangle et on enlève le petit triangle central. Il reste trois petits triangles qui se touchent par leurs sommets dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ.
- Étape 3 : On répète la deuxième étape avec chacun des petits triangles obtenus.
- Étapes suivantes : On répète le processus.



a. Construis les triangles obtenus aux étapes 3 et 4 (on prendra 8 cm de côté pour le triangle équilatéral de départ).

b. Détermine quelle fraction d'aire représente la partie hachurée, obtenue aux étapes 1, 2 et 3 ?

c. Même question pour l'étape 4, de deux façons différentes : en regardant le schéma puis en faisant un calcul.

d. Sans construire le triangle, indique quelle fraction d'aire la partie hachurée représente à l'étape 5.

e. Et pour l'étape 8 ?

26 Fléchettes harmoniques

Une cible est constituée de deux zones : l'une est gagnante (G) et l'autre perdante (P). Une partie est constituée de trois jets consécutifs de fléchettes. En début de partie, un joueur possède 24 points puis, après chaque jet, il multiplie ces points par :

	1^er^ jet	2^e^ jet	3^e^ jet
Gagnante (G)	$\times 2$	$\times 3$	$\times 4$
Perdante (P)	$\times 1/2$	$\times 1/3$	$\times 1/4$

Paul et Mattéo ont effectué trois jets chacun : G, P, P pour Paul et P, G, G pour Mattéo.

a. Calcule le score de chacun.

b. Quel score maximal peut-on atteindre à ce jeu ?

c. Quel score minimal peut-on atteindre à ce jeu ?

En utilisant le numérique

27 Avec un tableur

On souhaite déterminer les dix premières décimales du quotient $\frac{9}{14}$ sans poser de division.

a. Compare ce quotient à 1. Justifie.

b. Quelle est la définition de $\frac{9}{14}$?

c. Dans une feuille de calcul, écris dans une première colonne les nombres de 0 à 1 avec un pas de 0,1 et dans une deuxième leur produit par 14.

d. Déduis-en un encadrement de ce quotient au dixième.

e. Modifie les nombres de la première colonne pour déterminer un encadrement de ce quotient au centième.

f. Continue jusqu'à ce que tu obtiennes les dix premières décimales de ce quotient.

28 Avec le tableur

a. Dans un tableur, reproduis la feuille de tableur ci-dessous.

	A	B	C	D
1	Fraction 1	Fraction 2	Fraction 3	Total
2	1/3	1/3	1/3	

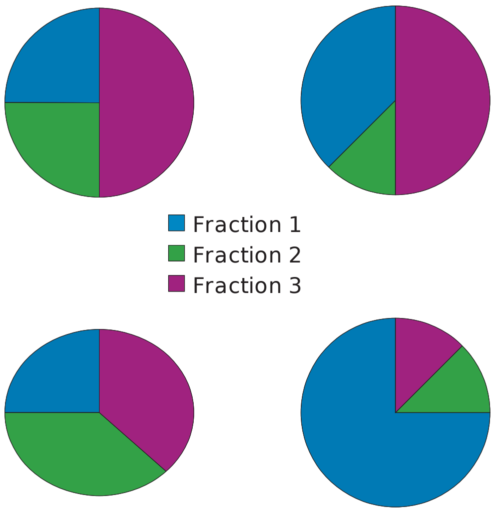
b. Avant de les remplir, sélectionne les cellules A2, B2 et C2, puis effectue un clic droit. Dans « *Formater les cellules* », choisis « *Nombres* » puis « *Fraction* ».

c. Dans la cellule D2, programme une formule permettant de calculer la somme des nombres en A2, B2 et C2.

d. Sélectionne l'ensemble des cellules A1, B1, C1, A2, B2, C2. Dans *Insertion*, choisis *Diagramme* puis *Secteur*.

9782210106345-0MEP.indb 53 24/06/16 10:38

e. Écris de nouvelles fractions dans les cellules A2, B2 et C2 de sorte que leur somme soit égale à 1 et qu'elles correspondent aux diagrammes ci-dessous.



29 Fractions en tableur

Calcule puis donne le résultat sous forme d'une fraction la plus simple possible :

$A = \frac{-3}{7} \times \frac{5}{2}$; $B = \frac{2}{3} \times \frac{9}{2}$

$C = \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$; $D = \frac{5}{6} + \frac{3}{8}$

Tu vas créer un modèle de fichier tableur permettant de trouver le produit de deux fractions :

	A	B	C	D	E
1	-3	*	5	=	
2	7		2		

a. Recopie les cellules ci-dessus ;
Dans la cellule E1, tapez « =A1*C1 » ;
Dans la cellule E2, tapez « =A2*C2 » ;

b. Utilise cette feuille de calcul pour vérifier le résultat du calcul B (question **a.**).
Que remarques-tu ?

c. Sur le même fichier, construis maintenant un outil permettant de calculer la somme de deux fractions.

4	2	+	3	=	
5	3		4		

d. Recopie les cellules ci-dessus ;

e. Que faut-il taper comme formules dans les cellules E4 et E5 ?

f. Utilise cette feuille de calcul pour vérifier le résultat du calcul D (question **a.**).
Que remarques-tu ?

g. Procède de la même façon pour construire sur le même fichier quatre outils permettant :

- de calculer le produit de trois fractions ;
- de calculer la différence de deux fractions ;
- de calculer la somme de trois fractions ;
- de calculer le quotient de deux fractions.

h. Construis un nouvel outil permettant de calculer la somme de deux fractions en faisant apparaître les étapes intermédiaires.

i. Refais tous les calculs avec le fichier tableur qui se trouve en complément.
Quelle est la nouveauté apportée par ce fichier par rapport au tien ?

j. Dans quels cas, les deux fichiers donnent-ils des résultats identiques ?

30 Écrire un programme qui lit deux fractions : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ (4 nombres non nuls) et répond « égales » si ces fractions sont égales et « différentes » sinon, sans utiliser la division.

31 Écrire un programme qui illustre par un dessin, la réduction au même dénominateur de deux fractions : a/b et c/d inférieures à 1.

Exemple : Avec 2/3 et 1/4 On trace deux rectangles identiques. Et à chaque frappe d'une touche de clavier :

- l'un est coupé horizontalement en 3 parties égales, l'autre verticalement en 4.
- On colorie 2 parts dans le premier, 1 part dans le second.
- On redécoupe les deux rectangles dans l'autre sens, ce qui fait 3*4 = 12 cases par rectangle.
- On compte les cases coloriées.

9782210106345-0MEP.indb 54 24/06/16 10:38

Puissances

A4

Objectifs de cycle

■ Utiliser de nouvelles notations

Utiliser les puissances d'exposant positif		Niveau 2
Utiliser les puissances d'exposant négatif	test n° 1	Niveau 2
Déterminer le signe d'une puissance	test n° 2	Niveau 2
Calculer une expression avec des puissances	test n° 3	Niveau 2

■ Utiliser les puissances de 10

Écrire un nombre en utilisant les puissances de 10	tests n° 4, 5	Niveau 2
Calculer avec les puissances de 10	test n° 6	Niveau 2

■ Utiliser la notation scientifique

Écrire un nombre en utilisant la notation scientifique	test n° 7	Niveau 2
Comparer deux nombres en notation scientifique	test n° 8	Niveau 2
Calculer avec des nombres en notation scientifique	test n° 9	Niveau 2

- La définition de puissances est vue dans l'optique de la décomposition d'un nombre en produit de nombres premiers.
- Les calculs utilisant les puissances sont appliqués aux puissances de 10 pour l'utilisation de l'écriture scientifique.

9782210106345-0MEP.indb 55 24/06/16 10:38

Activités de découverte

Activité 1 Le triangle de Sierpinski

La figure de départ est un triangle équilatéral violet. On construit à l'intérieur de celui-ci un triangle bleu obtenu en joignant les milieux des côtés du triangle de départ.

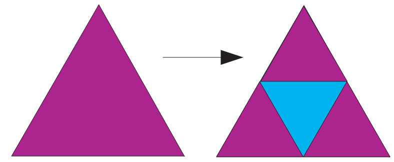


figure de départ figure 1

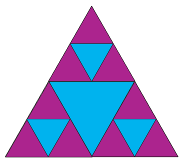


figure 2

a. De la même façon, on construit un petit triangle bleu dans chacun des triangles violets de la figure 1. Combien obtient-on de triangles violets dans la figure 2 ?

b. Imaginons que l'on continue à construire des triangles bleus dans les triangles violets. Combien a-t-on de triangles violets dans la figure 4 ? Puis dans la figure 7 (en n'utilisant que des 3 et des signes ×) ? Et dans la figure 20 ?

Remarque : On note 3^n le produit de n facteurs tous égaux à 3, c'est la notation « puissance ».

c. Écris, à l'aide de la notation « puissance », le nombre de triangles violets qu'il y a dans la figure 7 puis calcule ce nombre.
Recommence pour la figure 20.

d. À l'aide de ta calculatrice, indique combien il y a de triangles violets dans la figure 13, la figure 18, la figure 10 et enfin dans la figure 15.
Existe-t-il un moyen d'effectuer ces calculs facilement avec ta calculatrice ?

Activité 2 Une nouvelle écriture d'un nombre

1. La notation scientifique des grands nombres

a. Effectue les calculs suivants à l'aide de la calculatrice :

A = 9 620 000 000 + 9 870 000 000 ; B = 262 144 × 3 906 250 et C = 30^9.

b. Quels résultats affiche la calculatrice lorsqu'on lui fait calculer les produits :

D = 791 × 10^{15} et E = 1 298,4 × 10^{13} ?

2. Opérations sur les puissances de 10

a. En utilisant la définition de la puissance d'un nombre, écris sous la forme d'une puissance de 10 : $A = 10^5 \times 10^4$ $B = \frac{10^5}{10^2}$ $C = \left(10^2\right)^3$

b. Propose des formules de calculs. Sont-elles encore valables pour n et p entiers négatifs ? Justifie.

3. Des nombres de plus en plus grands

a. À l'aide de ta calculatrice, détermine la valeur du produit : 32 768 × 15 625.

b. Détermine, sans utiliser ta calculatrice, l'écriture décimale de 327 680 × 156 250.

c. Détermine l'écriture décimale de 327 680 000 × 1 562 500.

4. Des nombres de plus en plus petits

a. Détermine, sans utiliser ta calculatrice, l'écriture décimale de 327,68 × 15,625.

b. Détermine l'écriture décimale de 0,327 68 × 0,001 562 5.

9782210106345-0MEP.indb 56 24/06/16 10:38

Cours et méthodes

1) Utiliser de nouvelles notations

A. Puissances d'exposant positif

Définitions

Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre relatif a :

$$\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}} \text{ s'écrit } a^n$$

- a^n se lit « ***a* exposant n** » ou « a puissance n »
- a^n est appelé **puissance** n-ième de a.
- n est appelé l'exposant.

» **Remarque :** Par convention $a^0 = 1$

$a^1 = a$ a^2 se lit « a au carré » a^3 se lit « a au cube »

Entraîne-toi à Utiliser les puissances d'exposant positif

Énoncé
Donne l'écriture décimale de 5^4
Correction : $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 =$ **625**

Énoncé
Écris sous la forme d'une puissance : $7^2 \times 7^3$
Correction :
$7^2 \times 7^3 = (7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) = \mathbf{7^5}$

B. Puissances d'exposant négatif

Définitions

Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre relatif a non nul :

$$\frac{1}{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}} \text{ s'écrit } a^{-n}.$$

» **Remarque :** Pour tout entier n, a^{-n} est **l'inverse** de a^n soit $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ et en particulier $a^{-1} = \frac{1}{a}$.

Entraîne-toi à Utiliser les puissances d'exposant négatif

Énoncé
Donne l'écriture décimale de 10^{-3}.
Correction
$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} =$ **0,001**

Énoncé
Écris sous la forme d'une puissance : $\frac{2^3}{2^5}$
Correction
$\frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^2} = \mathbf{2^{-2}}$

Propriété

Pour tout nombre entier relatif n,

Si a est **positif** alors a^n est **positif**.

Si a est **négatif** alors a^n est
- **positif** lorsque l'exposant n est pair, et
- **négatif** lorsque l'exposant n est impair.

Entraîne-toi à Déterminer le signe d'une puissance

9782210106345-0MEP.indb 57 24/06/16 10:38

Cours et méthodes

■ **Énoncé**

Détermine le signe de :

$A = (-3)^4$

$B = -3^4$

$C = (-2)^{-5}$

Correction

Comme – 3 est négatif et l'exposant 4 est pair, A est un nombre positif.

Il s'agit ici d'une puissance de 3, nombre positif, précédée d'un signe – . B est un nombre négatif.

Comme – 2 est négatif et l'exposant – 5 est impair, C est un nombre négatif.

C. Enchaîner des calculs

Règle

Dans le cas d'un enchaînement de calculs, la puissance, qui est elle-même une multiplication doit se calculer avant les multiplications.
En résumé, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses, puis les exposants, puis les multiplications et les divisions et finalement les additions et les soustractions.

Entraîne-toi à **Calculer une expression avec des puissances**

■ **Énoncé**

Calcule : $A = 1 + 5 \times 2^4$

Correction

$A = 1 + 5 \times 2^4$

$A = 1 + 5 \times 16$

$A = 1 + 80$

$A = \mathbf{81}$

2 Utiliser les puissances de 10

A. Définition

Propriété

Pour tout nombre entier $n > 0$:

10^n s'écrit $1\underbrace{0\ldots0}_{n\ \text{zéros}}$; 10^{-n} s'écrit $\underbrace{0{,}0\ldots0}_{n\ \text{zéros}}1$

» **Rappel :** $10^0 = 1$

Entraîne-toi à **Écrire un nombre en utilisant les puissances de 10**

■ **Énoncé**

Écris les nombres 100 000 ; 0,01 ; 100 et 0,000 001 sous la forme d'une puissance de 10.

Correction

- $100\,000 = \mathbf{10^5}$
- $0{,}01 = \mathbf{10^{-2}}$
- $100 = \mathbf{10^2}$
- $0{,}000\,001 = \mathbf{10^{-6}}$

B. Calculer avec des puissances de 10

Règles de calcul

Pour m et p entiers relatifs quelconques

- règle du produit : $10^m \times 10^p = 10^{m+p}$
- règle du quotient : $\dfrac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$
- règle de la puissance de puissance : $\left(10^m\right)^p = 10^{m \times p}$

» **Attention :** Il n'y a pas de règle avec l'addition ou la soustraction !

Entraîne-toi à Calculer avec les puissances de 10

Énoncé

Écris les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance de 10.

$A = 10^4 \times 10^3$

$B = 10^{-3} \times 10^{-7}$

$C = \dfrac{10}{10^{-3}}$

$D = \dfrac{10^{-7}}{10^3}$.

$E = \left(10^{-3}\right)^{-7} \times \left(10^2\right)^{-3}$

Correction

$A = 10^4 \times 10^3$
$A = 10^{4+3}$
$\mathbf{A = 10^7}$

$B = 10^{-3} \times 10^{-7}$
$B = 10^{-3+(-7)}$
$\mathbf{B = 10^{-10}}$

$C = \dfrac{10^1}{10^{-3}}$
$C = 10^{1-(-3)}$
$C = 10^{1+3}$
$\mathbf{C = 10^4}$

$D = \dfrac{10^{-7}}{10^3}$
$D = 10^{-7-3}$
$\mathbf{D = 10^{-10}}$

$E = 10^{-3 \times (-7)} \times 10^{2 \times (-3)}$
$E = 10^{21} \times 10^{-6}$
$E = 10^{21+(-6)}$
$E = 10^{15}$

Énoncé

Donne l'écriture décimale des nombres $F = 10^3 + 10^2$ et $G = 10^{-2} - 10^{-3}$.

Correction

$F = 10^3 + 10^2 = 1\,000 + 100 = \mathbf{1\,100}$

$G = 10^{-2} - 10^{-3} = 0{,}01 - 0{,}001 = \mathbf{0{,}009}$

3 Utiliser la notation scientifique

A. Définition

Définitions

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $\boldsymbol{a \times 10^n}$, où a est un nombre décimal **ayant un seul chiffre non nul pour partie entière** et où n est un nombre **entier relatif**.
a est appelé **mantisse** du nombre.

Entraîne-toi à Écrire un nombre en utilisant la notation scientifique

Énoncé

Écris le nombre $A = 6\,430$ en notation scientifique.

Correction

$A = 6\,430 = 6{,}43 \times 1\,000 = 6{,}43 \times 10^3$
L'écriture scientifique de A est donc $6{,}4 \times 10^3$.

9782210106345-0MEP.indb 59 24/06/16 10:38

Cours et méthodes

B. Comparer deux nombres en écriture scientifique

Règle

Pour **comparer** deux nombres en notation scientifique, on compare d'abord leurs signes. S'il sont de même signe, on peut comparer leurs **ordres de grandeur** à l'aide des **exposants** de leur puissance de 10.
En cas d'égalité des exposants, on compare alors les mantisses.

Entraîne-toi à Comparer deux nombres en notation scientifique

Énoncé

Compare
- $A = 1{,}7 \times 10^3$ et $B = 2{,}5 \times 10^2$
- $C = 12{,}4 \times 10^3$ et $D = 3{,}1 \times 10^4$.

Correction
- L'ordre de grandeur de A est 10^3 alors que B est de l'ordre de 10^2. Donc **A > B**.
- La notation scientifique de C est :
  $C = 1{,}24 \times 10 \times 10^3 = 1{,}24 \times 10^4$.
  C et D ont le même ordre de grandeur.
  Or, $1{,}24 < 3{,}1$ donc **C < D**.

C. Calculer avec des nombres en notation scientifique

Règle

Dans un calcul ne comportant que des multiplications et divisions, on **regroupe** les nombres écrits sous la forme de **puissances de 10** d'un côté et **les mantisses** de l'autre côté, puis on calcule avec les règles habituelles.

Entraîne-toi à Calculer avec des nombres en notation scientifique

Énoncé
- Donne l'écriture scientifique du produit de $A = 2 \times 10^4$ et 3×10^3
- Donne l'écriture décimale de $B = \dfrac{14 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^6}{2 \times 10^4}$

Correction :
- $A = 2 \times 10^4 \times 3 \times 10^3$

$A = 2 \times 3 \times 10^4 \times 10^3$

$A = 6 \times 10^{4+3}$

$A = \mathbf{6 \times 10^7}$.

- $B = \dfrac{14 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^6}{2 \times 10^4}$

$B = \dfrac{14 \times 5}{2} \times \dfrac{10^{-3} \times 10^6}{10^4}$

$B = 35 \times \dfrac{10^{-3+6}}{10^4}$

$B = 35 \times \dfrac{10^3}{10^4}$

$B = 35 \times 10^{3-4}$

$B = 35 \times 10^{-1}$

$B = \mathbf{3{,}5}$

9782210106345-0MEP.indb 60 24/06/16 10:38

Je me teste

Niveau 2

1 Donne l'écriture décimale de : $A = 3^4$; $B = (-10)^5$; $C = 2^{-5}$.

2 Donne le signe de chaque nombre.

$C = (-15)^6$ $D = -15^6$ $E = 15^{-6}$ $F = (15)^{-6}$ $G = (-1)^3$ $H = -5^{-4}$

3 Calcule chaque nombre.

$A = 5 \times 2^{-1} - 3^{-2}$ $B = 3 \times (1 - 3)^5 - 2^2 \times (3 + 2)$ $C = \dfrac{(5 - 2 \times 3)^4}{(2 - 3)^5}$

4 Donne l'écriture décimale des nombres.

$A = 32{,}48 \times 10^6$ $B = 0{,}78 \times 10^2$ $C = 401 \times 10^{-2}$ $D = 94{,}6 \times 10^{-4}$

5 Par combien faut-il multiplier :

a. 234,428 pour obtenir 0,002 344 28 ?

b. 5 000 pour obtenir 0,005 ?

c. 0,3 pour obtenir 3 000 ?

d. 3,4324 pour obtenir 343 240 ?

6 Écris sous la forme d'une seule puissance de 10 les nombres suivants.

$C = 10^6 \times 10^{-8}$ $D = (10^{-1})^{-3}$ $E = \dfrac{10^{-2}}{10^2}$ $F = 10^2 \times 10^{-3} \times 10$

7 Donne l'écriture scientifique des nombres suivants.

$B = 21\,600$ $C = 0{,}012$ $D = 58{,}4 \times 10^2$ $E = 0{,}147 \times 10^{-1}$

8 Range dans l'ordre croissant les nombres suivants.

$E = 33{,}5 \times 10^{-3}$

$F = 7{,}2 \times 10^3$

$G = 0{,}02 \times 10^{-2}$

$H = 99{,}1 \times 10^{-4}$

9 Calcule chaque nombre et donne le résultat en notation scientifique.

$A = 45 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-26}$ $B = \dfrac{36 \times 10^{15}}{3 \times 10^{-17}}$

➔ **Voir Corrigés p. 368**

9782210106345-0MEP.indb 61 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

Utiliser une puissance d'exposant positif

1 Voici une liste de mots : exposant, puissance, facteurs, produit. Recopie chaque phrase en la complétant par le mot qui convient.

a. 3^7 se lit « 3 … 7 ».

b. 5^4 est le … de quatre … tous égaux à 5.

c. 8 est l'… de 6^8.

d. Le … de six … égaux s'écrit sous la forme d'une … d'… 6.

2 D'une écriture à l'autre

a. Écris en expressions mathématiques :
huit puissance neuf ; quatre au cube ; trois puissance cinq ; sept au carré

b. Écris en toutes lettres : 3^4 ; 2^3 ; $7{,}1^9$ et $(-4)^2$.

3 Recopie et complète chaque expression par l'exposant manquant.

a. $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^{\cdots}$

b. $(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^{\cdots}$

c. $0{,}1 \times 0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}1^{\cdots}$

4 Décompose chaque nombre comme dans l'exercice **3.**

a. 9^4 **b.** 2^3 **c.** 5^7 **d.** $(-7)^5$ **e.** $5{,}3^4$ **f.** $(-0{,}8)^3$

5 Quels sont les nombres négatifs ?

a. $(-6)^4$ **b.** 6^8 **c.** -132^{51} **d.** $(-12)^{15}$ **e.** $(-3)^7$ **f.** $(-3{,}6)^{100}$ **g.** $-(-35)^7$ **h.** -87^4 **i.** $-(-13^8)$

6 Puissance de 1 ou de – 1

Calcule.

a. 1^{12} **b.** 1^0 **c.** $(-1)^8$ **d.** $(-1)^0$ **e.** -1^7 **f.** -1^6 **g.** $(-1)^9$ **h.** -1^0

7 Exposant 0 ou 1

Calcule.

a. 4^0 **b.** $0{,}5^1$ **c.** $(-6)^0$ **d.** $1{,}2^1$ **e.** $0{,}5^1$ **f.** -5^1 **g.** $(-1{,}8)^1$ **h.** -7^0

8 Décompose puis donne l'écriture décimale en calculant à la main.

a. 2^4 **b.** 7^2 **c.** $0{,}1^5$ **d.** $1{,}2^2$ **e.** $(-3)^4$ **f.** -3^4 **g.** $(-6)^3$ **h.** $-1{,}1^3$

9 Donne l'écriture décimale en calculant à la calculatrice.

a. 2^{14} **b.** 17^7 **c.** 8^{11} **d.** $1{,}2^6$ **e.** -3^{10} **f.** $(-11)^8$ **g.** $(-0{,}4)^5$ **h.** $-6{,}6^4$

10 Écris les nombres suivants sous la forme d'un produit.

a. de puissances de 2 et de 5 :

$A = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$B = 25 \times 10 \times 5 \times 8$ $\quad C = 625 \times 512$

b. de puissances de 2, de 3 et de 7 :

$D = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7$

$E = 32 \times 21 \times 12$

$F = 12 \times 21 \times 49$

$G = 42$

Utiliser une puissance d'exposant négatif

11 Recopie et complète :

a. $12^{-5} = \dfrac{1}{12^{\cdots}}$

b. $7^{\cdots} = \dfrac{1}{7^5}$

c. $8^{-6} = \dfrac{1}{8^{\cdots}}$

d. $\dfrac{1}{9^{\cdots}} = 9^{-23}$

e. $\dfrac{1}{8^{\cdots}} = 8$

f. $\dfrac{1}{21^{\cdots}} = 21^{15}$

g. $1{,}5^2 = \dfrac{1}{1{,}5^{\cdots}}$

h. $(-7)^3 = \dfrac{1}{(-7)^{\cdots}}$

i. $(-3)^{-8} = \dfrac{1}{(-3)^{\cdots}}$

12 Décompose puis donne l'écriture fractionnaire en calculant à la main.

a. 2^{-5} **b.** 5^{-1} **c.** 4^{-3} **d.** $0{,}1^{-2}$ **e.** $(-3)^{-4}$ **f.** -3^{-4} **g.** $-1{,}1^{-3}$ **h.** $(-20)^2$

13 Donne l'écriture décimale en calculant à la calculatrice.

a. 2^{-14} **b.** 17^{-3} **c.** 8^{-7} **d.** 3^{-10} **e.** $(-11)^{-4}$ **f.** $(-1{,}2)^{-6}$ **g.** -4^{-10} **h.** $-0{,}6^{-7}$

14 Écris sous la forme d'un produit.

a. de puissances de 2 et de 5 :

$A = \dfrac{2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5 \times 5}$ $\quad B = \dfrac{25}{16}$

b. de puissances de 2, de 3 et de 7 :

$C = \dfrac{2 \times 3 \times 7}{3 \times 3 \times 7 \times 7}$ $\quad D = \dfrac{1}{49 \times 32 \times 27}$

9782210106345-0MEP.indb 62 24/06/16 10:38

15 Inverse ou opposé ?

Recopie chaque phrase en la complétant par le mot qui convient.

a. 7^{-5} est l'... de 7^5

b. -6^2 est l'... de 6^2

c. 0,1 est l'... de 10

d. 5^3 est l'... de 5^{-3}

e. 3^{-4} est l'... de -3^{-4}

f. -5 est l'... de 5.

16 Avec des fractions

Écris chaque nombre sous la forme d'une fraction.

$A = \left(\frac{3}{5}\right)^2$ $\quad C = -\left(\frac{-3}{10}\right)^5$ $\quad E = \left(\frac{5}{2}\right)^{-3}$

$B = \left(\frac{-1}{4}\right)^3$ $\quad D = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ $\quad F = \left(\frac{-1}{2}\right)^{-4}$

Enchaîner des calculs

17 Calcule, sans calculatrice, les expressions.

$A = 3 \times 2^4 + 5 \times 4^3$

$B = 1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + 10^5$

$C = 1 - 3^2 \times (-5)^2$

$D = 2^3 \times (-9) + 3^3 - (5^2 + 2^{-1})$

18 Calcule les expressions en utilisant ta calculatrice.

a. $25^3 - (5 + 11)^{-5}$

b. $\dfrac{17}{2 + 2^{-3}}$

c. $\dfrac{(2+7)^5}{5-(-2)}$

d. $\left(\dfrac{-3}{8}\right)^4$

19 Écris sous la forme d'une puissance.

a. $3^4 \times 3^2$

b. $4^3 \times 4^{-5}$

c. $(-5)^{-4} \times (-5)^3$

d. $\dfrac{2^4}{2^5}$

e. $\dfrac{3^2}{3^{-3}}$

f. $(7^2)^3$

g. $(4^{-2})^3$

h. $((-1)^2)^{-3}$

i. $7^5 \times 2^5$

j. $3^{-4} \times 5^{-4}$

k. $8^3 \times 4^3$

20 Calcule astucieusement.

$A = 2^4 \times 0{,}026 \times 5^4$

$B = 5^{-2} \times 2^{-2} \times 84$

$C = 2^{-3} \times 5^{-3} \times 2\,500$

$D = 2^6 \times 36 \times 5^5$

Utiliser les puissances de 10

21 Donne l'écriture décimale des nombres.

a. 10^4 **b.** 10^6 **c.** 10^8 **d.** 10^0 **e.** 10^5 **f.** -10^0 **g.** $(-10)^1$ **h.** $(-10)^{10}$

22 Écris à l'aide d'une puissance de 10.

a. 10 000 ; 10 000 000 ; 1 000 000 ; 1 000.

b. cent ; cent mille ; un milliard ; mille milliards.

23 Donne l'écriture décimale des nombres.

a. 10^{-1} **b.** 10^{-4} **c.** -10^{-3} **d.** $(-10)^{-3}$

24 Écris à l'aide d'une puissance de 10.

a. 0,01 ; 0,000 000 1 ; 0,001.

b. un dixième ; un millième ; un millionième.

c. $\dfrac{1}{10\,000}$; $\dfrac{1}{1\,000\,000}$; $\dfrac{1}{100\,000\,000}$.

25 Exprime sous la forme d'une puissance de 10.

a. $10^5 \times 10^7$

b. $10^4 \times 10^{-12}$

c. $10^{-8} \times 10^9$

d. $10^{-11} \times 10^3 \times 10^2$

e. 10×10^5

f. $10^{-6} \times 10^6$

26 Exprime sous la forme d'une puissance de 10.

a. $\dfrac{10^8}{10^4}$ **b.** $\dfrac{10^5}{10^{-4}}$ **c.** $\dfrac{10^{-7}}{10^{-2}}$ **d.** $\dfrac{10^{-3}}{10^9}$ **e.** $\dfrac{10}{10^{-2}}$ **f.** $\dfrac{10^3}{10^3}$ **g.** $\dfrac{10^{-3}}{10^3}$ **h.** $\dfrac{10^{-5}}{10^{-3}}$

27 Exprime sous la forme d'une puissance de 10.

a. $(10^3)^7$

b. $(10^{-8})^2$

c. $(10^6)^{-3}$

d. $(10^{-9})^{-7}$

e. $(10^{-8})^{25}$

f. $(10^{-10})^{-10}$

28 Écris chaque expression sous la forme d'une puissance de 10.

a. $(10^9)^4$

b. $\dfrac{10^{-4}}{10^9}$

c. $10^{12} \times 10^{-8} \times 10^5$

d. $\dfrac{10^{-6}}{10^6}$

e. $\dfrac{10^{41} \times 10^7}{10^{-39}}$

9782210106345-0MEP.indb 63 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

29 Écris chaque expression sous la forme d'une puissance de 10.

a. $10^{-9} \times 10^{12}$

b. $\dfrac{10^{-7}}{10^{8}}$

c. $\left(10^{-3}\right)^{-6}$

d. $\dfrac{10^{10}}{10^{-5}}$

e. $\dfrac{10^{21}}{10^{-4} \times 10^{-18}}$

30 Recopie et complète par l'exposant manquant. Tu indiqueras sur ton cahier l'opération que tu as effectuée pour trouver ce nombre :

a. $10^{4} \times 10^{\cdots} = 10^{7}$

b. $10^{\cdots} \times 10^{-7} = 10^{-5}$

c. $10^{8} \times 10^{\cdots} = 10^{-12}$

d. $10^{8} \times 10^{\cdots} = 10^{4}$

31 **(extrait de brevet)** Calcule.

a. 10^{2} ; 2^{3} puis $10^{2} + 2^{3}$

b. 10^{3} ; 10^{-2} puis $10^{3} \times 10^{-2}$

Utiliser la notation scientifique

32 Complète les phrases suivantes :

a. Lorsque je multiplie un nombre positif par 10^{2}, j'obtiens un résultat ... fois plus ... que le nombre de départ.

b. Lorsque je multiplie un nombre positif par 10^{-3}, j'obtiens un résultat ... fois plus ... que le nombre de départ.

c. Lorsque je multiplie un nombre positif par 10^{6}, j'obtiens un résultat ... fois plus ... que le nombre de départ.

d. Lorsque je multiplie un nombre positif par 10^{-1}, j'obtiens un résultat ... fois plus ... que le nombre de départ.

33 Parmi les nombres suivants, quels sont ceux écrits en notation scientifique ?

a. $5{,}23 \times 10^{12}$

b. $72{,}43 \times 10^{-8}$

c. $2{,}45 \times 100^{-9}$

d. $-1{,}47 \times 10^{6}$

e. $0{,}251 \times 10^{3}$

f. $-7{,}6$

34 Associe nombre et écriture scientifique.

45,68	$4{,}568 \times 10^{-1}$
456,8	$4{,}568 \times 10^{1}$
0,4568	$4{,}568 \times 10^{-3}$;
0,004568	$4{,}568 \times 10^{2}$

35 Écris les nombres suivants en notation scientifique :

a. 7 283

b. 25 000

c. 654,98

d. 12,47

e. 0,005 8

f. 0,000 149

g. $0{,}67 \times 10^{2}$

h. 159×10^{-5}

i. $0{,}009 \times 10^{-7}$

36 **Avec la calculatrice**

Voici plusieurs écrans de calculatrice. Écris sur ton cahier l'écriture décimale correspondant à chaque affichage :

a. 3.65 x 10 04

b. –7.8 x 10 06

c. 2.93 x 10 -14

d. –9.4 x 10 12

37 Pour chacun de ces nombres, recopie l'affichage de ta calculatrice si tu choisis le mode scientifique.

a. 270 000 000 000 000 000

b. – 369 000 000 000

c. 0,000 000 000 745

d. – 0,000 000 692 98

38 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une écriture scientifique, puis décimale.

a. $150 \times 10^{3} \times 8 \times 10^{5}$

b. $2 \times 10^{3} \times 5 \times (10^{-5})^{2}$

c. $3 \times 10^{8} \times 4 \times 10^{-5}$

d. $2 \times 10^{9} \times 7 \times 10^{-6}$

e. $3 \times 10^{2} \times 1{,}2 \times 10^{-5}$

f. $5 \times 10^{2} \times 0{,}3 \times 10^{-6}$

39 Calcule A et donne le résultat sous forme d'une fraction la plus simple possible.

$$A = \frac{14 \times 10^{5} \times 35 \times 10^{-3}}{21 \times 10^{3}}.$$

40 Écris B sous la forme $a \times 10^{n}$ où a est un nombre entier et n un nombre entier relatif.

$$B = \frac{35 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{5}}{21 \times 10^{-1}}.$$

41 Calcule et donne le résultat en écriture scientifique de :

$$C = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^{6}}{15 \times 10^{2} \times 8 \times 10^{-5}}.$$

42 Donne les écritures décimale et scientifique de :

$$D = \frac{3 \times 10^{2} \times 1{,}2 \times \left(10^{-3}\right)^{4}}{0{,}2 \times 10^{-7}}.$$

9782210106345-0MEP.indb 64 24/06/16 10:38

Je résous des problèmes

Sciences, technologie et société

1 La lumière est composée de photons qui se déplacent à la vitesse moyenne de 300 000 km par seconde. Une année-lumière correspond à la distance parcourue par un de ces photons en une année.

a. À quelle distance en km correspond une année-lumière ? Tu écriras la réponse en notation scientifique.

b. La distance du centre du soleil au centre de la terre est $1,5 \times 10^8$ km. Exprime cette distance en année-lumière.

2 Donne un encadrement par deux puissances de 10 consécutives :

a. en nombre d'années, de l'âge de la Terre qui est d'environ 4,5 milliards d'années.

b. en mètre, du diamètre d'une bactérie qui peut atteindre 3 µm.

c. en Hertz, de la fréquence d'un processeur tournant à 4,1 GHz.

3 Range dans l'ordre croissant les masses des planètes suivantes exprimées en kg :

Mercure	$3,302\times10^{23}$	Vénus	$4,8685\times10^{24}$
Terre	$5,973\times10^{24}$	Mars	$6,4185\times10^{23}$
Jupiter	$1,8986\times10^{27}$	Saturne	$5,6846\times10^{26}$
Uranus	$8,6832\times10^{25}$	Neptune	$1,0243\times10^{26}$

4 En Sciences et Vie de la Terre

Le cerveau humain est composé de 100 milliards de neurones. À partir de 30 ans, ce nombre de neurones baisse d'environ 100 000 par jour. En considérant qu'une année contient 365 jours, donne l'écriture décimale puis scientifique du nombre de neurones d'un humain de 40 ans.

5 Le cœur humain effectue environ 5 000 battements par heure.

a. Écris 5 000 en notation scientifique.

b. Calcule le nombre de battements effectués en un jour, sachant qu'un jour dure 24 heures.

c. Calcule le nombre de battements effectués pendant une vie de 80 ans. On considère qu'une année correspond à 365 jours. Donne la réponse en notation scientifique.

6 L'eau : de l'atome aux océans

L'unité de masse atomique unifiée (symbole u) est une unité de mesure standard, utilisée pour mesurer la masse des atomes : 1 u = $1,66054 \times 10^{-27}$ kg (valeur fournie par le Bureau International des Poids et Mesures). La masse d'un atome d'hydrogène est 1 u et celle d'un atome d'oxygène est 16 u.

a. Une molécule d'eau est constituée d'un atome d'oxygène et de deux atomes d'hydrogène. Calcule la masse théorique d'une molécule d'eau.

b. On admet qu'un litre d'eau a une masse de 1 kg. Calcule le nombre théorique de molécules d'eau dans un litre d'eau.

c. Une estimation du volume total des océans est de 1,370 milliard de km³. Donne un ordre de grandeur du nombre théorique de molécules d'eau présentes dans les océans.

d. Le débit moyen de la Seine à Paris est d'environ 250 m³ par seconde. Donne une estimation du nombre de molécules d'eau qui passe sous le pont de l'Alma chaque seconde, puis chaque année.

7 Coupe de la Terre

La structure interne de la Terre a été découpée en plusieurs couches en fonction des différentes densités de matière calculées :

- la croûte terrestre qui est épaisse d'une centaine de km ;
- le manteau supérieur qui s'enfonce jusque – 650 km ;
- le manteau inférieur qui s'étend sur près de 2 200 km ;
- le noyau externe qui s'étend sur presque 2 300 km ;
- le noyau interne.

a. Le rayon de la Terre étant de 6 400 km environ, exprime l'étendue de chaque couche en écriture scientifique (on donnera le résultat en km, puis un ordre de grandeur en cm).

b. Dessine la coupe de la structure de la Terre à l'échelle 1/100 000 000.

9782210106345-0MEP.indb 65 24/06/16 10:38

Je résous des problèmes

8 Planètes du système solaire

a. Écris en notation scientifique puis donne un ordre de grandeur des distances moyennes suivantes du Soleil aux planètes :

SP_1 : 4 498,253 × 10^6 km ;

SP_2 : 108 208 930 km ;

SP_3 : 57 909,18 × 10^3 km ;

SP_4 : 227 936,640 × 10^3 km ;

SP_5 : 77,84 × 10^7 km ;

SP_6 : 149,597 89 × 10^6 km ;

SP_7 : 28,709 722 20 × 10^8 km ;

SP_8 : 1,426 725 × 10^9 km.

b. À l'aide d'une encyclopédie ou autre, retrouve le nom de chaque planète.

c. Sur un axe gradué ayant pour origine la position du Soleil, et à l'échelle 1/15 000 000 000 000, représente la position de chaque planète.

9 Énergies fossiles

L'E.I.A. (Energy Information Administration) publie régulièrement les productions mondiales moyennes journalières de pétrole.

Production moyenne en milliers de barils par jour :

	1970	2004	2014
États-Unis	11 673	8 700	11 640
Monde	48 986	83 005	93 018

a. Calcule les productions annuelles américaines et mondiales en milliers de barils par jour pour ces trois dates et donne un ordre de grandeur du résultat.

b. Calcule la part des États-Unis, en pourcentage, dans la production mondiale pétrolière en 1970, en 2004 et en 2014.

c. Recherche la production journalière de pétrole de l'Arabie Saoudite et de la Russie en 2014. Que constates-tu ?

Voici maintenant les consommations mondiales moyennes journalières de pétrole (source : BP Statistical Review 2015) :**Consommation moyenne en milliers de barils par jour :**

	1970	2004	2014
États-Unis	14 710	20 732	19 035
Monde	46 103	81 444	92 086

d. Reprends les questions de **a.** et **c.** mais cette fois avec les consommations pétrolières.

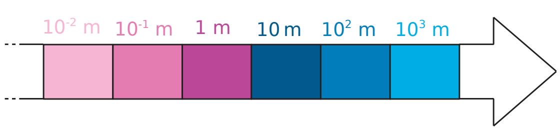
10 Si j'étais une fourmi...

1re partie : référentiel

Voici une liste de seize êtres ou objets :

Diamètre du soleil	Cellule humaine
Électron	Noyau d'un atome
Fourmi	Une année-lumière
Enfant	Diamètre d'un cheveu
Tour Eiffel	Tour de Pise
Ballon	Atome
Bactérie	Diamètre de la galaxie
Bille	Distance Terre/Soleil

a. Construisez une frise graduée de 10^{-15} m à 10^{20} m selon le modèle ci-dessous, puis placez chacun de ces êtres ou objets dans une des cases de la frise :



c. Par combien sont multipliées les distances si vous passez d'une case à la case située à sa droite ?

d. Expliquez comment on doit procéder sur la frise pour trouver un objet mille fois plus petit qu'un objet donné.

e. Complétez les phrases suivantes :

- Un ballon est ... fois plus petit que la Tour Eiffel.
- Une fourmi est ... fois plus grande qu'une cellule humaine.
- ... est 1 000 fois plus petit qu'une bille.
- ... est 100 fois plus grand qu'une bactérie.

2e partie : relativité

a. Complétez :

« Si un enfant était une fourmi, alors un ... lui semblerait aussi grand qu'une montagne. ».

b. Défi : Choisissez un des êtres ou objet et construisez cinq questions sur le modèle suivant :

« Si un enfant était ... alors ... .».

Problèmes

11 Voici deux expressions :

A = $2x^3 - 7x^2 + 6$ et B = $5x^4 + 6x - 7$.

Calcule A et B :

a. pour $x = 3$;
b. pour $x = -5$;
c. pour $x = 0{,}2$;
d. pour $x = 0$.

12 **Extrait du Brevet**

Complète après avoir effectué les calculs.

a	$2a$	a^2	$2a^2$	$(2a)^2$
2				
– 3				

13 **Notation ingénieur**

Un nombre en notation ingénieur est un nombre qui s'écrit sous la forme $a \times 10^p$ où a est un nombre décimal relatif compris entre 1 et 1000 ou entre – 1000 et – 1 et p est un multiple de 3.

Écris les nombres suivants en notation ingénieur :

a. 5 600 000
b. 0,1257
c. 450 000
d. 98,62
e. 0,000 587
f. 14×10^{-7}
g. $0{,}000\,458 \times 10^4$
h. $0{,}257 \times 10^{-4}$
i. $-1\,400 \times 10^{-5}$
j. $-2{,}7 \times 10^5$

14 **Complète le tableau suivant :**

écriture décimale	notation scienti-fique	notation ingénieur	notation $a \times 10^p$ où a est un entier le plus petit possible et p un entier relatif
583 000			
27,235			
0,00584			
			234×10^4
	$7{,}2 \times 10^{-5}$		

15 **La numération moderne**

$3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0$ est la décomposition en base « dix » de 3 234. Décompose les nombres 4 367 214 et 5,348 en base « dix ».

16 Calcule les expressions en détaillant les étapes et donne le résultat en écriture scientifique.

$A = 45 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-26}$

$B = (2\,500\,000\,000)^2$

$C = \dfrac{36 \times 10^{15}}{3 \times 10^{-17}}$

$D = \dfrac{36 \times 10^{-6} \times 25 \times 10^5}{4{,}5 \times 10^{-4}}$

$E = \dfrac{5{,}6 \times 10^8 \times 8 \times 10^{-9}}{14 \times 10^{-4} \times 16 \times 10^{-6}}$

17 **Multiple et diviseur**

a. Retrouve les nombres entiers positifs non nuls n, m et p tels que :
$349\,272 = 2^n \times 3^m \times 7^p \times 11$

b. Retrouve les nombres entiers positifs non nuls r, s et t tels que :$36\,288 = 2^r \times 3^s \times 7^t$

c. On considère : $N = 2^3 \times 3^3 \times 7$. Sans calculer la valeur de N, montre que N est un diviseur commun à 349 272 et à 36 288.

d. On considère : $M = 2^6 \times 3^4 \times 7^2 \times 11$. Sans calculer la valeur de M, montre que M est un multiple commun à 349 272 et à 36 288.

18 **Démonstration**

a. Montre que la différence $10^3 - 6^3$ est un carré (c'est-à-dire qu'elle peut s'écrire n^2, n étant un entier).

b. Montre que la différence $10^2 - 6^2$ est un cube (c'est-à-dire qu'elle peut s'écrire m^3, m étant un entier).

En fait, 6 et 10 sont les deux plus petits nombres tels que la différence de leurs cubes est un carré et la différence de leurs carrés, un cube !

19 6 103 515 625 est une puissance de 5 et 16 777 216, une puissance de 2.

a. Avec ta calculatrice, trouve lesquelles.

b. Calcule 6 103 515 625 × 16 777 216 sans utiliser la calculatrice cette fois.

20 Quel est le chiffre des unités de 13^1 ? Celui de 13^2 ? De 13^3 ? De 13^4 ? De 13^5 ? Quel est le chiffre des unités de 13^{2000} ?

9782210106345-0MEP.indb 67 24/06/16 10:38

Je résous des problèmes

En utilisant le numérique

21 Dans le cœur des micros

1re partie : Parlons chiffre

En informatique, on utilise seulement des 0 et des 1 pour coder les nombres. On travaille avec un système de numération binaire.

Écriture binaire	Écriture décimale	Lien entre les deux écritures
1	1	1×2^0
10	2	$1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
11	3	$1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
100	4	$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$

a. Observe bien la table de correspondance précédente puis détermine l'écriture en binaire des entiers inférieurs à 10.

b. Reproduis la feuille de calcul suivante sur un tableur :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre en binaire							
2	0	1	1	1	1	1	0	1
3	Nombre en écriture décimale						…	

c. Programme en G3 le calcul nécessaire pour obtenir l'écriture décimale d'un nombre en binaire.

2e partie : La table ASCII

L'unité d'enregistrement en informatique est le **bit**, symbolisé par un 0 ou un 1. Un **octet** correspond à une suite de huit bits, par exemple 0100 1101.

a. Combien de nombres peut-on écrire avec un octet ?

Pour coder la centaine de caractères présents sur un clavier, on les numérote de 0 à 255 et on les code à l'aide d'un octet. La table qui permet de mettre en correspondance un caractère et le nombre entre 0 et 255 s'appelle la **table ASCII**. Récupère-la sur le site des compléments du manuel.

Retrouve l'écriture décimale du nombre 0100 0001. À quelle lettre correspond-il ?

b. À l'aide de la question **a.**, retrouve l'écriture en binaire des codes des autres lettres de l'alphabet.

c. Choisis alors quatre mots de moins de dix lettres, code-les en binaire puis demande aux autres élèves de les retrouver. Fais de même avec les mots qui te seront donnés.

22 Épaisseur d'une feuille de papier

Travail en groupes

1re partie : Test de « pliage »

L'objectif de cette partie est de voir combien de « pliages » successifs on peut effectuer avec une feuille de papier de format A4.

a. Pliez chacun une feuille de papier en deux puis de nouveau en deux et ainsi de suite autant de fois que vous le pouvez.

b. Comptez chacun le nombre de pliages que vous avez réussi à effectuer. Comparez vos résultats.

c. Combien de pliages avez-vous réussi à effectuer au maximum ?

d. Mesurez, le plus précisément possible, la hauteur de la feuille la plus pliée.

e. Comparez vos résultats (nombre de pliages et hauteur) avec ceux des autres groupes.

2e partie : Calcul de l'épaisseur du pliage

On considère qu'une feuille de papier a pour épaisseur 100 µm (cent micromètres).

f. Exprimez à l'aide d'une puissance de 10 l'épaisseur d'une feuille de papier, en mètre.

g. Une fois le premier pliage effectué, quelle est l'épaisseur obtenue en mètre ?

h. Une fois le second pliage effectué, quelle est l'épaisseur obtenue en mètre ?

i. Une fois le « n-ième » pliage effectué (n est un entier positif), quelle est l'épaisseur obtenue, exprimée en fonction de n, en mètre ?

j. Calculez l'épaisseur théorique, en mètre, d'une feuille pliée autant de fois que vous l'avez fait à la question **b.**.

k. Déterminez le pourcentage d'erreur entre la valeur théorique et votre mesure faite à la question **d.**.

l. Programmez une feuille de calcul sur laquelle l'objectif est de calculer l'épaisseur d'une feuille lors des 100 premiers pliages.

m. Au bout de combien de pliages l'épaisseur de la feuille dépasse-t-elle le mètre ?

n. Au bout de combien de pliages la taille de la tour Eiffel (environ 320 m) est-elle dépassée ?

o. La distance Terre-Lune est d'environ 384 403 km. Combien de pliages sont nécessaires pour atteindre cette distance ?

9782210106345-0MEP.indb 68 24/06/16 10:38

Nombres entiers

A5

Objectifs de cycle

■ Utiliser la division euclidienne

Niveau 1

Effectuer une division euclidienne — tests n° 1 et 2
Multiples, diviseurs et critères de divisibilité — tests n° 3 et 4

■ Utiliser les nombres premiers

Niveau 3

Reconnaître un nombre premier — test n° 5
Décomposer un nombre en produit de nombres premiers — test n° 6
Rendre une fraction irréductible — test n° 7

- Les nombres entiers sont les premiers nombres vus issus de la vie quotidienne.
- À l'issue de la scolarité obligatoire, les élèves revoient ces nombres et les étudient à partir de la division euclidienne et des notions de multiples, diviseurs et critères de divisibilité.
- La notion de nombre premier est introduite pour simplifier une fraction.
- Des problèmes et des démonstrations sur les nombres premiers mettent en lumière la complexité de ces nombres *a priori* bien connus.

Activités de découverte

Activité 1 Vers la division euclidienne

1. Écris les vingt premiers multiples de 24.

2. Sans poser d'opération, déduis-en le résultat de la division de :

a. 264 par 24 **b.** 408 par 24 **c.** 456 par 24

d. Qu'ont ces divisions en commun ?
Déduis-en une égalité entre le quotient, le dividende et le diviseur.

3. Sans poser d'opération, détermine le quotient et le reste de chaque division :

a. 365 par 24 **b.** 400 par 24 **c.** 164 par 24

d. Déduis-en une égalité entre le quotient, le dividende, le diviseur et le reste.

4. On considère la division euclidienne de 12 602 par 24.

a. Donne un ordre de grandeur du résultat.

b. À l'aide de la calculatrice et sans te servir de la touche *Division*, donne un encadrement du quotient à la centaine, à la dizaine puis à l'unité.

Activité 2 La division euclidienne avec un tableur

1. Avec ta calculatrice

a. Détermine le quotient et le reste dans la division euclidienne de 834 par 37. Explique comment tu procèdes.

b. Ta calculatrice possède-t-elle une fonction qui te permet de les trouver directement ?

2. Avec un tableur

a. Ouvre une feuille de calcul et reproduis la feuille suivante.

	A	B	C	D
1	Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
2	834	37		
3				

b. Dans la cellule C2, écris =QUOTIENT(A2;B2). Que constates-tu ?

c. Dans la cellule D2, écris une formule permettant de calculer le reste à partir des cellules précédentes. Compare le résultat obtenu avec celui de la question **1.**

d. Une formule du tableur permet de calculer le reste directement. Dans la cellule D3, écris =MOD(A2;B2). Vérifie que les résultats en D2 et D3 sont bien égaux.

e. Sans réécrire d'autres formules, utilise ton fichier tableur pour déterminer le quotient et le reste dans la division euclidienne de 427 par 34.
Écris l'égalité obtenue.

Activité 3 Recherche de diviseurs

1. À l'aide des critères de divisibilité

a. Le nombre 630 est-il divisible par 2 ? Par 5 ? Par 10 ? Justifie.

b. Effectue la division euclidienne de 630 par 3. Que remarques-tu ? Qu'en déduis-tu ?

c. Arnaud énonce la règle suivante : « Un nombre est divisible par 3 si son chiffre des unités est 3, 6 ou 9. » Qu'en penses-tu ?

d. Dans un tableau, écris la liste des multiples de 3 jusqu'à 100.
Comment les reconnaître sans calcul ?
Énonce alors une règle qui permet de déterminer si un nombre est divisible par 3. Vérifie avec le nombre 630.

e. Reprends la question **d.** pour les diviseurs 9 et 4. Vérifie avec le nombre 630.

a. 630 a-t-il d'autres diviseurs faciles à déterminer ?

2. Avec ta calculatrice

a. Détermine si 17 est un diviseur de 731 puis si 19 est un diviseur de 647. Justifie.

b. Parmi les nombres de 1 à 20, quels sont les diviseurs de 546 ? Peux-tu appliquer la même technique pour déterminer **tous les** diviseurs de 546 ? Quel est l'inconvénient de cette technique ?

3. Avec un tableur

a. En A1, entre « =546 » et recopie vers le bas jusqu'à la ligne 546.
En B1, entre « 1 » et étend la cellule vers le bas jusqu'à 546.

b. Quelle formule dois-tu écrire en C1 pour calculer le reste de la division euclidienne de 546 par 1 ? Étends cette formule vers le bas.
Déduis-en **tous les** diviseurs de 546.

c. Utilise ta feuille de calcul pour déterminer **tous les** diviseurs de 368, 616 et 833.

Activité 4 Nombres premiers

1. Découverte des nombres premiers

a. Décompose chaque nombre suivant en produit de deux de ses diviseurs propres (c'est à dire ni 1 ni lui-même) : 28 ; 49 ; 105 ; 169. Y a-t-il plusieurs possibilités ?

b. Trouve des nombres qu'on ne peut pas décomposer en produits de deux diviseurs propres. *Ces nombres sont appelés nombres premiers*.

c. Donne la liste des nombres premiers compris entre 1 et 100.

2. Un nombre est-il premier ?

Pour vérifier si N est premier, on le divise par tous les nombres premiers dans l'ordre croissant jusqu'à ce que :

- le quotient obtenu soit plus petit que le diviseur, N est alors premier.
- l'on trouve un diviseur de N, alors N n'est pas premier.

Les nombres suivants sont-ils premiers : 223 ? 117 ? 337 ? 667 ?

3. Décomposition en facteurs premiers

a. Décompose 180 en produit de diviseurs qui sont tous premiers.
Est-ce que tous tes camarades ont trouvé le même résultat ?

b. Même question avec 450, 792, 429.

9782210106345-0MEP.indb 71 24/06/16 10:38

Cours et méthodes

1) Utiliser la division euclidienne

Définition

On considère un entier naturel a et un entier naturel non nul b.

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline r & q \end{array}$$

Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est trouver les deux entiers naturels q et r tels que : $a = b \times q + r$ avec $r < b$ où q est le **quotient** (entier) et r le **reste** de la division euclidienne.

» **Remarque :** Le couple $(q\,;\,r)$ est unique.

Entraîne-toi à **Effectuer une division euclidienne**

Énoncé

- Effectue la division euclidienne de 183 par 12.
- $278 = 6 \times 45 + 8$: quelle(s) division(s) euclidienne(s) cette égalité représente-t-elle ?

Correction

- $$\begin{array}{r|l} 183 & 12 \\ \cline{2-2} 63 & 15 \\ 3 & \end{array}$$
  On peut donc écrire :
  183 = 12 × 15 + 3
  avec 3 < 12.
- $8 < 45$ mais $8 > 6$ donc l'égalité représente la division euclidienne de 278 par 45 mais ne peut pas représenter celle de 278 par 6.

Définitions

Quand le reste de la division euclidienne est nul, on dit que :
b **divise** a ou que b est un **diviseur** de a ou que
a est un **multiple** de b ou que a est **divisible** par b.

» **Exemples :** 1 274 = 49 × 26 + 0. 49 et 26 divisent 1 274. On dit alors que :
- **1 274 est divisible par 49** (et par 26) ;
- **49 est un diviseur de 1 274** (et 26 aussi) ;
- **1 274 est donc un multiple de 49** (et de 26).

Règles de divisibilité

- Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses « chiffres *» est un multiple de 3.

* Il s'agit des nombres représentés par chacun des chiffres

2) Utiliser les nombres premiers

Définition

Un nombre **premier** est un nombre qui n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.

» **Remarque :** 1 n'est pas premier

» **Exemple**

Voici la liste des 10 premiers nombres premiers : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

Propriété

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

9782210106345-0MEP.indb 72 24/06/16 10:38

↘ Entraîne-toi à Effectuer une décomposition en facteurs premiers

Énoncé

Décompose en produit de facteurs premiers le nombre 4680.

Correction

4 680 est pair, donc divisible par 2.
$4680 \div 2 = 2340$; nombre pair, divisible par 2
$2340 \div 2 = 1170$; nombre pair, divisible par 2
$1170 \div 2 = 585$; fini par 5, divisible par 5
$585 \div 5 = 117$; $1 + 1 + 7 = 9$, divisible par 3
$117 \div 3 = 39$; $3 + 9 = 12$, divisible par 3
$39 \div 3 = \mathbf{13}$; nombre premier

La décomposition de 4 680 est donc :
$4\,680 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times \mathbf{13}$

Définition

Une fraction est **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur ont 1 pour seul diviseur commun.

↘ Entraîne-toi à Rendre une fraction irréductible

Énoncé

Rends la fraction $\frac{280}{448}$ irréductible.

Correction

On commence par décomposer 280 et 448 en facteurs premiers.

$280 = 2^3 \times 7 \times 5$ et $448 = 2^6 \times 7$

$\frac{280}{448} = \frac{2^3 \times 5 \times 7}{2^6 \times 7} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8}$ qui est irréductible car 5 et 8 n'ont que 1 comme diviseur commun.

Je me teste

Niveau 1

1 Effectue les divisions euclidiennes suivantes : 354 par 16 et 6 384 par 84.

2 $851 = 19 \times 43 + 34$. Sans effectuer de division, donne le quotient et le reste de la division euclidienne de 851 par 43 puis ceux de la division euclidienne de 851 par 19.

3 Trouve toutes les possibilités pour le chiffre manquant #, sachant que 3 et 4 divisent le nombre 2 0#4.

4 Établis la liste des diviseurs des entiers suivants : 60, 43 et 36.

Niveau 3

5 Les nombres suivants sont -ils premiers ? 23 ; 79 ; 91

6 Décompose 276 et 161 en facteurs premiers.

7 Rends les fractions $\frac{48}{60}$ et $\frac{276}{161}$ irréductibles.

9782210106345-0MEP.indb 73 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

Division euclidienne

1 Calcule mentalement.

a. 630 : 9
b. 720 : 80
c. 260 : 13
d. 420 : 3
e. 250 000 : 50 000
f. 3 000 : 125
g. 4 000 : 250
h. 625 : 25

2 Écris la division euclidienne correspondant à chacune de ces phrases.

a. Le quotient de 745 par 7 est 106 et le reste est 3.

b. Le dividende est 78, le diviseur est 9, le quotient 8 et le reste 6.

3 On donne les égalités : $415 = 7 \times 59 + 2$ et $56 \times 57 = 3\,192$. Sans effectuer de calculs, donne le quotient et le reste des divisions euclidiennes suivantes.

a. 415 par 7
b. 415 par 59
c. 3 192 par 56
d. 3 192 par 57

4 On donne l'égalité $287 = 34 \times 8 + 15$.
Sans effectuer de division :

a. détermine le quotient et le reste de la division euclidienne de 287 par 8 ;

b. détermine le quotient et le reste de la division euclidienne de 280 par 8.

5 **Posée, puis en ligne**

a. Donne le quotient et le reste de la division euclidienne de :

- 63 par 4 ;
- 218 par 12 ;
- 3 245 par 135 ;
- 32 par 50.

b. Dans chaque cas, écris l'égalité $a = bq + r$, où q et r sont des entiers naturels et $r < b$.

6 **À la recherche du reste**

Dans la division euclidienne de 2 654 par 12, le quotient est 221. Sans effectuer la division, détermine le reste.

7 **À la recherche du dividende**

Dans une division euclidienne, le diviseur est 14, le quotient est 18 et le reste est 5. Quel est le dividende ?

8 Le CDI du collège a commandé 25 dictionnaires à 18 € l'unité et 20 atlas. La facture totale s'élève à 750 €. Quel est le prix d'un atlas ?

9 **Technique et vocabulaire**

a. Quel est le quotient de la division euclidienne de 3 402 par 17 ?

b. Quel est le reste de la division euclidienne de 71 106 par 92 ?

10 Un viticulteur veut mettre 18 100 L de vin en bouteilles de 3 L. Combien de bouteilles pourra-t-il remplir ?

11 À la fête de l'école, Simon distribue des sacs contenant 12 bonbons chacun. Il a 1 000 bonbons en tout. Combien de sacs peut-il remplir entièrement ?

12 Dans un collège, 163 élèves sont inscrits à l'UNSS. Le responsable veut acheter un maillot pour chacun des inscrits. Les maillots sont vendus par lot de 14.

a. Combien de lots doit-il acheter ?

b. Combien de maillots ne seront pas distribués ?

13 **Quotient ou reste ?**

a. 6 798 supporters d'un club de rugby doivent faire un déplacement en car pour soutenir leur équipe. Chaque car dispose de 55 places. Combien de cars faut-il réserver ?

b. Des stylos sont conditionnés par boîte de 40. Marie a 2 647 stylos. Combien lui en manque-t-il pour avoir des boîtes entièrement remplies ?

14 **Chasse au trésor**

Trois amis participent à une chasse au trésor et trouvent 1 419 pièces en chocolat.
a. Si le partage est équitable, combien de pièces en chocolat auront-ils chacun ?

b. Pierre arrive. Il rappelle aux trois amis que c'est lui qui leur a prêté sa boussole. Il exige donc d'avoir la même part que chacun des trois autres plus les pièces restantes. Combien de pièces recevra Pierre ?

15 **À la Bibliothèque**

Dans une bibliothèque, il y a 360 livres qu'il faut ranger sur des étagères contenant 22 livres chacune. Combien faut-il d'étagères pour ranger tous ces livres ?

9782210106345-0MEP.indb 74 24/06/16 10:38

16 **Le tour du monde**

Dans le roman de Jules Verne, Philéas Fogg doit faire le tour du monde en 80 jours. Combien cela représente-t-il de semaines ? S'il part un jeudi, quel jour reviendra-t-il ?

17 **Quotient et reste**

Trouve tous les nombres pour lesquels le quotient et le reste sont égaux dans la division euclidienne par 5.

18 **Recherche**

Combien peut-on trouver d'entiers naturels inférieurs à 1 000 dont le reste est 12 dans la division euclidienne par 25 ?

19 **Division euclidienne par 13**

Dans une division euclidienne, le diviseur est 13, le reste est 5.

a. Si l'on augmente le dividende de 1, que devient le quotient ? Que devient le reste ?

b. De combien peut-on augmenter le dividende sans changer le quotient ?

c. Si on veut diminuer le quotient de 1, combien faut-il enlever au dividende ? Donne toutes les possibilités.

20 Un groupe de moins de 40 personnes doit se répartir équitablement une somme de 229 €. Il reste alors 19 €. Une autre fois, ce même groupe doit se répartir équitablement 474 € : cette fois-ci, il reste 12 €.

a. Combien y a-t-il de personnes dans ce groupe ?

b. Ils décident de se répartir ce qu'il reste équitablement. Combien chaque personne reçoit-elle en plus ? Quelle somme auront-ils reçue au total ?

Multiples et diviseurs

21 **Vocabulaire**

Réponds aux questions suivantes en justifiant.

a. 4 est-il un diviseur de 28 ?

b. 32 est-il un multiple de 6 ?

c. 4 divise-t-il 18 ?

d. 35 est-il divisible par 5 ?

22 Écris...

a. la liste des dix premiers multiples de 6 ;

b. cinq multiples de 11 ;

c. tous les multiples de 13 inférieurs à 80.

23 Quel est ...

a. le plus grand multiple de 12 inférieur à 75 ?

b. le plus grand multiple de 36 inférieur à 100 ?

c. le plus petit multiple de 9 supérieur à 1 200 ?

d. le plus petit multiple de 14 supérieur à 710 ?

24 **Multiples communs (1)**

a. Écris tous les multiples de 10 inférieurs à 155.

b. Écris tous les multiples de 15 inférieurs à 155.

c. Entoure les multiples communs à 10 et 15. Que remarques-tu ?

25 **Multiples communs (2)**

a. Trouve quatre multiples communs à 3 et 5. Sont-ils tous des multiples de 15 ?

b. Trouve quatre multiples communs à 3 et 6. Sont-ils tous des multiples de 18 ?

26 **Encadrement**

a. Encadre 56 puis 88 par deux multiples consécutifs de 3.

b. Encadre 125 puis 255 par deux multiples consécutifs de 4.

27 Écris la division euclidienne de 126 par 7 puis déduis-en quatre diviseurs de 126.

28 À l'aide de la calculatrice, trouve parmi les nombres suivants des diviseurs de 18 144.

a. 18 **b.** 49 **c.** 54 **d.** 63 **e.** 182 **f.** 252

29 À l'aide de la calculatrice, trouve parmi les nombres suivants ceux qui ont 29 pour diviseur.

a. 129 **b.** 532 **c.** 725 **d.** 753 **e.** 1 711

30 Écris tous les diviseurs de :

a. 14 **b.** 30 **c.** 48

9782210106345-0MEP.indb 75 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

31 Diviseurs communs

a. Écris tous les diviseurs de 16.

b. Écris tous les diviseurs de 20.

c. Entoure les diviseurs communs à 16 et 20. Que remarques-tu ?

32 On s'intéresse aux nombres de trois chiffres de la forme $\overline{65u}$ où u représente le chiffre des unités.
Quelles sont les valeurs possibles de u pour obtenir :

a. un multiple de 2 ?

b. un nombre divisible par 9 ?

33 Liste

a. Trouve tous les nombres divisibles par 7 compris entre 220 et 260.

b. Parmi ces nombres, quels sont ceux qui sont divisibles par 4 ?

34 Écris la liste de tous les diviseurs de :

a. 32 **b.** 67 **c.** 81 **d.** 144

35 Lors d'un séminaire, 324 personnes se répartissent dans divers ateliers. Tous les ateliers doivent avoir le même effectif, compris entre 30 et 60 personnes.
Quelles sont les différentes possibilités ?

36 Il y a trois filles. La somme de leurs âges est 13 et le produit est 36.

a. Étudie la parité des âges.

b. Quel est l'âge de chaque fille ?
Trouve toutes les possibilités.

37 Abdel dit : « J'ai plus de 400 DVD mais moins de 450 ! Que je les groupe par 2, par 3, par 4 ou par 5, c'est toujours la même chose : il en reste un tout seul ! ». Combien Abdel a-t-il de DVD ?

38 Escalier

Le nombre de marches d'un escalier est compris entre 40 et 80.

- Si on compte ces marches deux par deux, il en reste une.
- Si on les compte trois par trois, il en reste deux.
- Si on les compte cinq par cinq, il en reste quatre.

Quel est le nombre de marches de cet escalier ?

39 Multiples de 18

a. Donne une écriture littérale des multiples de 18.

b. Démontre que si un entier est multiple de 18 alors il est aussi multiple de 3 et de 6.

c. La réciproque est-elle vraie ? Justifie.

40 Multiples de 15

a. Démontre que si un entier est multiple de 15 alors il est aussi multiple de 3 et de 5.

b. La réciproque semble-t-elle vraie ?

Critères de divisibilité

41 On considère le nombre 1 605. Est-il divisible par (tu justifieras chaque réponse) :

a. 2 ? **b.** 5 ? **c.** 4 ? **d.** 3 ?

42 Dans chaque cas, recopie la liste suivante.

24 25 544 600 173 205

a. Entoure les nombres divisibles par 2.

b. Entoure les nombres divisibles par 5.

c. Entoure les nombres divisibles par 3.

43 Critères de divisibilité

Parmi les nombres : 12 ; 30 ; 27 ; 246 ; 325 ; 4 238 et 6 139, indique ceux qui sont divisibles :

a. par 2 **b.** par 3 **c.** par 5 **d.** par 9

44 Critères de divisibilité

Parmi les nombres : 612 ; 999 ; 416 ; 296 ; 325 ; 540 et 1 785, indique ceux qui sont divisibles :

a. par 4 **b.** par 5 **c.** par 9 **d.** par 3

45 Réponds par Vrai ou Faux. Justifie.

a. Tout nombre qui a pour chiffre des unités 3 est divisible par 3.

b. Tout nombre divisible par 4 et 5 est divisible par 10.

c. Tout nombre divisible par 3 et 2 est divisible par 5.

d. Tout nombre divisible par 2 est divisible par 4.

9782210106345-0MEP.indb 76 24/06/16 10:38

Nombres premiers

46 147 est-il un nombre premier ? Et 101 ?

47 Voici une liste de nombres.
Quels sont ceux qui sont premiers ?

a. 0 ; 1 ; 7 ; 11 ; 51 ; 38

b. 187 ; 253 ; 257 ; 889 ; 901

48 Parmi les nombres entiers naturels suivants, cherche ceux qui sont des nombres premiers :

- 151
- 353
- 357
- 275

49 Parmi les nombres ci-dessous, entoure ceux qui ne sont pas des nombres premiers.

- 17
- 1001
- 553
- 141
- 421
- 647

50 On cherche les nombres premiers compris entre 300 et 310.

a. Quel peut être le chiffre des unités d'un nombre premier ?

b. Pour quels nombres entre 300 et 310, la réponse n'est pas évidente ?

c. Y a-t-il des nombres premiers compris entre 300 et 310 ?

51 Peux-tu trouver un nombre premier compris entre 200 et 210 ?
Justifie ta réponse.

52 Quel est le plus grand nombre premier à 3 chiffres ?

53 Quel est le plus petit nombre premier à 4 chiffres ?

54 Décompose 48 et 270 en produits de facteurs premiers.

55 Décompose chacun des nombres suivants en produit de facteurs premiers.

210 442 180 507

56 Décompose chacun des nombres suivants en produit de facteurs premiers.

2310 1331 1024 331

Fractions irréductibles

57 Voici les diviseurs de trois nombres.

	Liste des diviseurs
42	1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 ; 42.
56	1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 28 ; 56.
60	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5;6 ; 10 ; 12 ; 15; 20 ; 30 ; 60.

Aide-toi de cette liste pour simplifier au maximum chaque fraction.

a. $\frac{42}{56}$ **b.** $\frac{56}{60}$ **c.** $\frac{60}{42}$

58 Simplification :

a. Décompose 900 et 750 en produit de facteurs premiers.

Simplifie la fraction $\frac{900}{750}$.

59 Simplification :

a. Décompose 204 et 595 en produit de facteurs premiers.

b. Simplifie la fraction $\frac{204}{595}$.

c. Simplifie la fraction $\frac{595}{204}$.

60 Simplification :

a. Décompose 242 et 113 en produit de facteurs premiers.

b. Simplifie la fraction $\frac{242}{113}$.

61 Additionner

a. Décompose 132 et 390 en produits de facteurs premiers.

b. Simplifie la fraction $\frac{390}{132}$.

c. À l'aide des décompositions du **a.**, cherche un multiple commun le plus simple possible, puis effectue $\frac{1}{132} + \frac{1}{390}$.

62 Multiplier

a. Décompose 819 et 2 205 en produits de facteurs premiers.

b. Calcule $\frac{162}{2\,205} \times \frac{725}{819}$.

9782210106345-0MEP.indb 77 24/06/16 10:38

Je résous des problèmes

Information, communication, citoyenneté

1 Le numéro de sécurité sociale d'une personne comporte 13 chiffres.

On a ajouté à la fin de chaque numéro une clé de contrôle. Cette clé est un nombre de deux chiffres qui est calculé en utilisant le programme de calcul suivant : on effectue la division euclidienne du numéro de sécurité sociale par 97 puis on calcule la différence entre 97 et le reste de la division pour obtenir la clé.

a. Recherche la signification des autres nombres du numéro de sécurité sociale et indique ce que tu connais de Nathalie Durand grâce à son numéro.

b. Vérifie la clé de contrôle de Nathalie Durand.

c. Détermine la clé de M. Jean Caisse
1 67 04 81 065 027 .

En recopiant son numéro (13 chiffres + clé) sur une feuille de soins, M. Jean Caisse inverse les deux derniers chiffres du numéro à 13 chiffres.

d. Que devient alors son numéro (13 chiffres + clé) et comment l'erreur faite par M. Jean Caisse peut-elle être détectée ? Justifie.

Résoudre un problème

2 Décodage

Spiff le spationaute vient d'atterrir en catastrophe sur la planète Zorbak2. Les zorbakiens l'ont capturé et ont caché les clés de son aéronef dans un coffre. Les zorbakiens ont douze doigts, et donc, ont douze chiffres dont Spiff a trouvé une table de correspondance :

Chiffres terriens	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Chiffres Zorba-kiens	♋	✞	●	♈	♉	♌	✈	&⬀	♒♌	♓✞	♑❖	♐

En fait, Spiff a déchiffré une partie du code. Aide le à finir et explique ta méthode.

✞● = 14 ♈♒ = 44

✈♐ = ... = 51

3 Énigme

Trouve tous les nombres de trois chiffres divisibles à la fois par 3 et par 5 et dont le chiffre des centaines est 7.

4 Par groupes !

Lors d'un spectacle d'une compagnie de danse, tous les danseurs font un premier numéro quatre par quatre, simultanément, puis un second six par six, tous ensemble encore.

Pourront-ils tous participer à un numéro pour lequel il faut des groupes de 24 ? Justifie.

5 Chercher et trouver !

a. La somme de quatre multiples consécutifs de 7 est égale à 406.Quels sont ces quatre entiers ?

9782210106345-0MEP.indb 78 24/06/16 10:38

b. Démontre que la somme de deux entiers impairs consécutifs est un multiple de 4. A-t-on la même propriété pour la somme de deux entiers pairs consécutifs ?

c. Trouve les nombres entiers de trois chiffres multiples de 5, dont la somme des chiffres est 21.

6 Nouvellement arrivé dans le quartier, le mathématicien dit au facteur : « j'ai 3 filles. La somme de leurs âges (en nombres entiers) est 13, et le produit de leurs âges est égal au numéro de la maison d'en face. »

Le facteur, fin mathématicien lui-même, se retourne et regarde le numéro d'en face, réfléchit un tantinet, puis répond : « je n'ai pas assez d'éléments pour trouver la solution ».
« Vous avez raison » répondit le mathématicien. « Ma fille aînée s'appelle Hélène. »
« Dans ce cas, je connais la solution », répondit le facteur.

Et toi, vas-tu trouver aussi la solution ?

7 Dans une division euclidienne, que deviennent le quotient et le reste si on multiplie le dividende et le diviseur par un même nombre ?

8 Lorsque je divise 134 par ce nombre, le reste est 2 et lorsque je divise 183 par ce même nombre, le reste est 3.

Quel peut être ce nombre ?
Trouve toutes les solutions.

9 Distribution de crêpes

La grand-mère de Nicolas a fait 31 crêpes. Elle demande à Nicolas de les distribuer à parts égales à chacun de ses cinq cousins présents dans la cuisine. Lorsqu'il ne pourra plus en distribuer, il gardera le reste pour lui. Après réflexion, Nicolas s'empresse d'aller chercher ses trois autres cousins dans le jardin. Pourquoi ?

10 Divisibilité par 3

a. Recopie et complète :
$1\,453 = \ldots \times 10^3 + \ldots \times 10^2 + \ldots \times 10 + \ldots \times 1$
$= \ldots \times (999 + 1) + \ldots \times (\ldots + 1) + \ldots \times (\ldots + 1) + \ldots$

b. En utilisant la simple distributivité pour continuer le calcul du **a.** explique pourquoi 1 453 est divisible par 3 si $(1 + 4 + 5 + 3)$ l'est aussi.

11 On considère un nombre entier a

a. On suppose que a est impair.
Montre que a^2 est impair.

b. Déduis-en que si a^2 est pair alors a est pair.

12 Nombres divisibles par 7

a. 35 et 6 300 sont-ils divisibles par 7 ? Justifie.

b. En utilisant la question **a.**, démontre que 6 335 est divisible par 7.

c. Démontre que si x et y sont deux nombres entiers quelconques divisibles par 7,
alors leur somme $x + y$ est divisible par 7.

d. En écrivant le nombre 6 349 147 comme une somme de quatre multiples de 7, démontre que 6 349 147 est un multiple de 7.

e. Écris un nombre entier de 15 chiffres qui soit divisible par 7.

13 Pairs et impairs

a. Donne une écriture littérale d'un nombre pair ; d'un nombre impair.

b. On considère deux entiers positifs a et b.
Quelle est la parité de la somme $a + b$ lorsque :

- a et b sont tous les deux pairs ?
- a et b sont tous les deux impairs ?
- a est pair et b est impair ?

c. On considère deux entiers positifs a et b.
Quelle est la parité du produit $a \times b$?

d. Explique pourquoi le produit de deux entiers consécutifs est toujours pair.

14 On considère un entier naturel n .

a. Démontre que si n est impair alors 8 divise $n^2 - 1$.

b. Le nombre $1 + 3^n$ est-il toujours pair ?

c. Démontre que $2^n + 2^{n+1}$ est divisible par 3.

15 La conjecture de Goldbach

Une conjecture est un résultat que l'on pense vrai, mais qui n'a pas encore été démontré. Cette conjecture dit que tout nombre pair strictement supérieur à 2 peut s'écrire comme la somme de deux nombres premiers. Trouve une telle somme pour 28, pour 44 et pour 68.

9782210106345-0MEP.indb 79 24/06/16 10:38

Je résous des problèmes

16 Le PGCD

Le PGCD de deux nombres entiers est le plus grand diviseur commun de ces deux nombres.

a. Décompose 42 et 60 en produits de facteurs premiers.

b. Écris tous les diviseurs de 42 et de 60.

c. Quel est le plus grand diviseur commun de 42 et 60 ? C'est le PGCD de 42 et 60. Appelons-le d.

d. Écris 42 et 60 sous la forme $d \times$ ...

e. Michèle dispose de 42 caramels mous et de 60 caramels durs. Elle décide de faire des petits sachets de caramels ayant tous le même contenu. Combien au maximum pourra-t-elle faire de sachets et combien contiendront-ils de caramels de chaque sorte ?

17 Parcours circulaires

Une roue de loterie est partagée en 12 cases numérotées de 0 à 11. Une puce très savante part de la case 0 et avance en sautant.

a. Sur quelles cases va-t-elle passer avant de retomber sur la case 0 si elle avance de 2 cases à la fois ? A-t-elle touché toutes les cases ?

b. Mêmes questions si elle avance de 3 cases à la fois, de 5 cases, de 8 cases.

c. Décompose 12, et 8 en produit de facteurs premiers.

d. Parmi les nombres 2, 3, 5 et 8, lesquels ont un diviseur commun avec 12 autre que 1 ?

e. Émet une conjecture pour déterminer à quelle condition, la puce touche toutes les cases.

En utilisant le numérique

18 Avec un tableur

a. Reproduis le tableau.

	A	B	C	D
1	dividende	diviseur	quotient	reste
2		17	22	6
3		34	33	32
4		115	57	114
5		41	807	16

b. Programme la cellule A2 pour qu'elle calcule le dividende de la division euclidienne.

c. Étire cette formule vers le bas pour obtenir le dividende de chacune des autres divisions.

19 Avec un tableur

a. Crée la table de multiplication de 7 en affichant les nombres entiers de 1 à 500 dans la colonne A et en faisant calculer les produits de ces nombres par 7 dans la colonne B.

b. Chacun des nombres est-il un multiple de 7 ?
• 190 • 567 • 1 638 • 3 587

c. Donne le nombre et la liste de tous les multiples de 23 compris entre 300 et 500.

20 Comprendre un programme

Que fait le programme suivant ?

```
cpt=0
lire les nombres A et B
tant que A>=B faire :
    A=A-B
    cpt=cpt+1
écrire cpt
écrire A
```

21 Primalité d'un nombre

Écrire un programme
- qui lit un nombre A (inférieur à 100)
- qui répond oui s'il est premier .

22 Crible d'Ératosthène

a. Recherche ce qu'est le crible d'Ératosthène.

b. Écris un programme qui :
- affiche un tableau de 10 lignes et de 10 colonnes
- remplis par ligne le tableau par tous les nombres entiers de 1 à 100.
- cherche dans le tableau le premier nombre non rayé puis raye tous les multiples de ce nombre.
- Affiche les nombres non rayés (sauf 1!).

9782210106345-0MEP.indb 80 24/06/16 10:38

23 Programmation

a. Dans certains langages de programmation, le reste de la division euclidienne de p par q s'écrit p%q.
Que donnerait 13%3 ? 39%7 ? 45%5 ?
Comment dans ces langages de programmation pourrait-on tester si p divise n ?

b. On donne l'algorithme suivant :

```
lire n
diviseur ← 0
pour i de 1 à n :
    si i divise n :
        diviseur ← diviseur+1
afficher diviseur
```

Qu'afficherait-il si on saisit 6 pour n ? si on saisit 13 ?

c. Que calcule cet algorithme ?

d. Modifie cet algorithme pour qu'il nous dise si le nombre n saisi est premier.

e. Implémente cet algorithme dans le langage de ton choix.

24 Avec un tableur

a. Ouvre une feuille de calcul dans un tableur. Saisit 15 dans la cellule A1 et crée une liste de nombres de 1 à 30 dans la colonne C à partir de C1. *On veut chercher des couples de diviseurs entiers du nombre entré en A1.*

b. En D1 on fera afficher le résultat de la division de A1 par C1 si ce résultat est entier : =SI(MOD($A$1;C1)=0;$A$1/C1;"")

c. Recopie cette formule jusqu'à D30.

d. On peut s'arrêter des que le nombre de D devient inférieur au diviseur associé à C. Pourquoi ?

e. En D1, rentre

=SI(ET(MOD($A$1;C1)=0;$A$1/C1>=C1);
$A$1/C1;"")

f. Recopie cette formule jusqu'à D30.

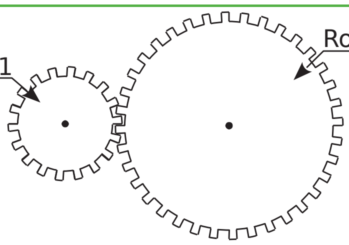
g. Choisis d'autres nombres en A1 entre 1 et 900. Comment peut-on repérer facilement si le nombre entré en A1 est premier ?

h. Combien y a-t-il de nombres premiers compris entre 850 et 900 ?

Étude des engrenages (le tour)

1^re Partie

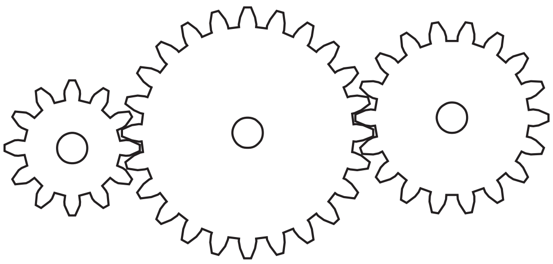
L'engrenage ci-contre composé de 2 roues. On appelle v_1 et v_2 les vitesses de rotation des roues 1 et 2, et z_1 et z_2 le nombre de dents des roues 1 et 2.



Exprime la vitesse v_2 en fonction de v_1, z_1 et z_2.

2^e Partie

On s'intéresse à présent à un engrenage composé d'une roue de 12 dents, une roue de 24 dents et une roue de 18 dents.



a. Calcule en fonction de la vitesse v_1 de la 1^re roue la vitesse v_2 de la 2^e roue.

b. Calcule en fonction de la vitesse v_2 de la 2^e roue la vitesse v_3 de la 3^e roue.

c. Déduis-en la vitesse v_3 en fonction de la vitesse v_1.

d. Et si la roue du milieu avait eu 36 dents ?

3^e Partie

a. La 4^e vitesse d'une 2cv6 est composée d'un engrenage composé d'une roue de 19 dents qui fait tourner une roue de 25 dents, suivi d'un autre engrenage de 8 par 33 dents. Quel est le rapport final ?

b. Quand le moteur tourne à 1000 tours/minute, combien la roue d'une 2cv6 en 4^e vitesse fait-elle de tours par minute ?

c. Le périmètre d'une roue de 2cv6 de taille 125R15 fait environ 1,80m.
Quelle est la vitesse théorique d'une 2cv6 en 4^e à 1000 tours/minute ?

9782210106345-0MEP.indb 81 24/06/16 10:38

Je résous des problèmes

Aller plus loin avec les nombres

25 Développement décimal

a. Effectuer la division de 22 par 7 jusqu'à ce que les décimales se répètent.

b. Quel est le nombre minimal de chiffres nécessaire pour connaître le développement décimal de $\frac{22}{7}$?

c. Quelle est la 210e décimale de $\frac{22}{7}$?

d. Effectuer une recherche documentaire sur les premières approximations de π ?À quel moment de l'histoire de cette quête le nombre $\frac{22}{7}$ apparaît-il et qui l'a trouvé ?

26 Développement décimal (bis)

On considère le nombre $t = 0{,}1717...$ (on note ce nombre $0{,}\underline{17}$ pour dire 17 se répète infiniment dans le développement décimal).

a. Déterminer l'écriture fractionnaire de t (on pourra calculer $100 \times t - t$).

b. En remarquant que $3{,}\underline{562} = 3 + u$ où $u = 0{,}\underline{562}$, déterminer l'écriture fractionnaire de $3{,}\underline{562}$.

c. Montrer que $x = 0{,}\underline{9} = 0{,}9999... = 1$

27

a. Soient $c = 29\ 444\ 684$, $d = 13\ 168\ 063$, $e = 1\ 229\ 015\ 134$ et $h = 549\ 632\ 277$. A-t-on $\frac{c}{d} = \frac{e}{h}$?

b. A-t-on $\sqrt{2} = \frac{22619537}{15994428}$?

28 Infinité de nombres premiers.

Pour le démontrer par l'absurde, on va supposer qu'il y en a un nombre fini et arriver à une contradiction. Soit $p_1, p_2, ..., p_n$ la liste de tous les nombres premiers dans l'ordre croissant.

a. Quel est le plus grand nombre premier ?

b. Soit $x = p_1 p_2 ... p_n + 1$. x est-il divisible par p_1 ? Par p_2 ? Par p_n ?

c. Montrer que x est un nombre premier.

Quel est le plus grand nombre premier ? Conclure.

29 Recherche d'une formule donnant des nombres premiers

Les nombres de la forme $n^2 - n + 41$ où n est un entier naturel sont-ils tous premiers ?

- À l'aide d'un tableur, calcule $n^2 - n + 41$ pour n allant de 1 à 20. Ces nombres semblent-ils premiers ?
- Pour $n = 50$, $n^2 - n + 41 = 2\ 491$. 2 491 est-il premier ?
- Écrire un programme qui détermine si un entier n est premier.
- Écrire un programme qui détermine la plus petite valeur de n pour laquelle $n^2 - n + 41$ n'est pas premier. Quelle est cette valeur ?

30 Les nombres de Mersenne

Ils sont de la forme $M_n = 2^n - 1$ où n est un entier naturel.

- Faire afficher dans une feuille de calcul les nombres de la forme M_n pour n allant de 2 à 20. Sont-ils tous premiers ?
  - Vérifier que 1 023 est un multiple de 3 et de 31, puis que 4 095 est un multiple de 63.
  - Quelle conjecture peut-on émettre si M_n est premier ?
  - Existe-t-il dans notre liste un nombre M_n qui ne soit pas premier bien que n le soit ?
- Recherche : combien connaît-on (environ) de nombres de Mersenne qui sont premiers ?

31 Nombres parfaits

Les nombres parfaits sont les nombres qui sont égaux à la somme de leurs diviseurs (sauf eux-même). Par exemple, 6 a comme diviseurs 1, 2, et 3, et 6 = 1 + 2 + 3. Il n'y a que 3 nombres parfaits inférieurs à 1 000.

a. Il y a un nombre parfait compris entre 20 et 30. Trouver-le.

b. Montrer que 496 est un nombre parfait.

32 Nombres jumeaux

Deux nombres premiers sont jumeaux si leur différence est égale à 2. Donne 6 couples de nombres premiers jumeaux.

9782210106345-0MEP.indb 82 24/06/16 10:38

Le rôle de la lettre et du signe égal

A6

Objectifs de cycle

■ Déterminer une expression littérale

Écrire en fonction de x		Niveau 1 Niveau 2 Niveau 3
Simplifier l'écriture d'un produit	tests n° 1 et 2	Niveau 1
Réduire une somme algébrique	test n° 3	Niveau 1
Supprimer des parenthèses	tests n° 4 et 5	Niveau 2

■ Déterminer la valeur d'une expression

Avec des nombres positifs	tests n° 6 et 7	Niveau 1
Avec des nombres négatifs	test n° 8	Niveau 2
Choisir la forme la plus judicieuse	test n° 9	Niveau 3

■ Déterminer si une égalité est vraie

Avec des nombres positifs	test n° 10	Niveau 1
Tester si un nombre est solution d'une équation	tests n° 11	Niveau 2
Tester si un nombre est solution d'une inéquation	tests n° 12 et 13	Niveau 3

- Ce chapitre permet l'introduction de la lettre et du signe égal.
  Les élèves sont familiarisés par l'utilisation de la lettre via les formules de calculs de périmètre, d'aire et de volume (activité 1). Ensuite, il s'agit de déterminer des expressions utilisant les lettres (activité 2).
- Ces expressions pouvant être compliquées et ne permettant pas d'être évaluées simplement, on introduit les conventions d'écriture (simplifier l'écriture d'un produit), les réductions de somme intuitives et la suppression des parenthèses.
- Comme plusieurs expressions sont possibles, on en vient naturellement à s'interroger sur le statut du signe égal et l'élève détermine si des égalités sont toujours vraies avant de tester si des nombres sont solutions d'(in)équations.

Activités de découverte

Activité 1 Des formules

1. À quelle grandeur géométrique correspond chacune des expressions suivantes ?

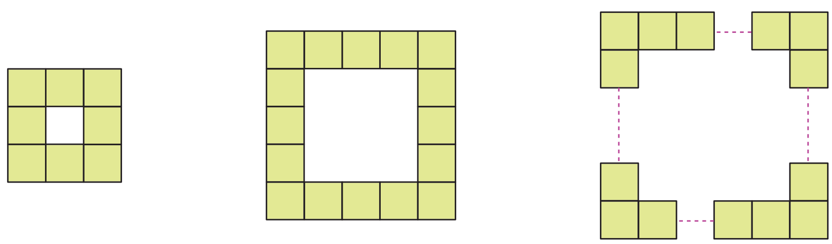
- $2 \times (L + l)$
- $4 \times c$
- $c \times c$
- $2 \times \pi \times r$
- $L \times l \times h$
- $2 \times L + 2 \times l$

2. Calcule le périmètre d'un cercle de rayon 25 cm en utilisant une des expressions ci-dessus.

3. Pourquoi deux des expressions ci-dessus sont-elles équivalentes ? Cite-les.

Activité 2 Déterminer des expressions littérales

Avec des petits carrés identiques, disposés comme le montrent les figures ci-dessous, on constitue un nouveau carré.



1. Réalise une figure avec quatre petits carrés sur un côté. Indique le nombre total de carrés coloriés. Recommence avec une figure de six petits carrés de côté.S'il y a 100 petits carrés sur le côté, combien y-a-t-il de carrés coloriés au total ?

2. On appelle n le nombre de petits carrés d'un côté. n est donc un entier positif quelconque. On veut obtenir une expression **en fonction de** n qui donne le nombre total de carrés coloriés dans le nouveau carré.

a. Sur les cahiers de trois élèves, on observe les schémas suivants. Propose des formules.

Schéma de Jean

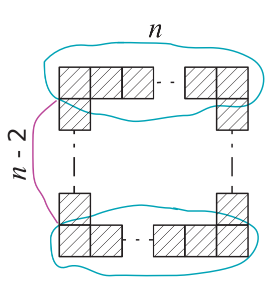


Schéma de Fatima

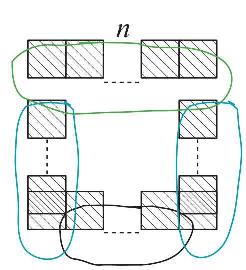
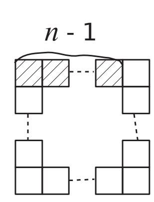


Schéma de Bakari



b. En suivant les découpages de Jean et de Fatima, établis deux nouvelles formules.

c. À l'aide de son schéma, Bakari remarque que le nombre de carrés coloriés est un multiple de 4. Justifie sa remarque et déduis-en une quatrième formule.

d. Calcule le nombre total de carrés coloriés lorsqu'il y en a 15 sur un côté avec chacune des formules. Les résultats trouvés étaient-ils prévisibles ?

3. L'unité d'aire est la surface d'un des petits carrés coloriés utilisés pour constituer le nouveau carré.

   a. En considérant des aires, établis une cinquième expression donnant le nombre total de carrés coloriés en fonction de n.

   b. Utilise cette nouvelle formule pour calculer le nombre total de carrés pour $n = 4$; $n = 6$; $n = 15$ et $n = 100$. Les résultats obtenus sont-ils cohérents ? Pourquoi ?

4. En utilisant les résultats des questions précédentes, démontre que $(n - 2)^2 = n^2 - 4n + 4$.

Activité 3 Évaluer une expression littérale

On considère le programme de calculs suivant :

> Étape 1 : Choisir un nombre ;
> Étape 2 : Lui ajouter 2 ;
> Étape 3 : Multiplier cette somme par le nombre de départ ;
> Étape 4 : Retrancher au résultat le carré du nombre de départ et annoncer le résultat obtenu.

1. Effectue le programme en choisissant 5 comme nombre de départ puis – 8 et enfin 3,45. Quelle remarque peux-tu faire ?

2. Dans un tableur, reproduis le tableau ci-contre. Complète la première ligne avec les nombres entiers de 1 à 10 puis programme les cellules pour qu'elles affichent les résultats pour chaque étape du programme de calculs. Que remarques-tu ?

	A	B	C
1	Étape 1		
2	Étape 2		
3	Étape 3		
4	Étape 4		

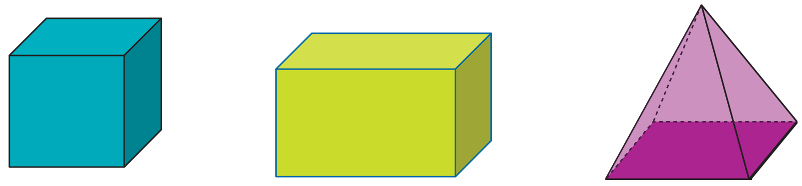
3. Remplace les nombres de la première ligne par des nombres entiers négatifs puis par des nombres décimaux relatifs. Que remarques-tu ?

4. On appelle x le nombre de départ. Écris les résultats obtenus à chaque étape en fonction de x .

Activité 4 L'art du contre-exemple

1. Calcule $x^2 + 3$ puis $3x + 1$ en remplaçant d'abord x par 1 puis par 2. Que remarques-tu ? Est-ce que $x^2 + 3 = 3x + 1$? Justifie.

2. En étudiant un cube, Zoé remarque qu'il possède F = 6 faces et S = 8 sommets. Elle écrit F + 2 = S. Cette formule est-elle vraie pour les solides ci-dessous ?



Cours et méthodes

Lorsque l'on cherche à établir des relations liant plusieurs grandeurs, à vérifier des propriétés valables pour n'importe quel nombre, nous utilisons une lettre (ou plusieurs) afin de représenter les nombres inconnus.

Les calculs deviennent alors génériques.

Les expressions produites peuvent se calculer pour des valeurs du nombre (ou des nombres) inconnu(s).

1) Déterminer une expression littérale

A. Écrire en fonction de x

Définition

Usuellement, la première inconnue s'appelle x.
Produire une expression littérale se dit aussi « écrire en fonction de x » c'est-à-dire produire une expression contenant x.

Entraîne-toi à Exprimer en fonction de x

Il s'agit de bien repérer, dans le texte, les termes à traduire en expression littérale.

Énoncé

Sur internet, une BD manga coûte 6,90 € avec 10 € de frais de port.
Exprime le prix à payer en fonction du nombre de livres achetés.

Correction

J'appelle x le nombre de livres achetés.
6,90 € l'un font $6{,}90 \times x$.
Avec les frais de port on obtient $6{,}90 \times x + 10$.
Le prix de x livres est $6{,}90\,x + 10$.

B. Simplifier l'écriture d'un produit

Conventions d'écriture

Pour **alléger l'écriture d'une expression littérale**, on peut supprimer le signe $\times$

- devant une lettre ou une parenthèse ;
- entre deux lettres (on écrira alors les lettres dans l'ordre alphabétique) ;

Entre deux lettres identiques on écrira :

- $a \times a = a^2$ (qui se lit « a au carré »)
- $a \times a \times a = a^3$ (qui se lit « a au cube »).

» **Remarque :** On ne peut pas supprimer le signe × entre deux nombres : $2 \times 3 \neq 23$

Entraîne-toi à Utiliser les conventions d'écriture

Énoncé

Simplifie l'expression suivante en supprimant les signes $\times$ lorsque c'est possible :
$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$.

Correction

$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$

$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$

$A = 5x + 7(3x + 8)$

9782210106345-0MEP.indb 86 24/06/16 10:38

C. Simplifier l'écriture d'une somme algébrique

Entraîne-toi à Réduire une somme algébrique

Énoncé

Réduis $A = 5x + 2x$ et $B = 4x - 9x$

Correction

$A = 5x + 2x = 7x$

$B = 4x - 9x = -5x$

Définition

L'opposé d'une somme algébrique est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.

» **Exemple :** L'opposé de $a + b - 2ab$ est $-a - b + 2ab$.

» **Remarque :** Cette propriété permet de supprimer des parenthèses précédées d'un signe « – » dans une expression.

Entraîne-toi à Supprimer des parenthèses

Énoncé

Réduis l'expression :
$G = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x.$

Correction

$G = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x.$

$G = 5x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 3 + 2x$

$G = 5x^2 - 2x^2 + 3x + 2x - 4 + 3$

$G = (5 - 2)\,x^2 + (3 + 2)\,x - 1$

$G = 3x^2 + 5x - 1$

2 Déterminer la valeur d'une expression

Entraîne-toi à Substituer une lettre par une valeur

Pour **calculer une expression littérale pour certaines valeurs des lettres**, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs. Il faut souvent faire apparaître quelques signes × sous-entendus, en particulier ceux entre deux nombres.

Énoncé

Calcule l'expression $A = 5x(y + 2)$ pour $x = 3$ et $y = 4$.

Correction

$A = 5x(y + 2)$

$A = 5 \times x \times (y + 2)$

$A = 5 \times 3 \times (4 + 2)$

$A = 15 \times 6$

$A = 90$

Énoncé

Calcule l'expression $G = x^3 + 3x^2 - x$ pour $x = -4$.

Correction

$G = x^3 + 3x^2 - x$

$G = (-4)^3 + 3 \times (-4)^2 - (-4)$

$G = -64 + 3 \times 16 + 4$

$G = -60 + 48$

$G = -12$

» **Remarque :** Avant la substitution, il est judicieux de choisir la forme la plus simple pour effectuer les calculs.

↘ Entraîne-toi à Choisir la forme la plus judicieuse

Énoncé

On donne J = $(x + 3)(3x - 1) + 5(x + 3)$.

a. Développe et réduis J.

b. Factorise et réduis J.

c. Calculer J pour $x = 0$ et $x = -3$, en choisissant à chaque fois la forme la plus judicieuse.

Correction

a. J = $(x + 3)(3x - 1) + 5(x + 3)$

J = $x \times 3x + x \times (-1) + 3 \times 3x + 3 \times (-1) + 5 \times x + 5 \times 3$

J = $3x^2 - x + 9x - 3 + 5x + 15$

J = $3x^2 + 13x + 12$

b. J = $\mathbf{(x + 3)}(3x - 1) + 5\mathbf{(x + 3)}$

J = $(x + 3)[(3x - 1) + 5]$

J = $(x + 3)(3x + 4)$

c. Pour $x = 0$, je choisis la forme réduite.

J = $3x^2 + 13x + 12 = 3 \times 0^2 + 13 \times 0 + 12$

J = 12.

Pour $x = -3$, Je choisis la forme factorisée :

J = $(x + 3)(3x + 4)$

J = $(-3 + 3)(3x + 4)$

J = $0 \times (3x + 4)$

J = 0

3 Déterminer si une égalité ou une inégalité est vraie

↘ Entraîne-toi à Tester une égalité ou une inégalité

On calcule séparément dans chaque membre de l'(in)égalité et on compare les résultats.

Énoncé

- 3 rend-il vrai l'égalité $2x^2 - 5 = x + 10$?
- 2 rend-il vrai l'inégalité $3x + 5 > 2x - 8$?

Correction

- pour $x = \mathbf{3}$:

  $\mathbf{2x^2 - 5} = 2 \times \mathbf{3}^2 - 5 = 2 \times 9 - 5 = \mathbf{13}$

  $\mathbf{x + 10} = \mathbf{3} + 10 = \mathbf{13}$

  3 rend vrai l'égalité $2x^2 - 5 = x + 10$.
- pour $x = \mathbf{2}$.

  $\mathbf{3x + 5} = 3 \times \mathbf{2} + 5 = 6 + 5 = 11$

  $\mathbf{2x - 8} = 2 \times \mathbf{2} - 8 = 4 - 8 = -4$

  $11 > -4$ donc **2** rend vrai l'inégalité $3x + 5 < 2x - 8$.

↘ Entraîne-toi à Vérifier si un nombre est solution d'équation ou d'inéquation

Énoncé

- – 5 est-il solution de l'équation $6 - 3x = 2x + 4$?

Correction

- pour $x = \mathbf{-5}$:

  $\mathbf{6 - 3x} = 6 - 3 \times \mathbf{(-5)} = 6 + 15 = \mathbf{21}$

  $\mathbf{2x + 4} = 2 \times \mathbf{(-5)} + 4 = -10 + 4 = \mathbf{-6}$

  – 5 n'est pas solution de $6 - 3x = 2x + 4$.

Énoncé

- – 2 est-il solution de l'inéquation $3x + 5 < -2x - 8$?

- $x = \mathbf{-2}$.

  $\mathbf{3x + 5} = 3 \times \mathbf{(-2)} + 5 = -6 + 5 = -1$

  $\mathbf{2x - 8} = -2 \times \mathbf{(-2)} - 8 = 4 - 8 = -4$

  $-1 > -4$ donc **– 2** n'est pas solution de l'inéquation $3x + 5 < -2x - 8$.

Je me teste

Niveau 1

1 Simplifie les expressions en supprimant les signes $\times$ lorsque c'est possible.

A = $b \times a$
B = $5 \times x \times x \times x$
C = $(3{,}7 \times y - 1{,}5 \times z + 0{,}4 \times 3{,}5) \times 9$

2 Replace les signes $\times$ dans chacune des expressions suivantes.

A = $12ac + 35ab - 40bc$
B = $1{,}2abc$
C = $5{,}6\,(x^2 - 2{,}5y + 32)$

3 Réduis, si possible, les expressions suivantes :

a. $x + x$
b. $x \times x$
c. $2x + x$
d. $3x + 2$
e. $2x \times x$
f. $x^2 + x$
g. $0 \times x$
h. $1 + 2x$
i. $0 + x$
j. $5x \times 6x$
k. $4 \times x \times 5$
l. $x \times x + x$

Niveau 2

4 Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes.

A = $x^2 - (4xy - 5y - 4x)$ B = $(2a + 5b - 4) - (a^2 - b^2 + 1)$ C = $-(-2x - 5) + (5 - 2x)$

5 Réduis les expressions suivantes.

A = $3a - (6 + 7a^2) + 4a - 5$ B = $4x(3x - 6) - (2x - 1)(3 + 5x)$

6 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $x = 2$ puis pour $x = 6$.

A = $3x(x + 5)$ B = $7x - x^2$ C = $x^3 + 3x^2 - x$

7 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $a = 3$ et $b = 5$.

A = $4a + 5b - 56$ B = $a^3 + b^2 + 7ab$ C = $2(5a + 3b + 1)$

8 Calcule les expressions suivantes :

A = $6t - 8$ pour $t = -3$ B = $-3x + 7$ pour $x = -2$; C = $-3y^2 - 8y - 5$ pour $y = -3$.

Niveau 3

9 On considère l'expression B écrite sous trois formes différentes :

La forme initiale : B = $(x - 5)^2 + 8x - 40$
La forme réduite : B = $x^2 - 2x - 15$
La forme factorisée : B = $(x - 5)(x + 3)$

a. Calcule l'expression B en utilisant les trois formes proposées d'abord pour $x = 5$, puis pour $x = 0$ et enfin pour $x = -3$.
b. Parmi les trois écritures de l'expression B, quelle est celle qui permet d'arriver au résultat en faisant le moins d'opérations pour $x = 5$? Pour $x = 0$? Et pour $x = -3$?

10 Parmi les nombres entiers de 0 à 10, lesquels rendent vraie l'égalité $4(x + 3) = 6x + 2$?

11 Les nombres 3, – 2 et 5 sont-ils solutions de l'équation $x^2 + 4 = 3x + 14$?

12 Parmi -2 ; 0 ; $\frac{1}{2}$ et 3, lesquels sont solutions de l'inéquation $3x - 2 \leqslant 5x - 3$?

13 De quelles inéquations, parmi les suivantes, le nombre $-\frac{2}{3}$ est-il solution ?

- $7x + 3 > 2x - 2$
- $2x - 5 \geqslant x + 8$
- $x - 9 \leqslant -3x + 2$
- $-2x + 3 < 9$

➔ Voir Corrigés p. 368

Je m'entraîne

Écrire en fonction de x

1 Si x représente un nombre, comment écrire les expressions suivantes ?

a. Le double de x. **b.** Le tiers de x.

c. La somme de x et de 13.

d. La différence de x et de 7.

e. Le triple de la somme de 2 et de x.

f. Le tiers de la différence de 16 et x.

2 Si on note z l'âge en années d'Alexis aujourd'hui, comment note-t-on :

a. l'âge qu'il aura dans deux ans ?

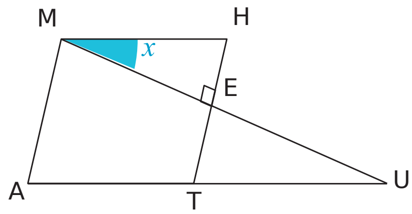
b. le double de son âge ?

c. le triple de l'âge qu'il avait il y a quatre ans ?

d. la moitié de l'âge qu'il aura dans cinq ans ?

e. son année de naissance ?

3 Sachant que le quadrilatère MATH est un parallélogramme, exprime toutes les mesures d'angles de la figure ci-dessous en fonction de x.



4 Exprime en fonction de a le périmètre d'un triangle équilatéral de côté a.

5 **Deux problèmes, une solution**

a. Jacques va au marché et revient avec un panier de 20 fruits composé de pommes et de poires. Le nombre de pommes est p. Exprime le nombre de poires en fonction de p.

b. Un segment [AB] mesure 20 cm. Un point M appartient au segment tel que AM=p cm. Exprime la longueur BM en fonction de p.

6 **Un carré qui grandit**

Soit ABCD un carré de 5 cm de côté.

a. Calcule le périmètre $\mathcal{P}_1$ et l'aire $\mathcal{A}_1$ de ABCD.

b. On augmente ses côtés de k cm.

Exprime, en fonction de k :

- la longueur L du nouveau côté ;
- le nouveau périmètre $\mathcal{P}_2$ de ce carré ;
- la nouvelle aire $\mathcal{A}_2$ de ce carré ;
- l'augmentation du périmètre ;
- l'augmentation de l'aire.

7 Exprime en fonction de x les expressions suivantes (x étant non nul).

a. l'opposé de x ;

b. l'inverse de x ;

c. l'opposé du carré de x ;

d. le carré de l'opposé de x ;

e. l'opposé de l'inverse de x ;

f. le carré de l'inverse de x.

8 y est le prix d'achat d'un téléphone en euros. Traduis chaque phrase par une expression littérale.

a. L'article est revendu cinq fois plus cher.

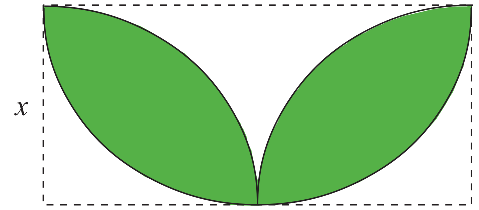
b. L'article est revendu 5 € de plus.

c. Le prix est augmenté de 100 %.

d. Le prix est augmenté de 200 %.

9 **Aire**

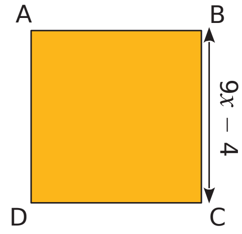
Exprime l'aire coloriée en fonction de x.



10 **En fonction de...**

e. Exprime l'aire du carré ABCD en fonction de x puis développe l'expression ainsi obtenue.

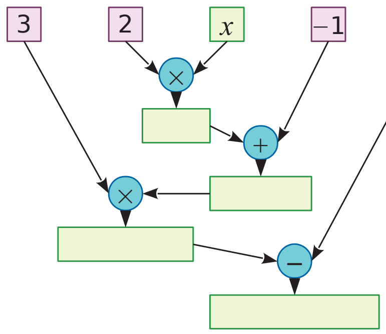
f. Calcule l'aire de ce carré lorsque $x = \frac{2}{3}$.



9782210106345-0MEP.indb 90 24/06/16 10:38

11 **Arbre de calcul**

a. Recopie puis complète l'arbre de calcul.



b. Écris l'expression mathématique correspondante.

c. Décris la par une phrase.

12 **À l'envers !**

a. Crée un arbre de calcul pour obtenir l'expression : $5(4 - 3x) + 7$.

b. Décris l'expression par une phrase.

13 Traduis par une phrase les expressions.

$A = x + 7$ $\quad$ $D = 5 - 2x$

$B = 3x$ $\quad$ $E = (3 + x)(3 - x)$

$C = 2x + 1$ $\quad$ $F = x^2 + 5$

14 Traduis par une phrase les expressions données.

a. $5x^2 + 9$ $\quad$ **d.** $15 - 30x$

b. $(x + 5)(12 - x)$ $\quad$ **e.** $(1 + 2x) + (x - 3)$

c. $9x(8 + 13x)$ $\quad$ **f.** $(x + 7)^2$

15 **Calcul littéral en toutes lettres**

Traduis par une expression algébrique les phrases suivantes.

a. A est le carré de la somme du produit de 2 par x et de 3.

b. B est la différence des carrés de la différence du double de x et de 5 et de la somme de x et de 3.

Simplifier l'écriture d'un produit

16 Recopie les expressions en supprimant les signes × s'ils sont inutiles.

$A = 9 \times n$ $\quad$ $E = n \times x$

$B = x \times 3$ $\quad$ $F = 2 \times \pi \times R$

$C = 12 \times (7 - 3)$ $\quad$ $G = (3 + 6) \times (7 - 1)$

$D = 4 \times (3{,}2 + 6)$ $\quad$ $H = 16 \times 3{,}5$

17 Recopie les expressions en ajoutant les signes × lorsqu'ils sont sous-entendus.

$A = 3x + 2$ $\quad$ $E = 3a - 5b$

$B = ab - 4$ $\quad$ $F = ab + 3 \times 7a$

$C = 5(2x - 7)$ $\quad$ $G = b - a + 7(3x + 7)$

$D = 2a(2 + 8)$ $\quad$ $H = a + a - 7b + 1$

18 Écris les multiplications cachées.

$A = 5a^2$ $\quad$ $B = 2 - b^3$ $\quad$ $C = a^2 + 2b^3$ $\quad$ $D = a^2b^3$

19 Réduis, si possible, les expressions.

a. $x \times y$ $\quad$ **e.** $x^2 \times x$ $\quad$ **i.** $4 \times x \times 5$

b. $2x \times x$ $\quad$ **f.** $1 \times 2x$ $\quad$ **j.** $x \times x$

c. $3x \times 2$ $\quad$ **g.** $0 \times x$ $\quad$ **k.** $4 \times x \times 5$

d. $2x \times x$ $\quad$ **h.** $5x \times 6x$ $\quad$ **l.** $x \times x \times x$

20 Écris le plus simplement possible.

$A = 3 \times a \times b$ $\quad$ $F = 2 \times 3 \times a \times (b \times c)$

$B = 3 \times a + 3 \times b$ $\quad$ $G = 7 \times a \times b \times 3$

$C = 8 \times a \times 2$ $\quad$ $H = 7 + a \times b + 3$

$D = 5 + 3 \times b$ $\quad$ $I = 3 \times (2 \times a + b) \times 5$

$E = 5 \times a + 3 + 2$ $\quad$ $J = (2{,}5 - 1) \times a \times b$

21 Simplifie les expressions en utilisant les notations "au carré" et "au cube".

$A = a \times a$ $\quad$ $C = c \times c \times 3$

$B = b \times b \times b$ $\quad$ $D = 9 + d \times d \times d$

Aire d'un carré de côté c : $c \times c = ...$

Aire d'un disque de rayon r : $\pi \times r \times r = ...$

$J = 1 \times a + a \times a$ $\quad$ $E = a \times a \times b \times 3$

$K = a \times a \times a - 0 \times b$ $\quad$ $F = 1 \times a \times a \times b \times 0$

$L = 6 \times a \times a - a$ $\quad$ $G = a \times 2 \times b \times a \times b$

$M = 2 \times a \times 3 \times a$ $\quad$ $H = (a + b)(a + b)$

Je m'entraîne

Réduire une somme

22 Réduis les expressions.

a. $5x + 3x$
b. $3x + 8x$
c. $15x + 4x$
a. $9x + 6x$

23 Réduis les expressions.

a. $5x - 3x$
b. $3x - 8x$
c. $-4x + 15x$
d. $-9x - 6x$
e. $7b - 5b$
f. $6u - 3u$
g. $11t^2 - 9t^2$
h. $9u^3 + 5u^3$

24 Réduis les expressions.

$A = 5x + 4x$
$B = 9x - 2x$
$C = 6x + x$
$D = 2x + 7x - 5x$
$E = 8xy - 7xy$
$F = 5ab - 9ab + ab$
$G = 18z^2 - 9z^2 + 3z^2$
$H = a^3 + a^3 + a^3$
$I = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x$

25 Réduis, si possible, les expressions.

a. $12x - y + 2$
b. $7y + 12 - 13y$
c. $10 - 8d + 3$
d. $8 - x + x^2 + 5x$
e. $3t - 12t + t^2 - 7$
f. $a^2 + b - a + 3b$

26 Regroupe les termes et réduis.

$A = 16x + 7 - 9x + 2$
$B = 5z + 4{,}5 - z + 0{,}5$
$C = 3 + 4t + 12t - 7t - 3$
$D = 5x^2 + 4 + 2x^2 - 1$

Supprimer les parenthèses

27 Supprime les parenthèses et réduis.

$A = 1 + (2 - x)$
$B = (2x - 4) + (5x - 6)$
$C = 2{,}6x + (4 - 7x)$
$D = (7 - 3x) + (2{,}4x - 5)$
$E = 5 + (2x + 3)$
$F = 5x - (3 - 4x)$
$G = (x - 4) - 6$
$H = -(-3x - 1) + (x - 3)$

28 Supprime les parenthèses puis réduis les expressions suivantes :

$D = (4x + 2) + (-6x - 2)$
$F = 8x - (5x + 2) + (3 - 4x)$

29 Supprime les parenthèses puis réduis les expressions suivantes :

$A = (x + 3) + (4x - 5)$
$B = 6 - 2t - (4t - 8)$
$C = -(8a + 3) - 4a$
$D = (3y + 7) + (-5y + 3)$
$E = 5z - 6 - (7 - 2z) + 3z$
$F = (3 - 4x) - (-2x + 8)$

30 Supprime les parenthèses puis réduis les expressions suivantes :

$A = 3x + \frac{1}{4} - (3 - 2x)$

$B = -\left(\frac{1}{3}x + 2\right) + (5x - 3)$

$C = \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{6}x\right)$

$D = \frac{1}{2} + 2x - \left(x - \frac{3}{2}\right)$

Déterminer la valeur d'une expression littérale

31 Pour chacune de ces expressions :

a. Recopie les expressions suivantes en rajoutant les signes × sous-entendus.

b. Calcule-les pour $x = 2$:

$A = 2x$
$B = 4x + 5$
$C = 4(x - 3)(x + 8)$
$D = 3x - 2(5x - 15)$
$E = 9x^2$
$F = 7 - 2x$
$G = 2(3x - 2)$
$H = x(x + 2) - 4x$
$I = 4x^2 - 2x(4 - x)$
$J = -3x^2 + 5x - 4$

32 Calcule les expressions pour la valeur de x indiquée.

$A = x + 11$ pour $x = 7$
$B = 5x$ pour $x = 2$
$C = 14 + x$ pour $x = 3$

33 Calcule les expressions pour la valeur de x indiquée.

$A = x^2$ pour $x = 2{,}5$
$B = 5x^2$ pour $x = 2$
$C = 4 + 2x^2$ pour $x = 0$

9782210106345-0MEP.indb 92 24/06/16 10:38

34 Calcule chacune des expressions suivantes pour $x = 3$ et $y = 2$.

$C = xy + 4$ $\qquad$ $E = xy - x - y + 4$

$D = x - y + 8$ $\qquad$ $F = xyx$

35 Calcule chacune des expressions suivantes pour $x = 1$ et $y = 4$.

$C = x^2 + x + y$ $\qquad$ $F = x^2y$

$D = x^2 + 2xy + y^2$ $\qquad$ $E = x^2 + y^2$

36 Calcule les expressions suivantes :

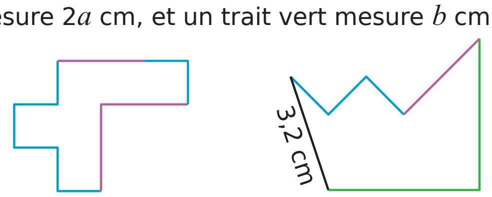
$A = 3t^2 + 6t - 8$ pour $t = 3$;

$B = 5x^2 - 3x + 7$ pour $x = -2$;

$C = -3y^2 - 5y - 8$ pour $y = -3$.

37 Périmètre de polygones

a. Exprime le périmètre des figures ci-dessous en fonction de a et de b sachant qu'un trait bleu mesure a cm, un trait violet mesure $2a$ cm, et un trait vert mesure b cm.



b. Calcule ces deux périmètres pour $a = 1{,}3$ et $b = 4$.

38 Dans chacun des cas suivants, calcule la valeur de $r + s - t$.

a. $r = \frac{1}{2}$; $s = \frac{3}{4}$; $t = \frac{1}{4}$.

b. $r = \frac{7}{6}$; $s = \frac{10}{3}$; $t = \frac{5}{6}$.

c. $r = \frac{1}{3}$; $s = \frac{1}{9}$; $t = \frac{1}{27}$.

39 On donne $a = \frac{1}{6}$, $b = \frac{4}{9}$ et $c = \frac{5}{3}$.

a. Calcule $a \times b + a \times c$ puis $a \times (b + c)$.

b. Que remarques-tu ? Explique pourquoi.

40 Avec des fractions

On donne : $a = \frac{-8}{28}$; $b = \frac{1}{35}$ et $c = \frac{45}{-21}$.

a. Calculer $a - b + c$ et $b - a - c$.

b. Que remarques-tu ?

41 Avec des lettres

a. Sachant que $a = \frac{-2}{21}$ et $b = \frac{5}{-7}$, calcule :

$\frac{a}{b}$; $\frac{b}{a}$; $a \times b$; $a + b$ et $a - b$.

Tu donneras les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.

b. Même consigne avec $a = \frac{5}{24}$ et $b = -\frac{35}{18}$.

42 On considère l'expression :

$E = (x - 1)^2 - (x - 1)(3x - 2)$.

On admet que :

$E = (x - 1)(-2x + 1)$ et $E = -2x^2 + 3x - 1$

Choisis la bonne expression pour calculer la valeur de E si $x = 0$; $x = 1$; $x = 5$; $x = 0{,}5$.

43 Soit $F = (3x - 5)^2 - (3x - 5)(x + 4)$.

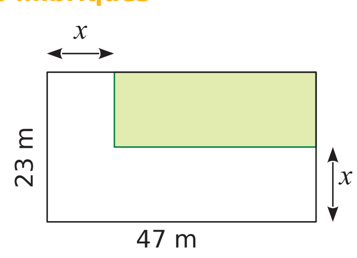
On admet que $F = (3x - 5)(2x - 9)$ et que $F = 6x^2 - 37x + 45$.

Calculer F pour $x = 1$; $x = 0$; $x = 0{,}6$; $x = -1$; $x = \frac{5}{3}$.

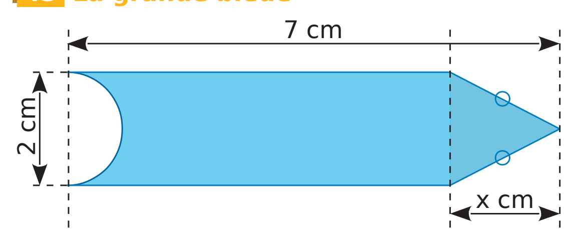
44 Rectangles imbriqués

a. Calcule l'aire de la partie coloriée en fonction de x.

b. Combien vaut cette aire si $x = 14{,}7$ m ?



45 La grande bleue



a. Exprime l'aire de la surface bleue en fonction de x et de π. Réduis l'expression obtenue.

b. Calcule cette aire pour $x = 3$ cm. Donne la valeur exacte puis un arrondi au dixième.

9782210106345-0MEP.indb 93 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

Déterminer si une (in)égalité est vraie

46 **Vocabulaire**

a. $9x + 2 = 39$ **b.** $4y + 8 + 5y = y^2 + 3$

Pour chaque équation, indique :
- l'inconnue ;
- le ou les termes comportant l'inconnue ;
- le ou les termes constants ;
- les membres de l'équation.

47 Teste chacune des égalités suivantes pour $x = 2$ puis pour $x = 3$.

a. $4x - 10 = 8$ **b.** $4x - 12 = 0$

48 Teste chacune des égalités pour $x = 5$.

a. $x^2 - 25 = 0$ **c.** $x^2 = 10$

b. $x^2 - 5 = 4x$ **d.** $3x - 7 = x^2 + 1$

49 Dans chacun des cas proposés, détermine si l'égalité $3x + 5 = 2y - 4$ est vraie ou pas.

a. $x = 1$ et $y = 1$ **c.** $x = 1{,}5$ et $y = 1$

b. $x = 3$ et $y = 9$ **d.** $x = 0$ et $y = 0$

50 **Être solution ou non ?**

a. Le nombre -5 est-il solution de l'équation $5 - 4x = 19$? Et le nombre -6 ?

b. Le nombre 8 est-il solution de l'équation $5y - 3 = 2y + 2$? Et le nombre -3 ? Et $\frac{5}{3}$?

c. Parmi les nombres 5, -3 et 2, lesquels sont solutions de l'équation $z^2 + z - 6 = 0$?

51 Parmi les équations suivantes, quelles sont celles qui admettent pour solution celle de l'équation $7y + 5 = 3y + 8$. Justifie.

a. $4y + 5 = 3y + 8$ **c.** $14y + 10 = 6y + 16$

b. $7y = 3y + 4$ **d.** $7y - 5 = 3y + 1$

52 **Égalités et fractions**

a. L'égalité $3x^2 + 5x - 3 = 6x + 1$ est-elle vraie pour $x = \frac{4}{3}$?

b. Teste l'égalité $\frac{x - 1}{2x + 5} = \frac{-3x + 2}{x - 3}$

dans le cas où $x = -\frac{1}{4}$.

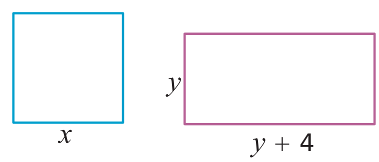
53 L'inégalité $4x + y < 6x + 3$ est-elle vraie pour :

a. $x = 0$ et $y = 1$? **c.** $x = 1$ et $y = 5$?

b. $x = 3$ et $y = 11$? **d.** $x = 1{,}5$ et $y = 7$?

54 **Comparaison de périmètres**

a. Exprime en fonction de x et y les périmètres du carré et du rectangle suivants.



b. Pour les valeurs de x et de y suivantes, le périmètre du carré est-il supérieur à celui du rectangle ?

- $x = 2$ et $y = 1$
- $x = 6$ et $y = 3$
- $x = 3$ et $y = 1$
- $x = 10$ et $y = 7$

55 **Être ou ne pas être solution**

a. Quelles sont, parmi les nombres -2 ; 0 et 2, les solutions de l'inéquation $5x \leqslant -10$?

b. Le nombre 3 est-il solution de l'inéquation $x + 1 > 0$? Et le nombre -1 ?

c. Le nombre -2 est-il solution de l'inéquation $2x \geqslant 0$? Et le nombre 0 ?

d. Le nombre 3 est-il solution de l'inéquation $2x + 1 \leqslant 0$? Et le nombre -3 ?

56 Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifie.

a. Le nombre 1 est solution de l'inéquation $2x - 1 > x$.

b. Le nombre 10 n'est pas solution de l'inéquation $-9 + 3x \geqslant x - 5$.

c. L'inégalité $5x - 3 > 1 + 3x$ est vérifiée pour $x = 0$.

d. L'inégalité $3x - \frac{1}{2} \geqslant x + 1$ n'est pas vérifiée pour $x = \frac{3}{4}$?

57 Parmi les nombres 4 et $-2{,}5$, indique lesquels sont solutions de chaque inéquation.

a. $4x \geqslant -10$ **b.** $4 - 3x < 13$

Je résous des problèmes

Sciences, technologie et société

1 En électricité

Une formule relie la Puissance P consommée par un dipôle à la tension U à ses bornes et à l'intensité I qui le traverse :

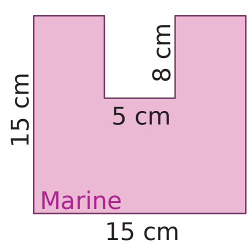
$P = U \times I$ où P s'exprime en Watts (W), U en Volts (V) et I en Ampères (A).

a. Quelle puissance génère un courant de 220 V et d'intensité 3 A ?

b. Construis un tableau donnant toutes les puissances générées par un courant de 220 V pour des intensités entières allant de 1 A à 10 A. Que peut-on dire d'un tel tableau ?

2 En arts plastiques

En cours d'Arts Plastiques, le professeur a distribué aux élèves des feuilles carrées de 15 cm de côté. Il leur demande de découper un rectangle de largeur 5 cm pour former la lettre U.



a. Marine découpe un rectangle de longueur 8 cm (et de largeur 5 cm).
Calcule le périmètre du U de Marine.

b. Ses amies Alison et Laura ont découpé des rectangles de largeur 5 cm mais de longueurs différentes : celui d'Alison a une longueur de 6,3 cm alors que celui de Laura a une longueur de 9,6 cm.

Calcule les périmètres des U d'Alison et de Laura. Quelle partie du calcul est la même pour tous les U ?

c. Détermine $\mathcal{P}$ en fonction de L, L étant la longueur du rectangle découpé.

d. Calcule $\mathcal{P}$ lorsque $L = 7{,}5$ cm puis lorsque $L = 10$ cm.

e. Priscilla dit : « On peut encore simplifier : $60 + 2 = 62$ donc $\mathcal{P} = 62\ L$. ». Utilise l'expression proposée par Priscilla pour calculer $\mathcal{P}$ lorsque $L = 10$ cm. Qu'en déduis-tu ?

3 En physique

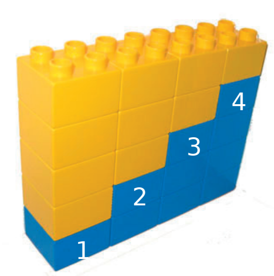
Le poids d'un corps sur un astre dépend de la masse et de l'accélération de la pesanteur. On peut montrer que la relation est $P = m \times g$ où P est le poids en Newton d'un corps sur un astre (c'est à dire la force que l'astre exerce sur le corps), m, la masse en kg de ce corps et g, l'accélération de la pesanteur de l'astre.

a. Sur Terre, l'accélération de la pesanteur de la Terre g_T est environ 9,8. Calculer le poids en Newton sur Terre d'un homme ayant une masse de 70 kg.

b. Est-il vrai que l'on pèse environ 6 fois moins lourd sur la Lune que sur la Terre ?

4 Construction d'un escalier

a. Clémence a fabriqué un escalier de quatre marches à l'aide de briques bleues toutes identiques d'un jeu de construction.
Martin a ajouté des briques jaunes (toutes identiques) afin de former le même escalier « à l'envers » au dessus.



b. Quel est le nombre de briques bleues utilisées ? Écris-le sous la forme d'une somme.

c. Clémence rajoute des briques bleues pour obtenir une cinquième marche à son escalier. À son tour, Martin rajoute autant de briques jaunes pour avoir le même escalier « à l'envers ».

- Réalise un dessin représentant les deux escaliers. Ils forment un rectangle.
- Quel est alors le nombre total de briques utilisées ? Écris-le sous la forme d'un produit.
- Déduis-en la valeur de $1 + 2 + 3 + 4 + 5$.

d. Sans faire de dessin, donne le nombre total de briques qu'il faudrait si on rajoutait une sixième marche à chacun des deux escaliers. Quel serait alors le nombre de briques bleues ?

9782210106345-0MEP.indb 95 24/06/16 10:38

Je résous des problèmes

e. Déduis-en la valeur de l'expression suivante: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$.

f. On appelle n le nombre de marches d'un escalier.

- Écris une expression qui donne le nombre total de briques nécessaires à la construction de deux escaliers de n marches.
- Et pour un seul escalier ?
- Quelle égalité peut-on alors en déduire ?

g. Combien de briques faut-il pour construire un escalier de 30 marches ? Et pour un escalier de 300 marches ?

Corps, santé, bien-être et sécurité

5 La formule suivante permet de calculer le taux d'alcool dans le sang en g/L d'un homme en fonction de sa masse et de la quantité de liquide bue.

$$\text{Taux} = \frac{\text{quantité de liquide bue} \times 0{,}05 \times 0{,}08}{\text{masse} \times 0{,}7}$$

On considère qu'une canette contient 330 mL de bière et que le degré d'alcool est de 5 % soit 0,05.

La loi française interdit à toute personne de conduire si son taux d'alcool est supérieure ou égale à 0,5 g/L

Un homme de 60 kg qui boit deux canettes de bière peut-il conduire ?

Résoudre un problème numérique

6 Isabelle achète t kilogrammes d'oignons à 3,20 € le kilo et elle achète le double en masse de tomates à 2,30 € le kilo. Exprime, en fonction de t, le montant de ses achats en euros.

7 Une salle de concert peut contenir 600 places. Il y a x places assises et les autres sont debout. Les places debout coûtent 15 € et les places assises 25 €.

a. Que représentent les expressions suivantes : $600 - x$; $25x$ et $15(600 - x)$?

b. Exprime, en fonction de x, la recette totale en euros si toutes les places sont prises.

c. Calcule cette recette si $x = 200$.

8 Voici les tarifs des taxis nantais :

Prise en charge pour 3 personnes : 2,21 €
Prix du km : 1,68 €
Par personne supplémentaire : 1,69 €

a. Marc et Gilles décident de prendre un taxi pour faire un trajet de 12 km. Calcule le montant de leur course.

b. Écris une expression pour un trajet de x kilomètres.

c. Nicolas, François, Gaëlle et Delphine souhaitent prendre un taxi pour un trajet de x kilomètres. Exprime le montant à payer en fonction de x.

d. Finalement, ils paient 40,86 euros. Quelle distance ont-ils parcourue ?

9 Vanessa a acheté un cahier à 2 € et trois classeurs.

a. Exprime le prix total qu'elle a payé en fonction du prix en euros (noté x) d'un classeur.

b. Elle a payé 23 € en tout. Utilise un tableur pour retrouver le prix d'un classeur.

10 Voici les tarifs de locations de DVD.

Première formule : une carte annuel de 20 € et 4,00 € par DVD loué
Deuxième formule : 6,50 € par DVD

On appelle n le nombre de DVD loués.

a. Pour chaque formule, écris le coût de la location pour n DVD.

b. Estelle a payé 91 € pour 14 DVD. Quelle formule a-t-elle choisi ? Que penses-tu de son choix ?

11 Une famille bénéficie du tarif Bleu avec l'option heures creuses. Son abonnement annuel est de 10,33 €. 1 kWh, en heures pleines, coûte 0,16 €. 1 kWh coûte c € en heures creuses.

a. Écris une expression permettant de calculer la dépense de cette famille sachant qu'elle a consommé 92 kWh en heures creuses et p kWh en heures pleines

2) Quelle est cette dépense si $p = 78$ et c = 0,11 ?

9782210106345-0MEP.indb 96 24/06/16 10:38

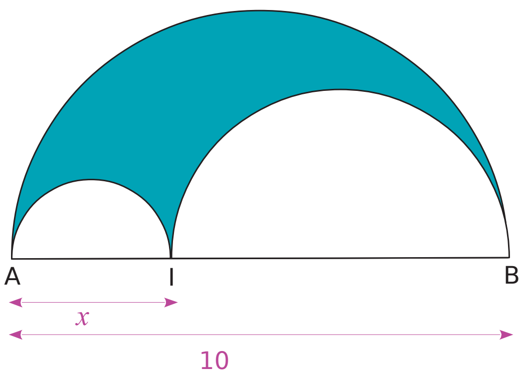
Résoudre un problème géométrique

12 Cendrine a construit un triangle tel que la longueur du petit côté vaut la moitié de celle du grand et la longueur du moyen vaut les trois quarts de celle du grand.

a. Écris une expression permettant de calculer le périmètre du triangle en fonction de la longueur L du plus grand des côtés.

b. Détermine le périmètre si L vaut 8 cm.

13 Le tricercle de Mohr



La figure ci-dessus est constituée de trois demi-cercles dont les centres appartiennent au segment [AB].

a. Réalise cette figure pour $x = 3$. Dans ce cas-là, calcule la longueur de chacun des trois demi-cercles (tu donneras la valeur arrondie des résultats au dixième).

b. Quel est alors le périmètre de la figure bleue délimitée par les trois demi-cercles ?

c. Même question pour $x = 8$.

d. Que remarques-tu ?

e. Exprime, en fonction de x et de π, la longueur de chacun des trois demi-cercles.

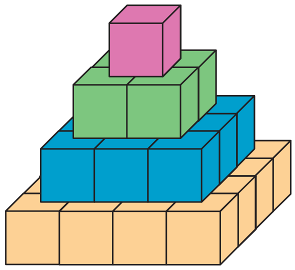
f. Déduis-en une expression du périmètre de la figure bleue en fonction de x et de π.

g. Que peux-tu dire de ce périmètre ? Justifie.

h. Utilise le résultat de la question précédente pour déterminer le périmètre de la figure bleue lorsque $x = 1$, puis pour $x = 5$ et enfin pour $x = 8{,}7$.

14 La pyramide de Gelo

Godtfred a construit une pyramide de briques Gelo. Il y a une brique au premier niveau, 4 briques au deuxième niveau, 9 briques au troisième niveau, comme sur le schéma suivant.



a. Combien y a-t-il de briques au quatrième niveau ? Au 20^{e} niveau ? Au n^{e} niveau ?

b. Combien y a-t-il de briques au total lorsque la pyramide compte un niveau ? Deux niveaux ? Trois niveaux ? Quatre niveaux ?

c. Godtfred veut savoir combien de briques seront nécessaires pour construire une pyramide à vingt niveaux. Il trouve sur internet les trois expressions suivantes où n représente le nombre de niveaux :

$$A = -6n + 7$$

$$B = \frac{5n^2 - 7n + 4}{2} \qquad C = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

d. En testant chacune des formules avec les valeurs trouvées à la question **b.**, quelles sont les formules que l'on peut éliminer d'office ?

e. Combien de briques sont nécessaires pour construire la pyramide à vingt niveaux ?

15 Volume d'un tonneau

Le volume V d'un tonneau est donné par la formule suivante :

$$V = \pi L \left[\frac{d}{2} + \frac{2}{3}\left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2}\right)\right]^2.$$

a. Calcule le volume de ce tonneau en m³. Tu donneras la valeur approchée à 0,001 m³ par excès, puis en litres à 1 litre par excès, sachant que :
L = 1,60 m d = 0,85 m D = 1,34 m.

b. Un viticulteur décide d'utiliser ce tonneau pour faire fermenter son raisin. Combien de bouteilles de 75 cl pourra-t-il remplir pour commercialiser son vin rouge ?

9782210106345-0MEP.indb 97 24/06/16 10:38

Je résous des problèmes

En utilisant le numérique

16 Sur Internet et avec tableur !

a. S'il est 10 h à Paris en été, quelle heure est-il au même moment à New-York ? Moscou ? Tokyo ?

b. Paris est à l'heure d'été. À l'aide d'un tableur, programme une feuille de calcul qui donne l'heure qu'il est dans une dizaine de villes du monde quand on entre l'heure de Paris.

17 Une suite de nombres

Voici une liste de 6 nombres : 2 ; 5 ; 7 ; 12 ; 19 ; 31.
Pour obtenir cette liste, on a choisi les deux premiers nombres au hasard (2 et 5). Les nombres suivants sont obtenus en ajoutant les deux qui précèdent. On note S la somme de ces six nombres.

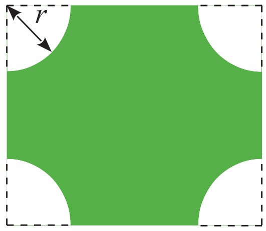
a. Vérifie que cette somme S est égale à 4 fois le cinquième nombre de la liste.

b. Avec un tableur, vérifie-le en choisissant d'autres nombres de départ.

c. Prouve que cette affirmation est toujours vraie, quels que soient les nombres choisis.

18 En technologie

Dans des plaques rectangulaires de cuivre (de 20 cm sur 23 cm), une machine usine quatre quarts de cercles de rayon r cm. C'est l'outilleur qui choisit sa valeur en réglant la machine. Si r est compris entre 0 et 10, l'aire de la plaque obtenue est : $\mathcal{A} = 460 - \pi r^2$.



a. À l'aide d'un tableur, trouve toutes les valeurs de l'aire lorsque r est un entier compris entre 0 et 10.

b. À l'aide d'un tableur, détermine, à 0,1 cm près, le rayon à choisir pour obtenir une aire égale à 206 cm^2.

c. Détermine, à 0,01 cm près, le rayon à choisir pour obtenir une aire égale à 177 cm^2.

19 Programme de calcul et tableur

a. Rédige un programme de calcul qui permet d'obtenir l'expression $2x(x - 6) + 4$ où x désigne le nombre choisi au départ.

b. Utilise un tableur afin de calculer cette expression pour les valeurs entières de x entre 10 et 20.

c. Quel nombre de départ permet d'aboutir à 274 quand on applique ce programme ?

20 Écrire un programme qui permet de réaliser cet enchaînement de calculs. Et teste le.

- Choisis un nombre x ;
- Multiplie ce nombre par 5 ;
- Ajoute 2 ;
- Enlève le nombre x de départ ;
- Enlève 2.

Chloé dit qu'à la seule annonce du résultat, elle est capable de retrouver très vite le nombre choisi. Comment fait-elle ?

21 Écrire un programme qui permet de réaliser cet enchaînement de calculs. Et teste-le. Que remarques-tu ? Explique pourquoi.

- Choisis un nombre x ;
- Dans A mettre $3x + 4$;
- Dans B mettre $2x - 4$;
- Dans C mettre $x + 8$;
- Calcule A – B – C.

22 Écrire un programme qui permet de calculer les expressions :
$A = (X - 2)^2$ $B = X^2 - 4X + 4$
$C = (X + 2)^2$ $D = X^2 + 4$.
A-t-on A = B ? C = D ?

23 Écrire un programme qui permet de tester l'inégalité $3X + 2 > 2X + 8$ pour différentes valeurs de pour différentes valeurs de X.

9782210106345-0MEP.indb 98 24/06/16 10:38

Calcul littéral

A7

Objectifs de cycle

■ Factoriser

Le facteur commun est « simple »	tests n° 1 et 2	Niveau 2
Le facteur commun est une expression littérale	tests n° 3, 4 et 5	Niveau 3

■ Développer en utilisant la distributivité simple

Avec des nombres positifs	tests n° 6	Niveau 1
Avec des nombres négatifs	tests n° 8 et 9	Niveau 2

■ Développer en utilisant la double distributivité

Avec des nombres positifs	tests n° 7	Niveau 1
Avec des nombres négatifs	tests n° 10	Niveau 2

■ Utiliser les identités remarquables

Factoriser	test n° 11	Niveau 3
Développer	test n° 12	Niveau 3

- Une fois introduit le rôle de la lettre et du signe égal, ce chapitre étudie les identités et comment transformer une expression littérale en une expression littérale qui lui est égale c'est à dire qui est vraie pour toutes valeurs que l'on donne aux lettres.
- À cet effet, la règle de la distributivité est introduite et étudiée puis étendue à la double distributivité.
- Les identités remarquables sont énoncées.

Activités de découverte

Activité 1 Rectangles cousins

Dans cette activité, on s'intéresse uniquement aux rectangles dont le périmètre est 40 cm.

1. Un rectangle a pour longueur $L = 16{,}5$ cm. Calcule sa largeur l puis son aire.

2. Donne les mesures d'un autre rectangle de même périmètre.

3. La longueur peut-elle valoir 8 cm ? Et 21 cm ?
Justifie et donne toutes les valeurs possibles pour la longueur.

4. Écris une expression pour calculer la largeur l en fonction de la longueur L.

5. En voulant exprimer l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle en fonction de sa longueur L, des élèves ont donné les réponses suivantes.

Gaël : $\mathcal{A} = L \times 20 - L$ Hamid : $\mathcal{A} = L \times (20 - L)$ Karen : $\mathcal{A} = 20\,L - L^2$
Inès : $\mathcal{A} = 2 \times L + 2 \times (20 - L)$ José: $\mathcal{A} = L \times 20 - 2 \times L$ Liam: $\mathcal{A} = L^2 - 20 \times L$

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ?

Activité 2 Développer $(a + b)(c + d)$

1. On considère le produit P = 86 × 53. Justifie les égalités suivantes :
P = 86 × 50 + 86 × 3 puis P = 80 × 50 + 6 × 50 + 80 × 3 + 6 × 3.
Déduis-en l'égalité : (80 + 6) × (50 + 3) = 80 × 50 + 6 × 50 + 80 × 3 + 6 × 3
puis calcule P sans poser de multiplication (et sans calculatrice !).

2. Complète : $(3x - 2)(5x + 4) = (... + ...) \times (... + ...)$.
Déduis-en un développement de ce produit.

3. Pour développer le produit $(2a + 3)(3a - 4)$, on peut poser la multiplication comme indiqué ci-contre.
Effectue-la sans oublier le décalage.
Quel type de nombre peut remplacer la lettre a ?

$$\begin{array}{rrr} & 2a & +3 \\ \times & 3a & -4 \\ \hline \end{array}$$

Activité 3 Factorisations

1. Pour chacune des expressions suivantes , indique quelle expression ou quel nombre peut jouer le rôle de k, quelles expressions ou quels nombres peuvent jouer le rôle de a et de b
(si on considère l'égalité $k(a + b) = ka + kb$)

A = $7x + 14$ (remarque : 14 = 7 × 2) ; B = $8y + 7y$; C = $6ab + 5a$; D = $6m - 9m^2$;

F = $(7x + 5)(3x + 2) + (7x + 5)(x - 9)$; G = $(x - 4)(3x - 5) - (8x + 7)(3x - 5)$.

Transforme chacune de ces expressions en un produit de facteurs.

2. Voici trois expressions développées et réduites : $9x^2 - 4$; $9x^2 - 12x + 4$ et $9x^2 + 12x + 4$.
Voici les expressions factorisées correspondantes : $(3x + 2)^2$; $(3x + 2)(3x - 2)$ et $(3x - 2)^2$.
a. Sans développer, associe chaque forme réduite à sa forme factorisée.
b. Contrôle tes réponses précédentes.

9782210106345-0MEP.indb 100 24/06/16 10:38

Cours et méthodes

Propriété de la simple distributivité (de la multiplication sur l'addition)

Soient k, a et b trois nombres.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.
- Transformer de gauche à droite s'appelle ***Développer***
- Transformer de droite à gauche s'appelle ***Factoriser***

1) Factoriser

Définition

Factoriser, c'est transformer une somme algébrique en produit.

↘ Entraîne-toi à **Factoriser une expression**

Le facteur commun peut avoir plusieurs formes : un nombre en écriture décimale, en écriture fractionnaire, sous forme d'une lettre ; une expression littérale.

Énoncé

Factorise : E = $14a - 7b$

Correction

E = $14a - 7b$

E = $7 \times 2a - 7 \times b$

E = $7 \times (2a - b)$

Énoncé

Factorise : F = $-x^2 + 3x$.

Correction

F = $-x^2 + 3x$.

F = $(-x) \times x + 3 \times x$

F = $x(-x + 3)$

Énoncé

Factorise :

D = $(9x - 4)(5x + 6) + (9x - 4)(3x + 11)$.

Correction

D = $(9x - 4)(5x + 6) + (9x - 4)(3x + 11)$.

D = $(9x - 4)(5x + 6) + (9x - 4)(3x + 11)$

D = $(9x - 4)[(5x + 6) + (3x + 11)]$

D = $(9x - 4)[5x + 6 + 3x + 11]$

D = $(9x - 4)(8x + 17)$

Énoncé

Factorise :

D = $(9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11)$.

Correction

D = $(9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11)$.

D = $(9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11)$

D = $(9x - 4)[(5x + 6) - (3x + 11)]$

D = $(9x - 4)[5x + 6 - 3x - 11]$

D = $(9x - 4)(2x - 5)$

Définition

Réduire une somme algébrique, c'est l'écrire avec **le moins de termes** possibles.

↘ Entraîne-toi à **Réduire une somme en factorisant**

Énoncé

Réduis : A = $\frac{2}{3}x + \frac{5}{4}x$

Correction

A = $\frac{2}{3}x + \frac{5}{4}x = \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{4}\right)x = \frac{23}{12}x$

Cours et méthodes

2 Développer

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

A. Développer en utilisant la simple distributivité

Entraîne-toi à Développer une expression

Énoncé

Développe : A = $3(x + 7)$.

Correction

A = $3(x + 7)$

A = $3 \times (x + 7)$

A = $3 \times x + 3 \times 7$

A = $3x + 21$

Énoncé

Développe : C = $-3{,}5(x - 2)$.

Correction

C = $-3{,}5(x - 2)$

C = $-3{,}5 \times (x - 2)$

C = $(-3{,}5) \times x + (-3{,}5) \times (-2)$

C = $-3{,}5x + 7$

B. Développer en utilisant la double distributivité

Propriété de la double distributivité

Pour tous nombres relatifs a, b, c et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Entraîne-toi à Développer avec la double distributivité

Énoncé

Développe et simplifie l'expression suivante :
D = $(3x + 1)(y + 4)$.

Correction

D = $(3x + 1)(y + 4)$.

D = $3x \times y + 3x \times 4 + 1 \times y + 1 \times 4$

D = $3xy + 12x + y + 4$

Énoncé

Développe et simplifie l'expression suivante :
E = $(3x - 1)(y - 4)$.

Correction

D = $(3x - 1)(y - 4)$.

D = $3x \times y + 3x \times (-4) - 1 \times y - 1 \times (-4)$

D = $3xy - 12x - y + 4$

9782210106345-0MEP.indb 102 24/06/16 10:38

3 Utiliser les identités remarquables

Propriété

Pour tous nombres a et b,

carré d'une somme : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

carré d'une différence : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

différence de deux carrés $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

A. Factoriser

Entraîne-toi à **Factoriser avec les identités remarquables**

Énoncé

Factorise les expressions suivantes.

- $A = x^2 + 6x + 9$.
- $B = 25x^2 - 20x + 4$
- $C = 64x^2 - 49$.

Correction

- $A = x^2 + 6x + 9$
  $A = \mathbf{x}^2 + 2 \times \mathbf{x} \times \mathbf{3} + \mathbf{3}^2$
  $A = (\mathbf{x} + \mathbf{3})^2$
- $B = 25x^2 - 20x + 4$
  $B = (\mathbf{5x})^2 - 2 \times \mathbf{5x} \times \mathbf{2} + \mathbf{2}^2$
  $B = (\mathbf{5x} - \mathbf{2})^2$
- $C = 64x^2 - 49$
  $C = (\mathbf{8x})^2 - \mathbf{7}^2$
  $C = (\mathbf{8x} + \mathbf{7})(\mathbf{8x} - \mathbf{7})$

B. Développer

Entraîne-toi à **Développer avec les identités remarquables**

Énoncé

Développe et réduis les expressions suivantes

- $A = (x + 1)^2$
- $B = (x - 4)^2$
- $C = (3x - 5)^2$.
- $D = (7x + 2)(7x - 2)$.

Correction

- $A = (\mathbf{x} + \mathbf{1})^2$
  $A = \mathbf{x}^2 + 2 \times \mathbf{x} \times \mathbf{1} + \mathbf{1}^2$
  $A = x^2 + 2x + 1$
- $B = (\mathbf{x} - \mathbf{4})^2$
  $B = \mathbf{x}^2 - 2 \times \mathbf{x} \times \mathbf{4} + \mathbf{4}^2$
  $B = x^2 - 8x + 16$
- $C = (\mathbf{3x} - \mathbf{5})^2$
  $C = (\mathbf{3x})^2 - 2 \times \mathbf{3x} \times \mathbf{5} + \mathbf{5}^2$
  $C = 9x^2 - 30x + 25$
- $D = (\mathbf{7x} + \mathbf{2})(\mathbf{7x} - \mathbf{2})$
  $D = (\mathbf{7x})^2 - \mathbf{2}^2$
  $D = 49x^2 - 4$

9782210106345-0MEP.indb 103 24/06/16 10:38

Je me teste

Niveau 2

1 Factorise les expressions suivantes.

$A = 10x - 8$ $B = 6y^5 - 8y^2$ $C = 3x^2 + 4x$

2 Factorise les expressions suivantes.

$D = 6x - 5x^2$ $E = 7uv + 21u^2$ $F = 2x + 10$ $G = 5a - 25$

Niveau 3

3 Écris chacune des expressions suivantes sous la forme $a(x + 7)$.

$A = 4x + 28$ $B = \frac{2}{3}x + \frac{14}{3}$ $C = 0{,}5x + 3{,}5$ $D = -5x - 35$

4 Fais apparaître le facteur commun.

$E = 3x^2 + 5xy$ $F = 25ab - 10a^2 + 30a$ $G = 4x(5 + 3x) + 7(5 + 3x)$

5 Factorise $M = (x + 2)(x - 4) + (x + 2)(x - 5)$

Niveau 1

6 Complète : $A = x(3 + 2x) = x \times\ ..\ +\ ..\ \times 2x = ... + ...$

7 Développe $A = 5(x + 3)$.

Niveau 2

8 Complète.

$B = 3a(4b - ...) = ... - 15a^2$ $C = 5x(3y - ...) = ...\ xy - 20x$

9 Développe les expressions suivantes.

$D = 3(a - 6b + 9)$ $E = -2t(5t - 4)$ $G = x^2(7x - 8)$

10 Développe $A = (x + 7)(4y - 5)$ $B = (-a + b)(x - y)$ et $C = \left(\frac{x}{2} - 5\right)\left(2z - \frac{3}{2}\right)$.

Niveau 3

11 Factorise les expressions suivantes en utilisant une identité remarquable.

$D = 16x^2 + 24x + 9$ $E = 49x^2 - 70x + 25$ $F = x^2 - 81$

1 Développe et réduis les expressions suivantes.

$A = (x + 6)^2$ $B = (x - y)^2$ $C = (3a + 1)^2$

$D = (6x - 5)^2$ $E = (z + 3)(z - 3)$ $F = (4x - 7y)(4x + 7y)$

➔ Voir Corrigés p. 368

9782210106345-0MEP.indb 104 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

Factoriser

1 Quelles sont les expressions factorisées ?

a. $4x^2 + 8x + 4$
b. $3(x - 5)$
c. $x + (3x + 2)$
d. $3x + 6$
e. $4x(x + 2)$
f. $3x - (x - 4)$

2 Factorise les expressions.

$A = 3x + 3$
$B = 9t + 9$
$C = 4 - 4y$
$D = 1{,}2 + 1{,}2r$

3 Facteur commun pas très discret

Pour chaque expression :
- Transforme la pour faire apparaître un facteur commun.
- Factorise la.

$A = 4x + 8$
$B = 7 + 21x$
$C = 2 - 16x$
$D = x^2 + 8x$

4 Factorise les expressions suivantes :

$A = 16x + 4$
$B = 9 - 72x$
$C = 12 - 8x$
$D = -6x - 18$
$E = 9x + 6$
$F = 42 - 14x$

5 Factorise les expressions suivantes :

$A = 54 - 18a$
$B = -49 + 21x$
$C = -36z + 63$
$D = 5b + 25$
$E = 3x^2 + x$
$F = 8t^2 + 2t$
$G = -x + 3x^2$
$H = 3y^2 + 9y^2$

6 Factorise les expressions suivantes :

$A = 4x^2 + 4x + 4$
$B = -5x^2 + 10x + 15$
$C = 9y^2 - 3y + 27$
$D = 3y^3 + y^2$

7 Factorise les expressions.

$A = 8x + 12y$
$B = 49a - 56b$
$C = 24x + 30y - 18z$
$D = 15xy + 30xz$
$E = 2x^2 + 8x$
$F = 25x^2y - 15xy^2$

8 Réduis les expressions suivantes :

a. $\dfrac{3x}{2} + \dfrac{x}{4}$
b. $\dfrac{5x}{6} + \dfrac{x-4}{3}$
c. $3 + \dfrac{x-1}{5}$
d. $-5x - \dfrac{3x-2}{4} + 3$

9 Facteur commun en toute lettre

Pour chaque expression :

a. Recopie chaque expression et souligne en couleur un facteur commun.

b. Factorise chaque expression.

$A = 5x + 2x + 10x$
$B = 3ax^2 - 3ax + 3a$
$C = 9x(x - 3) + 9x(10 + 2x)$
$D = (2x + 1)(8 + x) - (3x - 1)(2x + 1)$

10 Facteur commun bien plus plus malin

Pour chaque expression :

a. Recopie la et souligne en couleur un facteur commun.

b. Factorise la.

$E = 10x^2 - 5x + 15$
$F = 4x^2 + 7x$
$G = 9x^2(x + 1) + 6x(5 + x)$
$H = (11x - 3)^2 + (11x - 3)(5 + 9x)$

11 Factorise ces expressions.

$A = t^2 + 18t + 81$
$B = 4x^2 - 4xy + y^2$
$C = 81 + 16y^2 - 72y$
$D = x^2 + 36 - 12x$
$E = \dfrac{4}{9}p^2 + \dfrac{4}{3}pq + q^2$
$F = \pi^2 + 10\pi + 25$

12 Factorise les expressions suivantes.

a. $(x - 3)(2x + 1) + (x - 3)(5x - 7)$
b. $(5x - 6)(11x + 6) + 8(11x + 6)$
c. $(7x^2 - 5)(3x + 9) + (7x - 12)(3x + 9)$
d. $(8x - 5)(14x + 5) + (14x + 5)^2$

13 Factorise les expressions suivantes

a. $(2x - 3)(x + 2) - 5(2x - 3)$
b. $(5x + 1)(3x - 5) - (x - 3)(5x + 1)$
c. $(3x + 2)(-5x - 7) - (3x + 2)(x + 7)$
d. $(5x - 8)(7x - 3) - (7x - 3)^2$

14 Factorise les expressions suivantes.

$E = (2x + 1)^2 + (2x + 1)$
$F = 3(2x - 3)^2 - (2x - 3)$
$G = (x + 4)(3x + 4) - x - 4$
$H = (3x + 7)(2x + 1) + (x - 4)(-2x - 1)$

9782210106345-0MEP.indb 105 24/06/16 10:38

Je m'entraîne

15 Factorise les expressions suivantes :

a. $(2x - 3)(3x + 7) - 2x + 3$

b. $(5x - 4)^2 - 5x + 4$

c. $(2x + 7)^2 - 2x - 7 + (3x - 1)(2x + 7)$

d. $(5x + 2)(2x + 1) + (-2x - 1)^2$

Développer

16 Développe puis réduis les expressions.

$A = 3 \times (x + 2)$ $\quad$ $E = 1{,}6(x - 0{,}5)$

$B = 7 \times (x - 6)$ $\quad$ $F = 4(x + 1)$

$C = 1 \times (x + 5)$ $\quad$ $G = 7(3x - 8)$

$D = 4 \times (5 - x)$ $\quad$ $H = 6(2x + 9)$

17 Développe puis réduis les expressions.

$A = x(x + 2)$ $\quad$ $D = 5x(x - 1)$

$B = x(x - 6)$ $\quad$ $E = 6x(2 + 9x)$

$C = 3x(x + 5)$ $\quad$ $F = x(x^2 - 4)$

18 Développe les expressions suivantes :

$A = 3(x + 6)$ $\quad$ $D = -8(-5 - 3y)$

$B = 5(6 - y)$ $\quad$ $E = 6(4x - 9)$

$C = -7(2z - 3)$ $\quad$ $F = -12(-5 + 3z)$

19 Développe les expressions suivantes :

$A = (-3 + y) \times 9$ $\quad$ $D = -8(9 - 7x)$

$B = -6(2x - 7)$ $\quad$ $E = -8z(4 - 3z)$

$C = (3t + 2) \times 8$ $\quad$ $F = 3y(-4 + 6y)$

20 Développe les expressions suivantes :

$A = x(x + 4)$ $\quad$ $C = -2y(5 - y)$

$B = 7y(2 - 9y)$ $\quad$ $D = (9 - 3t) \times 4t$

21 Développe et réduis les expressions :

$A = 11 + 2(x - 6)$ $\quad$ $D = -15 - 9(-5 + 3b)$

$B = -3(2y - 4) - 2y$ $\quad$ $E = -5(6 - 3z) - 9 + z$

$C = 7 - 4(8 - 2a) + a$ $\quad$ $F = 12x - 4(6 - 3x)$

22 Soit l'expression littérale :

$F = 3(2x + 9) + 4(7 - x) - 12$

a. Développe et réduis F.

b. Calcule F pour x égal à 0 ; 2 et 0,1.

23 Développe et réduis les expressions :

$A = 3x - 5 + 5(2x - 2)$

$B = 4y - 6(3 - 2y) + 4(y - 1)$

$C = 5t^2 + 3(2t - 3) - 2t(t - 5)$

24 Développe puis réduis les expressions.

$A = 3(x + 6) + 2$ $\quad$ $D = 9(x - 6) + 2x$

$B = 4 + 3(2y - 2)$ $\quad$ $E = 3{,}5(2 - x) + 8{,}2$

$F = 2(3 + 5x) + 8(7 - x) + 4(x - 1)$

25 Développe et réduis les expressions :

$A = 11 + 2(x - 6) + 4(-3x - 6)$

$B = -2(x - 5) - 3(7 - 4x)$

$C = 8 + 2y - 5(2y - 6) + 4$

$D = -7y - 4(3y - 6) + 3 + 2(3y - 7)$

$E = -5z + 5z(z - 3) - 7(6 - 8z)$

26 Développe et réduis les expressions :

$A = 3\left(\frac{1}{4} + x\right) - \frac{1}{4}$ $\quad$ $C = \frac{3}{4}(x - 5) + \frac{1}{2}$

$B = \frac{2}{3}x + 5\left(x - \frac{1}{6}\right)$ $\quad$ $D = 2 + 3\left(\frac{1}{5}x - \frac{1}{3}\right)$

27 Développe puis réduis les expressions.

$A = x(x + 6) - x$ $\quad$ $C = 3x(x + 4) - 6x^2$

$B = x(y - 2) + xy$ $\quad$ $D = 9x(x^2 - 6) + 2x^2$

$E = 5x(3 + 5x) + x(5 + x) + 4x(2x + 1)$

$F = 7x(3x - 5) - 6x(8 + 7x)$

$G = 9(3 + 9x) + 4x^2(7 - 12x) - 11x(-5 + 8x)$

28 **Par paires**

Regroupe par deux les expressions qui sont égales.

$A = 6x^2 + 4$ $\quad$ $D = 3(2x^2 + 1) - 1$

$B = 6x^2 + 2$ $\quad$ $E = 6x(x^2 + 2x)$

$C = 3x^2(2x + 4)$ $\quad$ $F = 8x^2 - 4 - 2x^2 + 8$

29 Trouve l'intrus.

$A = 4(2x - 3)$ $\quad$ $B = 8x - 12$

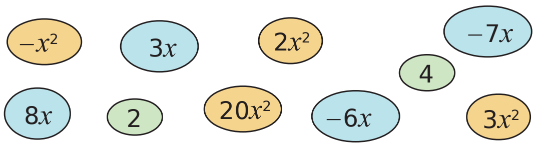
$C = 5(x - 4) + 3x + 8$

$D = 10(x - 1) - 2x$

$E = 6(2x - 3) + 2(3 - 2x)$

9782210106345-0MEP.indb 106 24/06/16 10:38

30 Chasse aux bulles



Développe et réduis ces expressions en utilisant les bulles pour répondre. Chaque bulle ne doit être utilisée qu'une seule fois dans l'exercice.

$A = 2x(x - 3)$ $\quad$ $C = (x + 1)(4 - x)$

$B = (5x + 2) \times 4x$ $\quad$ $D = (x - 2)(3x - 1)$

31 Calcul mental

a. Développe et réduis l'expression : $K = (x + 15)^2 - (x - 15)^2$.

b. Déduis-en le résultat de $1\,215^2 - 1\,185^2$.

Double distributivité

32 Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = (x + 4)(x + 3)$ $\quad$ $C = (3z + 4)(5 + 6z)$

$B = (y + 3)(2y + 8)$ $\quad$ $D = (7t + 8)(3 + 5t)$

33 Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = (7 - 3x)(9x - 3)$ $\quad$ $C = (4a + 6)(-3 - 5a)$

$B = (-2 - 3y)(4 - 8y)$ $\quad$ $D = (5z - 7)(8z + 2)$

34 Développe et réduis ces expressions.

$B = (x + 9)(3 - 2x)$ $\quad$ $D = (z - 2)(3 - z)$

$C = (3y + 5)(10 + y)$ $\quad$ $E = 5(3g + 1)(g - 2)$

35 Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = 3(x + 1)(x - 5)$ $\quad$ $C = -(y + 5)(3y - 6)$

$B = 2(-3 - t)(t - 7)$ $\quad$ $D = x(2x - 5)(2 - x)$

36 On considère les expressions :

$A = (x + 2)(x - 3) + (x - 3)$ et $B = (2x - 3)^2$.

a. Développer et réduire les deux expressions.

b. Calculer A pour $x = 3$ puis pour $x = 0$ en utilisant ses deux expressions.

c. Quelle forme de A permet un calcul rapide ?

d. Calculer B pour $x = 1{,}5$ puis pour $x = 0$.

37 Parmi les expressions suivantes, retrouve celles qui sont égales et justifie ta réponse :

$A = 16 - 4x^2$ $\quad$ $C = (4 - 2x)(4 + 2x)$

$B = (4 - 2x)^2$ $\quad$ $D = 4x^2 - 16x + 16$

38 Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = 3(2x - 6) - (3 - 5x)$

$B = (5 - 2y) - (-3y + 7)$

$C = 4(6 + z) + (z - 3)(2 - z)$

$D = (2t - 5)(3t + 2) - (t^2 + 6)$

39 Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = 3(-2x + 5) + (-2x + 5)(x - 3)$

$B = (2a - 5)(3 - 4a) - 2(5 - a)$

$C = -(3 - 4z)(z - 2)$

$D = -5r(2 - 3r) + (-r - 2)(2r + 5)$

40 Distributivité à gogo

a. On veut développer l'expression $A = 2(5x + 2)(3x + 1)$. Pour cela, développe d'abord l'expression $2(5x + 2)$ puis termine le développement de A.

b. Développe le produit $(x + 2)(3x + 2)$ et déduis-en le développement de :

$B = (x + 2)(3x + 2)(x + 4)$.

c. En t'inspirant des questions précédentes, développe les expressions suivantes :

- $C = 4(5x - 1)(3x + 3)$;
- $D = (1 - x)(1 + x)(2x + 1)$.

41 Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = (2x + 5)(-3x - 1) - 5(2 - x)$

$B = 2(-3x + 5) + (-3x + 7)(2x - 9)$

$C = 2t(3 - 4t) - (5 - a) + (9t + 2)(3t - 3)$

$D = -(5 - 2z)(z - 8)$

$E = -2s(2 - s) + (-s - 2)(s + 5)$

$F = (5x + 8)(-3x - 7) + (9x - 4)(-10 + 2x)$

$G = (3x - 5)(-2x + 1) - (5x - 1)(3 - 4x)$

$H = -5(6x - 4)(7x + 2) + 9x(8 - x)(5x + 4)$

$I = -8(x + 9y) - 5(3y + 5)(6 - x) + 8(3x - 5y)$

9782210106345-0MEP.indb 107 24/06/16 10:39

Je m'entraîne

Identités remarquables

42 Carré d'une somme

Développe puis réduis ces expressions.

$A = (a + 6)^2$

$B = (t + 10)^2$

$C = (5p + 4)^2$

$D = (5x + 2)^2$

$E = (4x + 7)^2$

$F = (1{,}5b + 3{,}4)^2$

$G = (0{,}7 + 2z)^2$

$H = (1{,}2 + y)^2$

43 Carré d'une différence

Développe puis réduis ces expressions.

$A = (5 - t)^2$

$B = (x - 8)^2$

$C = (4y - 1)^2$

$D = (3x - 7)^2$

$E = (6 - 9w)^2$

$F = (p - 2{,}4)^2$

$G = (10q - 1)^2$

$H = (1{,}4x - 1)^2$

44 Une autre identité

Développe puis réduis ces expressions.

$A = (x - 2)(x + 2)$

$B = (5 - y)(5 + y)$

$C = (3x + 5)(3x - 5)$

$D = (10 - 7z)(10 + 7z)$

$E = (5 + 4g)(5 - 4g)$

$F = (2{,}1x - 3)(2{,}1x + 3)$

$G = (2i + 6{,}1)(2i - 6{,}1)$

$H = (3{,}2j + 4)(4 - 3{,}2j)$

45 Méli-mélo

Développe puis réduis ces expressions.

$A = (9x - 7)^2$

$B = (x + 9)(11 - 5x)$

$C = (2x - 3)(2x + 3)$

$D = (11 + 8x)^2$

$E = (x + 1)^2 + 7x(2 - x)$

$F = (x + 3)(2x - 1) - 3x(2x + 5)$

$G = (4t + 1)(4t - 1) - (3t + 2)^2$

$H = 2(s + 5)(s - 5) + (4s + 3)^2$

$I = (3x + 4)^2 - (1 - 2x)(6 + x)$

46 Avec des fractions

Développe puis réduis ces expressions.

a. $\left(n - \frac{1}{6}\right)^2$

b. $\left(t + \frac{1}{4}\right)^2$

c. $\left(y + \frac{2}{5}\right)\left(y - \frac{2}{5}\right)$

d. $\left(4x - \frac{3}{8}\right)^2$

e. $\left(3x + \frac{7}{2}\right)^2$

f. $\left(\frac{2}{3}w + 5\right)\left(5 - \frac{2}{3}w\right)$

47 Recopie et complète les expressions.

a. $(.... + 4)^2 = x^2 + ... + ...$

b. $(y - ....)^2 = ... - 6y + ...$

c. $(.... + 6)(.... - ....) = k^2 - ....$

d. $(3x + ...)^2 = ... + ... + 4$

e. $(1 - ....)(.... + ...) = ... - 49x^2$

f. $(.... - 8)^2 = ... - 48x + ...$

g. $(.... + ...)(.... - 3) = 100y^2 - ....$

48 Sommes ou différences ?

Factorise ces expressions.

$A = t^2 + 81 + 18t$

$B = 4x^2 - 4xy + y^2$

$C = 81 + 16y^2 - 72y$

$D = x^2 + 36 - 12x$

$E = \frac{4}{9}p^2 + \frac{4}{3}pq + q^2$

$F = \pi^2 + 10\pi + 25$

49 Différences de deux carrés

Factorise ces expressions.

$A = x^2 - 16$

$B = 1 - y^2$

$C = 100x^2 - 9$

$D = 36 - 81z^2$

$E = 4\pi^2 - 25$

$F = (t + 3)^2 - 16$

$G = (2x + 1)^2 - 25$

$H = (3i + 7)^2 - (i + 5)^2$

50 Calcule mentalement.

a. 99^2

b. 102^2

c. 95×105

d. 49^2

e. $1\,009^2$

f. $1\,001 \times 999$

g. $105^2 - 95^2$

h. $1\,001^2 - 1\,000^2$

i. $2\,008^2 - 8^2$

j. $573^2 - 572^2$

Je résous des problèmes

Sciences, technologie et société

1 En physique

Au XVII[e] siècle, les physiciens et les astronomes effectuaient des calculs très complexes à la main. Le mathématicien anglais Hörner a mis au point une méthode efficace pour économiser des opérations, méthode encore utilisée de nos jours en informatique.

a. On considère les expressions $A = 2x^2 + 3x - 2$ et $B = -2 + x(3 + 2x)$. Pour une valeur de x donnée, indique le nombre de multiplications et d'additions à effectuer pour trouver le résultat dans chacune des deux expressions. Démontre ensuite que $A = B$.

Quel est alors l'intérêt de l'expression B par rapport à l'expression A ?

b. Transforme l'expression $C = 5x^2 - 6x - 4$ pour qu'elle contienne moins d'opérations à effectuer.

c. Démontre que pour tous nombres a, b et c on a $ax^2 + bx + c = x(ax + b) + c$

d. Transforme les expressions suivantes en utilisant plusieurs fois la même technique :

$D = 4x^3 - 5x^2 + 6x - 1$

$E = 4x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 6x + 2$

e. Calcule chacune des expressions D et E de deux façons différentes pour $x = 4$.
Quelle est la méthode la plus rapide ? Pourquoi ?

Programmes de calcul

2 Voici un programme de calcul :

- Choisis un nombre ;
- Ajoute 5 ;
- Multiplie par 3 le résultat obtenu ;
- Enlève 15.

a. Choisis des nombres pour tester ce programme de calcul.

b. Comment trouver le résultat le plus rapidement possible ?

3 Soient les deux programmes de calcul suivants :

Programme 1 :
- Choisis un nombre ;
- Ajoute 6 à ce nombre ;
- Multiplie le résultat par -2 ;
- Ajoute le quadruple du nombre choisi au départ.

Programme 2 :
- Choisis un nombre ;
- Soustrais 3 à ce nombre ;
- Multiplie le résultat par 4 ;
- Soustrais le double du nombre choisi au départ.

a. Teste ces deux programmes de calcul pour $x = 2$; pour $x = -3$ et enfin pour $x = 4$.

b. Que remarques-tu ?

c. Si l'on note x le nombre choisi au départ, écris une expression A qui traduit le programme 1.

d. De la même manière, écris une expression B pour le programme 2.

e. Comment peux-tu expliquer la remarque faite à la question **b.** ?

4 Le programme de calcul

On donne le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre ;
- Ajoute 6 ;
- Multiplie la somme obtenue par le nombre choisi au départ ;
- Ajoute 9 à ce produit ;
- Écris le résultat.

a. Écris les calculs intermédiaires et donne le résultat fourni lorsque le nombre choisi est 2. Recommence avec -5.

b. Écris ces deux résultats sous la forme de carrés de nombres entiers.

c. Développe $(x + 3)^2$.

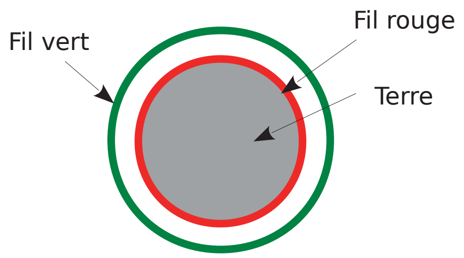
d. Démontre que le résultat est toujours un carré, quel que soit le nombre choisi au départ.

9782210106345-0MEP.indb 109 24/06/16 10:39

Je résous des problèmes

Résoudre un problème géométrique

5 Tour de taille



a. On veut dérouler un fil rouge autour de la Terre au niveau de l'équateur. En supposant qu'on assimile la Terre à une sphère et qu'on note r son rayon, exprime la longueur L_r du fil rouge en fonction de r.

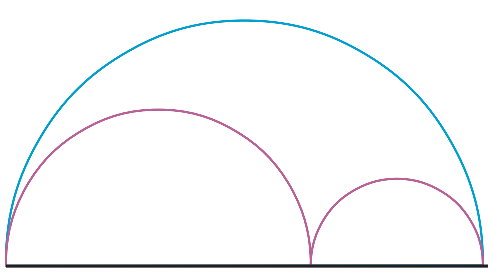
b. On veut dérouler, cette fois-ci, un fil vert à un mètre au dessus du fil rouge. Exprime la longueur L_v du fil vert en fonction de r.

c. Calcule et réduis l'expression $L_v - L_r$. Cette expression dépend-elle du rayon ? Qu'en déduis-tu ?

d. Sachant que le rayon de la Terre est d'environ 6 500 km, calcule la longueur du fil rouge puis déduis-en par une simple addition, la longueur du fil vert.

6 Demi-cercles

Sur le schéma ci-dessous, le demi-cercle bleu a pour rayon R et les deux demi-cercles violet ont pour rayons R_1 et R_2 tels que $R = R_1 + R_2$.



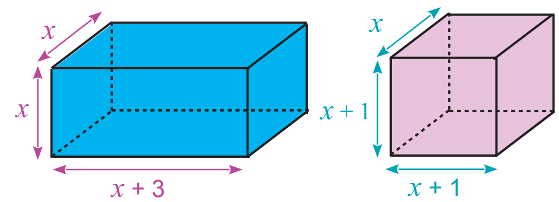
a. Exprime la longueur de l'arc bleu en fonction de R.

b. Exprime la longueur des arcs violet en fonction de R_1 et R_2.

c. Montre par un calcul littéral que ces deux longueurs sont égales.

7

On considère les deux parallélépipèdes rectangles suivants :

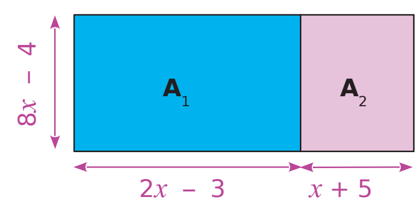


a. Calcule les deux volumes pour $x = 1$. Que remarques-tu ?

b. Exprime, en fonction de x, les deux volumes. Que remarques-tu ? Comment expliquer alors le résultat de la question **a.** ?

8

On considère la figure suivante (x désigne un nombre supérieur ou égal à 2) :

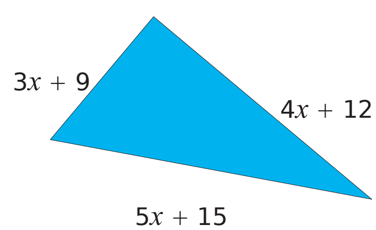


a. Exprime en fonction de x les aires $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_2$.

b. Déduis-en une expression de l'aire totale **A** de la figure.

c. Calcule $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$ et **A** pour $x = 6$.

9 Triangle rectangle

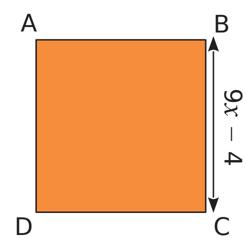


x est un nombre positif. Montre que le triangle ci-dessus est un triangle rectangle.

10 Carré

a. Exprime l'aire du carré ABCD en fonction de x puis développe l'expression ainsi obtenue.

b. Calcule l'aire de ce carré lorsque $x = \dfrac{2}{3}$.



9782210106345-0MEP.indb 110 24/06/16 10:39

Résoudre un problème numérique

11 On souhaite démontrer que la somme de deux nombres pairs est un nombre pair.

a. Teste cette affirmation sur des exemples.

b. Explique pourquoi un nombre pair peut s'écrire sous la forme $2n$ où n est un entier.

c. Exprime la somme de deux nombres pairs $2n$ et $2p$ en fonction de n et p entiers.

d. Conclus.

12 Marie dit qu'en ajoutant deux nombres impairs, on obtient toujours un nombre impair.

a. Prouve-lui qu'elle a tort à l'aide d'un contre-exemple.

b. En utilisant la variable n, écris une expression désignant un nombre pair puis une autre désignant un nombre impair.

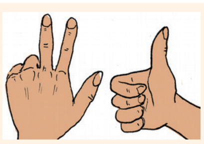
c. Utilise la question **b.** pour démontrer à Marie que la somme de deux nombres impairs n'est jamais impaire.

13 Calculatrice digitale

Pour calculer 6×8, Jérôme a vu son professeur de mathématiques opérer de la façon suivante.

Pour faire 6, avec la main droite je lève 1 doigt.

Pour faire 8, avec la main gauche je lève 3 doigts.



J'additionne les doigts levés des deux mains : $1 + 3 = 4$.

Je multiplie le nombre de doigts baissés à droite par le nombre de doigts baissés à gauche : $4 \times 2 = 8$.

Le résultat est 48.

a. Vérifie que cette astuce fonctionne pour 7×9 et pour 6×6. (L'éventuelle retenue de la multiplication s'ajoute à la somme des doigts levés.)

b. Démontre cette méthode de calcul de $a \times b$ avec les doigts pour a et b compris entre 6 et 9.

14 Remarquable !

Soit $G = a(a - b) + b(a - b)$

a. Développe et réduis l'expression G.

b. Factorise G en mettant $(a - b)$ en facteur.

c. Déduis-en une égalité remarquable.

15 Carré

n désigne un nombre entier.

On pose $A = (3n + 1)^2 + 16n^2 - 26n + 3$.

a. Développe et réduis A.

b. Montre que A est le carré d'un nombre entier.

16 Remarquable

a. Effectue les calculs suivants.

- $3^2 - 2 \times 4$
- $5^2 - 4 \times 6$
- $10^2 - 9 \times 11$
- $14^2 - 13 \times 15$

b. Recopie et complète : « Si n est un entier, il semble que $n^2 - (n - 1) \times (n + 1) = \ldots$.»

c. Prouve l'égalité obtenue à la question **b.**

17 Idée fausse

a. On considère les expressions $A = (2x + 3)^2$ et $B = (2x)^2 + 3^2$. Calcule ces expressions pour $x = 0$ et pour $x = 10$. Qu'en déduis-tu ?

b. Peut-on dire que pour tout nombre a et tout nombre b non nuls, les expressions $(a + b)^2$ et $a^2 + b^2$ sont égales ? Justifie. Développe alors l'expression $(a + b)^2$.

c. On considère les deux expressions $C = (2x + 3)(2x - 3)$ et $D = (2x)^2 - 3^2$. Calcule ces expressions pour $x = 0$ puis pour $x = 10$. Qu'en déduis-tu ? Démontre-le.

d. Développe alors l'expression : $(a + b)(a - b)$.

18 Calcul mystère

a. Calcule les expressions $2001 \times 1999 - 2000^2$ et $47 \times 45 - 46^2$. Que remarques-tu ?

b. Développe et réduis l'expression suivante : $(x + 1)(x - 1) - x^2$

c. Les résultats obtenus à la question **a.** étaient-ils prévisibles ? Justifie.

19 Petites démonstrations

a. Que dire de la somme de deux nombres pairs ? De deux nombres impairs ? Pourquoi ?

b. La somme de deux nombres consécutifs est-elle paire ou impaire ? Justifie.

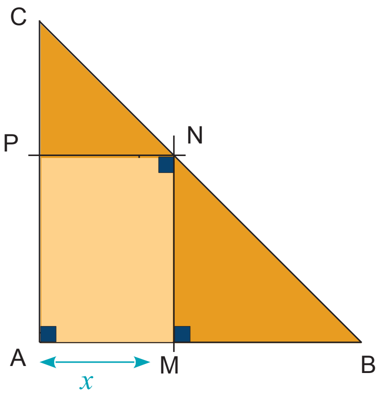
c. Que dire du produit de deux nombres pairs ? De deux nombres impairs ? De deux nombres consécutifs ? Pourquoi ?

Je résous des problèmes

En utilisant l'informatique

20 Optimisation

Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A tel que AB = 10 cm.



a. Quelle est la nature du quadrilatère AMNP ? Justifie. Démontre que les triangles CPN et MNB sont isocèles.

b. Quelles valeurs peut prendre le nombre x ?

c. Exprime la longueur AP en fonction de x et déduis-en l'aire du rectangle AMNP en fonction de x.

d. À l'aide d'un tableur, programme les cellules pour compléter automatiquement la feuille de calculs suivante :

	A	B	C	D	...	K	L
1	Valeur de x (en cm)	0	1	2	...	9	10
2	Aire de AMNP (en cm²)				...		

e. Où semble se trouver le point M quand l'aire de AMNP est maximale ? Que dire alors de cette aire par rapport à l'aire du triangle ABC ?

f. Pour quelle(s) valeur(s) de x, l'aire de AMNP est-elle égale à 10 cm² (tu donneras un encadrement à l'unité) ?

À l'aide du tableur, affine la (les) valeur(s) de x trouvée(s) au dixième puis au centième, en changeant le pas.

g. Vérifie graphiquement les résultats trouvés aux questions **e.** et **f.**.

Pour cela, tu inséreras un graphique.

21 Programme de calcul

a. Écris un programme qui permet de réaliser cet enchaînement de calculs et teste-le.

- Choisis un nombre x ;
- Multiplie ce nombre par 5 ;
- Ajoute 7 ;
- Prends le double du résultat ;
- Enlève 14.

b. Mathilde dit qu'à la seule annonce du résultat, elle est capable de retrouver très vite le nombre choisi. Comment fait-elle ?

22 Programme de calcul

a. Écris un programme qui permet de réaliser cet enchaînement de calculs et teste-le.

- Choisis un nombre x ;
- Multiplie ce nombre par -1 ;
- Ajoute 10 ;
- Prends le triple du résultat ;
- Enlève 30 ;
- Divise par -3.

b. Que remarques-tu ? Explique pourquoi.

23 Programme de calcul

a. Écris un programme qui permet de calculer l'expression : $Y = 4X^2 + 4X + 1$ pour différentes valeurs de X.

b. Que remarques-tu ? Explique pourquoi.

24 Programme de calcul

a. Écris un programme qui permet de calculer les expressions ci-dessous pour différentes valeurs de X.

$A = (X - 2)^2$ et $B=(X + 2)(X - 2)$.

b. A-t-on A = B ?

25 Programme et calcul littéral

Écris un programme qui donne les coefficients a, b et c à partir de la donnée de A et B pour le calcul de $(Ax + B)^2 = ax^2 + bx + c$.

9782210106345-0MEP.indb 112 24/06/16 10:39

Équation, inéquation

A8

Objectifs de cycle

- **Résoudre une équation du 1er degré**

Type $ax = b$, $a + x = b$	test n° 1	Niveau 1
Type $ax + b = c$, type $ax + b = cx + d$	test n° 2	Niveau 2
Avec des fractions	test n° 3	Niveau 3

- **Résoudre une équation produit** — test n° 4 — Niveau 3
- **Résoudre une inéquation** — test n° 5 — Niveau 3
- **Résoudre un problème utilisant les équations** — tests n° 6, 7 et 8 — Niveau 2, Niveau 3
- **Résoudre un problème utilisant les inéquations** — test n° 9 — Niveau 3

- Une fois introduit le rôle de la lettre et du signe égal, ce chapitre étudie les résolutions d'équations qui consistent à trouver tous les nombres qui rendent l'égalité vraie. Les inéquations sont également étudiées à la suite.
- À cet effet, le vocabulaire puis les règles de résolution sont énoncées.
- Les équations produits sont abordées comme des équations se ramenant à des équations du 1er degré.
- Les équations et inéquations sont utilisées ensuite pour résoudre des problèmes pour lesquels les procédures d'intuition ou d'essai-erreur ne suffisent plus.

Activités de découverte

Activité 1 Tout un programme

1. Trois programmes de calculs

Alice et Bertrand saisissent le même nombre de départ sur leurs calculatrices puis effectuent les programmes de calculs suivants :

- Alice multiplie le nombre de départ par 8 puis ajoute 7 au résultat obtenu.
- Bertrand multiplie le nombre de départ par 6 puis ajoute 13 au résultat obtenu.

a. Ils s'aperçoivent alors que leurs calculatrices affichent le même résultat. Quel est le nombre de départ qu'ils ont choisi ?

Chloé effectue, avec le même nombre de départ qu'Alice et Bertrand, le programme de calculs suivant :

- Chloé multiplie le nombre de départ par 3 puis ajoute 30 au résultat obtenu.

b. Trouve-t-elle le même résultat qu'Alice et Bertrand ? Justifie.

2. Avec un tableur

Chaque programme de calculs précédent débute maintenant par un même nombre.

a. Dans un tableur, construis le tableau ci-dessous. Programme la cellule B2 en fonction de la cellule B1 pour obtenir le résultat de la suite de calculs d'Alice.
Procède de la même façon pour les programmes de calculs de Bertrand et Chloé.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Alice											
3	Bertrand											
4	Chloé											

b. Retrouve la réponse de la question **b.** de la partie **1.**

c. A l'aide du tableur, détermine le nombre qu'Alice et Chloé doivent entrer pour trouver le même résultat.

d. A l'aide du tableur, détermine le nombre que Bertrand et Chloé doivent entrer pour trouver le même résultat.

Activité 2 Égalités et opérations

Ali et Sonia ont le même nombre de billes.

1. Si tu donnes autant de billes à l'un qu'à l'autre, auront-ils toujours le même nombre de billes ?

2. Si tu prends des billes à Ali, que dois-tu faire pour qu'ils aient toujours le même nombre de billes ?

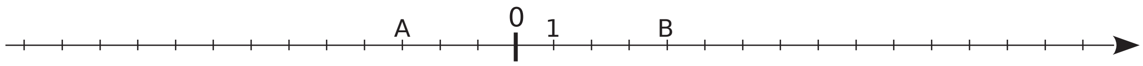
3. Sonia double son nombre de billes en jouant. Que doit faire Ali pour conserver le même nombre de billes que Sonia ?

4. Ali partage équitablement son paquet de billes en trois paquets et n'en garde qu'un seul, donnant les autres à ses camarades. Sonia décide de faire la même chose. Ali et Sonia ont-ils toujours le même nombre de billes ?

5. Énonce les propriétés que tu viens de mettre en évidence.

9782210106345-0MEP.indb 114 24/06/16 10:39

Activité 3 Ordre et opérations



Reproduis sur ton cahier la droite graduée ci-dessus en prenant un carreau comme unité de graduation.

1. Les points A et B ont pour abscisses respectives a et b. Place sur cette droite les points d'abscisses a ; b ; $-a$; $-b$; $3a$; $3b$; $-2a$; $-2b$; $a + 5$ et $b + 5$.

2. Recopie et complète par le symbole d'une inégalité.

$a \ldots b$ $\qquad -a \ldots -b$ $\qquad 3a \ldots 3b$ $\qquad -2a \ldots -2b$ $\qquad a + 5 \ldots b + 5$

Activité 4 Résolution algébrique et graphique d'équations

On se donne un nombre x. Pour différentes valeurs de x, on cherche à évaluer les expressions ci-dessous et en particulier à trouver les valeurs de x qui rendent nulles ces expressions :

$B = 3x(3x + 6)(x + 3)$ $\qquad C = (10x + 7)(x - 5)(x + 3)$ $\qquad D = (x + 3)(4x - 1)(x - 3)$

1. En utilisant un tableur, programme les formules permettant de calculer B, C et D pour les valeurs entières de x comprises entre -5 et 5.

Valeurs de x	B	C	D
− 5			
− 4			
⋮			
4			
5			

2. À partir du tableau, donne des valeurs qui annulent B, C et D.

3. A l'aide du tableur, insère un graphique de type « ligne ». Combien vois-tu de valeurs de x annulant B, C et D ? On admettra qu'il n'y en a pas d'autre.

4. Pour aider à la recherche de toutes les valeurs annulant C et D, construis un nouveau tableau pour les valeurs de x comprises entre -1 et 1 avec un pas de 0,1.

5. Donne toutes les valeurs annulant l'expression C.

6. As-tu trouvé toutes celles annulant D ? En construisant un dernier tableau, conclus.

7. En observant attentivement les expressions B, C et D, que remarques-tu sur les valeurs qui annulent chacune d'elles ? Que peux-tu en conclure ?

9782210106345-0MEP.indb 115 24/06/16 10:39

Cours et méthodes

Dans le chapitre A6, tu as appris à remplacer des lettres par leur valeur et évaluer ainsi des expressions. Dans ce chapitre, il s'agit de trouver TOUS les nombres qui rendent l'égalité vraie.

Définition

Une **(in)équation** est une (in)égalité entre deux expressions comportant des lettres appelées inconnues.

Des lettres différentes représentent des nombres *a priori* différents et une même lettre écrite à plusieurs endroits représente obligatoirement le même nombre.

» **Exemple 1 :** $2x^2 - 5 = x + 10$ est une **équation** où l'inconnue est désignée par la lettre x.
Cette équation a deux membres : $2x^2 - 5$ (membre de gauche) et $x + 10$ (membre de droite).

» **Exemple 2 :** $3x - 2xy + 5y^2 > 5x^2y + 3$ est une **inéquation** à deux inconnues x et y.

Définitions

Résoudre une équation (ou une **inéquation**) d'inconnue x, c'est déterminer toutes les valeurs de x (si elles existent) pour lesquelles l'égalité (ou l'inégalité) est vraie. Chacune de ces valeurs est appelée **solution de l'équation** (ou de l'inéquation).

1 Résoudre une équation du premier degré

Propriétés

	Pour tous nombres a, b et c :
Une égalité reste vraie **si on ajoute ou si on soustrait un même nombre** à ses deux membres.	si $a = b$ alors $a + c = b + c$ si $a = b$ alors $a - c = b - c$
Une égalité reste vraie **si on multiplie ou si on divise** ses deux membres **par un même nombre non nul**.	si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$ si $a = b$ alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (où $c \neq 0$)

Entraîne-toi à Résoudre une équation

Énoncé

Résous les équations suivantes :

- $x - 5 = 3$
- $4x = 9$
- $\frac{x}{5} = 7$

Correction

- $x - 5 = 3$
  $x - 5 + 5 = 3 + 5$
  $x = 8$
  La solution de cette équation est 8.
- $4x = 9$
  $4x \div 4 = 9 \div 4$
  $x = \frac{9}{4}$
  La solution de cette équation est $\frac{9}{4}$.
- $\frac{x}{5} = 7$
  $\frac{x}{5} \times 5 = 7 \times 5$ donc $x = 35$
  La solution de cette équation est 35.

9782210106345-0MEP.indb 116 24/06/16 10:39

■ **Énoncé**

Résous les équations suivantes.

- $3x + 8 = 9$
- $7x + 2 = 4x + 9$.

Correction

- $3x + 8 = 9$

$3x + 8 - 8 = 9 - 8$

$3x = 1$

$3x \div 3 = 1 \div 3$

$x = 1 \div 3$

La solution de cette équation est $\frac{1}{3}$.

- $7x + 2 = 4x + 9$

$7x + 2 - 4x = 4x + 9 - 4x$

$3x + 2 = 9$

$3x + 2 - 2 = 9 - 2$

$3x = 7$

$3x \div 3 = 7 \div 3$

$x = \frac{7}{3}$

La solution de cette équation est $\frac{7}{3}$

Définition

Une **équation-produit** est la forme factorisée d'une équation du second degré qui se résout en utilisant les techniques de résolution des équations du premier degré.

Propriété

Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

Entraîne-toi à **Résoudre une équation produit**

■ **Énoncé**

Résous $(x + 3)(x - 7) = 0$.

Pour que ce produit soit nul, il faut et suffit que l'un de ses facteurs au moins soit nul.

C'est-à-dire : $x + 3 = 0$ ou $x - 7 = 0$

$x = -3$ ou $x = 7$

Les solutions de l'équation-produit $(x + 3)(x - 7) = 0$ sont -3 et 7.

2 Résoudre une inéquation du 1^er degré

Propriétés

	Pour tous nombres a, b et c :
On **ne change pas** le sens d'une inégalité si on ajoute ou si on soustrait un même nombre à ses deux membres.	si $a \leqslant b$ alors $a + c \leqslant b + c$ si $a \leqslant b$ alors $a - c \leqslant b - c$
On **ne change pas** le sens d'une inégalité si on multiplie ou si on divise ses deux membres par un même nombre **positif non nul**.	si $a \leqslant b$ et $c > 0$ alors $a \times c \leqslant b \times c$ et $\frac{a}{c} \leqslant \frac{b}{c}$
On **change** le sens d'une inégalité si on multiplie ou si on divise ses deux membres par un même nombre **négatif non nul**.	si $a \leqslant b$ et $c < 0$ alors $a \times c \geqslant b \times c$ et $\frac{a}{c} \geqslant \frac{b}{c}$

9782210106345-0MEP.indb 117 24/06/16 10:39

Cours et méthodes

↘ Entraîne-toi à **Résoudre une inéquation**

Énoncé

Résous l'inéquation suivante d'inconnue x :
$7x - 3 > 2x - 1$.

Correction

$$7x - 3 > 2x - 1$$
$$7x - 3 - 2x > 2x - 1 - 2x$$
$$5x - 3 > -1$$
$$5x - 3 + 3 > -1 + 3$$
$$5x > 2$$
$$x > \frac{2}{5}$$

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à $\frac{2}{5}$

Résous l'inéquation suivante d'inconnue x :
$-3x - 8 \leqslant x - 1$.

Correction

$$-4x - 8 \leqslant -1$$
$$-4x \leqslant 7$$
$$x \geqslant -\frac{7}{4}$$

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à $-\frac{7}{4}$.

3 Résolution de problèmes

Définition

Mettre en équation un problème, c'est traduire son énoncé par une égalité mathématique avec une inconnue. Résoudre l'équation trouvée permet de répondre au problème posé.

↘ Entraîne-toi à **Résoudre un problème**

Énoncé

Trouve le nombre tel que son quintuple augmenté de 7 soit égal à 3.

Correction

Étape n°1 : Choix de l'inconnue

Soit x le nombre cherché.

Étape n°2 : Mise en équation

Le quintuple du nombre augmenté de 7 est $5x + 7$.
Pour trouver le nombre recherché, il suffit de résoudre : $5x + 7 = 3$

Étape n°3 : Résolution de l'équation

$5x + 7 = 3$

$5x + 7 - 7 = 3 - 7$

$5x = -4$

$\frac{5x}{5} = \frac{-4}{5}$

Étape n°4 : Conclusion

Le nombre cherché est donc $-\frac{4}{5}$.

Énoncé

Jean a eu 50 € de la part de ses grand-parents pour son anniversaire. Il souhaite s'acheter des BD Manga. Sur internet, un livre coûte 6,90 € avec 10 € de frais de port. Combien peut-il s'acheter de livres ?

Correction

Étape n°1 : Choix de l'inconnue

Soit x le nombre de livres que Jean pourra acheter.

Étape n°2 : Mise en équation

Un livre coûte 6,90 € donc x livres coûteront $6{,}90 \times x$ €. Avec 10 € de frais de port, cela fera $6{,}90 \times x + 10$ €.
Il suffit de résoudre : $6{,}90 \times x + 10 < 50$

Étape n°3 : Résolution de l'inéquation

$6{,}90 \times x < 40$ $\qquad$ $x < 40 \div 6{,}90$

Étape n°4 : Conclusion

Jean pourra s'acheter 5 livres.

9782210106345-0MEP.indb 118 24/06/16 10:39

Je me teste

Niveau 1

1 Résous les équations suivantes.

a. $6x = 24$

b. $8+x = 51$

Niveau 2

2 Résous les équations suivantes.

a. $3x + 5 = 4$

b. $7x + 8 = 14x$

c. $5x - 3 = 7 + 9x$

Niveau 3

3 Simplifie les équations suivantes puis résous-les.

a. $7(2x + 3) - 23 = -x + 5(2x + 1)$

b. $\dfrac{x}{3} + 2 = \dfrac{5x}{6} - 1$

c. $(x + 1)(x - 2) = x^2 + 2$

4 Résous les équations produit suivantes.

a. $(x - 4)(x + 9) = 0$

b. $(4x - 1)(9x - 2) = 0$

c. $(3x + 2)^2 = 0$

5 Résous les inéquations d'inconnue x suivantes.

a. $7x + 3 > 2x - 2$

b. $2x - 5 \geqslant 4x + 8$

c. $-5x - 9 \leqslant -x + 2$

d. $-2x + 3 < -9$

6 Que vaut le nombre x si le triple de la différence de x et de 7 est égal à la moitié de la somme de x et de 1 ?

7 J'ai deux ans de plus que Julie et Marc a le double de mon âge. À nous trois, nous avons 110 ans. Quel est mon âge ?

8 Trouve la (ou les) valeur(s) de x pour qu'un parallélogramme de base $(4x - 5)$ et de hauteur 7 et un rectangle de longueur $(3x + 1)$ et de largeur $(4x - 5)$ aient la même aire.

9 Après avoir ajouté 5 au triple d'un nombre, on obtient un nombre négatif. Que peux-tu dire du nombre choisi au départ ?

➔ **Voir Corrigés p. 368**

9782210106345-0MEP.indb 119 24/06/16 10:39

Je m'entraîne

Résoudre une équation

1 Équations du type $x + a = b$

Résous les équations suivantes :

a. $x + 6 = 8$
b. $t - 7 = 3$
c. $y + 11 = 10$
d. $1 + x = -2$
e. $t - 5 = -3$
f. $x - 5{,}3 = -3{,}2$
g. $y + 15{,}7 = -30$
h. $-5{,}4 + t = 4{,}85$
i. $x + 7 = -1{,}2$
j. $y - 59{,}7 = -100$

2 Résous les équations suivantes :

a. $x - \frac{5}{4} = \frac{4}{3}$
b. $x + \frac{7}{3} = \frac{5}{7}$
c. $x - \frac{5}{8} = \frac{3}{12}$
d. $\frac{1}{3} - x = -\frac{2}{9}$
e. $\frac{5}{18} - x = \frac{11}{45}$
f. $x - \frac{12}{25} = -\frac{11}{15}$

3 Équations du type $ax = b$

Résous les équations suivantes :

a. $3x = 9$
b. $5y = 3$
c. $4z = -7$
d. $-2z = -8$
e. $7x = 4$
f. $-y = -7{,}2$
g. $-y = 15{,}7$
h. $4{,}4z = 0$
i. $2{,}7x = -1{,}2$

4 Équations du type $ax = b$

Résous les équations suivantes :

a. $\frac{z}{5} = \frac{3}{4}$
b. $\frac{x}{7} = \frac{7}{6}$
c. $\frac{x}{11} = -\frac{2}{13}$
d. $\frac{x}{-8} = \frac{8}{9}$
e. $-\frac{x}{12} = \frac{7}{3}$
f. $\frac{7x}{2} = \frac{1}{4}$
g. $\frac{2x}{9} = -\frac{7}{27}$
h. $\frac{-3x}{7} = \frac{7}{8}$
i. $\frac{-11}{9}x = \frac{-1}{5}$

5 Équations du type $ax + b = c$

Résous les équations suivantes :

a. $2x - 2 = 2$
b. $3z - 10 = 11$
c. $1 - y = 0$
d. $1 + 5x = -39$
e. $2 + 3z = 9$
f. $6 - y = -2{,}3$
g. $7 - 3x = -22$
h. $5 + 6z = -11$
i. $-x - 9 = 11{,}2$
j. $9{,}7y - 5{,}7 = -1{,}7$

6 Équations du type $ax + b = c$

Résous les équations suivantes :

a. $\frac{7}{9}y + 5 = 8$
b. $\frac{1}{16}x - 2 = \frac{5}{8}$
c. $\frac{1}{4}x - \frac{3}{8} = \frac{2}{3}$
d. $\frac{3}{7}y - \frac{5}{35} = -\frac{8}{14}$

7 Équations du type $ax + b = 0$

a. Résous les équations suivantes :

$4x - 12 = 0$ $\quad$ $4x + 1 = 0$
$2x - 3 = 0$ $\quad$ $2 - 3x = 0$

b. On considère l'équation $ax + b = 0$ où a et b sont des nombres relatifs, a étant non nul.
Exprime la solution x de cette équation en fonction de a et de b.
Vérifie alors tes résultats précédents.

c. Déduis-en directement la solution de chacune des équations suivantes :

$2x + 8 = 0$ $\quad$ $2 - 7x = 0$
$3x - 1 = 0$ $\quad$ $7x + 8 = 0$
$11x + 1 = 0$ $\quad$ $2{,}8 - 4x = 0$

8 Méli mélo

a. Résous les équations suivantes :

$7x = 28$ $\quad$ $x - 7 = -28$
$7 + x = 28$ $\quad$ $7 + x = -28$
$-7x = -28$ $\quad$ $x - 7 = 28$
$7x = -28$ $\quad$ $-7x = 28$
$7 - x = 28$ $\quad$ $7 - x = -28$

b. Regroupe les équations qui ont la même solution et explique pourquoi.

c. Sans faire de calculs et en justifiant, donne la solution de chacune des équations suivantes :

$-x - 7 = 28$ $\quad$ $-x - 7 = -28$

9 Solutions particulières

Résous les équations suivantes :

a. $6x = 6x + 1$ $\quad$ **b.** $3n = 0$ $\quad$ **c.** $0y = 0$

10 Équations du type $ax + b = cx + d$

Résous les équations suivantes :

a. $5x = 3x + 3$
b. $8x = 12x + 4$
c. $4 - 7y = 10y$
d. $7x + 1 = -4 - x$
e. $2 + 3x = 7 - 3x$
f. $5 + 6x = -x - 9$
g. $11x + 3 = 8x + 7$
h. $5{,}5x + 1{,}5 = 9x + 6$
i. $7 - 3{,}3x = 2x - 9{,}7$
j. $5{,}1 - x = -8x + 1{,}7$

9782210106345-0MEP.indb 120 24/06/16 10:39

11 **Plus complexe**

Résous les équations suivantes :

a. $4(x + 5) = 10x + 3$

b. $3(x - 2) = 6(x + 4)$

c. $7x - (5x + 3) = 5(x - 3) + 2$

d. $7(n + 2) - 3 = 25 - (3n + 4)$

e. $4y + 3(4y - 2) = 3(y + 1)$

12 Résous les équations suivantes :

a. $\frac{x}{3} = \frac{x}{4} - \frac{6}{5}$

b. $\frac{5x}{8} - \frac{3}{10} = \frac{7x}{40}$

c. $\frac{2x}{7} + \frac{3}{14} = \frac{x}{7} - \frac{1}{14}$

d. $\frac{2}{5}x - \frac{1}{9} = \frac{3}{9}x + \frac{4}{5}$

Résoudre une équation produit

13 **Équations produit**

Résous les équations suivantes.

a. $(x + 1)(x - 8) = 0$

b. $(5x - 3)(6 + x) = 0$

c. $(11 - 8x)(3x + 7) = 0$

d. $(7 - x)(x - 7) = 0$

e. $2x(3x + 2)(3x - 1) = 0$

14 Soit $A = (y + 5)(y - 2) - 6(y + 5)$.

a. Développe et réduis l'expression A.

b. Factorise A.

c. Résous l'équation $(y + 5)(y - 8) = 0$.

15 Soit $B = (3x + 4)^2 - 81$.

a. Développe l'expression B.

b. Factorise B.

c. Calcule B pour $x = -5$ puis pour $x = \frac{5}{3}$.

d. Résous l'équation $B = 0$.

16 **Cocktail de sommes et de produits**

Résous les équations suivantes.

a. $(5x + 1)(8 - x) = 0$

b. $(3x - 1) + (7 - x) = 0$

c. $(8 + 3x) - (x + 3) = 0$

d. $(3 - 10x)(x + 23) = 0$

e. $6(y + 3) - 2(y - 1) = 0$

Résoudre une inéquation

17 Sachant que a est un nombre tel que $a < 5$, recopie et complète :

a. $a + 18$ ...

b. $a - 21$ ...

c. $2a$ ...

d. $5a$ ...

e. $-a$ ...

f. $-11a$ ...

g. $3a + 1$ ...

h. $1{,}5a - 8$ ...

i. $-9a + 5$ ...

18 Sachant que b est un nombre tel que $b \geq 2$, recopie et complète :

a. $b + 30$ ...

b. $b - 7$ ...

c. $4b$ ...

d. $b + \pi$ ...

e. $b - \sqrt{2}$ ...

f. $0{,}5b$ ...

19 **Passage à l'opposé**

a. Soit a et x deux nombres quelconques. Que peux-tu dire du nombre x si $-x > a$?

b. Résous alors les inéquations suivantes.

- $-x \geqslant 7$
- $-x < -3$
- $-x > -1$
- $-x \leqslant \frac{2}{5}$

20 Résous les inéquations suivantes.

a. $x + 7 < 12$

b. $5 + x \leqslant -9$

c. $t - 7 > 0$

d. $y + 1 \geqslant 1{,}5$

e. $10 + x > -20$

f. $t - 51 < -30$

g. $4x - 3 > 6$

h. $3x + 2 \leqslant -7$

i. $-5x + 10 < 12$

j. $-6x + 11 \geqslant 7$

21 Résous les inéquations suivantes

a. $x - 1 < 5 - 5x$

b. $4x + 3 \leqslant x - 2$

c. $-x + 40 > 10 + x$

d. $-6x + 11 \geqslant 4x$

22 Résous les inéquations suivantes

a. $2(x + 5) > (x + 3) - (x - 1)$

b. $4 - (2x - 1) \leqslant 3(4x + 1)$

c. $5 - 2(x + 3) \geqslant 2(x + 1) - 3(x - 2)$

d. $\frac{3}{14}x - 1 < \frac{5}{7}$

e. $\frac{1}{4} - x > -\frac{5}{12}$

23 **Solutions particulières**

Résous les inéquations suivantes.

a. $5x \leqslant 5x - 2$

b. $5x \leqslant 5x + 2$

c. $3x + 9 \geqslant 9 + 3x$

9782210106345-0MEP.indb 121 24/06/16 10:39

Je m'entraîne

Résoudre un problème utilisant des équations

24 Dans ma classe

Il y a 28 élèves. Le jour où Lucas était absent, il y avait deux fois plus de filles que de garçons. Combien y a-t-il de filles dans ma classe ?

25 Nombres consécutifs

a. Trouve trois nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 513.

b. Peux-tu trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 200 ? Justifie.

c. Trouve quatre nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 1 254.

d. Invente un problème pour trouver cinq nombres entiers consécutifs.

26 Joey pense à un nombre. Il lui ajoute 11, multiplie le tout par 3 et au résultat obtenu il retranche 3. Joey obtient 51.
Quel est ce nombre de départ ?

27 J'ai 180 € de plus que toi.
Si je te donnais 41 € alors j'aurais deux fois plus d'argent que toi.
Combien avons-nous chacun ?

28 Avec 25 pièces, toutes de 1 € et 2 €, j'ai une somme de 38 €.
Combien ai-je de pièces de chaque sorte ?

29 La somme de trois nombres entiers naturels, impairs et consécutifs est égale à 495.
Quels sont ces trois nombres ?

30 Mes parents me donnent de l'argent de poche depuis que j'ai 12 ans. Mon père m'a donné la première année 5 € par semaine. Il augmente cette somme tous les ans de 5 €. Ma mère me donne le double de mon père.
À quel âge aurai-je 60 € par semaine ?

31 Extrait du Brevet

Un marchand dépense 75 € par semaine pour confectionner ses glaces. Sachant qu'une glace est vendue 2,50 €, combien doit-il vendre au minimum de glaces dans la semaine pour avoir un bénéfice supérieur à 76 € ?

32 Programmes de calcul

Alice et Bertrand affichent un même nombre sur chacune de leur calculatrice.

- Alice multiplie le nombre affiché par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu.
- Bertrand multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 7 au résultat obtenu.

À la fin, ils s'aperçoivent que leurs calculatrices affichent exactement le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

33 Problème d'âges

Mickaël a 18 ans et son père a 46 ans.
Dans combien d'années le père de Mickaël aura-t-il le double de son âge ?

34 Moyenne de « Maths »

Hervé a obtenu lors des trois premiers devoirs les notes suivantes : 8 ; 5 et 14.
Quelle note minimale doit-il obtenir au dernier devoir pour avoir la moyenne ce trimestre ?

35 Le concert

La grande Halle d'Auvergne peut accueillir 8 500 spectateurs. Lors d'un concert, toutes les places debout à 25 € et toutes les places assises à 44 € ont été vendues. Le montant de la recette était ce soir-là de 312 725 €.
Quel était le nombre de spectateurs debout ?

36 Dans une salle, on dispose en carré un nombre minimum de tables de façon à en réserver une pour chaque participant.

a. Fais un dessin pour illustrer la situation.

b. De combien de tables sera composé un côté de ce carré si le nombre de participants prévus est 24 ? 134 ?

37 Extrait du Brevet

Le ciné-club d'un village propose deux tarifs :
Tarif A : une carte d'adhésion pour l'année coûtant 21 euros, puis 1,5 euros par séance ;
Tarif B : 5 euros par séance sans carte d'adhésion.

a. Calculer, pour chaque tarif, le prix payé pour 8 séances.

b. On appelle x le nombre de séances.
Exprimer en fonction de x le prix payé avec le tarif A, puis avec le tarif B.

c. Quel est le nombre de séances pour lequel le tarif A est égal au tarif B ?

9782210106345-0MEP.indb 122 24/06/16 10:39

38 Extrait du Brevet

On considère trois nombres notés, dans cet ordre, x, y et z. Le quart du premier est égal au cinquième du second qui est lui-même égal au sixième du troisième. De plus, la somme de ces trois nombres est égale à 600.

a. Calculer y et z en fonction de x.

b. En déduire la valeur de ces trois nombres.

39 Extrait du Brevet

Aujourd'hui, Marc a 11 ans et Pierre a 26 ans. Dans combien d'années l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui de Marc ?

40 Histoire d'âges

Mon père a 23 ans de plus que moi. Dans 15 ans, il aura le triple de l'âge que j'ai aujourd'hui. Quel est mon âge ?

41 Programmes de calcul

Arthur et Charlotte choisissent un même nombre. Arthur le multiplie par 10 puis soustrait 2 au résultat obtenu. Charlotte le multiplie par 8 et ajoute 7 au résultat obtenu. Ils obtiennent tous les deux le même résultat.
Quel nombre Arthur et Charlotte avaient-ils choisi au départ ?

42 Pour pratiquer le karting sur un circuit, il faut d'abord payer 55 € pour la carte de membre annuelle. Ensuite, chaque séance d'une demi-heure revient à 16 €.

a. J'envisage de rouler pendant 20 h. Combien devrai-je payer ?

b. On appelle P le prix à payer et x le nombre d'heures passées sur le circuit. Exprime P en fonction de x.

c. Calcule la valeur de P pour x valant 5 h ; 10 h puis 100 h.

d. Cette année, je dispose de 430 € pour faire du karting. Combien de temps pourrai-je passer sur le circuit ?

43 À un jeu télévisé, la première bonne réponse rapporte 100 €. Le gain double à chaque bonne réponse. Le candidat veut gagner plus de 100 000 €. À combien de questions doit-il répondre au minimum ? Détaille tes recherches.

44 Le fleuriste

Un fleuriste propose à ses clients d'emporter gratuitement un bouquet de cinq roses, quatre iris et six tulipes, dont le prix est 35 €, à condition de trouver le prix unitaire de chaque fleur. Pour cela, il donne les renseignements suivants.

- Le prix d'un iris est la moitié du prix d'une rose.
- Le prix d'une tulipe est le triple du prix d'une rose.

45 Trouve une fraction égale à $\frac{4}{3}$ dont la somme du numérateur et du dénominateur est égale à 63 (tu appelleras x le numérateur de la fraction recherchée).

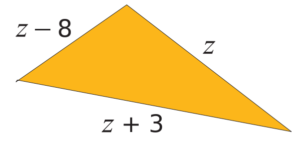
46 Extrait du Brevet

Si on retranche un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{4}{5}$, on obtient la fraction $\frac{5}{4}$.

Trouver ce nombre.

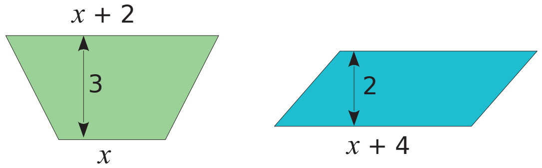
47 Périmètre d'un triangle

Trouve la valeur de z sachant que le périmètre du triangle ci-contre vaut 61.Les mesures sont dans la même unité.



48 Surfaces égales

Soient le trapèze et le parallélogramme ci-dessous. Les mesures sont dans la même unité.



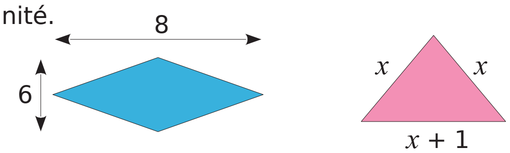
Quelle doit être la valeur de x pour que le trapèze ait la même aire que le parallélogramme ?

9782210106345-0MEP.indb 123 24/06/16 10:39

Je m'entraîne

49 Histoire de périmètres

Soient le losange et le triangle isocèle ci-dessous. Les mesures sont dans la même unité.



Trouve la valeur de x telle que le périmètre du losange soit égal au double de celui du triangle.

50 Bouteille

Une bouteille de forme cylindrique contient 2 litres d'eau. Le rayon de sa base mesure 10 cm. Détermine la hauteur de cette bouteille. Arrondis ton résultat au dixième de centimètre.

51 On transforme un carré en un rectangle en ajoutant 7 cm à la longueur d'un de ses côtés et en retranchant 2 cm à la longueur d'un autre.

a. Quelles doivent être les dimensions du carré initial pour que le double de son périmètre soit égal au périmètre du rectangle ?

b. Quelles doivent être les dimensions du carré initial pour que son aire et celle du rectangle soient égales ?

52 Extrait du Brevet

Les longueurs sont données en cm et les aires en cm².

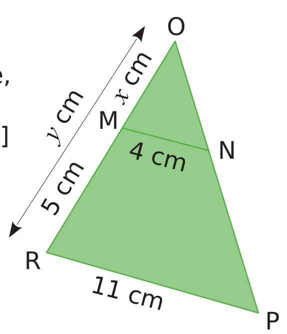
L et l désignent respectivement la longueur et la largeur d'un rectangle. On sait que l'aire de ce rectangle mesure 230,4 et que $\dfrac{L}{l} = \dfrac{5}{2}$.

a. Calculer les mesures exactes de la longueur et de la largeur de ce rectangle.

b. Calculer la mesure exacte du périmètre de ce rectangle.

53 Thalès

Sur la figure ci-contre, on sait que :
(MN) // (RP), M ∈ [OR] et N ∈ OP].
Calculer x et y.



Résoudre un problème utilisant des inéquations

54 Sonia a eu 11 notes au cours du trimestre. Sa moyenne est actuellement de 13,7 sur 20. Quelle note doit-elle obtenir au minimum à son prochain devoir pour que sa moyenne devienne supérieure ou égale à 14 ?

55 D'après Brevet

Un cinéma propose deux tarifs.

Tarif 1 : 7,50 € la place.

Tarif 2 : 5,25 € la place sur présentation d'une carte d'abonnement de 27 € valable un an.

a. On désigne par x le nombre de places achetées au cours d'une année.
On note P_1 le prix payé avec le tarif 1 et P_2 le prix payé avec le tarif 2.
Exprimer P_1 et P_2 en fonction de x.

b. À partir de combien de places a-t-on intérêt à s'abonner ?

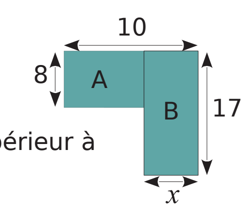
56 D'après Brevet

Pour transporter des enseignes, une société souhaite comparer les tarifs de deux entreprises : l'entreprise « Vitlivré » propose une somme de 3,20 € par kilomètre parcouru, tandis que l'entreprise « Rapido » propose un forfait de 180 € puis une somme de 2 € par kilomètre parcouru.

a. Quelle entreprise faut-il choisir pour un transport de 100 kilomètres ?

b. À partir de quel kilométrage l'entreprise « Rapido » est-elle la plus intéressante ?

57 Pour quelles valeurs de x, le périmètre du rectangle A est-il supérieur à celui du rectangle B ?



58 Un pré rectangulaire a pour longueur 80 m. Le cultivateur doit encore décider de sa largeur x, exprimée en mètres.
Il souhaite que le périmètre de ce pré soit inférieur à 240 m. En même temps, il voudrait que son aire soit supérieure à 3 000 m².

Détermine les largeurs possibles.

9782210106345-0MEP.indb 124 24/06/16 10:39

Je résous des problèmes

Corps, santé, bien-être et sécurité

1 Sécurité routière

$E_c = \frac{1}{2}MV^2$

$E_p = Mgh$

- m est la masse (en kg)
- V est la vitesse (en m/s)
- g = 9,81 (en N.kg^{-1})
- h est l'altitude (en m)

Pour évaluer les forces d'impact, on calcule l'énergie cinétique E_c (énergie liée au mouvement) et l'énergie potentielle de pesanteur E_p (énergie liée à l'altitude).

a. Un véhicule de 900 kg roule à 60 km.h^{-1}. Sachant que 60 km.h^{-1} $\approx$ 16,7 m.s^{-1}, calcule son énergie cinétique E_c.

b. À quelle hauteur doit être placé ce véhicule pour que son énergie potentielle E_p soit égale à l'énergie cinétique trouvée en **a.** ?

c. Reprends les questions **a.** et **b.** avec un véhicule qui roule deux fois plus vite.

2 Sécurité routière et distance d'arrêt

(source : http://fr.wikipedia.org)

a. Temps de réaction et distance parcourue :

$V = \frac{d_R}{t}$

- V est la vitesse (en m.s^{-1})
- d_R est la distance de réaction (en m)
- t est le temps de réaction (en s)

Le temps de réaction d'un conducteur vigilant est d'environ 0,75 s. Calcule la distance parcourue par un véhicule roulant à 100 km.h^{-1} (27,8 m.s^{-1}) pendant ce temps de réaction.

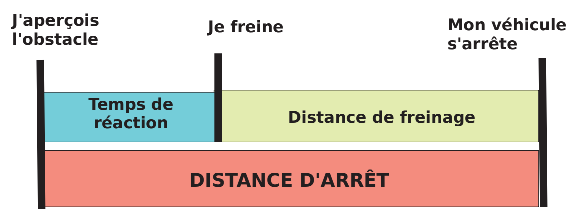
b. Distance de freinage :

$D_F = \frac{V^2}{2\,gA}$

- D_F : distance de freinage (en m)
- V : vitesse (en m/s)
- g = 9,81 (en N.kg^{-1})
- A : coefficient d'adhérence

Calcule la distance de freinage d'un véhicule roulant à 100 km/h sur route sèche (coefficient d'adhérence A = 0,6).
À quelle vitesse doit rouler ce même véhicule sur chaussée humide (coefficient d'adhérence A = 0,4) pour que sa distance de freinage reste inchangée ?

c. Distance d'arrêt :



Calcule la distance d'arrêt d'un véhicule roulant à 100 km/h, dans la situation optimale (route sèche, plate et en bon état, freins performants, conducteur vigilant).

d. Autre méthode :

$D = \left(\frac{V}{10}\right)^2$

V est la vitesse exprimée en km/h.

Estime cette distance d'arrêt dans la situation optimale en utilisant la relation écrite ci-dessus.

3 En SVT

Femme : $P_F = T - 100 - [T - 150] / 2$

Homme : $P_H = T - 100 - [T - 150] / 4$

La formule de Lorentz permet d'associer la masse corporelle théorique P (en kg) d'un adulte en fonction de sa taille T (en cm), si celle-ci est comprise entre 140 et 220 cm.

a. Quelle est la masse corporelle théorique d'une femme mesurant 1,50 m ? 1,60 m ? Quelle est la taille idéale d'une femme dont la masse est 51 kg ?

b. Quelle est la masse corporelle théorique d'une homme mesurant 1,50 m ? 1,90 m ? Quelle est la taille idéale d'un homme dont la masse est 62 kg ?

Monde économique et professionnel

4 En économie familiale

Le calcul de l'impôt I pour un revenu annuel imposable R (abattement des 10 % inclus) compris entre 11 198 € et 24 872 € est basé sur la relation suivante :

$I = \frac{14}{100}R - 857$.

Quel est le revenu annuel imposable R d'un individu qui paie 1 040 € d'impôts ?

9782210106345-0MEP.indb 125 24/06/16 10:39

Je résous des problèmes

Sciences, technologie et société

5 Énergie électrique

Relations électriques

E = Pt
- E : Énergie électrique (en Wh)
- t : temps de fonctionnement (en h)
- P : Puissance consommée (en watts)

P = UI
- U : Tension (en volts)
- I : Intensité (en ampères)

U = RI
- R : Résistance (en ohms)

Calcule la résistance d'un appareil fonctionnant sous une tension de 220 volts pendant 45 min et consommant une énergie de 1 125 Wh.

6 Un fournisseur d'électricité A propose un abonnement de six mois à 80 €, où le prix du kWh est de 0,15 €.
Un concurrent B propose un autre abonnement de même durée, à 130 €, où le kWh coûte 0,14 € en heures pleines et 0,07 € en heures creuses, valables de 23h30 à 7h30.

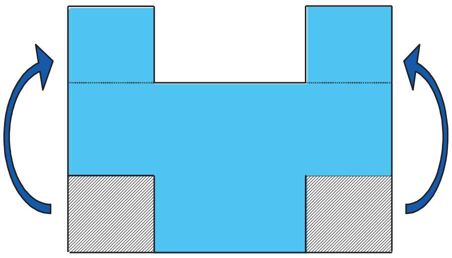
a. Calcule le montant annuel pour une famille cliente chez A et consommant 3 600 kWh/an.

b. Calcule le montant annuel qu'elle paierait chez B, sachant qu'elle a 40 % de sa consommation en heures creuses.

c. À partir de quelle consommation annuelle le tarif B est-il plus avantageux pour cette famille que le tarif A ?

7 Après découpage

Dans une plaque rectangulaire de 15 cm de long et 12 cm de large, on découpe deux pièces carrées identiques qu'on recolle suivant le plan ci-dessous.



Quelle doit être la mesure du côté de ces carrés pour que le périmètre de la nouvelle plaque soit égal à 70 cm ? Justifie.

8 En technologie

On dispose d'une plaque métallique rectangulaire de dimensions 20 cm et 15 cm. On veut y découper quatre carrés identiques.

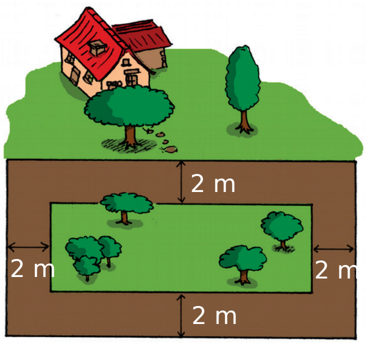
a. Si on découpe des carrés de 2 cm de côté, quelle est l'aire de la partie restante ?

b. Si on découpe des carrés de 8 cm de côté, que se passe-t-il ?

c. On veut que l'aire de la partie restante soit exactement égale à 251 cm^2. Quelle longueur de côté doit-on alors choisir ?

d. Est-il possible, en choisissant bien, qu'il ne reste rien après le découpage ?

9 Dans son jardin



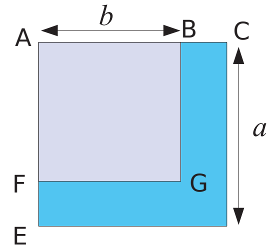
Madame Anabelle Pelouse possède un terrain rectangulaire dont la longueur est le double de sa largeur. Ce terrain est constitué d'un très beau gazon entouré d'une allée.

a. Sachant que l'aire de l'allée est 368 m^2, calcule la mesure exacte de la largeur du terrain.

b. Déduis-en, en m^2, l'aire du terrain puis celle de la partie recouverte de gazon.

10 Le champ

ABGF est un carré de côté b.ACDE est un carré de côté a.



Un agriculteur possède le terrain BCDEFG et sait que l'aire de son terrain vaut 7 200 m^2.

Il décide un jour d'aller du point C au point E en passant par B, A et F. Arrivé en F, il a déjà parcouru 120 m.

Quelle distance lui reste-t-il à parcourir pour arriver en E ?

Résoudre un problème en géométrie

11 Soit x un nombre positif. On considère un triangle dont la mesure des angles est x, 2x et 3x. Est-il rectangle ?

12 Deux tours, hautes de 30 m et de 40 m, sont distantes l'une de l'autre de 50 m.

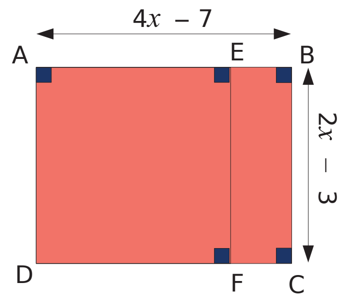
Un puits est situé entre les deux tours,
Deux oiseaux s'envolent en même temps du sommet de chaque tour et volent à la même vitesse.

Déterminer la position du puits sachant que les oiseaux se posent dessus au même instant.

13 Différence d'aires

Sur la figure ci-contre, ABCD est un rectangle et AEFD est un carré. x est un nombre supérieur à 2.

Pour quelle(s) valeur(s) de x ($x > 2$), la différence entre l'aire du rectangle et l'aire du carré est-elle égale à 12 cm^2 ?



14 Le haut du pavé

Un triangle a un côté de longueur comprise entre 20 et 21 cm ; la hauteur relative à ce côté est comprise entre 10 et 11 cm.
Donne un encadrement de son aire.

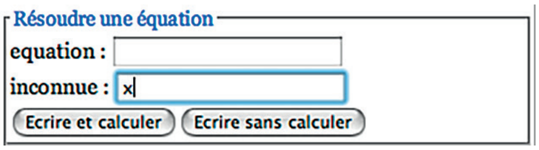
Un pavé droit a une longueur comprise entre 25 et 26 cm, une largeur comprise entre 12 et 13 cm et une hauteur de 8 cm.
Donne un encadrement de son volume.

En utilisant le numérique

15 Logiciel Xcas en ligne !

a. On considère l'équation : $x^2 - 6x + 8 = 0$.
Est-ce que 0 est solution de cette équation ?

b. À l'aide du logiciel Xcas en ligne, résous cette équation.



c. Vérifie par le calcul que les solutions données par ce logiciel sont bien exactes.

16 Résolution graphique

On recherche la(les) valeur(s) approchée(s) du(des) nombre(s) dont le carré vaut 0,5.

a. Recopie et complète le tableau suivant :

x	–1	–0,9	–0,8	–0,7	...	0,7	0,8	0,9	1
x^2									

b. Place dans un repère les points précédents en mettant x en abscisse et x^2 en ordonnée (tu prendras 10 cm pour une unité sur chaque axe).

c. Détermine graphiquement la(les) valeur(s) approchée(s) de x pour laquelle $x^2 = 0{,}5$.
Que remarques-tu ?

d. Utilise un tableur-grapheur pour chercher la ou les valeurs approchées du ou des nombres dont le carré vaut 2.

17 Soit le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Prends son triple.
- Soustrais 2.
- Prends le carré de cette différence.
- Soustrais 16 de ce produit.
- Écris le résultat.

En utilisant un tableur, trouve le ou les nombre(s) de départ pour avoir un résultat nul.

18 Des signes contraires

Quelle est la plus petite solution entière positive de l'inéquation
$(-3x + 9)(x + 4) < 0$?

Je résous des problèmes

19 Programme de calcul (bis)

On donne le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre ;
- Multiplie le résultat du calcul de son double augmenté de 1 par le résultat du calcul de son triple diminué de 5.

a. En utilisant un tableur, applique ce programme de calcul aux nombres -4 ; 5,1 et $\frac{7}{3}$.

b. Quel(s) nombre(s) choisir pour que le résultat obtenu soit égal à zéro ?

20 Programme de calcul

- Choisis un nombre ;
- Calcule son double augmenté de 1 ;
- Calcule le carré du résultat.

a. En utilisant un tableur, effectue ce programme avec les nombres 7 ; 2,1 et $\frac{3}{5}$.

b. Trouve le(s) nombre(s) qui donne(nt) zéro pour résultat.

21 Extrait du Brevet

On donne le programme de calcul suivant.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- Ajouter 4 à ce produit.
- Écrire le résultat.

a. Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2, on obtient 0.

b. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.

c. Programme et teste sur un ordinateur ce programme de calcul.

d. Que peux-tu conjecturer ?

e. En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.

f. On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

g. Réécris un programme permettant de trouver les nombres choisis à partir du résultat.

22 Magali a écrit ce programme de calcul.

- Choisis un nombre ;
- Soustrais 6 ;
- Multiplie le résultat par 4 ;
- Écris le résultat.

Ziad, lui, a écrit ce programme de calcul.

- Choisis un nombre ;
- Prends son triple ;
- Soustrais 10 ;
- Écris le résultat.

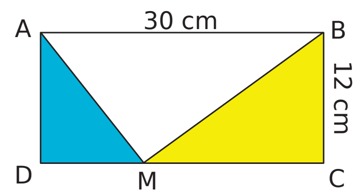
a. Programme et teste sur un ordinateur ces deux programmes de calcul.

b. Dans quel(s) cas, le programme de Magali donne-t-il un résultat inférieur à celui de Ziad ?

c. Quels nombres peut choisir Magali pour que son programme donne à chaque fois un résultat supérieur à celui de Ziad ?

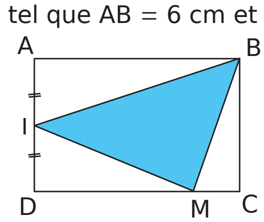
23 Histoire d'aire

Où doit-on placer le point M sur le côté [DC] de ce rectangle pour que l'aire du triangle ADM soit le tiers de l'aire du triangle BCM ? Justifie.



24 Un problème commun

ABCD est un rectangle tel que AB = 6 cm et AD = 4 cm. Le point I est le milieu du côté [AD].



Où doit-on placer le point M sur le côté [CD] pour que l'aire du triangle BMI soit inférieure ou égale au tiers de l'aire du rectangle ABCD ?

a. Conjecturer la réponse grâce à un logiciel de géométrie dynamique.

b. Utiliser un tableur pour résoudre ce problème graphiquement puis algébriquement.

9782210106345-0MEP.indb 128 24/06/16 10:39

Proportionnalité

B1

Objectifs de cycle

■ **Repérer une situation de proportionnalité**

Reconnaître deux grandeurs proportionnelles liées par une formule		Niveau 1
Reconnaître un tableau de proportionnalité	test n° 1	Niveau 1
Reconnaître un graphique représentant une situation de proportionnalité	tests n° 6, 7	Niveau 2

■ **Résoudre un problème de proportionnalité** — tests n° 2, 3 — Niveau 1, Niveau 2

■ **Utiliser ou calculer un pourcentage**

Utiliser un pourcentage	test n° 4	Niveau 1
Calculer un pourcentage	test n° 8	Niveau 2
Utiliser ou calculer un taux	tests n° 9 et 10	Niveau 3

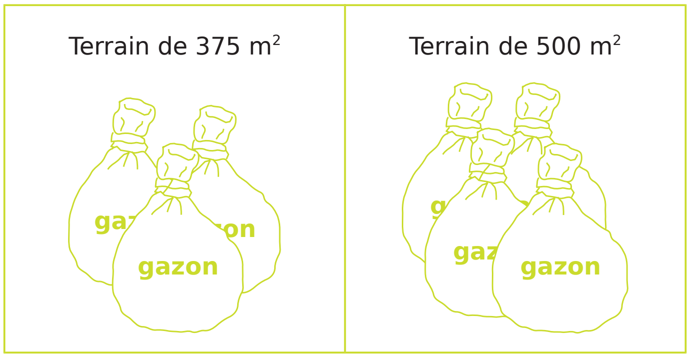
■ **Utiliser ou calculer une échelle** — test n° 5 — Niveau 1

- Les techniques de calculs sont vues en cycle 3, le chapitre repose essentiellement sur la résolution de problèmes.
- Le cours reprend l'ensemble des notions de proportionnalité avec des exemples pour permettre à l'élève de s'y reporter au besoin.
- Les exercices de base sont réduits au minimum et les problèmes sont beaucoup plus nombreux avec des propositions de projets interdisciplinaires.

Activités de découverte

Activité 1 L'affaire est dans le sac !

Dans une jardinerie, les pancartes ci-dessous indiquent que le nombre de sacs de graines à utiliser est proportionnel à la surface du terrain à ensemencer.



1. À l'aide de cette illustration, réponds aux questions suivantes.

- Quelle surface pourra ensemencer Jean-Paul avec 7 sacs ?
- Quelle surface pourra ensemencer Emmanuel avec 6 sacs ?
- De combien de sacs aura besoin Rachid pour réaliser une pelouse de 1 500 m² ?
- Quelle surface pourra ensemencer Léonard avec 19 sacs ?
- Quelle surface pourra ensemencer Fatima avec 28 sacs ?
- De combien de sacs aura besoin Steeve pour réaliser une pelouse de 3 875 m² ?
- Quelle surface pourra ensemencer Sonda avec 21 sacs ?

2. Propose plusieurs méthodes pour déterminer la surface de gazon que l'on peut ensemencer avec un seul sac.

Activité 2 Plus ou moins sportif...

Les professeurs d'E.P.S. de deux collèges comparent les effectifs des associations sportives.

Collège Sophie Germain

Nombre d'élèves	Association Sportive		
	Football	Volley-ball	Autres
637	42	35	217

Collège Léonard de Vinci

Nombre d'élèves	Association Sportive		
	Football	Volley-ball	Autres
480	32	35	157

Quel collège est le plus sportif ? Donne tes arguments.

9782210106345-0MEP.indb 130 24/06/16 10:39

Activité 3 Représentations graphiques et tableaux

Les tableaux et graphiques suivants concernent des conversions de mesures de grandeurs :

Tableau 1

Température en °F*	14	32	41	59	95
Température en °C	-10	0	5	15	35

Tableau 2

Prix en €	5	10
Prix en F	32,8	65,6

Tableau 3

Distance en ft*	0	5	10	15
Distance en m	0	1,524	3,048	4,572

Tableau 4

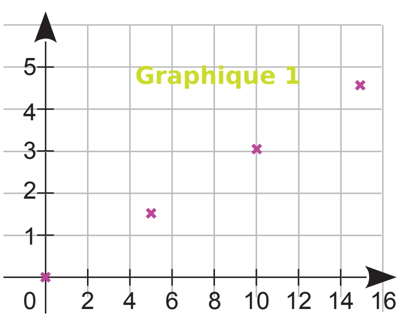
Distance en M**	0	5	10	15
Distance en km	0	9,26	18,52	27,78

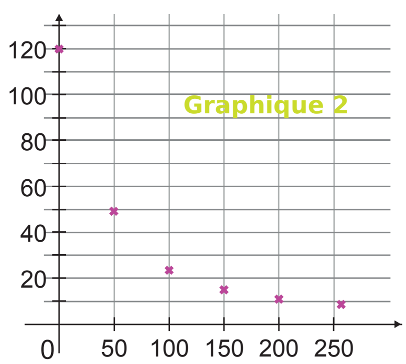
Tableau 5

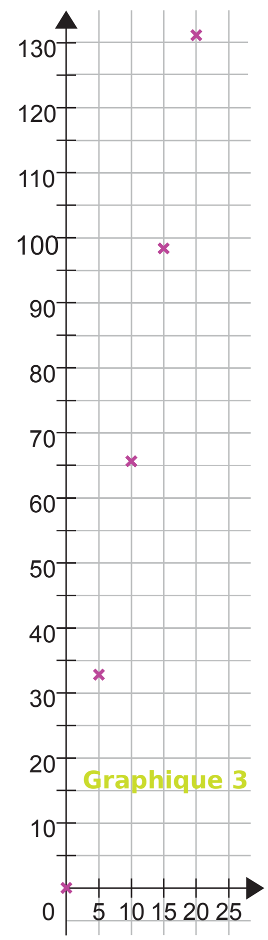
Valeur de R (codage RVB***)	0	50	100	150	200	255
Valeur de H (codage HS***)	120	49,1	23,4	14,9	10,9	8,4

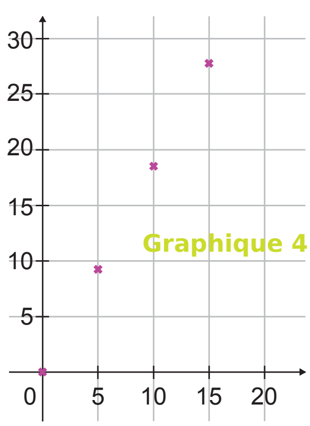
* Le degré Fahrenheit (°F) est une unité de mesure de température et le pied (ft) est une unité de mesure de longueur, utilisées au Royaume-Uni.
** Le mille marin M est une unité de mesure utilisée dans la marine.
*** Les codages RVB et HSI sont des codages de couleur utilisés en informatique : R indique la valeur du Rouge, H la valeur de la teinte (Hue en anglais).

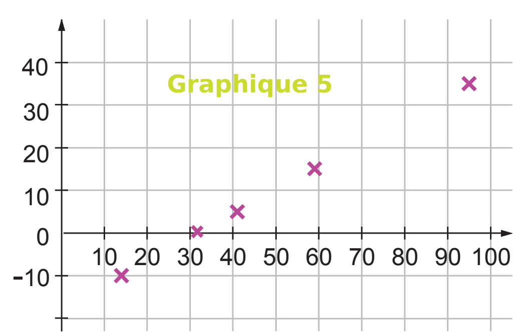
1. Associe chaque graphique au tableau qui lui correspond.











2. Quel semble être le lien entre graphique et tableau ?

Cours et méthodes

1) Repérer une situation de proportionnalité

Définitions

- Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant par un même nombre non nul les valeurs de l'autre. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité.**
- Deux grandeurs proportionnelles sont deux grandeurs qui varient dans les mêmes proportions.
- Un tableau qui contient des données proportionnelles s'appelle un **tableau de proportionnalité.**

» **Remarque :** Avec des grandeurs G1et G2 proportionnelles, si on multiplie G1 par k pour obtenir G2, cela revient à diviser G2 par k (ou le multiplier par $\frac{1}{k}$) pour obtenir G1.

» **Exemple**

À la station service, la machine affiche 1,5 € au litre. Le prix à payer s'obtient en multipliant le volume distribué par le prix au litre.

C'est-à-dire : prix=1,5 × volume

Le prix est proportionnel au volume d'essence.

Entraîne-toi à Reconnaître deux grandeurs proportionnelles liées par une formule

Énoncé

a. Quelles sont les formules donnant la longueur et l'aire d'un cercle à partir de son rayon ?

b. La longueur d'un cercle est-elle proportionnelle à son rayon ?

c. L'aire d'un disque est-elle proportionnelle à son rayon ?

Correction

a. L=2 × π × rayon et A=π × rayon^2

b. La longueur d'un cercle est obtenue en multipliant son rayon par 2 × π.
Donc la longueur d'un cercle est proportionnelle à son rayon. Le coefficient de proportionnalité est 2 × π .

c. A=π × rayon^2= π × rayon× rayon.
Pour obtenir l'aire d'un disque, on multiplie son rayon par π × rayon. Ce n'est pas un nombre fixe. Donc l'aire d'un disque n'est pas proportionnelle à son rayon.

Entraîne-toi à Reconnaître un tableau de proportionnalité

Énoncé

Les tableaux ci-dessous sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a.

5	8	14	19	24
12	19,2	33,6	45,6	57,6

b.

12	18	32	27	54
8	12	20	18	36

Correction

a. On calcule les quotients, pouvant être le coefficient de proportionnalité :

$\frac{12}{5} = \mathbf{2,4}$; $\frac{19,2}{8} = \mathbf{2,4}$; $\frac{33,6}{14} = \mathbf{2,4}$;

$\frac{45,6}{19} = \mathbf{2,4}$; $\frac{57,6}{24} = \mathbf{2,4}$;

Ils sont égaux donc c'est un tableau de proportionnalité de coefficient **2,4**.

b. $\frac{12}{8} = \mathbf{1,5}$ $\frac{18}{12} = \mathbf{1,5}$ $\frac{\mathbf{32}}{\mathbf{20}} = \mathbf{1,6}$

On a trouvé un quotient différent des deux précédents, il est donc inutile de calculer les suivants. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

9782210106345-0MEP.indb 132 24/06/16 10:39

Propriété

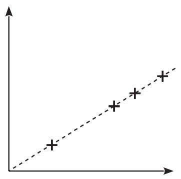
Une situation représentée par <u>des points alignés avec l'origine</u> du repère est équivalente à **une situation de proportionnalité**.

Entraîne-toi à **Reconnaître un graphique représentant une situation proportionnalité**

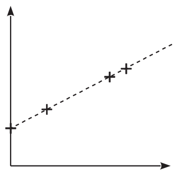
Énoncé

Le(s)quel(s) de ces trois graphiques représente(nt) une situation de proportionnalité ?

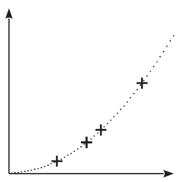
a.



b.



c.



Correction

a. Les points sont **alignés** avec l'origine du repère donc c'est une situation de proportionnalité.

b. Les points sont **alignés** **mais pas avec l'origine du repère** donc ce n'est pas une situation de proportionnalité.

c. Les points **ne sont pas alignés** donc ce n'est pas une situation de proportionnalité.

2 Résoudre un problème de proportionnalité

» **Exemple 1 :** **en utilisant les règles sur les colonnes**

La prime annuelle d'un vendeur est proportionnelle au montant des ventes qu'il a réalisées pendant l'année. Le directeur utilise le tableau suivant pour verser les primes à ses vendeurs.
Les cases colorées peuvent se remplir en utilisant les règles portant sur les colonnes.

Les ventes sont divisées par 4...

...donc les ventes doublent.

Les montants s'additionnent...

+

Ventes (en €)	2 000	8 000	**16 000**	18 000	20 000	38 000
Primes (en €)	**125**	500	1 000	1 125	1 250	**2 375**

...donc les primes sont divisées par 4.

La prime double...

+

...donc les primes s'additionnent.

» **Exemple 2 :** **en utilisant le coefficient de proportionnalité**

Le carburant pour un motoculteur est un mélange d'essence et d'huile où les doses d'huile et d'essence sont proportionnelles : il faut 2 doses d'huile pour 3 doses d'essence.
Pour trouver la quantité d'essence nécessaire à 4,5 L d'huile, on utilise le coefficient de proportionnalité : 3 : 2 = 1,5.

Dose d'huile (en L)	2	4,5
Dose de super (en L)	3	x

$\times$ **1,5**

On multiplie par le coefficient de proportionnalité et on obtient :

$x = 4{,}5 \times \mathbf{1{,}5} = 6{,}75$

9782210106345-0MEP.indb 133 24/06/16 10:39

» **Exemple 3 :** en utilisant les produits en croix

À la boulangerie de Nabila, cinq baguettes coûtent 4,5 €. Pour calculer le prix de trois baguettes, on peut utiliser les produits en croix.

Nombre de baguettes	5	3
Prix en €	4,25	?

L'égalité des produits en croix donne : $5 \times ? = 4{,}25 \times 3$.

Donc : $? = \dfrac{4{,}25 \times 3}{5} = 2{,}55$

Trois baguettes coûtent 2,55 €

3 Utiliser ou calculer un pourcentage

Définition

Un **pourcentage** traduit une situation de proportionnalité où la quantité totale est ramenée à 100.

Astuce :

Pour organiser les données, on pourra utiliser le tableau de proportionnalité suivant :

	Valeurs de l'énoncé	Pourcentage
Portion		
Quantité totale		100

Entraîne-toi à Utiliser un pourcentage

Énoncé

Julien obtient une réduction de 15 % sur un vélo valant 158 €.
Quel est le montant de la réduction obtenue par Julien?

Tri des données :

	En €	En %
réduction	**?**	*15*
total	*158*	**100**

Correction

Julien obtient une réduction de 15 % sur un vélo valant 158 €.

$158 \times \dfrac{15}{100} = 23{,}7$

Le montant de la réduction obtenue par Julien est de 23,70 €.

Entraîne-toi à Calculer un pourcentage

Énoncé

Macha fait les courses pour le petit-déjeuner de sa famille. Elle achète : 3 pains au chocolats, 4 croissants, 2 petits pains au noix, 9 pains complets, 7 pommes et 5 oranges.
Quel est le pourcentage de fruits dans ces courses ?

Tri des données :

	nombre	En %
Fruits	*7+5=**12***	**?**
Articles	*3+4+2+9+7+5=**30***	**100**

Correction

L'égalité des produits en croix donne :
$? \times 30 = 12 \times 100$
Donc $?=12\times 100 \div 30=40$
Il y a 40 % de fruits dans ces courses.

9782210106345-0MEP.indb 134 24/06/16 10:39

Propriété

Dans une réduction ou une augmentation de **p %**, la nouvelle quantité représente respectivement **(100 - p)%** ou **(100 + p)%** de la quantité initiale.

Entraîne-toi à **Utiliser et calculer un taux**

Énoncé 1

Le jour des soldes, une paire de chaussures à 120 € est soldée à 35 %.
Quel est son nouveau prix ?

Correction

Soit P le nouveau prix.
P = (1 − 35 %) × 120 = (1 − 0,35) × 120 = 78
Le nouveau prix des chaussures est 78 €.

Énoncé 2

Le prix de l'essence était de 1,35 € en 2011.
Il est de 1,55 € aujourd'hui.
Quel est le pourcentage d'augmentation ?

Correction

Soit p le pourcentage d'augmentation.
1,55 = (1 + p) × 1,35 donc
1 + p = 1,55 ÷ 1,35 soit $p \approx 0{,}148$.
L'essence a augmenté d'environ 15 %.

4 Utiliser ou calculer une échelle

Définition

Les dimensions sur un plan (ou sur une carte) sont proportionnelles aux dimensions réelles.

L'échelle du plan (ou de la carte) est le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir les dimensions sur le plan en fonction des dimensions réelles.

Il s'exprime souvent sous forme fractionnaire : $\dfrac{\textit{dimensions sur le plan}}{\textit{dimensions réelles}}$.

(Les dimensions sont exprimées dans la même unité.)

Entraîne-toi à **Utiliser ou calculer une echelle**

Énoncé

Sur la maquette d'une maison à l'échelle 1/48,
- Quelle est la taille réelle d'une pièce longue de 12 cm sur la maquette ?
- Quelle est la taille sur la maquette d'une pièce de 7,2 m de long dans la réalité ?

Correction

On exprime toutes les dimensions en cm.
L'échelle est le coefficient de proportionnalité.

sur la maquette (en cm)	1	12	x
En réalité (en cm)	48	y	720

×48

Après calcul, on conclut :

La taille réelle d'une pièce longue de 12 cm sur la maquette est 576 cm (ou 5,76 m).
La taille sur la maquette d'une pièce de 7,2 m de long dans la réalité est 15 cm.

9782210106345-0MEP.indb 135 24/06/16 10:39

Je me teste

Niveau 1

1 Recopie puis complète les tableaux de proportionnalité suivants.
Tu indiqueras la méthode que tu as choisie pour chacun des tableaux et pourquoi.

a.

1		6	
3	12		51

b.

2,5	5		50
	6	18	

c.

1	2		3,5
	9	45	

2 Dans une recette, les quantités d'ingrédients sont proportionnelles au nombre de personnes qui mangent : il faut 420 g de riz pour 6 personnes.
a. Quelle quantité de riz faut-il pour 2 personnes ? Pour 8 personnes ?
b. Combien de personnes pourrai-je nourrir avec 630 g de riz ?
Et avec 2,1 kg de riz ?

3 Un œuf est constitué principalement de trois parties (le reste peut être négligé) :
- la coquille qui représente 10 % de la masse de l'œuf ;
- le blanc qui en représente 60 % ;
- le jaune.

Sachant qu'un œuf moyen pèse 60 g, calcule de deux façons la masse du jaune.

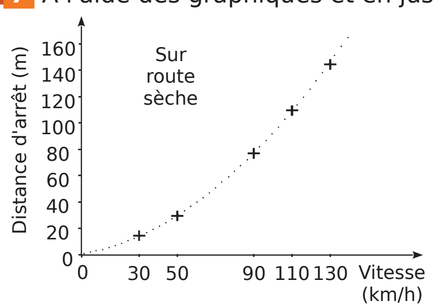
4 Sur 600 poulets, 40 % sont des coqs. Combien y a t-il de coqs ?

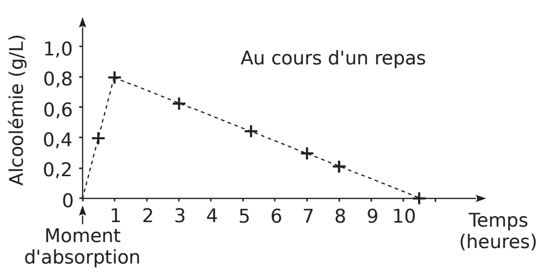
5 Élise réalise le plan de sa chambre (qui est un rectangle de 5,5 m sur 3,8 m) à l'échelle 1/50. Calcule les dimensions sur le plan.

Niveau 2

6 À la halle aux fruits, le kilogramme de clémentines est vendu 2,20 €.
Représente graphiquement le prix à payer en fonction de la masse de clémentines achetées (prends 1 cm pour 1 kg en abscisse et 1 cm pour 1 € en ordonnée).

7 À l'aide des graphiques et en justifiant, réponds aux questions.





a. L'alcoolémie (concentration d'alcool dans le sang) est-elle proportionnelle au temps ?
b. La distance d'arrêt est-elle proportionnelle à la vitesse ?

8 Pour faire un gâteau, je fais fondre une tablette de 100 g de chocolat dont la teneur en cacao est de 70 % avec une tablette de 200 g dont la teneur en cacao est de 85 %.
a. Calcule la masse de cacao contenue dans le mélange ainsi constitué.
b. Quel est le pourcentage de cacao dans ce mélange ?

Niveau 3

9 Un ordinateur est vendu 450 € HT. À ce prix s'ajoute la TVA qui représente 20 % du prix HT. Quel est le prix de l'ordinateur ?

10 Un commerçant revend un article 44,50 € acheté 32 € à un grossiste. Quel pourcentage d'augmentation applique-t-il ?

➔ Voir Corrigés p. 368

Je m'entraîne

Repérer une situation de proportionnalité

1 Un cinéma propose les tarifs suivants.

Nombre de séances	1	4	12
Prix à payer (en €)	7	28	80

Le prix est-il proportionnel au nombre de séances ? Justifie ta réponse.

2 Les situations relèvent-elles d'une situation de proportionnalité ? Pourquoi ?

a. Daniel a planté dans son potager 8 pieds de tomates et en a récolté 14 kg. L'an passé, il en avait planté 12 pieds et en avait récolté 18 kg. L'an prochain, il en plantera 10 pieds et espère en récolter 16 kg.

b. À 6 ans, Armand chaussait du 30 et à 18 ans, il chausse du 42.

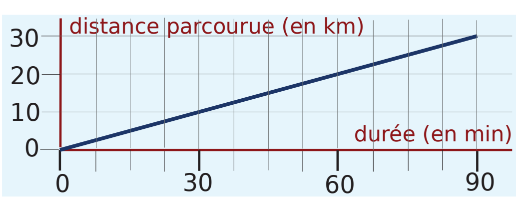
c. Un piéton se promène à allure régulière le long des quais de la Seine et parcourt 3,5 km en 1 h 30.

d. On peut acheter de l'enduit de lissage par sac de 1 kg, 5 kg et 25 kg. Le mode d'emploi précise qu'il faut 2,5 L d'eau pour 10 kg.

e. Un commerçant a décidé de faire une journée promotion en baissant tous les prix de 10 %.

3 **Promenade**

a. Ce graphique illustre-t-il une situation de proportionnalité ?



b. La promenade dure 3 h et s'effectue à la même vitesse. Complète le tableau suivant :

Distance (en km)		40	
Durée (en min)	45		165

4 Ce tableau indique la taille de Rémi en fonction de son âge.

Âge (en années)	2	5	10	12
Taille (en cm)	80	100	125	150

a. Est-ce une situation de proportionnalité ?

b. Représente graphiquement l'évolution de la taille de Rémi en fonction de son âge. Peux-tu répondre à la question **a.** sans faire de calculs ? Justifie.

5 On considère un cercle Γ de rayon r et un carré C de côté c. Les formules permettant de calculer l'aire et le périmètre de ces figures sont : $P_\Gamma=2\pi r$, $A_\Gamma=2\pi r^2$, $P_C=4c$, $A_C=c^2$.

a. Identifie les grandeurs utilisées.

b. Quelles sont les grandeurs proportionnelles ?

Résoudre un problème de proportionnalité

6 Six œufs au chocolat sont vendus 14 €.

a. Combien coûte un œuf ?
b. Combien coûtent dix œufs ?

7 Une usine produit 1 200 bouteilles en 3 heures.

a. Combien de bouteilles produit-elle en une heure ? En deux heures ?

b. Combien de temps faut-il pour produire 6 000 bouteilles ?

8 Pour préparer du foie gras, on doit préalablement saupoudrer le foie frais d'un mélange de sel et de poivre. Ce mélange doit être élaboré selon les proportions suivantes : une dose de poivre pour trois doses de sel. Recopie puis complète le tableau suivant.

Poivre (en g)	10			35		
Sel (en g)		60	36		90	75

9 **Au marché**

1 kg de carottes coûte 0,35 €, 2 kg de tomates coûtent 2,60 € et 5 kg de pommes de terre 2 €.

Une ratatouille « flèchoise » est un plat constitué de ces trois légumes à proportions égales.

Avant cuisson, les ingrédients pèsent 1,2 kg.

Quel est le prix du plat préparé ?

9782210106345-0MEP.indb 137 24/06/16 10:39

Je m'entraîne

10 Un barmaid verse 4 cL de menthe dans un verre de 30 cL puis complète avec de l'eau jusqu 'à ras bord.

a. Il ne reste qu'un centilitre de menthe dans la bouteille. Quelle quantité d'eau doit-on rajouter pour avoir le même goût ?

b. Si la contenance du verre est 45 cL et si le verre est rempli à ras bord, quelle proportion de sirop faut-il pour obtenir le même goût ?

11 Dans une recette de pâte à crêpes, on peut lire : « ingrédients pour 8 personnes : 500 g de farine, 6 œufs, un litre de lait et 50 g de sucre. »

a. Quelle est la liste des ingrédients pour douze personnes ?

b. Avec 700 g de farine, de 9 œufs, de 2 litres de lait et de 100 g de sucre, pour combien de personnes au maximum peut-on préparer de la pâte à crêpes ?

12 Pour remonter l'ancre de son voilier, un marin a mis 3 minutes pour enrouler 21 m de chaîne lors d'une escale. Une autre fois, il met 4 min 30 s pour 31,50 m.

a. Il remonte l'ancre à vitesse constante. Combien de temps mettra-t-il pour remonter une ancre jetée à 10,50 m de fond ?

b. Quelle longueur de chaîne enroulera-t-il en 1 min ? En 13 min 30 s ?

13 Un pétrolier navigue à allure constante. Il effectue 15 miles en 2 heures.
Donne la distance qui sera couverte en :

a. 6 heures **b.** 8 h 30 min **c.** 10 h 45 min

14 Un véhicule a effectué 98 km en 1 h 10 min. En supposant son mouvement uniforme, quelle distance a-t-il couverte en une heure ?

15 François part de Valenciennes en direction de Reims par autoroute à 10 h en roulant à une vitesse constante de 102 km/h. Nathalie prend le même parcours 25 minutes plus tard en roulant à une vitesse constante de 126 km/h.

a. À quelle distance de Valenciennes se trouvent François et Nathalie à 11 h ?

b. À quelle heure et à quelle distance de Valenciennes Nathalie va-t-elle rattraper François ?

Pourcentage

16 Écris chaque fraction sous la forme d'une fraction de dénominateur 100.

a. **c.** $\frac{9}{20}$ **e.** $\frac{41}{25}$

b. $\frac{7}{50}$ **d.** $\frac{18}{5}$ **f.** $\frac{5}{4}$

17 Au cours du dernier semestre, une usine d'électroménager a produit 15 200 réfrigérateurs. Le service après-vente a noté des dysfonctionnements sur 608 d'entre eux. Détermine le pourcentage d'appareils défectueux.

18 Sur 204 pays qui ont participé aux phases éliminatoires pour la qualification à la coupe du monde de football 2010 en Afrique du Sud, seuls 31 pays y ont pris part, le trente- deuxième étant le pays organisateur. Quel est le pourcentage, au dixième près, de pays qualifiés pour cette compétition ?

19 Dans un collège de 360 élèves, 171 d'entre eux sont des garçons.

a. Quel est le pourcentage de garçons ?

b. Calcule le pourcentage de filles. Plusieurs méthodes sont-elles possibles ?

20 Une ville possède deux collèges. Dans le premier, il y a 350 élèves et 40 % d'entre eux sont des demi-pensionnaires. Dans le deuxième, il y a 620 élèves dont 124 demi-pensionnaires.

a. Dans le premier collège, combien y a-t-il d'élèves demi-pensionnaires ?

b. Dans le second collège, quel est le pourcentage d'élèves demi-pensionnaires ?

c. Dans les deux établissements réunis, quel est le pourcentage de demi-pensionnaires ? Quelle remarque peux-tu faire ?

21 A l'élection des délégués de classe, les 28 élèves de la classe ont élu Ahmed avec 20 voix et Séraphine avec 18 voix.

a. Calcule le pourcentage d'élèves qui ont voté pour chacun de ces deux délégués.

b. Éric, qui n'a pas été élu, a eu entre 15 % et 20 % des suffrages. Combien d'élèves ont voté pour lui ? Calcule le pourcentage de votants pour Éric au dixième près.

22 155 licenciés pratiquent régulièrement leur sport de glisse favori : 53 d'entre eux pratiquent le ski de fond, 80 le ski de piste et le reste du surf.

a. Calcule les pourcentages de pratiquants de ces trois sports.

b. Effectue une représentation graphique qui te semble le mieux convenir à la situation.

23 Les soldes

a. Une paire de chaussures à 100 € est soldée à 50 %. Je n'ai malheureusement pas assez d'argent pour me l'acheter ! Une semaine plus tard je retourne au magasin et je suis très content de voir qu'il est écrit : « Deuxième démarque, 20 % sur le prix soldé ! ». J'ai 32 € en poche.
Vais-je pouvoir m'acheter la paire de chaussures tant convoitée ?

b. J'ai acheté une paire de chaussures soldée que j'ai payée 48 € mais je n'ai pas regardé quel était le pourcentage de réduction accordé par le magasin. Je sais pourtant qu'initialement la paire de chaussures était affichée à 80 €.
Peux-tu m'aider à retrouver ce pourcentage de réduction ?

24 Chômage

a. Au journal télévisé du 31 octobre 2006, le présentateur annonce : « Le nombre de demandeurs d'emploi a baissé de 10,1 % en un an et s'élève aujourd'hui à 2 188 104. ». Quel était le nombre de chômeurs au 31 octobre 2005 ?

b. Ce même jour, le présentateur annonce que le taux de chômage en France s'établit alors à 8,8 %. Quel est le nombre de personnes ayant un travail ?

Utiliser une échelle

25 Exprime, à l'aide d'une fraction de numérateur 1, les échelles suivantes.

a. 1 cm sur un plan représente 100 cm dans la réalité.

b. 5 cm sur une carte représentent 1 500 cm dans la réalité.

c. 1 cm sur une carte correspond à 5 km dans la réalité.

26 Détermine l'échelle utilisée.

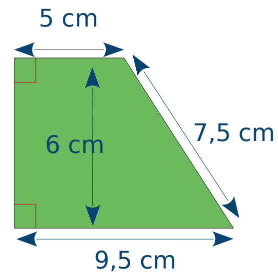
a. Sur une carte routière, la distance entre deux villes est de 15 cm. En réalité, cette distance est de 300 km.

b. Sur la maquette d'un building, la flèche de l'immeuble mesure 12 cm. En réalité, elle mesure 36 m.

c. Sur le plan d'une halle des sports, les gradins ont une longueur de 82,5 cm. En réalité, ils mesurent 55 m.

d. Une Tour Eiffel en modèle réduit mesure 18 cm de haut. En réalité, elle mesure 324 m (antennes de télévision incluses).

27 Sur un plan



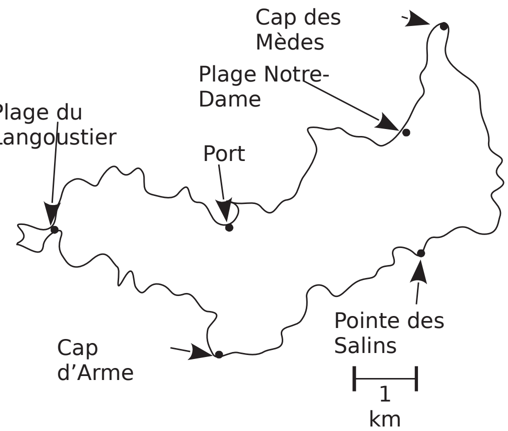
Cette figure représente un terrain à l'échelle 1/1 000.

a. Quelle est l'aire réelle de ce terrain ?

b. On souhaite clôturer ce terrain avec un grillage. Quelle longueur de grillage faut-il prévoir ?

c. Réalise un dessin de ce terrain à l'échelle 1/1 250.

28 La carte schématise l'île de Porquerolles :



a. Quelle distance y a-t-il entre la Plage du Langoustier et le Cap des Mèdes à vol d'oiseau ?

b. Quelle distance y a-t-il entre le Port et le Cap d'Arme ?

c. Construis un tableau qui donne la distance à vol d'oiseau entre le Cap de Mèdes et les autres points de l'île.

d. Quelle est l'échelle de cette carte ?

9782210106345-0MEP.indb 139 24/06/16 10:39

Je résous des problèmes

Corps, santé, bien-être et sécurité

1 Lire une étiquette

Sur l'étiquette d'une bouteille d'un litre de jus d'orange, on lit :

Valeurs nutritionnelles moyennes pour 100 mL	
Protéines	0,4 g
Glucides	11,8 g
Lipides	< 0,1 g
Valeur énergétique moyenne : 50 Kcal	

Recopie puis complète le tableau suivant.

Volume de jus d'orange	200 mL	250 mL	1 L	2 L
Protéines				
Glucides				
Lipides				
Valeur énergétique				

2 L'apport calorique

Un patient obèse typique verra son poids augmenter de quelque 20 kg en 10 ans. Ceci signifie un excès d'apport quotidien de 30 à 40 kilocalories au début du processus d'obésité [...]. Un excès quotidien de cette ampleur correspond initialement à moins d'un demi-sandwich.
(Per Björntorp. Obesity. The Lancet, 1997)

Entre quelles valeurs se situe l'apport calorique quotidien de deux sandwiches ?

3 Tabac info service

Les jeunes de 12 à 25 ans qui fument régulièrement consomment en moyenne 10 cigarettes par jour.
(source : www.tabac-info-service.fr)

Fumer peut entraîner une mort lente et douloureuse

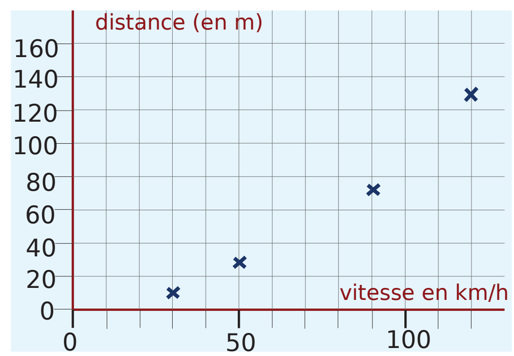
a. En supposant qu'un fumeur commence à l'âge de 14 ans à ce rythme, et continue jusqu'à 25 ans, combien de cigarettes aura-t-il fumées ?

b. Le prix moyen d'une cigarette est 0,325 € en 2016. Quelle est la somme consacrée par ce fumeur à l'achat de ses cigarettes en 2016 ?

4 En éducation à la sécurité routière

La distance d'arrêt d'une voiture est-elle proportionnelle à sa vitesse ?

Justifie ta réponse à l'aide du graphique suivant qui représente la distance d'arrêt d'une voiture en fonction de sa vitesse :



Sciences, technologie et société

5 Réaliser une maquette

Simona veut réaliser le plan de sa chambre à l'échelle 1/50.

a. Reproduis et complète le tableau de proportionnalité suivant.

	Échelle	Longueur	Largeur
Dimensions sur le plan (en cm)	1		
Dimensions réelles (en cm)	50	450	380

b. La largeur d'une porte est de 1,8 cm sur le plan. Quelle est sa largeur en réalité ?

6 En électricité

Une installation électrique correctement conçue est protégée par des fusibles dont la valeur limite est donnée en ampères (A). La valeur limite d'un fusible est proportionnelle à la puissance maximale en watts (W) supportée par l'installation. Ainsi un fusible de 16 A peut supporter une puissance maximale de 3 500 W.

a. Quelle puissance maximale peut supporter un fusible de 30 A ?

b. Quelle doit être la valeur limite d'un fusible pour une puissance maximale de 5 250 W ?

7 En SVT

Le Brésil est considéré comme représentant les 20 % de la biodiversité mondiale, avec 50 000 espèces de plantes, 5 000 vertébrés, 10 à 15 millions d'insectes et des millions de micro-organismes.

(source : fr.wikipedia.org)

Calcule le nombre estimé d'espèces de plantes, de vertébrés et d'insectes sur Terre.

8 En sciences

Lors de la crue de l'Ouvèze (affluent du Rhône) qui fit 42 morts le 22 septembre 1992, on a estimé que le débit de cette rivière avait atteint un maximum de 1 100 $m^3.s^{-1}$ alors que le débit moyen est de 5,2 $m^3.s^{-1}$. Quel pourcentage d'augmentation cela représente-t-il ?

9 Un calcul de la vitesse de la lumière

Des réflecteurs posés sur le sol lunaire en 1969 servent à mesurer le temps mis par la lumière pour faire un aller-retour de la Terre à la Lune. Des mesures récentes montrent que la lumière met en moyenne 2,564 s pour faire ce trajet alors que la distance Terre-Lune est d'environ 384 402 km. Calcule une valeur approchée de la vitesse de la lumière.

10 La vitesse du son est de 340 mètres par seconde et celle de la lumière est de 299 792 458 mètres par seconde.

a. Exprime ces vitesses en kilomètres par heure.

b. La Terre est assimilée à une sphère de 6 400 kilomètres de rayon. Combien de temps mettrait-on pour en faire le tour à la vitesse du son ?

c. Une Année-Lumière (notée *A.L.*) est une unité de longueur utilisée par les astronomes pour mesurer les distances entre les planètes. Une Année-Lumière est la distance parcourue par la lumière en une année. Exprime cette distance en kilomètres.

11 Débit d'une rivière

Le 1er octobre 1993, le débit de la Durance (un affluent du Rhône) était de x m^3 par seconde. Après une semaine de pluie, le débit augmentait de 30 %.

a. Sachant que le débit était alors de 143 m^3 par seconde, calculer le débit initial x.

b. Une semaine après, le débit baissait de 30 %. Calculer le nouveau débit.

Transition écologique et développement durable

12 Ampoule basse consommation

Une famille décide de changer les ampoules classiques de son domicile qui avaient une puissance moyenne de 75 W pour des ampoules basse consommation d'une puissance moyenne de 15 W.

On rappelle qu'une ampoule de 75 W consomme 75 Wh, c'est-à-dire 75 W en 1 heure et que 1 kW correspond à 1 000 W.

a. En moyenne, une de ces ampoules est éclairée 1,5 h par jour. Quel est alors le nombre de kWh économisés par année de 365 jours par cette famille ?

b. Le prix du kWh est approximativement de 0,6 €. Calcule ainsi l'économie réalisée par an au centime d'euro près.

c. Une ampoule classique coûte 1 € et une ampoule basse consommation 7 €. Dans combien de temps environ la famille aura-t-elle remboursé son investissement ?

13 Le bois, une source d'énergie

Le bois est une énergie peu coûteuse et très répandue. En France, en 2005, le chauffage au bois produit l'équivalent de 9 millions de tonnes de pétrole (Mtep) par an, soit 3,3 % des besoins en énergie. Il faut savoir qu'il existe aussi une nouvelle génération de chaudières à bûches pour le chauffage central [...] qui présentent de multiples avantages notamment des émissions polluantes réduites [...]. En 2005, la part des énergies renouvelables dans la consommation d'énergie est de 6,3 %. (source : www.ciele.org)

a. Quels étaient les besoins énergétiques en Mtep (arrondis à l'unité) en France en 2005 ?

b. Quelle quantité les énergies renouvelables représentent-elles en France en 2005 en Mtep ?

9782210106345-0MEP.indb 141 24/06/16 10:39

Je résous des problèmes

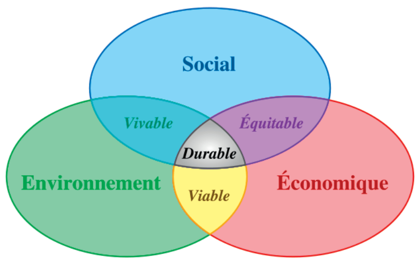
14 Isolation et consommation

À la suite de travaux d'isolation dans sa maison, d'un montant de 1 470 €, Yann calcule qu'il gagnera 15 % sur sa facture annuelle de chauffage. Sa facture précédente était de 980 €.

a. Au bout de combien d'années, si ses besoins en chauffage restent constants, Yann aura-t-il amorti ses travaux ?

b. Quelle sera l'économie réalisée sur 20 ans ?

15 Empreinte écologique



L'empreinte écologique a pour objectif d'évaluer la charge écologique correspondant à une activité, une population, une nation... En d'autres termes, la surface et les ressources nécessaires pour maintenir un niveau de vie constant et assurer l'élimination des déchets produits. Elle se calcule en hectares. Si l'on considère la superficie totale de la Terre, on peut utiliser 1,5 ha par personne (pour 6 milliards de personnes). Un Européen a besoin de 5 ha pour maintenir son niveau de vie.

(source : http://fr.wikipedia.org)

Si tout le monde consommait comme un Européen, combien faudrait-il de planètes supplémentaires ?

16 Gaz à effet de serre

À Kyoto, en juillet 2006, 156 états se sont engagés à réduire leurs émissions de six gaz à effet de serre de 5,2 % entre 2008 à 2012 par rapport au niveau de 1990. Le protocole de Kyoto n'a pas été ratifié par les États-Unis et l'Australie. Les États-Unis sont pourtant le premier émetteur mondial (20 % des émissions de gaz à effet de serre).

(source : http://fr.wikipedia.org)

Si les États-Unis réduisaient leurs émissions de gaz à effet de serre de 5,2 %, quelle serait la baisse des émissions de gaz à effet de serre sur la Terre ?

17 Fuite d'eau

Une chasse d'eau qui fuit dans la maison de Gérard laisse échapper 15 L d'eau en 3 h.

a. Quelle quantité d'eau est perdue en une semaine ?

b. 1 m^3 d'eau coûte 5,20 €. Que coûtera cette fuite à Gérard au bout d'un an s'il ne la répare pas ?

18 Vitesse et consommation d'essence

La voiture de Samy consomme 8 L d'essence à 100 km/h et 10 L d'essence à 120 km/h.

a. De 100 km/h à 120 km/h, quel est le pourcentage d'augmentation de la vitesse ?

b. De 100 km/h à 120 km/h, quel est le pourcentage d'augmentation de la consommation ?

Monde économique et professionnel

19 Remise et solde

a. Le gérant d'un magasin de vêtements décide d'appliquer une réduction de 20 % sur l'ensemble de son magasin.
Quel sera le nouveau prix d'un pull coûtant 27 € ? D'un tee-shirt coûtant 15 € ?

b. Pour ses clients disposant d'une carte de fidélité, il décide d'appliquer une réduction supplémentaire de 10 % à celle déjà effectuée en **a.**.
Calcule le prix des articles du **a.** pour ces clients.

c. Quel est alors le pourcentage de la remise effectuée aux clients fidèles ? Comment l'interprètes-tu ?

20 Intérêt d'épargne

Luc dispose de 150 €. Il les place le 31 décembre 2016 sur un livret rapportant 2 % d'intérêt par an.

a. Quels seront les intérêts la première année ?
De quelle somme disposera-t-il au 1er janvier 2018 ?

b. Cet argent fructifie à nouveau la deuxième année. De combien d'argent disposera-t-il le 1er janvier 2019 ?

c. Il laisse cet argent pendant 5 ans sur son livret. Quelle sera la somme dont il disposera au 1er janvier suivant ?

21 Intérêt d'épargne

Samir a placé un capital de 1 500 € à sa banque le 1er janvier 2016 à un taux d'intérêts annuel de 6 %. Cela signifie que chaque année la banque rajoute au capital 6 % de ce capital.

a. Quel sera le capital de Samir le 01/01/2018 ?

b. Quel sera le capital de Samir le 01/01/2019 ?

c. Quel pourcentage de son capital de départ Samir aura-t-il gagné en deux ans ?

22 Emprunter

Lucien veut emprunter 3 000 €.
À quelle banque va-t-il s'adresser ?

Banque du Nord	Banque du Sud
Coût du crédit : 2,5 % du capital emprunté	Coût du crédit : 3,2 % du capital emprunté
Assurance : 200 €	Assurance : 155 €

23 Production de jouets

En décembre, une manufacture de jouets augmente sa production de 20 % par rapport à celle de novembre, et en janvier elle diminue sa production de 20 % par rapport à celle du mois de décembre.

a. En novembre, 1 250 jouets ont été produits. Combien ont été produits en décembre ?
Combien ont été produits en janvier ?
Comment l'interprètes-tu ?

b. Le gérant de la manufacture a annoncé à ses employés qu'il prévoyait une augmentation de 200 % de la production d'ici 10 ans. Cela signifie que la production va être multipliée par un certain nombre, lequel ?

c. Cette année, 15 000 jouets seront produits. Combien le gérant espère-t-il en produire d'ici 10 ans ?

24 Conversion et monnaie

En t'aidant des changes en novembre 2015 donnés ci-dessous, réponds aux questions.

1 € = 1,07096 dollar US
1 € = 70,7734 roupies indiennes
1 yuan chinois = 0,14 €

a. Combien valent 3 euros en dollars US ?

b. Combien valent 20,5 yuans chinois en euros ?

c. Combien valent 50 euros en roupies indiennes ?

d. Combien valent 100 dollars US en euros ?

e. Combien valent 200 roupies indiennes en euros ?

f. Combien valent 3 000 yuans en dollars ?
Fin novembre 2015, le cours de l'euro en dollar des États-Unis s'établit comme suit :
1 € = 1,07096 $ USD.

g. En prenant en abscisse 1 cm pour 1 € et en ordonnée 1 cm pour 1 $ USD, et en plaçant un point bien choisi, représente graphiquement la conversion euro-dollar USD.

h. À l'aide du graphique, donne une valeur approchée en $ USD de 6 € puis de 7 €.

i. À l'aide du graphique, donne une valeur approchée en € de 3 $ USD puis de 15 $ USD.

j. Recopie puis complète le tableau suivant avec les valeurs exactes ou arrondies au centième :

Euro	6			7		100
		3	15		100	

Source : Banque de France http://www.banque-france.fr/.

k. Compare les résultats obtenus avec le graphique à ceux du tableau.

Résoudre un problème numérique

25 Deux croissants et cinq chocolatines coûtent 4,50 €. Quatre croissants et neuf chocolatines coûtent 8,28 €. Quel est le prix d'une chocolatine puis celui d'un croissant.

26 Le lièvre et la tortue

Jeannot Lapin et Louise Tortue décident de faire une course sur une distance de 500 m. Jeannot, sûr de lui, laisse partir Louise et décide de ne s'élancer à 50 km/h que quand Louise partie à 2 km/h sera à 20 m de la ligne d'arrivée.
Que va-t-il se passer ?

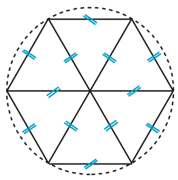
27 Quel pourcentage représentent les $\frac{9}{50}$ des $\frac{2}{3}$ d'une quantité donnée ?

9782210106345-0MEP.indb 143 24/06/16 10:39

Je résous des problèmes

Résoudre un problème géométrique

28 L'hexagone



Construis un hexagone régulier inscrit dans un cercle de rayon 4 cm.

a. Quel est le périmètre de cet hexagone ?

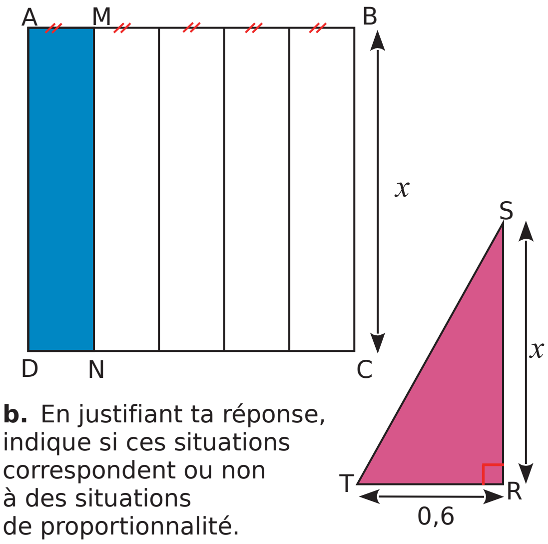
b. Quand on double le rayon du cercle, qu'en est-il du périmètre de l'hexagone ? Y a-t-il proportionnalité entre longueur d'un côté et périmètre ?

c. Construis un hexagone régulier de 33,6 cm de périmètre et de même centre que le premier.

29 Aire d'un rectangle, d'un triangle

a. Sachant que ABCD est un carré, complète ce tableau permettant de calculer l'aire du rectangle AMND et l'aire du triangle SRT, rectangle en R. Écris sur ton cahier les calculs nécessaires.

Dimension x	1	2	3	4	5
Aire de AMND (en cm²)	0,2	0,8			
Aire de SRT (en cm²)	0,3	0,6			



b. En justifiant ta réponse, indique si ces situations correspondent ou non à des situations de proportionnalité.

c. Représente graphiquement l'aire de ABCD en fonction de x (en abscisse : 1 cm représente une valeur de 1 cm pour x, en ordonnée : 1 cm représente une aire de 1 cm²).

d. Représente graphiquement l'aire de RST en fonction de x (en abscisse : 1 cm représente une valeur de 1 cm pour x, en ordonnée : 1 cm représente une aire de 1 cm²).

En utilisant le numérique

30 Une ville compte 40 000 habitants en 2010. Elle perd chaque année 1,5 % de sa population.

a. Quel sera le nombre d'habitants dans un an ?

b. Dans un tableur, reproduis la feuille de calcul suivante puis programme les cellules pour connaître la population de cette ville dans 10 ans.

1	**Année**	**Population**
2	2010	40 000
3	2011	

c. Dans combien d'années la ville aura moins de 200 habitants ?

31 Avec des carrés

a. Utilise un tableur pour calculer le périmètre et l'aire de carrés de côtés entiers de 1 à 10 cm.

b. Fais un graphique représentant le périmètre en fonction de la longueur, puis un deuxième graphique représentant l'aire en fonction de la longueur.
Quelles remarques peux-tu faire ?

32 On considère un cercle de rayon 1 dm, de centre O.

a. Quelle est la longueur de ce cercle ?

b. Quelle est la longueur d'une moitié de ce cercle ? Combien mesure l'angle de sommet O qui correspond à cet arc ?

c. Quelle est la longueur d'un arc qui correspond à un angle de 90° ? 45° ? 1° ?

9782210106345-0MEP.indb 144 24/06/16 10:39

33 Dans ces quatre situations, le prix est proportionnel à la quantité proposée.

a. Monsieur Radin n'a qu'un euro et se demande ce qu'il pourrait acheter.
À l'aide d'un tableur, reproduis chaque tableau puis programme chacune des cellules C2 pour répondre à M. Radin.

	A	B	C	D
1	Prix en €	24	1	
2	Nombre de paquets de gâteaux	6		15

	A	B	C	D
1	Prix en €	35	1	
2	Volume d'eau en L	52,5		99

	A	B	C	D
1	Prix en €	3,6	1	
2	Longueur en cm	4,32		37,2

	A	B	C	D
1	Prix en €	9	1	
2	Masse en kg	7		11,2

b. Les quantités achetées par M. Budget sont affichées dans chaque cellule D2.
Pour chaque tableau, programme la cellule D1 pour déterminer combien M. Budget a dépensé.

34 Proportionnalité et graphique

Pour faire du ciment, il est indiqué sur le sac qu'il faut mélanger les 25 kg de poudre avec 7,5 L d'eau.

a. À l'aide d'un tableur, réalise le tableau.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Ciment en kg	25	17	27	53,5			
2	Eau en L	7,5				22	45	3

b. Programme la cellule C2 puis recopie-la dans les cellules D2 et E2.

c. Programme la cellule F1 que tu recopieras dans les cellules G1 et H1.

d. Affiche le graphique de ce tableau en choisissant judicieusement les axes.
Que remarques-tu ?

35 Jour de soldes !

Chez Madame Bienvêtu...

Madame Bienvêtu construit une feuille de calcul à l'aide d'un tableur afin de préparer les nouveaux prix des articles soldés dans son magasin de vêtements.

a. Reproduis le tableau suivant.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ancien prix en €	100	37	42	54	72	83
3	Nouveau prix en €						

b. Dans un premier temps, elle commencera par une remise de 10 %. Complète les cellules par des formules qui permettront de déterminer les nouveaux prix.

c. Indécise, elle change d'avis et appliquera dès le premier jour une remise de 18 %. Rajoute une ligne à ton tableau permettant de calculer ces nouveaux prix.

d. Calcule les nouveaux prix pour des anciens prix allant de 5 en 5 et compris entre 35 et 100.

Chez Monsieur Bonhabit...

Madame Bienvêtu veut connaître les prix pratiquer par Monsieur Bonhabit, qui tient le magasin concurrent. Elle a dressé le tableau suivant.

	A	B	C	D	E
1	Ancien prix en €	56	65	78	87
2	Remise en €	8,96	10,4	12,48	13,92
3	Nouveau prix en €				

a. Reproduis ce tableau puis complète la dernière ligne.

b. Rajoute une ligne au tableau et calcule le pourcentage de réduction choisi par Monsieur Bonhabit.

c. Que peut en déduire Madame Bienvêtu ?

36 Records

a. Le record du monde du 100 m est détenu au 16/08/2009 par Usain Bolt en 9 s 58'.
Quelle a été sa vitesse en m/s ?

b. Le record du monde du 10 000 m est détenu au 26/08/2005 par Kenenisa Bekele en 26 min 17 s 53'..
Quelle a été sa vitesse en m/s puis en km/h ?

c. Avec un tableur, crée une page permettant de calculer la vitesse en m/s des dix derniers records du 100 m.

9782210106345-0MEP.indb 145 24/06/16 10:39

Je résous des problèmes

37 Que fait le programme suivant ?

- lire les nombres x_1, x_2, y_1
- donner à y_2 la valeur x_2*y_1/x_1
- écrire y_2

38 Écrire un programme qui lit les nombres x_1, x_2 et y_1, y_2 et permet de conclure si le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.

Valeurs x	x_1	x_2
Valeurs y	y_1	y_2

Si oui, afficher le coefficient.

39 Que fait le programme suivant ?

- lire les nombres Ndeb, Nfin
- donner à x la valeur (Nfin/Ndeb-1) *100
- écrire « pour passer de Ndeb à Nfin on applique : »
- écrire x « % »

40 Écrire un programme qui lit deux lignes (de 5 valeurs) d'un tableau et permet de conclure si c'est un tableau de proportionnalité.

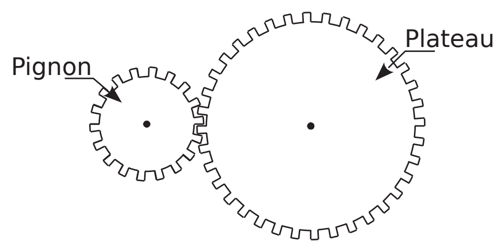
Technologie : étude des engrenages

1re partie

On s'intéresse à l'engrenage ci-dessous, composé d'un pignon et d'un plateau :

Compte le nombre de dents des deux éléments de l'engrenage puis réponds aux questions suivantes :

- Si le plateau parcourt un tour, combien de tours le pignon parcourt-il ?
- Si le pignon parcourt sept tours, combien de tours le plateau parcourt-il ?
- Est-on dans une situation de proportionnalité ?



2e partie

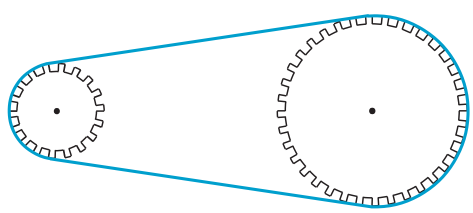
On s'intéresse à un engrenage composé d'un plateau de rayon 8 cm et d'un pignon de rayon 3 cm.

Calcule le périmètre du plateau et du pignon puis réalise un tableau qui te permettra de répondre rapidement aux questions suivantes :

- Si le plateau parcourt un tour, combien de tours le pignon parcourt-il ?
- Si le pignon parcourt neuf tours, combien de tours le plateau parcourt-il ?
- Quel est le coefficient qui permet de passer du nombre de tours du plateau à celui du pignon ?

3e Partie

On considère un engrenage composé d'un plateau de rayon 20 cm et d'un pignon de rayon 8 cm reliés par une chaîne.



a. Sur le pignon est fixée la roue arrière et sur le plateau sont fixées les pédales.

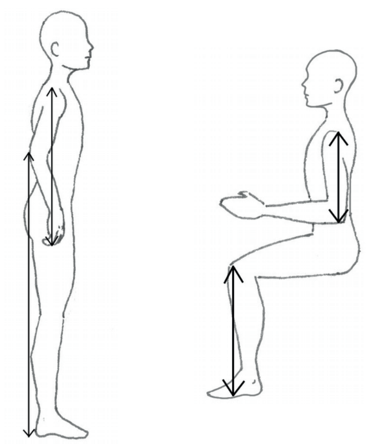
- Combien de tours le plateau parcourt-il lorsque M. Mathenpoche donne un coup de pédales ?
- Combien de tours le pignon parcourt-il lorsque M. Mathenpoche donne un coup de pédales ?

b. Le diamètre de la roue du vélo mesure 60 cm. Combien de mètres parcourt M. Mathenpoche lorsqu'il donne un coup de pédales ? Deux coups de pédales ? Sept coups de pédales ?

c. Réalise un tableau qui donne la distance parcourue en fonction du nombre de coups de pédales.

9782210106345-0MEP.indb 146 24/06/16 10:39

SVT : Biométrie



Vous allez travailler sur deux relations biométriques. Les variables étudiées sont des longueurs du corps humain qui seront mesurées à l'aide des schémas fournis ci-contre.

Les mesures seront effectuées sur chaque élève du groupe.

1re partie : étude d'une relation biométrique

On considère **la longueur A** de votre épaule au bout de votre majeur et **la longueur B** de votre épaule à la pointe de votre coude. Une étude statistique a montré que la longueur A est approximativement égale à la longueur B multipliée par 1,65.

a. Calculez et reportez dans un tableau les valeurs de la variable A, pour B variant de 25 à 40 cm avec un pas de 1 cm. Que pouvez-vous dire de ce tableau ?

b. Mesurez sur votre corps la longueur B en centimètres puis estimez chaque longueur A associée à l'aide du tableau de proportionnalité. Comparez-la alors à la longueur A mesurée sur votre corps.

2e partie : recherche d'une relation biométrique

On considère maintenant **la longueur C** de votre hanche au sol et **la longueur D** de la partie supérieure de votre genou au sol.

c. Mesurez sur votre corps les longueurs C et D puis calculez le rapport $\frac{C}{D}$.

d. Calculez le rapport $\frac{C}{D}$ moyen du groupe puis comparez-le à la moyenne nationale qui vaut 1,86.

e. Représentez graphiquement l'égalité $C = 1{,}86 \times D$ en plaçant la variable D en abscisse et la variable C en ordonnée.

f. Placez sur ce même graphique le point correspondant aux mesures des variables C et D de chacun d'entre vous. Interprétez sa position par rapport à la courbe tracée en **e.** en écrivant une phrase du type : « *Proportionnellement à la taille de ma jambe, mon tibia est plus/moins long que la moyenne de la population.* ».

Géographie : évolution de la population mondiale

1re partie : indice d'évolution

Le tableau ci-dessous indique l'évolution du nombre d'humains (en millions d'habitants) par continent et en fonction des années.

Régions/Dates	500	1000	1500	1800	1900	2000
Asie	120	155	243	646	902	3631
Europe	41	43	84	195	422	782
Afrique	32	40	86	101	118	800
Amérique	15	18	42	24	165	819
Océanie	1	1	3	2	6	30
Total mondial	209	257	458	968	1613	6062

a. Quel est le continent où la population a « le plus augmenté » entre 1800 et 2000 ? Justifiez. Comparez aux réponses des autres groupes.

b. Pour interpréter et comparer plus facilement l'évolution de la population par rapport à une année de référence, on va utiliser ce que les statisticiens appellent des indices.

	1800	1900	2000
Population mondiale	968	1613	6062
Indice	100	x	y

- Si on considère qu'il y a 100 habitants en 1800, combien y en a-t-il en 1900 ? Ce nombre d'habitants est l'**indice** de la population mondiale en 1900, sur la base 100 en 1800.
- Calculez l'indice de la population mondiale en 2000 sur la base 100 en 1800.

Je résous des problèmes

- Choisissez un continent différent des autres groupes et complétez la phrase suivante : « La population de ce continent a augmenté de ... % entre 1800 et 1900 et de ... % entre 1800 et 2000. ».
- Mettez en commun les résultats pour chaque continent puis répondez une nouvelle fois à la question **a.**.
  À l'aide du cours d'histoire-géographie, commentez les résultats observés.

2e partie : pronostics

c. Construisez et complétez un tableau similaire à celui de la question **b.** en prenant 1900 comme année de référence sur la base 100. Déduisez-en le pourcentage d'augmentation de la population mondiale entre 1900 et 2000.

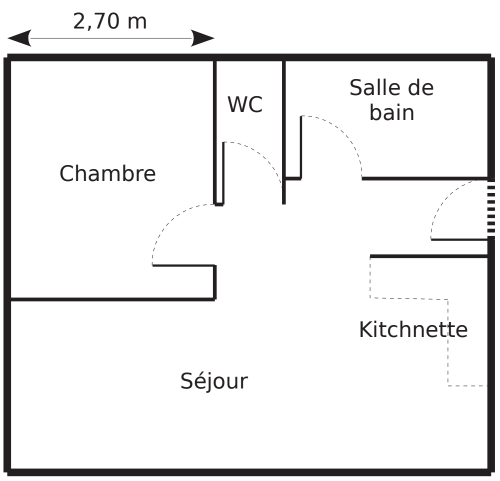
d. En supposant que la progression de la population mondiale sera la même pour les siècles à venir que celle du siècle passé, pronostiquez le nombre d'humains sur Terre en l'an 2100 puis en l'an 2200 et enfin en l'an 3000.

e. À l'aide d'un tableur, pronostiquez avec les mêmes hypothèses la population en l'an 5000.

Technologie : construire une maquette

1re partie : s'entraîner

Voici le plan d'un appartement :



a. Quelle est la largeur de cet appartement dans la réalité ?

b. Quelles autres dimensions réelles pouvez-vous déterminer facilement ?

c. Quelle est l'échelle de ce plan ?

d. Calculez toutes les dimensions réelles et présentez-les dans un tableau (on arrondira au centimètre).

2e partie : imaginer

Réalisez **à main levée** le plan d'une maison qui respecte les critères suivants :

- elle possède entre 5 et 8 pièces (chaque pièce compte) ;
- il doit y avoir tout le confort nécessaire (WC, salle de bain en particulier...) ;
- cette maison doit pouvoir s'inscrire dans un rectangle de longueur inférieure au double de sa largeur.

Sur cette figure à main levée, doivent figurer toutes les dimensions réelles nécessaires à la réalisation d'un plan de cette maison.

3e partie : réaliser

Choisissez une boîte à chaussures

- déterminez la meilleure échelle pour que le plan de cette maison puisse être réalisé dans la boîte à chaussure choisie ;
- construisez avec vos instruments le plan en respectant les dimensions ;
- Réaliser la maison dans la boîte à chaussure.

Statistique et probabilité

B2

Objectifs de cycle

Vocabulaire, effectifs et fréquences		
Calculer des fréquences	test n° 1	Niveau 1
Représenter des données		
Représenter les données sous forme de diagramme	test n° 2	Niveau 1
Moyenne d'une série statistique		
Calculer la moyenne à partir des données	tests n° 3 et 4	Niveau 1
Calculer la moyenne à partir des effectifs	test n° 5	Niveau 1
Calculer une médiane, une étendue	test n° 6	Niveau 2
Probabilités	test n° 7 à 9	Niveau 3

- En cycle 3, les élèves recueillent et trient des informations. Le cycle 4 donne les outils mathématiques pour poursuivre l'étude d'une collection de données.
- Le vocabulaire et les premières notions (effectifs et fréquences) sont abordés puis leur représentation soit sous forme de tableaux soit sous forme de diagrammes est étudiée.
- Pour permettre l'interprétation et la comparaison de séries statistiques, des caractères sont étudiés : moyenne, médiane, étendue.
- Les probabilités sont abordées.

Activités de découverte

Activité 1 Pourcentages, diagrammes et tableur

Au collège, l'an dernier, 80 élèves de troisième ont été orientés en 2de professionnelle, 32 en bac professionnel, 24 en 1re année de CAP et 24 d'entre eux ont redoublé.

1. Reproduis le tableau suivant dans un tableur puis places-y les données de l'énoncé.

Orientation	2nde générale	Bac pro.	C.A.P.	Doublement	Total
Effectif					
Fréquence (%)					

2. À l'aide d'une formule, calcule le nombre total d'élèves concernés, puis complète la ligne des fréquences.

3. Construis dans le tableur un diagramme représentant la répartition des orientations. Quel type de diagramme est le plus adapté ?

4. D'après toi, quels sont les avantages et les inconvénients d'un tel diagramme par rapport au tableau ?

Activité 2 Uniformisation

	A	B	C	D
1	**Mois**	Production réelle	Production uniforme	Variation
2	Janvier	2 304		
3	Février	1 660		
4	Mars	2 952		
5	Avril	2 592		
6	Mai	2 808		
7	Juin	2 016		
8	Juillet	3 668		
9	Août	2 592		
10	Septembre	2 808		
11	Octobre	2 016		
12	Novembre	2 664		
13	Décembre	2 736		
	Total année	30 816		

Voici le nombre de pièces produites mois par mois dans une usine d'aéronautique (colonne B) au cours de l'année.

Afin de gérer au mieux son personnel, le chef d'entreprise souhaiterait produire, l'année suivante, le même nombre de pièces chaque mois tout en gardant le même nombre total de pièces.

On a donc programmé ci-contre une feuille de calculs dans un tableur de telle sorte que les cellules C3 à C13 affichent toutes le même nombre que la cellule C2 et que la cellule C14 soit la somme de ces douze cellules.

1. Détermine, en testant des valeurs, le nombre à saisir en C2 pour répondre au problème.

2. Comment obtenir cette valeur directement par un calcul ?

3. Détermine alors la formule à saisir dans les cellules de la colonne D pour savoir de combien la production de cette pièce doit être réduite ou augmentée chaque mois.

9782210106345-0MEP.indb 150 24/06/16 10:39

Activité 3 La roulette

À la roulette, on peut parier soit sur le numéro sorti, soit sur la couleur du numéro sorti (noir ou rouge). Au bout de 25 parties consécutives, voilà les couleurs sorties :

N N R N R R N N R N R N N R N N N R R R N R R N N

1. Peut-on dire que plus de 50 % des tirages sont rouges ?

2. Que pourrait-on appeler « fréquence d'apparition de la couleur rouge » dans cette série ?

3. Les 40 parties suivantes ont donné les résultats ci-dessous :

N R N R R R N N R N R R R N N N R N R R

N R R N N R R N R N R N N R R N R N R N

Calcule la fréquence d'apparition de la couleur rouge pour ces 40 tirages.
Un joueur qui n'a effectué que les 25 premières parties et qui ne parie que sur la couleur rouge a fait la réflexion suivante : « J'aurais plus souvent gagné si j'avais fait plutôt ces 40 parties ! ». A-t-il raison ?

Activité 4 Le baccalauréat

Au mois de juillet, Noémie, élève en Terminale S spécialité Mathématiques, a reçu son relevé de notes du baccalauréat qu'elle a passé au mois de juin :

Matière	Coefficient	Note	Total matière
Mathématiques	9	13,00	
Physique-chimie	6	8,00	
SVT	6	11,00	
Français	4	12,00	
Philosophie	3	8,00	
Histoire-géographie	3	9,00	
LV1	3	11,00	
LV2	2	7,00	
EPS	2	11,00	
Total des coefficients :		***Total à l'examen :***	
		Moyenne à l'examen	**10,5**

1. Reproduis ce tableau dans un tableur.

2. Calcule la moyenne de la colonne de ses notes. Correspond-elle à la moyenne indiquée en bas du relevé ? Pourquoi ?

3. Que signifie le terme « Coefficient » ? Explique alors comment on peut remplir la colonne « Total matière ».

4. À quoi sert le nombre désigné par « Total des coefficients » ? Propose alors un calcul permettant de retrouver la moyenne à l'examen.

5. Jérôme a passé le même baccalauréat et a obtenu : 8 en Mathématiques, 11 en Physique-chimie, 10 en SVT, 8 en Français, 5 en Philosophie, 13 en Histoire-géographie, 10 en LV1, 9 en LV2 et 14 en EPS. A-t-il eu son baccalauréat ? Si non, quelle note aurait-il dû avoir au minimum en Mathématiques pour obtenir son diplôme ?

Activités de découverte

Activité 5 Histoires de boîtes

1. La moyenne, c'est connu !

Monsieur Misant, fabricant de « boîtes de chaussures », doit renouveler son stock.
Il veut pour cela concilier différentes contraintes :
- éviter le gaspillage (pas de grandes boîtes pour de petites chaussures) ;
- ne faire que deux formats de boîtes au maximum car il dispose de deux chaînes de fabrication ;
- produire la même quantité de boîtes sur chaque chaîne de fabrication.

Lors d'une enquête sur leurs pointures, 1 012 adultes ont répondu. Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
2	Fréquence (en %)	2,3	4,3	7,6	10,8	11,4	13,6	13,7	11,3	9,4	8,1	5,3	2,2
3													
4													
5													

a. Quels sont la population et le caractère étudiés dans cette enquête ?

b. Calcule la différence entre la pointure maximale et la pointure minimale (cette différence est appelée **étendue de la série statistique**).

c. Reproduis le tableau dans un tableur.

d. M. Misant veut fabriquer 10 000 boîtes. Sur la ligne 3, programme les cellules pour obtenir le nombre de boîtes à fabriquer par pointure (La répartition observée lors de l'enquête est respectée.)

e. Le fils de M. Misant, grand spécialiste du calcul de moyennes, propose à son père de fabriquer deux types de boîtes : les unes au format de la pointure **moyenne** et les autres au format maximum.
Cette répartition permet-elle de produire la même quantité de boîtes sur chaque chaîne de fabrication ? Justifie.

2. Répartir les pointures

a. M. Misant décide de demander de l'aide à sa fille, élève de 4^{e}.

- Sur la ligne 4, elle programme les cellules pour qu'elles calculent le pourcentage de personnes dont la pointure est inférieure ou égale à 35, 36, …

- Sur la ligne 5, elle programme les cellules pour qu'elles calculent le nombre de personnes ayant une pointure inférieure ou égale à 35, 36, …

Complète ton tableau en appliquant ses recommandations.

b. Quelles pointures devra contenir la première taille de boîtes pour produire la même quantité de boîtes sur chaque chaîne de fabrication ? Justifie ta réponse.

*(La valeur maximale de ces pointures est appelée **médiane de la série statistique**).*

9782210106345-0MEP.indb 152 24/06/16 10:39

Activité 6 Du vocabulaire

Dans un jeu " classique " de 32 cartes, on tire une carte au hasard. On peut reproduire cette expérience dans les mêmes conditions autant de fois que l'on veut ; on connaît tous les résultats possibles, mais le résultat n'étant pas prévisible, c'est ce que l'on appelle une **expérience aléatoire**.

1. Issues des événements

a. Combien y a-t-il d'**issues** à cette expérience ?

b. On s'intéresse à la couleur (cœur, carreau, pique ou trèfle) de la carte tirée. « La carte tirée est un cœur » est un **événement**. Quelles sont les issues de cet événement ? Combien y en a-t-il ?

c. Quelles sont les issues de l'événement : « la carte tirée est un as » ?

d. Pour cette expérience, propose un événement composé de trois issues.

2. Probabilités

a. Quelle est la probabilité de chaque événement élémentaire ?

b. Quelle est la probabilité de l'événement : « la carte tirée est un cœur » ?

c. Quelle est la probabilité d' « la carte tirée est un as » ?

3. Les cartes en main !

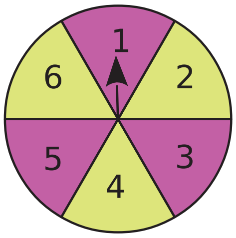
a. Propose un événement qui a 1 chance sur 8 de se réaliser.

b. Propose un événement qui a 7 chances sur 8 de se réaliser.

c. Propose un événement dont la probabilité est de $\frac{3}{8}$.

Activité 7 Expérience en deux temps

Un stand de fête foraine propose la loterie suivante : on fait tourner une roue équilibrée partagée en six secteurs identiques numérotés de 1 à 6. Si on obtient un numéro pair, alors on tire une bille dans un sac contenant 3 billes noires et 1 bille blanche indiscernables au toucher. Si on tire une bille blanche, alors on gagne le gros lot.



1. Détermine toutes les issues pour cette loterie. Propose une méthode pour les présenter (tableau, arbre, ...).

2. Quelle est la probabilité de pouvoir tirer une bille ?

3. Quelle est la probabilité de gagner à cette loterie ? En une journée, le forain espère que 200 joueurs tenteront leur chance. Combien de lots risque-t-il de distribuer ?

9782210106345-0MEP.indb 153 24/06/16 10:39

Cours et méthodes

1) Vocabulaire, effectif et fréquence

A. Maîtriser le vocabulaire des statistiques

Définitions

Lorsque l'on réalise une enquête, on est amené à étudier des **caractères** propres à chaque **individu**. L'ensemble des individus est appelé la **population**.
Le caractère peut être **qualitatif** (la couleur des cheveux, les sports pratiqués ou le type de film préféré) ou **quantitatif** (la taille, l'âge, le temps passé devant la télévision).
L'ensemble des données collectées s'appelle une **série statistique**. Avant traitement, elle est appelée **série brute**.

» **Exemple :** On a demandé aux 28 élèves d'une classe leur régime (demi-pensionnaire – DP – ou externe E). La série brute des résultats de cette enquête est la suivante :

E	DP	E	E	E	DP	E	DP	DP	DP	E	DP	DP	E	E	DP	DP	E	E	E	DP	E	E	DP	DP	E	E	DP

La population étudiée est l'ensemble des élèves de la classe ;
les individus sont chacun des élèves de cette classe ;
le caractère étudié est qualitatif : il s'agit du régime (DP ou E).

B. Calculer des effectifs

Définitions

Le nombre total d'individus de la population est appelé **effectif total de la série**.
Le nombre d'individus qui possèdent un même caractère est appelé **effectif du caractère**.

» **Exemple :** Dans l'exemple précédent, l'effectif total est 28 (car il y a 28 élèves) ;
l'effectif du caractère « demi-pensionnaire » est 13 et celui du caractère « externe » est 15.

C. Calculer des fréquences

Définition

La fréquence d'une valeur est le quotient : $\dfrac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$.

Elle peut être exprimée sous forme décimale (exacte ou approchée) ou fractionnaire. C'est un nombre entre 0 et 1.

La **fréquence en pourcentage** est l'écriture de la fréquence sous forme de pourcentage: $\dfrac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}} \times 100$

Entraîne-toi à Calculer une fréquence

Énoncé

Dans une classe de 30 élèves, il y a 12 filles. Calcule la fréquence puis la fréquence en pourcentage des filles dans cette classe.

Correction

Il y a dans la classe **12** filles **sur 30** élèves.

La fréquence des filles est donc $\dfrac{12}{30}$.

Et $\dfrac{12}{30} = \dfrac{2}{5} = 0,4$ Or $\dfrac{2}{5} \times 100 = 40$ ou $0,4 \times 100 = 40$

Donc 40 % des élèves de cette classe sont des filles.

9782210106345-0MEP.indb 154 24/06/16 10:39

2 Représenter et lire des données

A. Tableau de données et regroupement par classes

Définition

Un tableau permet de **regrouper** et d'**organiser** des données, de **lire** et d'**interpréter** facilement des informations.

» **Exemple :** Dans le tableau suivant, le nombre **727** indique qu'il y avait 727 millions d'habitants en 1995 en Europe. **35** indique qu'il y avait 35 millions d'habitants en 2008 en Océanie.

Continent	Population en millions d'habitants	
	Année 1995	Année 2008
Afrique	728	987
Asie	3 458	4 075
Europe	**727**	731
Amérique latine	482	579
Amérique du Nord	293	342
Océanie	28	**35**

Définition

Si on étudie un caractère quantitatif, on peut **regrouper les données par classes** pour limiter la taille du tableau de données. On détermine alors les effectifs de chaque classe.

» **Exemple :** La série brute est constituée de la taille en centimètre de 28 élèves.

155	151	153	148	155	153	148	152	151	153	156	147	145	156
154	156	149	153	155	152	149	148	152	156	153	148	148	150

La population étudiée est constituée par les élèves de la classe. Son effectif total est 28.
Le caractère étudié – leur taille – est quantitatif. On regroupe ces données par classes d'amplitude 4 cm.

Taille comprise (en cm)	Entre 145 et 149	Entre 150 et 154	Entre 155 et 159
Effectif	9	12	7

B. Diagrammes

Définitions

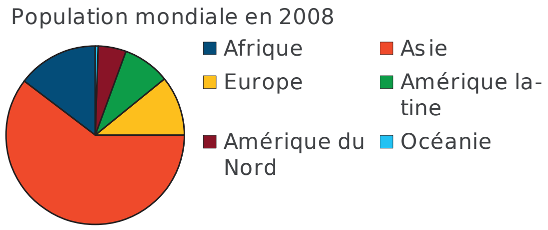
Dans un **diagramme circulaire** (ou semi-circulaire), les mesures des angles au centre sont proportionnelles aux quantités représentées.
Dans un **diagramme en barres (ou en bâtons)**, les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux quantités représentées.

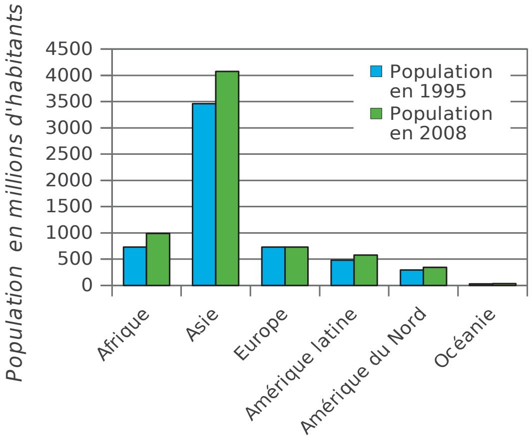
Propriétés

Pour représenter une situation, il existe plusieurs types de représentations :
- le graphique qui montre les évolutions
- le diagramme circulaire qui montre les proportions
- le diagramme en barres (ou en bâtons) qui montre les répartitions
- l'histogramme pour les séries regroupées en classes

9782210106345-0MEP.indb 155 24/06/16 10:39

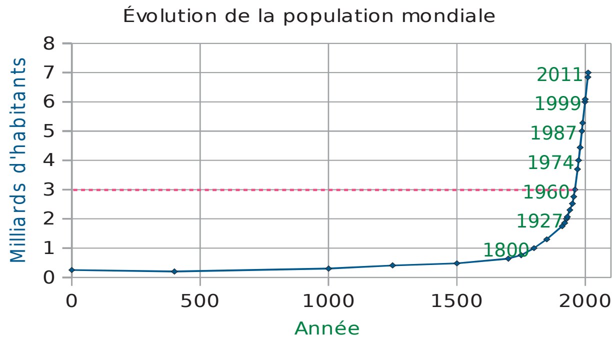
» <u>Exemple 1 :</u> Ci-dessous, on a construit un diagramme circulaire représentant la population par continent en 2008, en millions d'habitants.
Plus de la moitié de la population mondiale en 2008 se trouve en Asie car l'angle du secteur orange mesure plus de 180°.





» <u>Exemple 2 :</u> Ci-contre, on a construit un diagramme en barres représentant la population en 1995 et en 2008, en millions d'habitants, par continent. Il permet de voir que la population en Asie est la plus importante des cinq continents, que ce soit en 1995 ou en 2008 et que c'est en Asie que l'écart entre la population en 1995 et celle en 2008 est le plus grand.

» <u>Exemple 3 :</u> Voici un diagramme qui donne l'évolution de la population mondiale en milliards d'habitants en fonction de l'année. On peut lire que les 3 milliards d'habitants ont été atteints en 1960 (pointillés roses).



3 Moyenne d'une série statistique

Formule

Si x_1, x_2, ..., x_p représentent les valeurs du caractère de la série, et M la moyenne de cette série statistique, on a alors : $M = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_p}{p}$.

Entraîne-toi à Calculer la moyenne d'une série statistique

Énoncé

Sophie a calculé le temps qu'elle a passé devant la télévision la semaine dernière.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Temps en min	62	57	110	60	46	122	131

Calcule le temps moyen passé par Sophie devant la télévision.

Correction

On calcule la moyenne : $M = \dfrac{62+57+110+60+46+122+131}{7} = \dfrac{588}{7} = 84$ min.

Sophie a passé, en moyenne, 84 min (soit 1 h 24 min) par jour devant la télévision la semaine dernière. **C'est comme si elle l'avait regardé 84 minutes par jour.**

9782210106345-0MEP.indb 156 24/06/16 10:39

■ **Énoncé**

Les élèves de 4ᵉB du collège de Potigny ont indiqué le nombre de livres qu'ils ont lus durant le mois de septembre. Voici les résultats de l'enquête.

Nombre de livres lus	0	1	2	3	7	8	15
Effectif	12	4	**3**	3	1	1	1

Calcule le nombre de livres lus, en moyenne par les élèves de 4ᵉB en septembre.

Correction

On calcule l'effectif total de la classe : 12 + 4 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 25.

3 élèves ont lu **2** livres : la valeur du caractère 2 est **2** × **3**.

$$M = \frac{0 \times 12 + 1 \times 4 + \mathbf{2} \times \mathbf{3} + 3 \times 3 + 7 \times 1 + 8 \times 1 + 15 \times 1}{25} = \frac{49}{25} = 1{,}96$$

Les élèves de 4ᵉB de ce collège ont lu, en moyenne, 1,96 livre au mois de Septembre.

» **Remarque :** Si les données sont regroupées par classe, on choisit une valeur de l'intervalle pour effectuer le calcul de la moyenne. Classiquement, on prend la valeur centrale de la classe.

4) Calculer une médiane, une étendue

Définitions

- La **médiane** m d'une série dont les valeurs sont ordonnées est la plus petite valeur telle qu'il y ait au moins la moitié de l'effectif inférieur à cette valeur.
- L'**étendue** d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.

Entraîne-toi à Calculer une médiane ou l'étendue d'une série statistique

■ **Énoncé**

Voici le temps consacré, en minutes, au petit-déjeuner par 16 personnes.

16	12	1	9	17	19	13	10	4	8	7	8	14	12	14	9

Détermine une valeur médiane, ainsi que l'étendue de cette série statistique.

Correction

On commence par ranger les 16 valeurs dans l'ordre croissant.

1	4	7	8	8	9	9	10	12	12	13	14	14	16	17	19

- Tout nombre compris entre la 8ᵉ et la 9ᵉ valeur peut être considéré comme médiane. En général, on prend la moyenne de ces deux valeurs : m = **11**.
- 19 − 1 = 18 donc l'étendue est 18.

■ **Énoncé**

Le syndicat de la chaussure a réalisé une étude auprès d'un échantillon représentatif de 1 012 adultes pour connaître la répartition des pointures.

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Fréquence (en %)	2,3	4,3	7,6	10,8	11,4	13,6	13,7	11,3	9,4	8,1	5,3	2,2

Quelle est la pointure médiane en France ?

Correction : On complète le tableau avec une ligne de fréquences cumulées.

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Fréquence (en %)	2,3	4,3	7,6	10,8	11,4	13,6	13,7	11,3	9,4	8,1	5,3	2,2
Fréq. Cumulées	2,3	6,6	14,2	25	36,4	50	63,7	75	84,4	92,5	97,8	100

50 % de la population a une pointure inférieure ou égale à 40.
La pointure médiane en France est 40.

9782210106345-0MEP.indb 157 24/06/16 10:39

Cours et méthodes

5 Probabilités

Définition

Une **expérience aléatoire** est une expérience renouvelable à l'identique, dont les résultats possibles sont connus sans qu'on puisse déterminer lequel sera réalisé.

» **Exemple :** Lancer deux dés à 6 faces est une expérience renouvelable dont les résultats possibles sont tous les nombres entiers de 2 à 12.

Vocabulaire

Les résultats possibles s'appellent des **issues**.
Un **événement** est un ensemble d'issues.
Un événement élémentaire est un événement qui ne contient qu'une seule issue.
La **probabilité d'un événement** estime sa chance de se produire.

» **Exemple :** Aux « petits chevaux », il faut faire 6 avec un dé pour sortir un cheval de l'écurie. L'événement contraire « ne pas sortir de l'écurie » est composé des issues : « obtenir 1 », « obtenir 2 », « obtenir 3 », « obtenir 4 » et « obtenir 5 ».

» **Remarque :** Le résultat d'un calcul de probabilité est théorique et peut ne pas correspondre à la réalité d'une expérience puisqu'en jouant 10 fois à pile ou face, par exemple, il est rare d'obtenir 5 fois « pile » et 5 fois « face ».

Définition

Une **situation d'équiprobabilité** est une expérience où toutes les issues ont la même chance de se produire.

Propriété

En cas **d'équiprobabilité**, une probabilité se calcule par : $\dfrac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$.

» **Exemple :**
- Avec un dé cubique « non truqué » toutes les issues ont la même probabilité de se produire : 1/6
- Dans le jeu « pile ou face », avec une pièce équilibrée, la probabilité d'obtenir « pile » est 1/2.

Propriété

Une **probabilité** est un nombre compris entre 0 et 1.
Plus la probabilité est proche de 1, plus l'événement a de chance de se réaliser.
Si elle est égale à 1, l'événement se produit systématiquement. Il est **certain**.
Une probabilité nulle traduit que l'événement est impossible.

» **Remarques :** Une probabilité s'exprime également sous forme fractionnaire et souvent de pourcentage. Un événement a une probabilité 0,1 de se produire signifie qu'il a une chance sur 10 de se produire.
Elle peut aussi s'écrire sous forme fractionnaire (1/10) ou s'exprimer en pourcentage (10%)

Entraîne-toi à Calculer une probabilité

Énoncé

Détermine la probabilité de tirer un as ou un trèfle dans un jeu de 32 cartes.

Correction

Dans un jeu de 32 cartes, il y a quatre as et huit trèfles (dont un as). Il y a donc onze chances sur 32 de tirer un as ou un trèfle soit une probabilité de $\dfrac{11}{32}$.

9782210106345-0MEP.indb 158 24/06/16 10:39

Je me teste

Niveau 1

1 À l'école maternelle Jean Moulin, il y a 120 enfants dont 36 en grande section, 54 en moyenne section et 30 en petite section. À l'école maternelle Alphonse Daudet, il y a 63 enfants en grande section, 72 en moyenne section et 45 en petite section. Calcule, pour chacune de ces deux écoles, la fréquence en pourcentage de chaque catégorie d'enfant.

2 À la fin de l'année scolaire 2002/03, l'orientation des élèves de 3e a donné les résultats suivants (source INSEE) :

3e (Doublement)......................... 38 898
2nde... 362 573
BEP.. 151 736
CAP..................................... 36 626
Autres....................................... 456

Construis un diagramme semi-circulaire représentant ces données.

3 Voici un tableau donnant la production française de deux produits agricoles entre 2000 et 2004 (en millions de tonnes).

	2000	2001	2002	2003	2004
Blé tendre	35,7	30,2	37,3	29,0	35,6
Maïs	16,0	16,4	16,4	12,0	16,4

(source INSEE)

Calcule la production moyenne de blé tendre en France entre 2000 et 2004.

Quelle est la production moyenne de maïs en France entre 2002 et 2004 ?

4 Revenu moyen des couples avec un enfant en euros et par an.

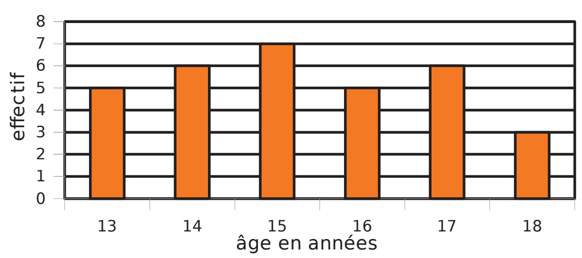
À l'aide du tableau, calcule quel était, en moyenne, le revenu annuel d'un couple avec un enfant de 2002 à 2004.

	2002	2003	2004
Couple avec un enfant	38 040	37 359	37 551

(source INSEE)

Niveau 2

5 Voici la répartition par âge des membres d'un club d'échec à Caen. Calcule l'âge moyen des membres de ce club d'échec.



6 On donne les longueurs, en km, de chacune des étapes du Tour de France 2008.

195 ; 165 ; 195 ; 29 ; 230 ; 195 ; 158 ; 174 ; 222 ; 154 ; 166 ;
168 ; 182 ; 182 ; 216 ; 157 ; 210 ; 197 ; 163 ; 53 ; 143.

Détermine une valeur médiane et l'étendue de cette série statistique.

Niveau 3

7 Un dé a six faces (une verte, deux jaunes, trois bleues).

a. Quelle est la probabilité d'obtenir le vert ?
b. Quelle est la probabilité d'obtenir le jaune ?
c. Quelle est la probabilité d'obtenir le bleu ?

8 Dans une classe de 25 élèves, 6 élèves portent des lunettes et 10 mangent à la cantine. Si on choisit un élève au hasard, quelle est la probabilité qu'il porte des lunettes ? Qu'il mange à la cantine ? Donne le résultat en écriture fractionnaire puis en pourcentage.

9 Dans une urne, il y a une boule rouge, quatre bleues et trois noires, indiscernables au toucher. On tire successivement avec remise deux boules. Détermine la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes.

➔ Voir Corrigés p. 368

9782210106345-0MEP.indb 159 24/06/16 10:39

Je m'entraîne

Maîtriser le vocabulaire

1 Une étude statistique a été menée sur les élèves d'un collège. On leur a demandé leur sexe, leur âge en années, la couleur de leurs yeux et leur taille.

a. Quelle est la population étudiée ?

b. Quels sont les caractères étudiés ? Lesquels sont qualitatifs et lesquels sont quantitatifs ?

c. Cite des valeurs possibles pour un des caractères qualitatifs et pour un des caractères quantitatifs.

d. L'étude a montré qu'il y a 223 filles et 217 garçons. Quel est l'effectif total? A quel caractère étudié ces effectifs correspondent-ils ?

2 On place dans un chapeau dix papiers sur lesquels sont écrits les chiffres de 0 à 9. On tire un papier au hasard et on observe le chiffre obtenu.

a. Précise les différentes issues de cette expérience.

b. Propose un événement qui n'est pas élémentaire.

c. Propose un événement impossible.

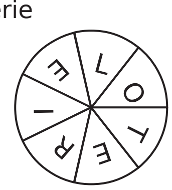
3 Sur les faces d'un dé à 8 faces sont écrites les lettres A, B, C, D, E, F, G et H. On lance ce dé et on observe la lettre obtenue.

a. Précise les issues de cette expérience.

b. Donne deux événements qui ne sont pas élémentaires.

c. Donne deux événements contraires.

4 Une roue équilibrée de loterie est partagée en sept secteurs identiques sur lesquels sont inscrits les lettres du mot LOTERIE. On la fait tourner, elle s'immobilise et on observe la lettre obtenue.



a. Vrai ou faux ?

- "Il y a 7 issues possibles."
- "Obtenir une consonne est une issue possible."
- "Obtenir une consonne est un événement possible."
- 3 issues permettent de réaliser l'événement "obtenir une lettre du mot VICTOIRE".

b. Complète avec le mot qui convient.

- Obtenir une consonne et obtenir une … sont deux événements contraires.
- Obtenir une lettre du mot MAMAN est un événement … .
- Obtenir une lettre du mot ETOILE est un événement … .

Calculer une fréquence

5 « Se Canto » est une chanson provençale dont voici la partition.

Quelle est la fréquence (arrondie au dixième) d'apparition de chaque note ?

6 Deux cinquièmes des légumes produits par un maraîcher sont des carottes.

Exprime cette fréquence sous forme d'un nombre décimal puis en pourcentage.

7 Alice, François et Abdel travaillent sur des exercices de calculs de fréquences.

a. Lors d'un exercice, Abdel trouve une fréquence de $\frac{1}{4}$ et Alice trouve 0,25.

Ont-ils bien obtenu le même résultat ?

b. Pour un autre exercice, les trois élèves calculent chacun une fréquence qu'ils doivent ensuite comparer. Abdel trouve une fréquence de $\frac{1}{5}$, tandis qu'Alice obtient 0,1 et François 17 %. Propose plusieurs méthodes pour comparer ces trois fréquences.

8 Voici le relevé des quatre tarifs appliqués aux visiteurs de la Tour Eiffel au cours de la première heure d'un jour donné.

Origine	Adultes	Enfants	Étudiants	Groupes
Fréquence	0,45		0,1	0,2

a. Reproduis et complète ce tableau.

b. Ajoute une ligne pour indiquer la fréquence en pourcentage puis complète-la.

c. Ajoute une nouvelle ligne et calcule l'effectif de chaque catégorie sachant qu'il y a eu 1 700 visiteurs au total durant cette première heure.

9782210106345-0MEP.indb 160 24/06/16 10:39

Interpréter une représentation de données

9 Un concessionnaire automobile a vendu ce mois-ci 85 véhicules de tous types.
En voici un descriptif partiel :

Vendeurs	Citadines	Sportives	Routières	Totaux
Paul	3	5		17
Denis	4		6	15
Henri	3		8	
Steeve		4		18
Eliess	5		2	16
Totaux		31	30	85

Complète le tableau au fur et à mesure des questions.

a. Combien de voitures Henri a-t-il vendues ?

b. Combien de citadines ont été vendues dans cette concession ?

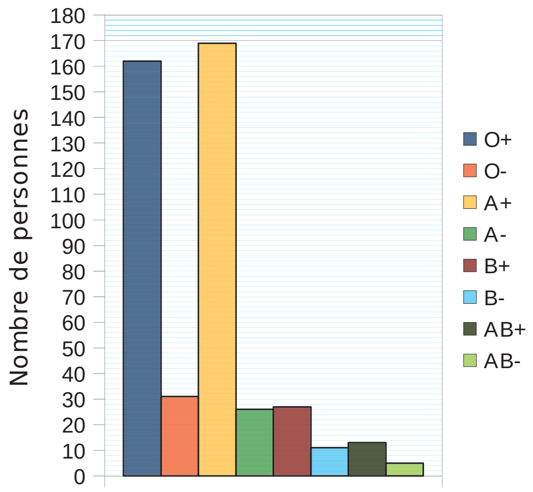
c. Quel est le vendeur qui a vendu le plus de sportives ?

d. Denis est persuadé d'avoir vendu autant de sportives que de routières. A-t-il raison ?

e. Qui est le meilleur vendeur ?

f. Quel type de véhicule a été le plus vendu ce mois-ci ?

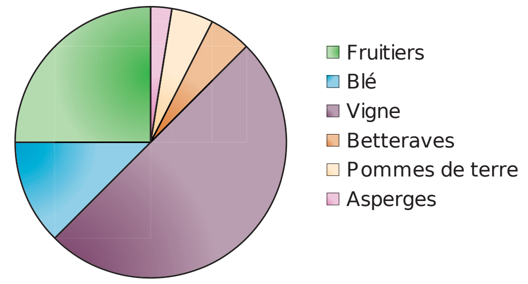
10 Voici la répartition des groupes sanguins des salariés d'une entreprise.



a. Quel est le groupe sanguin le plus répandu ?
Le moins répandu ?

b. Réalise un tableau permettant de regrouper les informations portées sur le graphique.

11 Voici le diagramme circulaire illustrant l'utilisation des terres d'une exploitation.



Quel type de culture

a. occupe la moitié de ses terres ?

b. est la moins répandue sur ses terres ?

c. occupe le quart de ses terres ?

d. occupent la même surface ?

12 Un vote a donné ces résultats :

- 96 voix pour M. Marcel ;
- 72 voix pour Mme Samia ;
- 60 voix pour M. Brandon ;
- 156 voix pour M. David ;
- 48 abstentions.

Représente ces données par un graphique adapté .

Moyenne d'une série statistique

13 Donne, sans poser de calcul, la moyenne des séries (de nombres) suivantes :

a. 150 100 50 75 125

b. 12 10 8 9 14 11 6

c. 156 75 89 142 27 98 12 48 55

14 Le tableau récapitule les hauteurs des précipitations tombées en 2005 à Brest :

Mois	**J**	**F**	**M**	**A**	**M**	**J**
Précipitations	64,2	57,2	33,6	130,8	69,2	58
Mois	**J**	**A**	**S**	**O**	**N**	**D**
Précipitations	92,8	40,8	47,8	116	142,6	166,8

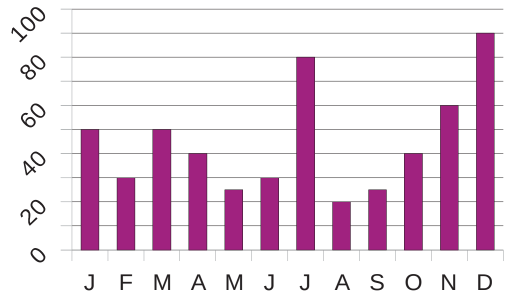
a. Représente cette série statistique à l'aide d'un diagramme en bâtons.

b. Calcule la moyenne annuelle des précipitations tombées à Brest en 2005.

9782210106345-0MEP.indb 161 24/06/16 10:39

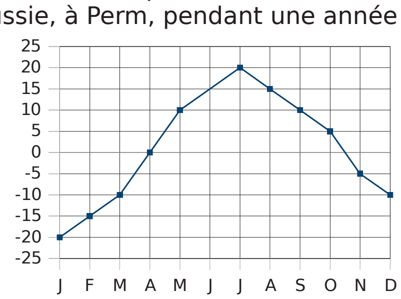
Je m'entraîne

15 Voici un diagramme représentant le nombre de prospectus publicitaires reçus par un habitant de Lille chaque mois de l'année 2015.



Calcule le nombre moyen de publicités reçues par mois durant l'année 2015.

16 Voici les températures (en °C) relevées en Russie, à Perm, pendant une année :



Calcule la température moyenne annuelle.

17 Au premier trimestre, Adrien a obtenu 10 de moyenne en Mathématiques.
Ses parents examinent ses résultats.

11 8 12 13 9 10

a. Calcule la moyenne des notes relevées par Adrien. Est-elle la même que celle de son bulletin ?

b. Adrien a oublié d'écrire une note. Aide-le à la retrouver.

18 Calcule la moyenne arrondie à l'unité de la série statistique suivante avec la fonction moyenne de ta calculatrice.

430 560 853 125 175 248 359 520
899 523 742 152 451 725 654 598

19 Calcule, à l'aide de ta calculatrice, la moyenne arrondie au dixième de la série :

Valeurs	26	33	152	45	89	78	45
Coefficients	2	5	3	4	8	10	6

20 Le tableau donne le pourcentage de fumeurs parmi la population âgée de 15 à 24 ans en 2001.

Belgique	36,5
Danemark	28,9
Allemagne	36,4
Grèce	40,7
Espagne	33,8
Irlande	27,3
Italie	29,2
Autriche	45,7
Portugal	19,8
Suède	38,7

a. Représente cette série statistique à l'aide d'un diagramme en bâtons.

b. Calcule la moyenne arrondie au dixième de ces valeurs. Quelles remarques peux-tu faire ?

21 Dans une classe, on relève la durée, en minutes, du trajet maison-collège des élèves. Les données, par élève, sont les suivantes :

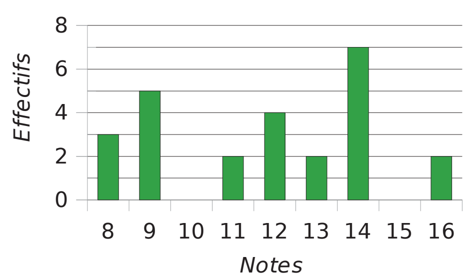
30 45 10 30 50 20 25 25 60 30 20
25 20 25 5 10 45 30 20 25 5 10
25 45 10

a. Complète le tableau suivant.

Durée du trajet								
Effectif								

b. Calcule la durée moyenne du trajet des élèves de cette classe.

22 Voici le diagramme en barres représentant la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par une classe de 3^e.



a. Calculer la moyenne de la classe à ce devoir.

b. Calculer le pourcentage d'élèves ayant obtenu une note supérieure à 10.

9782210106345-0MEP.indb 162 24/06/16 10:39

23 Dans une classe, on relève le temps (en minutes) consacré par les élèves à faire leurs devoirs à la maison chaque jour :

15	20	30	40	10	50
40	15	5	10	20	30
30	40	40	30	50	70
50	30	30	40	10	15
40	15	30	20	40	10

a. Regroupe ces données dans un tableau d'effectifs. Quelles sont les valeurs extrêmes de cette série ?

b. Calcule le temps moyen (arrondi à la minute) consacré aux devoirs par ces élèves.

c. Que devient cette moyenne si on supprime les valeurs extrêmes de cette série ?

24 Dans un groupe de personnes, on considère le nombre de frères et sœurs de chacun. On relève les données statistiques dans le tableau suivant :

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	3	6	7	9	5	2	1	1

a. Donne l'effectif total de cette série.

b. Combien de personnes ont quatre frères et sœurs ? Combien de personnes ont au moins trois frères et sœurs ?

c. Calcule le nombre moyen de frères et sœurs.

25 Voici le résultat d'une enquête réalisée auprès de 250 personnes pour connaître le temps passé devant la télévision par jour :

Temps en h	[0 ; 1[	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[	[4 ; 5[
Effectifs	28	66	98	43	15
Fréquences en %					

a. Recopie et complète le tableau ci-dessus.

b. Combien de personnes interrogées regardent la télévision plus de 3 heures par jour ? Quel pourcentage cela représente-t-il ?

c. Combien de personnes regardent la télévision au moins 2 heures par jour ?

d. Construis l'histogramme des effectifs.

e. Calcule le temps moyen, en heures par jour, passé devant la télévision par ces personnes (arrondi au dixième).

Calculer une médiane, une étendue

26 Ce tableau compare les températures mensuelles moyennes (en °C) au cours d'une année dans deux villes Alpha (A) et Gamma (G).

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
A	−6	−9	−1	10	11	19	24	28	21	10	4	−3
G	5	7	9	13	17	19	20	23	18	13	8	4

Pour la ville Alpha, puis pour la ville Gamma, calcule :

a. la moyenne des températures.

b. une médiane des températures.

c. l'étendue des températures.

27 Un club de football a acheté des chaussures pour l'équipe. Les pointures des joueurs sont relevées dans le tableau.

39	40	41	42	43	44	45
2	4	8	15	14	10	8

a. Calcule la pointure médiane des chaussures.

b. Calcule la pointure moyenne.

c. Calcule l'étendue de cette série.

28 On a relevé les performances, en mètres, obtenues par les élèves d'une classe au lancer du poids.

3,45 ; 5,2 ; 5,35 ; 4,3 ; 6,1 ; 4,28 ; 5,18 ; 4,9 ; 6,21 ; 5,36 ; 5,22 ; 4,9 ; 3,95 ; 4,72 ; 5,5 ; 6,13 ; 5,6 ; 4,19 ; 4,75 ; 5,04 ; 4,88 ; 5,6 ; 6,04 ; 5,43.

a. Quel est l'effectif total de cette série ?

b. Range les données dans l'ordre croissant puis détermine une médiane de cette série.

c. Quelle est l'étendue de cette série ?

d. Quel est le pourcentage des performances inférieures à 5 m ?

29 Sam a relevé les durées des morceaux de sa compilation de rap préférée en min:sec.

4:08 ; 3:19 ; 4:47 ; 3:46 ; 3:15 ; 3:19 ; 3:58 ; 3:50 ; 3:24 : 3 :55 ; 3:16 ; 3:24 ; 3:07 ; 2:51 ; 3:45 ; 4:00 ; 3:26.

a. Calcule la durée moyenne des morceaux.

b. Détermine une durée médiane.

c. Détermine l'étendue de cette série.

Je m'entraîne

Calculer des probabilités

30 On tire une carte dans un jeu ordinaire de cinquante-deux cartes.

a. Donne les probabilités de chacun des événements suivants :

"Obtenir un carreau."

"Obtenir un valet."

"Obtenir un valet de carreau."

b. On ajoute deux jokers à ce jeu.
Les probabilités précédentes vont-elles augmenter si un joker peut remplacer une des cartes souhaitées ?

31 Décris une expérience de ton choix et cite un événement dont la probabilité vaut 0,6.

32 Une urne contient des boules indiscernables au toucher :

- cinq blanches, numérotées de 1 à 5 ;
- huit noires, numérotées de 1 à 8 ;
- dix grises, numérotées de 1 à 10.

On tire une boule au hasard.

Quelle est la probabilité de l'événement :

a. "Tirer une boule blanche" ?

b. "Tirer une boule noire" ?

c. "Tirer une boule qui porte le numéro 4" ?

d. "Tirer une boule qui porte le numéro 9" ?

33 Dans une loterie, une roue est divisée en secteurs de même taille : neuf de ces secteurs permettent de gagner 5 €, six permettent de gagner 10 €, trois permettent de gagner 50 €, deux permettent de gagner 100 € et quatre ne font rien gagner. On fait tourner la roue, elle s'immobilise et on observe le gain.
Quelle est la probabilité de ne rien gagner ? De gagner au moins 50 € ?

34 Un dé a la forme d'un icosaèdre régulier. Les vingt faces sont numérotées de 1 à 20 et, si on lance le dé, on a autant de chances d'obtenir chacune des faces.

Donne la probabilité de chacun des événements suivants :

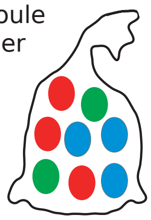
a. "Obtenir un multiple de 2".

b. "Obtenir un multiple de 3".

c. "Obtenir un numéro impair".

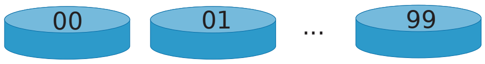
d. "Obtenir un numéro qui ne soit ni un multiple de 2 ni un multiple de 3".

35 Un jeu consiste à tirer une boule dans le sac ci-dessous puis à lancer un dé ordinaire à six faces.



On gagne lorsqu'on a tiré une boule bleue et obtenu un multiple de 3 sur le dé. Quelle est la probabilité de gagner ?

36 On place dans un sac cent jetons, indiscernables au toucher, numérotés de 00 à 99. On tire un jeton et on observe le numéro.



Quelle est la probabilité de tirer :

a. un jeton portant un numéro supérieur à 60 ?

b. un jeton contenant au moins un zéro ?

c. un jeton ne contenant pas de zéro ?

d. un jeton ne contenant que des 5 ou des 7 ?

e. un jeton portant un zéro ou un jeton ne contenant que des 5 ou des 7 ?

37 Le sang humain est classé en quatre groupes distincts : A, B, AB et O. Indépendamment du groupe, le sang peut posséder le facteur Rhésus. Si le sang d'un individu possède ce facteur, il est dit de Rhésus positif (Rh+) ; sinon, il est dit de Rhésus négatif (Rh−).
La répartition des groupes sanguins dans la population française est la suivante :

A	B	AB	O
45 %	9 %	3 %	43 %

Pour chaque groupe, la répartition des français possédant ou non le facteur Rhésus est la suivante :

Groupe	A	B	AB	O
Rh+	87 %	78 %	67 %	86 %
Rh−	13 %	22 %	33 %	14 %

Un individu de groupe O et de Rhésus négatif est appelé donneur universel car il peut donner de son sang aux personnes de tous les groupes sanguins.

Quelle est la probabilité pour qu'un français pris au hasard

a. ait un sang du groupe O ?

b. soit un donneur universel ?

c. ait un sang de Rhésus négatif ?

Je résous des problèmes

Sciences, technologie et société

1 Développement durable

Une loi de 2006 impose aux distributeurs de réfrigérateurs d'appliquer une écotaxe de 13 € sur chaque appareil vendu afin de financer le recyclage ultérieur de ces appareils.
Si le prix moyen d'un réfrigérateur était de 590 € avant l'instauration de cette taxe, que deviendra le prix moyen de ces appareils lors de l'application de cette taxe ? Justifie.

Quel serait le prix moyen des réfrigérateurs si cette écotaxe représentait 1 % du prix ? Justifie ta réponse.

2 Le tableau ci-dessous donne les valeurs d'un indicateur qui est égal au rapport entre l'électricité produite à partir de sources d'énergie renouvelables et la consommation nationale brute d'électricité calculée pour une année civile (*Source Eurostat*).

	UE	France	Norvège	Royaume-Uni
1994	14,2	19,7	99,5	2,1
1995	13,7	17,8	104,6	2
1996	13,4	15,3	91,4	1,6
1997	13,8	15,2	95,3	1,9
1998	14	14,4	96,2	2,4
1999	14	16,5	100,7	2,7
2000	14,7	15,1	112,2	2,7
2001	15,2	16,3	96,2	2,5
2002	13,5	13,7	107,3	2,9
2003	13,7	13	92,2	2,8
2004	14,7	12,9	89,8	3,7

Calcule la moyenne sur 10 ans de cet indicateur pour l'Union Européenne puis pour la France, la Norvège et le Royaume-Uni. Compare tes résultats.

3 La physique

En Physique, on a demandé à 13 groupes d'élèves de mesurer la tension aux bornes d'un conducteur ohmique et l'intensité le traversant.
Chaque groupe a un circuit présentant les mêmes caractéristiques.
Grâce à la loi d'Ohm, ils ont ensuite pu donner une valeur pour la résistance de ce conducteur.

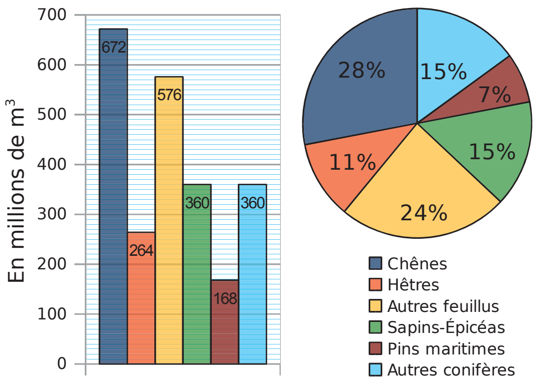
Voici leurs résultats (en Ω) :
43,5 ; 46,3 ; 14,7 ; 45,2 ; 43,7 ; 45,2 ; 46,4 ; 45,1 ; 44,9 ; 44,8 ; 45,1 ; 44,8 ; 18,4.

a. Détermine la moyenne, l'étendue et une médiane de cette série.

b. Comment expliques-tu la différence entre la moyenne et la médiane ?

c. Reprends la question **a.** en supprimant les données extrêmes.

4 Voici deux diagrammes représentant la répartition du volume sur pied de la forêt française en 2008 (ONF).



a. Détermine le volume sur pied total de la forêt française en 2008. Quel graphique as-tu utilisé pour répondre ?

b. Le volume sur pied des chênes représente-t-il plus ou moins du quart du volume total ? Quel graphique permet de répondre facilement ?

c. Leïla affirme qu'elle peut trouver le volume total en utilisant les données du diagramme circulaire et une valeur du diagramme en barres. Comment fait-elle ?

5 Le tableau suivant donne les températures moyennes en degrés Celsius relevées dans les villes de MathCity et de StatCity :

Mois	Jan.	Fév.	Mar.	Avr.	Mai
MathCity	0	3	6	13	21
StatCity	2	9	13	17	19

Juin	Juil.	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
26	30	30	22	15	9	5
21	22	22	21	18	12	4

a. Pour chacune des deux villes, donne les températures extrêmes et calcule la moyenne de ces deux valeurs.

b. Calcule la moyenne annuelle des températures pour chacune de ces deux villes.

c. Que dire de la moyenne des valeurs extrêmes d'une série statistique par rapport à la moyenne de celle-ci ?

9782210106345-0MEP.indb 165 24/06/16 10:39

Je résous des problèmes

6 Démographie

Le tableau ci-dessous reprend les résultats du recensement de 2012 :

Tranche d'âges	Hommes	Femmes
Ensemble	31 580 582	33 660 660
0 à 14 ans	6 180 429	5 901 073
15 à 29 ans	5 964 075	5 900 506
30 à 44 ans	6 355 650	6 489 970
45 à 59 ans	6 371 086	6 680 867
60 à 74 ans	4 502 487	4 996 077
75 à 94 ans	2 182 031	3 584 715
95 ans ou plus	24 824	107 452

a. Calcule le pourcentage de la population que représente chacune de ces classes d'âges.

b. Réalise un tableau qui te permettra de répondre aux questions suivantes :
Combien d'hommes sont âgés
- de plus de 15 ans ?
- de plus de 45 ans ?
- de plus de 60 ans ?

c. De même, réalise un tableau qui te permettra de répondre aux questions suivantes :
Quel est le pourcentage de femmes âgées
- de moins de 14 ans ?
- de moins de 29 ans ?
- de moins de 59 ans ?

Dans le premier cas, on a cumulé les effectifs et dans le deuxième, les pourcentages.
Complète le tableau suivant :

Tranche d'âges	Moins de 14 ans	Moins de 29 ans	Moins de 44 ans	Moins de 59 ans	Moins de 74 ans	Moins de 94 ans	Total
Pourcentage de français							

d. Est-il correct de dire que plus de la moitié des français sont âgés de 45 ans et plus ?
Ta réponse est-elle vraie pour les deux sexes ?

e. Retrouve sur le site de l'INSEE le résultat du recensement de 1990 et compare avec ce que tu viens de trouver.

7 En météorologie, on appelle « insolation » (I) le nombre d'heures d'exposition d'un site au soleil.Voici des relevés de la station de météorologie de Voglans en Savoie, donnant des informations sur l'insolation du mois de juillet de 1990 à 2000.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995
I (en h)	324	325	257	234	285	261

Année	1996	1997	1998	1999	2000
I (en h)	213	226	308	259	206

a. Calculer la moyenne d'insolation sur cette période. (On donnera le résultat arrondi à l'heure près.)

Peut-on dire que la valeur 261 est la médiane de cette série ? Justifier.

Monde économique et professionnel

8 La pêche

Un poissonnier est fier de ne vendre que des poissons pêchés par des chalutiers français. Il s'approvisionne en Bretagne, en Méditerranée, en Mer du Nord et en Vendée.

a. Il achète en Bretagne deux fois plus de kilos de poissons qu'en Vendée et quatre fois plus qu'en Mer du Nord. Il achète en Méditerranée autant de kilos de poissons qu'en Mer du Nord.

b. Construis un diagramme circulaire permettant de représenter la répartition des commandes de ce poissonnier à ses différents fournisseurs.

c. Sachant qu'il a acheté pour l'année dernière 45 t de poissons à ses fournisseurs, détermine pour chacun d'eux la quantité commandée.

9 Inventaire

Les employés d'un magasin de meubles ont fait l'inventaire du stock de canapés.

Type	2 places	3 places	Clic-clac	BZ	Total
Stock	18	14	42	9	

a. Combien y a-t-il de canapés en stock ?

b. Réalise un diagramme à barres permettant de visualiser l'état du stock. On prendra pour unité graphique sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 5 canapés.

c. Ajouter une ligne au tableau ci-dessus pour réaliser un diagramme circulaire représentant cet inventaire puis réalise-le.

d. Commente ces deux graphiques.

9782210106345-0MEP.indb 166 24/06/16 10:39

10 Salaires

Une entreprise emploie sept femmes et douze hommes. Leurs salaires nets mensuels sont (en €) :

Salaires des femmes : 1 090 ; 1 044 ; 3 470 ; 1 224 ; 1 250 ; 1 438 ; 1 072.

Salaires des hommes : 1 405 ; 1 070 ; 1 948 ; 1 525 ; 1 090 ; 1 002 ; 1 525 ; 1 968 ; 1 224 ; 2 096 ; 1 703 ; 1 126.

a. Calcule l'étendue de chacune des séries. Comment peux-tu interpréter ces résultats ?

b. Calcule le salaire moyen pour chaque sexe (arrondi à l'euro si nécessaire).
Comment peux-tu interpréter ces résultats ?

c. Détermine une médiane des salaires pour chaque série.
Comment peux-tu interpréter ces résultats ?

d. Dans cette question, on considère la série composée des salaires de tous les employés de cette entreprise.
Calcule l'étendue et la moyenne, puis détermine une médiane de cette série.

e. Reprends les questions précédentes en ne tenant plus compte du salaire le plus élevé de chaque sexe. Compare les résultats obtenus.

11 Prix au supermarché

Voici les prix d'articles d'un supermarché.

Lait	Beurre	Sauce	Crème	Yaourt	Fromage
0,8 €	1,59 €	1,7 €	1,29 €	2,18 €	3,21 €

Le supermarché augmente ces prix de 1,5 %.

a. La moyenne augmente-t-elle de 1,5 % ?

b. La médiane augmente-t-elle de 1,5 % ?

c. L'étendue augmente-t-elle de 1,5 % ?

12 Salaire moyen et médian

Ce tableau donne la répartition des salaires mensuels des employés d'une petite entreprise.

Salaire (en €)	1 000 à 1 200	1 200 à 1 400	1 400 à 1 600	1 600 à 1 800	2 000 à 2 200
Fréquence (en %)	6,5	9,5	38,5	25,5	20

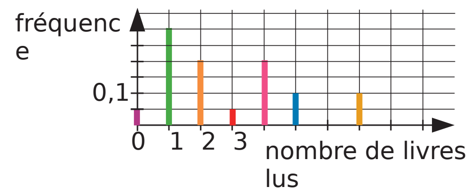
a. Calcule une valeur approchée du salaire moyen d'un employé.

b. Dans quelle classe est situé le salaire médian ? Que signifie-t-il ?

c. Quel est le salaire médian en France ?

13

Une enquête a été réalisée dans une librairie pour étudier le nombre de livres lus par les clients en décembre 2016.
Ce diagramme en bâtons donne la fréquence associée à chaque nombre de livres lus.



a. Détermine le nombre médian de livres lus.

b. Calcule le nombre moyen de livres lus.

14

Une usine fabrique des DVD à l'aide de 3 machines dans les proportions suivantes : 35 % pour la machine A, 45 % pour la machine B, 20 % pour la machine C.

On a estimé que 0,3 % des DVD fabriqués par la machine A sont défectueux. 0,1% sont défectueux avec la machine B. 2,2% sont défectueux avec la machine C.

a. On choisit au hasard un DVD fabriqué par la machine A. Quelle est la probabilité que ce DVD ne soit pas défectueux ?

b. On choisit au hasard un DVD de la production. Quelle est la probabilité qu'il soit fabriqué par la machine B ?

c. On choisit au hasard un DVD de la machine A ou de la machine B. Quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ?

d. Quel est le pourcentage de DVD défectueux fabriqués dans cette usine ?

e. L'usine fabrique $1{,}5 \times 10^6$ DVD par jour. Quelle est la machine qui fabrique le plus de DVD non défectueux ?

15

Le chef du rayon peinture d'un magasin de bricolage a fait un inventaire de ses pots de peinture blanche pour boiseries et a constaté qu'il lui restait 221 pots de 0,5 L, 272 pots de 1 L, 170 pots de 2 L et 187 pots de 5 L.

a. Récapitule ces informations le tableau .

Contenance	0,5 L	1 L	2 L	5 L	Total
Effectif					
Fréquence					1
Fréquence en %					100

b. Complète la ligne « fréquence ».

c. Complète la ligne « fréquence en % ».

d. Les pots de volume supérieur ou égal à 2 L représentent-ils moins de 50 % du total ?

9782210106345-0MEP.indb 167 24/06/16 10:39

Je résous des problèmes

Résoudre des problèmes

16 Lancer de javelot

Un professeur a organisé un concours de lancer de javelot. Voici les distances atteintes (en mètres) par ses 21 élèves de 5e :

9,1	6,5	9,8	13,6	11,9	14,5	8
11	13,1	13,7	8,7	6,1	11,9	10
9,1	8,3	8	12,1	13,7	9,4	8,1

a. Combien d'élèves ont lancé à 12 mètres ou plus ?

b. Combien d'élèves ont lancé à 8,9 mètres ou moins ?

c. Complète le tableau ci-dessous obtenu en regroupant les lancers des élèves par classes.

Performance	De 6 m à 8,9 m	De 9 m à 11,9 m	De 12 m à 14,9 m
Nombre de lancers			

Combien d'élèves ont lancé à 9 mètres ou plus ?

17 Nombre Pi

Voici une valeur approchée du nombre π :

3,14159265358979323846264338327950288
419716939937510582097494459230781640
6286208998628034825342117068

Calcule la fréquence d'apparition des chiffres pairs et des chiffres impairs dans cette partie décimale.

18 Groupe sanguin

L'infirmière scolaire a relevé le groupe sanguin des élèves de 6e et de 5e.

Groupe sanguin	A	B	AB	O	Total
Effectif	81	18	9	72	
Fréquence					1
Fréquence en pourcentage					100

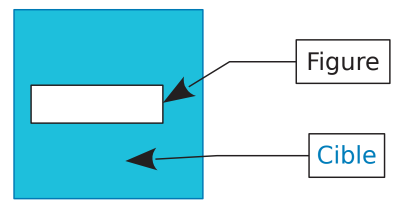
a. Quel est l'effectif total de ces deux niveaux ? Reporte le résultat dans le tableau.

b. Quelle est la fréquence en pourcentage des élèves qui ne sont pas du groupe AB ?

19 Lancer de fléchettes

Tu vas utiliser un simulateur de jeu de fléchettes dans les compléments du manuel

***L'idée* :**



On lance les fléchettes sur la cible un très grand nombre de fois sans viser d'endroit en particulier (mais en supposant qu'on ne la manque jamais…).

A chaque tir, on note si on a touché l'intérieur de la figure dessinée. On regarde alors le pourcentage de réussite et on peut en déduire une approximation de l'aire de la figure.

a. La cible du simulateur est un carré de 15 cm de côté. Quelle est son aire ? (Utilisez la formule connue.)

b. Fais tracer au simulateur un rectangle de 9 cm de longueur et 5 cm de largeur. Effectue 100 tirs et note le « nombre de tirs dans la cible ». Effectue alors d'autres simulations de 100 tirs (il suffit de cliquer sur « tirer »). Que remarques-tu ? Pourquoi ?

c. Fais une simulation de 2 000 tirs puis détermine la fréquence de tirs dans la cible. Compare avec le rapport de l'aire du rectangle avec l'aire de la cible.

d. On veut faire une simulation de 40 000 tirs. Comment procèdes-tu ? Quelle fréquence obtiens-tu ?

20 En Mathématiques, Adélaïde a des notes de contrôles en classe (coefficient 2) et des notes de devoirs maison (coefficient 1).

En contrôle : 7 9 11 9,5 10,5 8
En devoir maison : 13 14 12 11

a. Pour calculer sa moyenne du trimestre, par quel nombre faudra-t-il diviser ? Calcule cette moyenne.

b. Pour augmenter sa moyenne, est-il préférable d'avoir 3 points de plus à un devoir maison ou 2 points de plus à un contrôle ?

9782210106345-0MEP.indb 168 24/06/16 10:39

21 Voici le montant mensuel (en euros) des abonnements de téléphone portable de 50 étudiants.

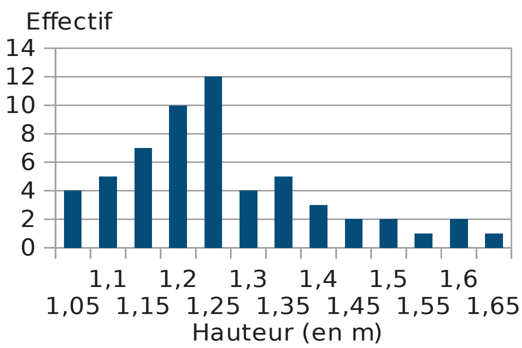
23	14	14	36	36	36	41	18	36	1
23	32	23	41	18	18	36	27	36	27
23	32	18	32	27	36	36	36	36	32
41	14	41	23	14	41	18	27	36	41
14	14	36	32	27	14	36	27	27	27

a. Calcule le montant mensuel moyen, en euros, de l'abonnement téléphonique de ces 50 étudiants.

b. Construis et remplis un tableau pour lire plus facilement ces données.

c. Comment calculer le montant mensuel moyen, en euros, de l'abonnement téléphonique de ce groupe d'étudiants à partir de ce tableau ? Justifie.

22 Un professeur a récapitulé les résultats de deux classes de troisième en saut en hauteur dans un diagramme en barres.



a. Quelle est l'étendue de cette série ?

b. Détermine la hauteur moyenne des sauts.

c. Détermine une médiane de cette série.

d. Quel est le pourcentage des élèves qui ont sauté au moins 1,40 m ?

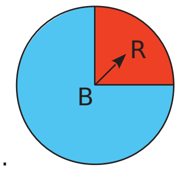
e. Quel est le pourcentage des élèves qui ont sauté au plus 1,25 m ?

23 Dans une classe de troisième de 29 élèves dont 14 sont des filles, on a décidé de tirer au sort les responsables des cahiers de classe. On a inscrit le nom de chaque élève sur un papier et on les a mis dans une urne.

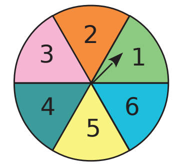
a. Est-il plus probable que le premier tiré au sort soit un garçon plutôt qu'une fille ?

b. Paul est tiré au sort et est le premier responsable. Mathilde se dit que maintenant elle a autant de chance qu'un garçon d'être tirée au sort. A-t-elle raison ?

24 Dans un jeu, on doit tourner deux roues.



La première roue donne la couleur bleue, avec la probabilité $\frac{3}{4}$, ou rouge.



La deuxième roue donne un chiffre entre 1 et 6 avec la même probabilité.

a. Construis et complète un arbre représentant les différents résultats possibles.

b. Si, après avoir tourné les roues, les aiguilles se trouvent comme sur le schéma, on note (R, 1) le résultat obtenu.

c. Quelle est la probabilité du résultat (R, 1) ?

d. Quelle est la probabilité du résultat (B, 4) ?

e. Quelle est la probabilité d'obtenir « Bleu » et un chiffre pair ?

f. Quelle est la probabilité d'obtenir « Bleu » ou un chiffre pair ?

g. Quelle est la probabilité d'obtenir « Rouge » et un chiffre impair ?

25 Une urne contient sept boules indiscernables au toucher : quatre boules bleues et trois boules rouges.

a. On tire successivement deux boules de l'urne en remettant la première. Calcule les probabilités que :

- la première boule soit bleue et la seconde boule soit rouge ;
- les deux boules aient la même couleur.

b. Reprends la question précédente en supposant que le tirage s'effectue sans remise.

c. Reprends les questions précédentes en supposant que l'urne contienne aussi deux boules noires.

26 Ali et Charles jouent à un jeu de rôle. À chaque fois qu'ils doivent combattre, ils lancent deux dés équilibrés, l'un à 8 faces et l'autre à 12 faces.

Celui qui a la plus grande somme gagne le combat.

a. Construis un tableau à double entrée présentant toutes les sommes que l'on peut obtenir en lançant ces deux dés.

9782210106345-0MEP.indb 169 24/06/16 10:39

Je résous des problèmes

b. Charles a obtenu 12. Ali lance le dé à 8 faces et obtient 4. Quelle est la probabilité qu'Ali gagne après avoir lancé le dé à 12 faces ?

c. Charles a obtenu 11.
Quelle est la probabilité qu'Ali gagne ?

d. Charles a obtenu 9.
Quelle est la probabilité qu'il gagne ?

27 On lance un dé équilibré à dix faces (numérotées de 1 à 10). Si on obtient un nombre premier, alors on gagne 3 € ; sinon, on perd 2 €. On relance le dé une deuxième puis une troisième fois.

a. Détermine la liste des gains et des pertes possibles pour ce jeu puis calcule la probabilité associée à chaque gain et à chaque perte.

b. En utilisant les réponses précédentes, détermine si on a intérêt à jouer à ce jeu.

28 On lance trois pièces de monnaie et on se demande quelle est la probabilité que les trois tombent du même côté : trois pile ou trois face.
Gilles affirme : "Quand je lance trois pièces, il y en a forcément deux qui seront déjà du même côté.
Pour la troisième, on a donc une chance sur deux d'avoir la même chose que les deux premières. Il y a donc une chance sur deux que toutes les trois tombent du même côté."

a. Construis un arbre représentant les différentes possibilités.

b. Que penses-tu de sa conclusion ?

29 Le jeu de yams se joue avec 5 dés. On lance un fois tous les dés, puis on peut en relancer certains deux fois. Le but étant de faire des figures qui rapportent des points.

Une des figures est la suite : 1, 2, 3, 4, 5 ou 2, 3, 4, 5, 6.

a. Benoît a obtenu 2, 3, 3 5, 6. Il veut faire une suite en relançant un des 3.

b. Quelle est la probabilité qu'il n'y arrive pas au premier jet ? Au deuxième jet ?

c. Quelle est la probabilité que Benoît rate la suite ?

d. Quelles est la probabilité que Benoît réussisse la suite ?

e. Sandrine a obtenu 2, 3, 4, 4, 5. Elle veut faire une suite en relançant un des 4.
Reprend les questions du **a.**

f. Un carré est obtenu avec 4 dés identiques (ou 5). Hélène a obtenu 3, 4, 4, 4, 5. Quelle est la probabilité qu'elle réussisse un carré ?

30 Un professeur a présenté dans le tableau ci-dessous les résultats des élèves de 3^e au QCM de 5 questions, donné lors du brevet blanc.

Nombre de bonnes réponses	0	1	2	3	4	5
Fréquence (en %)	3,5	8,5	12,5	38,5	26	

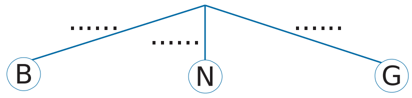
a. Quel pourcentage des élèves a réussi un sans faute au QCM ?

b. Calcule le nombre moyen de bonnes réponses obtenues au QCM.

c. Détermine le nombre médian de bonnes réponses, puis donne une interprétation de ce nombre.

31 Une urne contient sept boules blanches (B), cinq noires (N) et six grises (G), toutes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard.

a. Complète l'arbre des probabilités.



b. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ou noire ?

c. Quelle est la probabilité de ne pas tirer une boule noire ?

32 **d'après évaluations PISA**

Le bulletin météorologique du jour prévoit que, de 12 à 18 heures, les probabilités de pluie sont de 30 %. Vrai ou faux ?

a. Il va pleuvoir sur 30 % de la zone concernée par les prévisions.

b. Il pleuvra pendant 30 % des six heures (un total de 108 minutes).

c. Dans cette zone, 30 personnes sur 100 auront de la pluie.

d. Si la même prévision était faite pour 100 jours, il pleuvrait à peu près 30 jours sur 100.

e. La quantité de pluie sera 30 % de celle tombée lors d'une forte pluie, mesurée en termes de précipitations par unité de temps.

33 Extrait de brevet

On écrit sur les faces d'un dé équilibré à six faces, chacune des lettres du mot : NOTOUS. On lance le dé et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure.

a. Quelles sont les issues de cette expérience ?

b. Déterminer la probabilité de chacun de
E1 : «On obtient la lettre O».
E3 : «On obtient une consonne ».
E4 : «On obtient une lettre du mot KIWI ».
E5 : «On obtient une lettre de CAGOUS»

34 Extrait de brevet

Trois personnes, Aline, Bernard et Claude, ont chacune un sac contenant des billes. Chacune tire au hasard une bille de son sac. Le contenu des sacs est le suivant :
Sac d'Aline : 5 billes rouges
Sac de Bernard : 10 billes rouges, 30 billes noires
Sac de Claude : 100 billes rouges et 3 billes noires

a. Laquelle de ces trois personnes a la plus grande probabilité de tirer une bille rouge ? Justifier.

b. On souhaite qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge. Avant le tirage, combien de billes noires faut-il ajouter pour cela dans le sac d'Aline ?

35 On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes et on note les événements :
A : « on obtient un roi » ;
B : « on obtient un as » ;
C : « on obtient un trèfle ».

a. Les événements A et B sont-ils compatibles ?

b. Et les événements B et C ? Justifie tes réponses.

c. Décris par une phrase sans négation l'événement contraire de l'événement C.

d. Propose un événement D incompatible avec l'événement C.

e. Détermine les probabilités des événements A, B, C et D.

f. Quelle est la probabilité de l'événement contraire de l'événement C ?

En utilisant le numérique

36 PIB

a. Qu'est-ce que le « Produit Intérieur Brut » (PIB en abrégé) d'un pays ? Qu'est-ce alors que le « PIB par habitant » ? Détermine ensuite, par calcul, le PIB par habitant de la France.

b. Trouve les PIB et les populations des pays de l'Union Européenne puis regroupe ces données dans une feuille de calculs.

	A	B	C	D
1	PAYS	PIB	Population	PIB par habitant
...				
...				
30	Moyenne			

Programme les cellules de la colonne D pour calculer le PIB par habitant de chaque pays.

c. Parmi les calculs suivants, lequel donnera le PIB moyen par habitant de l'Union Européenne ?
- moyenne des PIB divisée par la moyenne des populations ;
- moyenne des valeurs de la colonne D ;
- somme des PIB divisée par la somme des populations.

d. Programme alors en D29 la bonne formule.

e. Quel serait le PIB moyen par habitant si l'on ne tenait pas compte des deux états qui ont le plus fort PIB par habitant et des deux états qui ont le plus faible PIB par habitant ?

f. Quel est le PIB par habitant des États-Unis ? Les États-Unis comportent 50 états. Quel est alors le PIB moyen par habitant d'un de ces états ? Combien d'états européens ont un PIB supérieur à ce dernier ?

37 Programmer un tableau d'effectifs

Voici les notes obtenues par une classe de 4e lors d'un contrôle de géométrie.

15,5	10,5	4,5	4,5	13	4,5	10,5	14,5
15,5	4,5	14,5	9,5	4,5	10,5	11	15,5
9,5	9,5	10,5	9,5	13	13	14,5	11

a. Classe les informations précédentes dans un tableau.

b. Calcule la moyenne, la médiane et l'étendue de la classe pour ce devoir.

c. Écris un programme qui :
- à partir de valeur entrées par l'utilisateur construit le tableau des effectifs
- calcule la moyenne, la médiane et l'étendue.
- Affiche un diagramme en bâton.

9782210106345-0MEP.indb 171 24/06/16 10:39

Je résous des problèmes

38 Voici le nombre de buts marqués par journée de championnat de football en France, en Espagne et en Angleterre lors de la saison 2010 - 2011.

France	22	27	17	22	27	18	23	27	16	24
France	24	29	21	27	30	30	14	23	17	28
France	25	17	26	33	21	16	24	24	17	23
France	19	26	25	18	29	21	20	31		
Espagne	22	30	28	19	20	30	24	35	32	28
Espagne	18	38	32	22	33	27	26	34	31	33
Espagne	26	28	22	17	26	24	24	28	20	35
Espagne	25	25	32	23	36	30	23	36		
Angleterre	26	38	22	29	28	24	20	26	24	22
Angleterre	29	26	24	34	41	28	19	22	29	24
Angleterre	25	25	29	29	30	43	21	35	35	24
Angleterre	31	29	24	29	21	33	33	32		

a. Avec un tableur, détermine pour chacune de ces trois séries : la moyenne, l'étendue et une médiane.

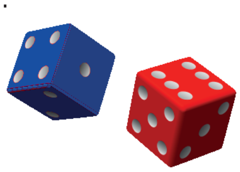
b. Quels championnats se ressemblent le plus au regard des caractéristiques ? Justifie ta réponse.

c. Construis un tableau présentant les données de chaque pays, en classe d'amplitude 4 buts (de 14 à 18, de 18 à 22, ...).

d. Réalise un graphique de ton choix présentant ces données.

Commente ces graphiques.

39 **Une expérience**



On lance deux dés et on fait la somme des valeurs obtenues.

a. A priori, sur quel résultat parierais-tu ?

b. Dans un tableur, on va simuler 1 000 lancers. Dans la cellule A1, entre la formule =**alea.entre.bornes(1;6)+alea.entre.bornes(1;6)** et recopie cette formule dans les cellules A1 jusqu'à J100.

- Pour compter les résultats obtenus, réalise le tableau suivant :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
102	Somme obtenue	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
103	Effectif											
104	Fréquence en %											

- Dans la cellule B103, entre la formule : =NB.SI($A$1:$J$100;B102) pour compter le nombre de fois que le résultat 2 est sorti. Recopie la formule pour les autres tirages en étirant.
En tapant Ctrl+Maj+F9, tu obtiens 1 000 nouveaux tirages.
- Quels sont les résultats qui apparaissent le plus souvent ?
- Quel pari faudrait-il faire pour avoir le maximum de chances de gagner ?
- Répertorie tous les tirages possibles que l'on peut obtenir avec les deux dés en utilisant la méthode de ton choix.
- Calcule ensuite la somme correspondant à chaque tirage.
- Complète le tableau suivant.

Somme	2	3	...	Total
Nombre de possibilités			...	
$\frac{\text{Nb possibilités}}{\text{Nb total}}$			...	

- Compare les résultats de ce tableau avec ceux de la question **b.**

40 **Calcul de fréquence**

Écris un programme qui calcule les fréquences à partir d'une liste d'effectifs de 10 valeurs.

41 **Calcul de moyenne**

a. Écris un programme qui calcule la moyenne d'une série brute de 10 valeurs.
b. Modifier ce programme pour qu'il calcule la moyenne d'une série dépouillée de 10 valeurs.
On utilisera deux listes : liste1 les modalités, liste2 les effectifs.

42 **Calcul de fréquences cumulées**

a. Écrire un programme qui calcule les fréquences cumulées croissantes (FCC) d'une série dépouillée et ordonnée de 10 valeurs.
On utilisera trois listes :
liste1 : les effectifs
liste2 : les modalités
liste3 : les fréquences en %.
b. Compléter ce programme pour qu'il affiche la médiane et les quartiles de cette série.

Fonctions

B3

Objectifs de cycle

■ Modéliser une situation

Déterminer une fonction	test n° 1	Niveau 3
Déterminer une image à partir d'une expression	tests n° 2, 3 et 4	Niveau 3
Déterminer un antécédent à partir d'une expression	test n° 5	Niveau 3

■ Représentations d'une fonction

Utiliser un tableau de valeurs	test n° 6	Niveau 3
Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une courbe	tests n° 7 et 8	Niveau 3
Construire une représentation graphique	tests n° 9 et 10	Niveau 3

■ Choisir la représentation adaptée

Niveau 3

- Ce chapitre est organisé autour des représentations possibles d'une fonction : expressions, tableaux de valeurs, représentations graphiques.
- Les fonctions linéaires et affines sont étudiées dans chacune de ces parties.

Activités de découverte

Activité 1 Variations, dépendance, correspondance

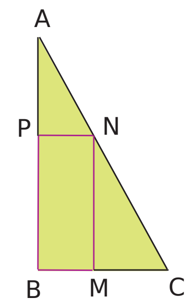
Dans le triangle ABC rectangle en B ci-contre : AB = 10 cm et BC = 5 cm.

M est un point du segment [BC]. P et N sont les points des segments [AB] et [AC] tels que BMNP soit un rectangle.

On s'intéresse aux valeurs du périmètre (en cm) et de l'aire (en cm²) de BMNP, lorsque la position de M varie sur le segment [BC]

On pose BM = x. x est une variable. On aurait tout aussi bien utiliser une autre lettre pour la nommer.

Quelles sont les valeurs possibles de x ?



1. À partir d'une figure

Trace le triangle ABC et choisis plusieurs positions du point M sur [BC] : mesure les longueurs utiles et évalue le périmètre et l'aire de BMNP.
Note tes résultats dans un tableau (dans ce tableau, à chaque valeur de x correspond une valeur pour le périmètre et une valeur pour l'aire).

x en cm											
Périmètre en cm											
Aire en cm²											

- Quelles sont les grandeurs qui varient ici ?
- De quelle grandeur dépend le périmètre ?
- De quelle grandeur dépend l'aire ?

2. « En fonction de... »

a. Exprime MC en fonction de x puis, en utilisant le théorème de Thalès, MN en fonction de x.

b. Déduis-en le périmètre P(x) et l'aire A(x) de BMNP en fonction de x.

3. Le périmètre et l'aire

a. En utilisant un tableur, construis un tableau donnant le périmètre et l'aire de BMNP pour les valeurs de x (en cm) allant de 0,5 à 4,5 avec un pas de 0,25.

b. Représente les valeurs du périmètre et de l'aire sur un même graphique ; en plaçant l'origine du repère en bas à gauche de ta feuille. Tu prendras sur l'axe des abscisses 2 cm pour 1 unité et sur l'axe des ordonnées :

1 cm pour 1 cm de périmètre.

1 cm pour 1 cm² d'aire.

c. Que remarques-tu ? A-t-on des situations de proportionnalité ?

d. Peux-tu prévoir, à l'aide du graphique, le périmètre et l'aire de BMNP lorsque x = 1,8 ?

e. Combien semble-t-il y avoir de positions possibles de M telles que l'aire de BMNP soit égale à 8 cm² ? Quelles sont les valeurs du périmètre correspondant ?

f. Même question avec 12 cm². Puis 15 cm².

g. A quelle position du point M l'aire semble-t-elle maximale ?

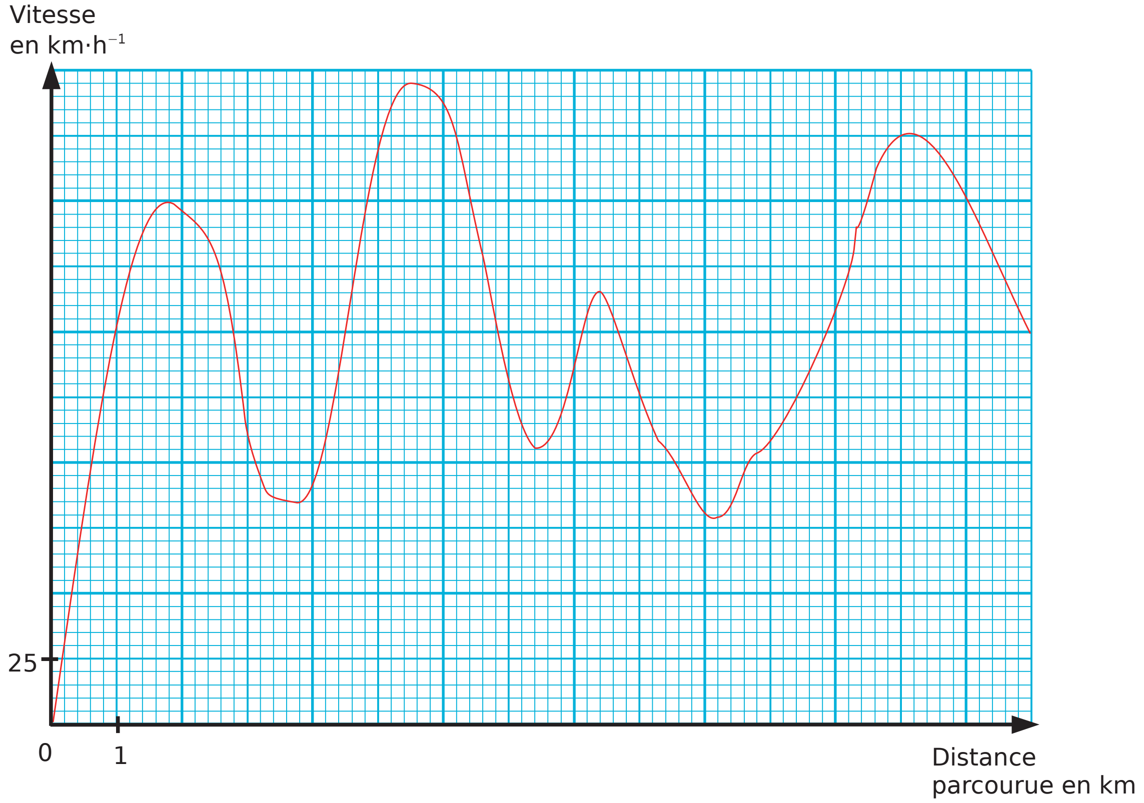
9782210106345-0MEP.indb 174 24/06/16 10:39

Activité 2 Avec un graphique

Sur un circuit de 13,2 km, un pilote réalise des essais pour une nouvelle voiture de course.
Des capteurs placés sur le circuit mesurent la vitesse au moment du passage de la voiture, ces vitesses sont notées dans le tableau ci-dessous.

Capteur n°...	1	2	3	4	5	6	7	8
Distance parcourue depuis la ligne de départ en km	0,8	2	2,8	4,6	7,2	9,4	...	13
Vitesse mesurée en km·h^{-1}	125	196	144	...	113	...	200	...

D'autre part, un enregistreur placé à bord de la voiture donne la vitesse en fonction de la distance parcourue sous la forme du graphique ci-dessous.



1. Quelles sont les grandeurs qui **varient** ici ? Laquelle **dépend** de l'autre ?
Re*marque : A chaque valeur t du temps* ***correspond*** *une valeur v de la vitesse. t est appelée une variable.*

2. Détermine, si possible, les données manquantes dans le tableau.

3. Quelles sont les stratégies pour le remplir ?

9782210106345-0MEP.indb 175 24/06/16 10:39

Activité 3 Variations, dépendance, correspondance (suite)

On reprend les fonctions de l'activité 1.

Variations du périmètre

a. Que constates-tu comme <u>évolution du périmètre</u> lorsqu'on augmente x de 2 cm ? Et pour une diminution de l de 1 cm ?

b. Recopie et complète le tableau suivant sachant que P_1 et P_2 sont les périmètres correspondant à 2 positions x_1 et x_2 de M.

$x_1 - x_2$	0	1	1,5	3	4	– 1	– 2
$P_1 - P_2$							

Que peux-tu dire de ces tableaux ? Justifie ta réponse.

Activité 4 Coefficient et graphique

1. On considère la fonction g définie par $g(x) = 3x$.

a. Recopie et complète le tableau de valeurs suivant.

x	– 2,5	– 2	– 1,5	– 1	0	1	2,5	3,5	4,5
$g(x)$									

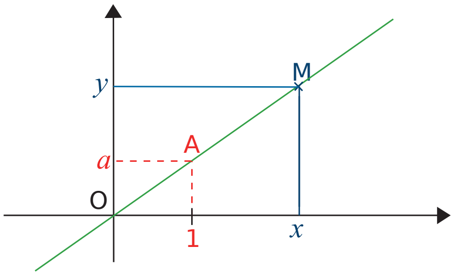
b. Sur papier millimétré, construis un repère orthogonal et place tous les points de coordonnées $(x\ ;\ y)$ avec $y = g(x)$ que tu as obtenus grâce au tableau de la question précédente. Que constates-tu ? Pouvais-tu le prévoir ?

c. Quand tu choisis deux nombres x du tableau dont la différence est 1, quelle est la différence des valeurs de $g(x)$ correspondantes ?

2. Cas général

On considère maintenant une fonction linéaire f de coefficient a (a est un nombre non nul).
Dans un repère orthogonal d'origine O, on considère le point A(1 ; a).

Démontre que si un point M de coordonnées $(x\ ;\ y)$ appartient à la droite (OA) alors $y = f(x)$.



(schéma réalisé pour a positif)

3. Coefficient

a. Si le coefficient d'une fonction linéaire est négatif, que peux-tu dire de la direction de sa droite représentative ?

b. Représente, dans un repère orthogonal, la fonction h telle que $h(x) = \frac{4}{3}x$.

Justifie et illustre sur le graphique la phrase : « Lorsque la différence entre les abscisses de deux points de la droite représentative de h est 3, la différence entre les ordonnées est 4. ».

c. Grâce au résultat de la question **b.** représente, dans le même repère, la fonction k telle que $k(x) = \frac{3}{5}x$, puis la fonction m telle que $m(x) = \frac{-2}{3}x$.

d. Dans un repère orthonormé, quel lien y a-t-il entre le coefficient de la fonction linéaire et l'angle que fait la droite représentative avec l'axe des abscisses ?

Cours et méthodes

1) Modéliser une situation

Définition

Une **fonction** est un procédé qui, à un nombre, associe un unique nombre.
On peut donner le procédé sous la forme d'une expression littérale.

Notation

On utilise la notation $f : x \longmapsto f(x)$ qui se lit « f est la fonction qui, à x, associe le nombre $f(x)$ ».

Entraîne-toi à Déterminer une fonction

Énoncé

a. Détermine la fonction g qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le périmètre d'une face de ce cube.

b. Détermine la fonction h qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le volume de ce cube.

Correction

a. La face d'un cube est un carré de périmètre $\mathcal{P} = 4 \times x$. D'où $g(x) = 4x$ ou $g : x \longmapsto 4x$.

b. Le volume $\mathcal{V}$ d'un cube dont la longueur des arêtes est x est $\mathcal{V} = x \times x \times x = x^3$.
D'où $h(x) = x^3$ ou $h : x \longmapsto x^3$.

Définitions

Soit f une fonction. Si $f(a) = b$ alors on dit que :

- b est **l'image** de a par f. L'**image** d'un nombre est **unique**.
- a est **un antécédent** de b par f. Un nombre b peut avoir **plusieurs antécédents**.

Entraîne-toi à Déterminer une image à partir d'une expression littérale

Énoncé

Soit la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.
Détermine l'image de -5 par la fonction f.

Correction

$f(x) = x^2 - 4$
$f(-5) = (-5)^2 - 4$
$f(-5) = 25 - 4$
$f(-5) = 21$

Définitions

On considère deux nombres $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ quelconques.

- On appelle **fonction linéaire** de coefficient $\boldsymbol{a}$ toute fonction qui, à tout nombre noté $\boldsymbol{x}$, associe le nombre $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{x}$ (c'est-à-dire $\boldsymbol{x} \longmapsto \boldsymbol{ax}$).
- On appelle **fonction affine** toute fonction qui, à tout nombre noté $\boldsymbol{x}$, associe le nombre $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}$ (c'est-à-dire $\boldsymbol{x} \longmapsto \boldsymbol{ax} + \boldsymbol{b}$).

Propriétés

- Une fonction linéaire est une fonction affine particulière (cas où $b = 0$).
  Les fonctions linéaires modélisent des **situations de proportionnalité**.
- Lorsque $a = 0$, la fonction est une **fonction constante** : à tout nombre x, elle associe le nombre b.
- Tout nombre admet **un unique antécédent** par une fonction linéaire ou affine non constante.

9782210106345-0MEP.indb 177 24/06/16 10:39

Cours et méthodes

↘ Entraîne-toi à **Reconnaître une fonction linéaire ou une fonction affine**

Énoncé

Parmi les fonctions suivantes, détermine les fonctions affines, les fonctions linéaires et les fonctions constantes.

- $f(x) = 3x$
- $g(x) = - 7x + 2$
- $h(x) = 5x^2 - 3$
- $k(x) = x$
- $l(x) = 3x - 7$

Correction

- f est une fonction linéaire de coefficient 3.
- g est une fonction affine de coefficient $a = -7$ et $b = 2$
- h n'est pas une fonction affine car x est élevé au carré.
- k est une fonction linéaire de coefficient 1.
- l est une fonction affine de coefficient $a = 3$ et $b = -7$.

↘ Entraîne-toi à **Déterminer un antécédent à partir d'une expression littérale**

La recherche d'antécédents par le calcul correspond à la résolution d'une équation. Nos connaissances ne nous permettent de le faire que pour une équation du 1er degré à une inconnue et quelques équations du second degré.

Énoncé

- Soit la fonction f linéaire telle que $f(x) = 2x$. Calcule l'antécédent de 7 par la fonction f.
- Soit la fonction g affine telle que $g(x) = 5x - 1$. Calcule l'antécédent de 14 par la fonction g.

Correction

- L'antécédent de 7 par f est solution de l'équation : $f(x) = 7$ soit $2x = 7$ donc $x = 3{,}5$. L'**antécédent** de **7** par f est donc **3,5**.
- L'antécédent de 14 par g est solution de l'équation : $g(x) = 14$ soit $5x - 1 = 14$ et $5x = 15$ donc $x = 3$. L'**antécédent** de **14** par g est donc **3**.

2 Représentations d'une fonction

A. Tableaux de valeurs

Définition

Les images respectives par la fonction f de certaines valeurs peuvent être présentées dans un tableau appelé **tableau de valeurs**.

↘ Entraîne-toi à **Déterminer une image, un antécédent à partir d'un tableau de valeurs**

La 2de ligne du tableau donne l'image de chaque nombre de la 1re ligne par la fonction f.

Énoncé

Voici un **tableau de valeurs** de la fonction f :

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	12	0	-4	0	12

a. Détermine l'image de 0 par la fonction f.

b. Détermine un (des) antécédent(s) de 0 par la fonction f.

Correction

a. On cherche 0 sur la 1re ligne du tableau et on lit son **image** sur la 2de ligne. **L'image** de 0 par la fonction f est -4. On écrit $f(0) = -4$ (ou $f : 0 \longmapsto -4$).

b. On cherche 0 sur la 2de ligne du tableau et on lit ses **antécédents** sur la 1re ligne. **Des antécédents** de 0 par la fonction f sont -2 et 2.
On écrit $f(-2) = f(2) = 0$.

9782210106345-0MEP.indb 178 24/06/16 10:39

B. Représentation graphique

Définition

La **représentation graphique** d'une fonction f, dans un repère, est la courbe constituée de l'ensemble des points de coordonnées $(x\ ;\ f(x))$.

Entraîne-toi à Déterminer une image , un antécédent à partir d'une courbe

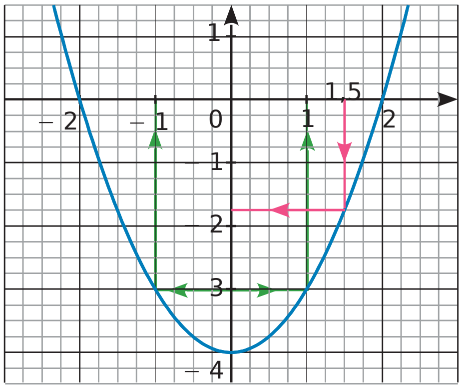
Énoncé

Le graphique représente la fonction f.

- Détermine graphiquement $f(1{,}5)$.
- Détermine graphiquement le (les) antécédent(s) de -3 par la fonction f.

Correction

- $f(1{,}5) = -1{,}75$.
- -3 a **deux antécédents** par la fonction f : **-1 et 1**.



Cas particuliers

- La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère, non horizontale et non verticale, donc les coordonnées d'un seul point suffisent pour tracer la droite.
- La représentation graphique d'une fonction affine non constante est une droite non horizontale et non verticale, donc les coordonnées de deux points suffisent pour tracer la droite.
- La représentation graphique d'une fonction constante est une droite horizontale, donc les coordonnées d'un seul point suffisent pour tracer la droite.

Entraîne-toi à Construire une représentation graphique

Énoncé

- Représente graphiquement la fonction linéaire f définie par $f(x) = -0{,}5x$.
- Représente graphiquement la fonction affine g définie par $g : x \longmapsto 3x - 2$.

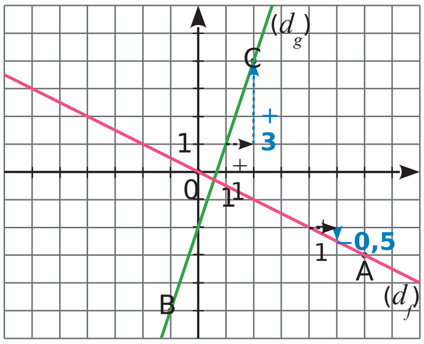
Correction

- f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées d'un de ses points. $f(6)=-3$.
(d_f) est la droite (OA) avec A(6 ; – 3).

g est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.

Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées de deux de ses points.
$g(-1)=-5$ et $g(2)=4$.
(d_g) est la droite (BC) avec B(– 1 ; – 5) et C(2 ; 4).



9782210106345-0MEP.indb 179 24/06/16 10:39

3 Choisir la représentation adaptée

Entraîne-toi à Choisir la représentation adaptée

Énoncé

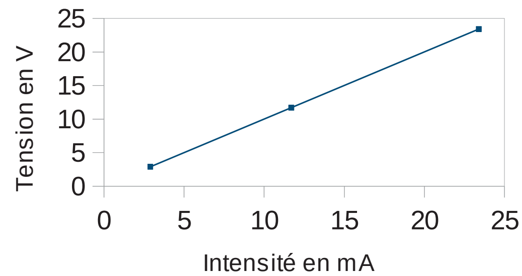
En cours de sciences physiques, Inés et Diogu ont réalisé un circuit électrique avec un générateur de courant variable. Ils veulent trouver la valeur de la résistance R (en Ω) de ce circuit.

Intensité en A	0,0029	0,0117	0,0234
Tension en V	1,5	6	12

Voici les mesures obtenues.
Interprète ce tableau de valeurs.

Correction

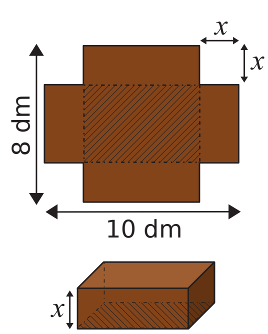
On considère ce tableau comme le tableau de valeurs d'une fonction f qui à I associe U.
Un tableur-grapheur donne le graphique suivant.



On reconnaît la représentation graphique d'une fonction linéaire. On détermine son coefficient :
$1{,}5 \div 0{,}0029 \approx 517$.
A partir de la formule U=RI on déduit que le circuit est donc composé d'une résistance de 517 Ω.

Énoncé

Avec une plaque de carton rectangulaire de 8 dm par 10 dm, en découpant quatre carrés identiques, on obtient le patron d'une boîte (sans couvercle !).



On veut trouver la longueur du côté des carrés à découper pour obtenir une boîte dont le volume sera maximal.

On note x cette longueur en cm.

Estime ce volume maximal et la longueur x au cm près.

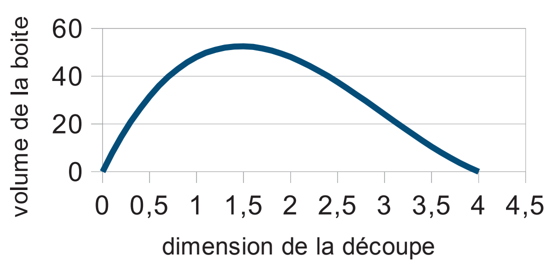
Correction

Le volume de cette boîte est donné par la formule :

V = **Longueur** × **largeur** × **hauteur** soit

V = $(\mathbf{10 - 2x}) \times (\mathbf{8 - 2x}) \times \boldsymbol{x}$

On appelle f la fonction qui à x associe ce volume. Un tableur-grapheur donne la représentation de la fonction f.



On estime le volume maximal aux environs de 1,5. On affine avec un tableau de valeurs.

x	1,4	1,5	1,6
V=$f(x)$	52,416	52,5	52,224

Le volume est maximal pour 1,5 dm (environ).

9782210106345-0MEP.indb 180 24/06/16 10:39

Je me teste

Niveau 3

1 Indique, en justifiant, si les fonctions sont linéaires, affines ou ni l'un ni l'autre.

a. $f(x) = x^2 - 2$ **b.** $g(x) = 8 - 9x$ **c.** $h(x) = \frac{3}{5}x$ **d.** $k(x) = (13 - 8x)^2 - 64x^2$ **e.** $l(x) = \frac{2}{x}$

2 La fonction h est définie par la formule $h(x) = 3x(5x^2 - 2)$.
Calcule l'image de $-2{,}5$; de 20 puis de 0 par la fonction h.

3 Soit une fonction l telle que $l(-2) = 12$ et $l(7) = 15$.

a. Peux-tu trouver l'image de -5 ?

b. Traduis cette phrase : « l'image de 8 par la fonction l est 10 » par une égalité.

4 Détermine l'image de -4 par la fonction affine h définie par $h(x) = -8x + 3$.

5 Détermine l'antécédent de -6 par la fonction affine h définie par $h(x) = -x + 3$.

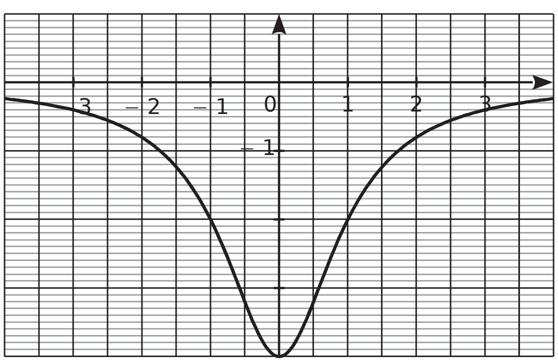
6 Pour une fonction p, on considère le tableau de valeurs suivant.

x	-10	-3	-1	0	2,5	5	6
$p(x)$	-5	-1	0	1,5	8	0	-3

a. Détermine l'image de -10 puis l'image de 2,5 par la fonction p.

b. Détermine un (des) antécédent(s) de -3 puis de 0 par la fonction p.

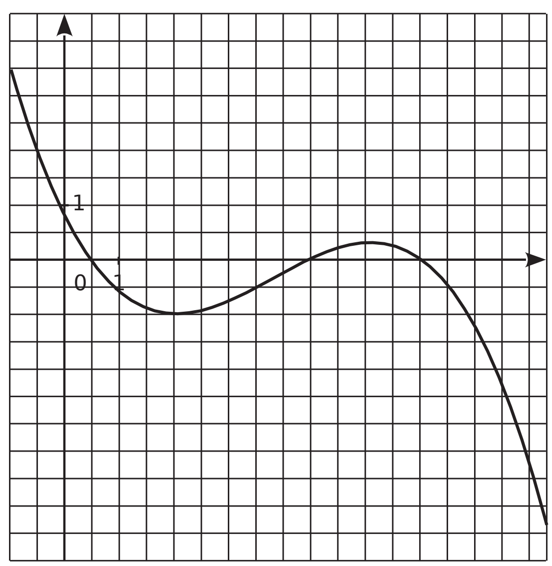
7 Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie pour x compris entre -4 et 4.



a. Détermine $f(-3)$ et $f(2)$.

b. Détermine le(s) antécédent(s) de -2 et de $-3{,}2$ par f.

8 Le graphique ci-dessous représente une fonction g pour x compris entre -1 et 8,8.



a. Détermine les images de 2 et de -1 par g.

b. Détermine le(s) antécédent(s) de 0 et de 2 par g.

9 Trace les représentations graphiques des fonctions l et m définies par $l(x) = -0{,}5x$ et $m(x) = -0{,}5x + 2$. Que constates-tu ?

10 Comment tracer précisément la représentation graphique de la fonction qui, à x, associe $0{,}75x$?

➔ Voir Corrigés p. 368

9782210106345-0MEP.indb 181 24/06/16 10:39

Je m'entraîne

Modéliser une situation

1 On considère le programme de calcul :

- Choisis un nombre ;
- Multiplie le nombre choisi par lui même ;
- Soustrais le triple du nombre choisi au produit obtenu.

a. En notant x le nombre choisi au départ, détermine la fonction f qui, à x, fait correspondre le résultat obtenu avec ce programme.

b. Applique ce programme de calcul avec le nombre -2. Traduis ce calcul par une phrase contenant le mot « image » puis par une égalité.

2 Soit la fonction h telle que $h : x \longmapsto 4x - 7$.

a. Écris un programme de calcul traduisant le calcul de l'image de x par la fonction h.

b. Donne une autre écriture de la fonction h.

3 Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot « image ».

a. $f(3) = 4$ **b.** $g(0) = -2$ **c.** $h(x) = 3x^2 - 4$ **d.** $p(x) = -x$

4 Traduis chaque phrase par une égalité.

a. Par la fonction g, $-5{,}3$ est l'image de 6.

b. 2,5 a pour image 4,2 par la fonction f.

c. L'image de 3 par la fonction h est 7.

d. Par la fonction p, -4 a pour image $-6{,}5$.

e. L'image de 5 par la fonction m est nulle.

5 Traduis chaque phrase par une égalité puis par une correspondance de la forme $x \longmapsto \dots$.

a. x a pour image $4x - 5$ par la fonction f.

b. L'image de x par la fonction g est $x(x + 1)$.

c. Par la fonction h, $-3x$ est l'image de x.

d. Par la fonction r, x a pour image $2x - 5x^2$.

e. La fonction k associe, à tout nombre x, le nombre $3(x - 2)$.

6 Traduis chaque notation par une phrase contenant le mot « image » et par une égalité.

a. $f : 7 \longmapsto -17$ **b.** $g : -5 \longmapsto 3{,}2$ **c.** $h : x \longmapsto -4x^2$ **d.** $v : x \longmapsto -3$

7 On considère la fonction h définie par : $h : x \longmapsto 5x^2 - 4x + 3$.

Calcule l'image de chacun des nombres suivants.

a. 2 **b.** -3 **c.** **d.** 0 **e.** 1,4

8 On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2\sqrt{x} + 1$.

Calcule, lorsque cela est possible, l'image de chacun des nombres suivants.
Lorsque ce n'est pas possible, explique pourquoi.

a. 0 **b.** 4 **c.** -9 **d.** 3 **e.** 0,25

9 Parmi les fonctions f, g, h et m définies ci-dessous, indique celles qui sont linéaires.

a. $f(x) = 2x$ **b.** $h(x) = 3x - 4$ **c.** $g(x) = x^2$ **d.** $m(x) = (5 - 2x) - 5$

10 Parmi les fonctions n, p, k et d définies ci-dessous, indique celles qui sont affines.

a. $n(x) = 5x$ **b.** $k(x) = 2x + 7$ **c.** $p(x) = \dfrac{1}{x}$ **d.** $d(x) = (4x - 7) - 4x$

11 Parmi les fonctions t, u, w et z définies ci-dessous, indique celles qui sont affines (en précisant celles qui sont linéaires) et celles qui ne sont ni linéaires ni affines.

a. $t(x) = -x$ **b.** $u(x) = \dfrac{1}{2x + 3}$ **c.** $w(x) = (x + 9)^2 - x^2$ **d.** $z(x) = (3x - 1)^2 - 3x^2$

12 Un rectangle a pour longueur 7 cm et pour largeur x cm.

a. Exprime le périmètre $p(x)$, en cm, et l'aire $a(x)$, en cm², de ce rectangle en fonction de x.

b. Les fonctions p et a sont-elles linéaires ? Sont-elles affines ?

13 Le côté d'un carré mesure x cm.

a. Exprime le périmètre $p(x)$, en cm, et l'aire $a(x)$, en cm², de ce carré en fonction de x.

b. Les fonctions p et a sont-elles linéaires ? Sont-elles affines ?

14 La fonction f est définie par $f(x) = 8x$.
a. Détermine $f(2)$; $f(-3)$ et $f(0)$.
b. Quelle est l'image de -5 par la fonction f ?
Et celle de $\frac{1}{8}$?
c. Détermine les antécédents, par la fonction f, des nombres -16 ; 0 et 28.

15 La fonction g est définie par $g(x) = 5x + 1$.
a. Quelle est l'image de 5 par la fonction g ?
b. Détermine $g(0)$; $g(-2{,}1)$ et $g(7)$.
c. Détermine les antécédents, par la fonction g, des nombres 21 ; -14 et 0.

16 La fonction h est définie par $h : x \longmapsto -6x$.
a. Détermine les images, par la fonction h, des nombres 0 ; -5 et $\frac{1}{3}$.
b. Calcule $h(-1)$ et $h(3{,}5)$.
c. Détermine les antécédents, par la fonction h, des nombres 24 ; -42 et $-\frac{3}{4}$.

17 k est définie par $k : x \longmapsto 2x - 5$.
a. Détermine l'image, par la fonction k, de $\frac{1}{3}$.
b. Calcule $k(-4)$.
c. Résous l'équation $k(x) = \frac{5}{3}$. Que peux-tu dire de la solution de cette équation ?

18 La fonction g est une fonction linéaire telle que $g(3) = 4$.
En utilisant les propriétés d'une telle fonction, calcule les images des nombres 1,5 ; 6 et 7,5.

19 La fonction f est une fonction linéaire telle que $f(4) = 5$. Détermine la fonction f.

20 La fonction m est une fonction linéaire telle que $m(0) = 0$.
Peux-tu déterminer la fonction m ?

21 La fonction h est une fonction linéaire telle que $h\left(\frac{6}{7}\right) = \frac{3}{14}$.
Détermine la fonction h.

22 La fonction h est une fonction affine telle que $h(2) = -1$ et $h(-1) = 5$.
Détermine l'image de 7 et l'antécédent du nombre -7, par la fonction h.

Tableaux de valeurs

23 Réalise le tableau de valeurs de la fonction g telle que $g(x) = -3x^2 + 4$ pour les valeurs entières de x comprises entre -6 et 6.

24 Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction f.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	5	2	1	-3	-4	5	3	4	-4

a. Quelle est l'image de 3 par la fonction f ?
b. Quel nombre a pour image -3 par la fonction f ?
c. Quels sont les nombres qui ont la même image par la fonction f ?

25 Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction g.

x	$-0{,}5$	$-0{,}1$	0	0,7	0,9	1,1	1,3
$g(x)$	5	2	1	$-0{,}1$	-4	5	3,4

Recopie et complète les égalités suivantes.
a. $g(-0{,}1) = ...$
b. $g(...) = 1$
c. $g(0{,}9) = ...$
d. $g(...) = -4$
e. $g(0{,}7) = ...$
f. $g(...) = 5$

26 Réalise un tableau de valeurs d'une fonction f vérifiant :
a. $f(0) = -1{,}5$
b. $f(4) = -\frac{1}{6}$
c. $f(1) = -1$
d. $f(-0{,}5) = \frac{4}{3}$
e. L'image de -1 par la fonction f est -1.
f. -2 a pour image $-0{,}5$ par la fonction f.

9782210106345-0MEP.indb 183 24/06/16 10:39

Je m'entraîne

27 On considère la fonction p définie par :
$p : x \longmapsto 5x^2 - 4x + 3$.

Calcule l'image par la fonction p de chacun des nombres suivants.

a. 2
b. -3
c. $\frac{2}{3}$
d. 0
e. 1,4

28 On considère la fonction h définie par :
$h(x) = -5x^2 + 1$. Calcule.

a. $h(-2)$ **b.** $h(2)$ **c.** $h(10^2)$ **d.** $h\left(\frac{3}{5}\right)$

29 Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{2}{x}$.

a. Quel nombre n'a pas d'image par g ?
b. Recopie et complète le tableau suivant.

x	4	3		
$g(x)$			0,2	-1

c. Traduis chaque colonne par deux phrases utilisant les mots « image » ou « antécédent ».

30 Réalise un tableau de valeurs d'une fonction w vérifiant :

a. $w(0) = 0$ **b.** $w(-0,5) = 0,75$
c. Un antécédent de 0 par la fonction w est 1.
d. -2 a pour antécédent 6 par la fonction w.

31 Soit un tableau de valeurs d'une fonction f.

x	-4	-2	-1	1	4
$f(x)$	1	2	4	-4	-1

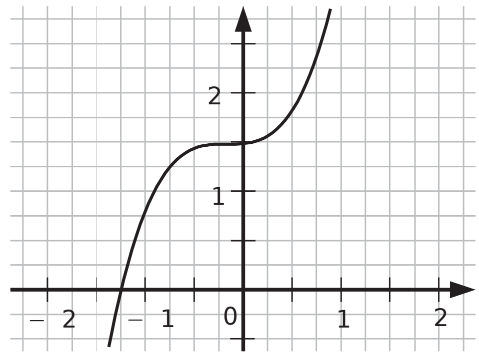
Dans chaque cas, indique, d'après le tableau, l'antécédent du nombre donné par la fonction f.

a. 4 **b.** 2 **c.** -4 **d.** -1

32 La fonction k est définie par $k(x) = 4x^2 - 3$.
a. Quelle est l'image de $-0,5$ par k ?
b. Quel nombre a pour antécédent 1 par k ?
c. Quel est l'antécédent de -3 par k ?
d. Quels nombres ont pour image -2 par k ?
e. Pour quelles valeurs de x a-t-on $k(x) = 0$? Interprète la (ou les) solution(s) de cette équation pour la fonction k.

Représentation graphique

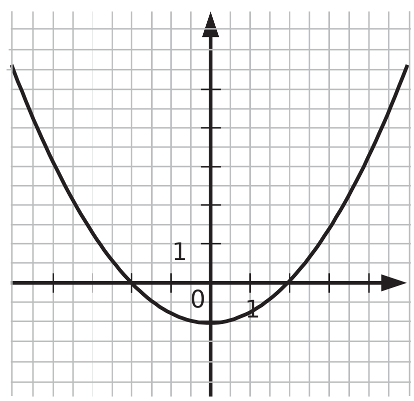
33 Ce graphique représente une fonction k.



Recopie et complète le tableau suivant.

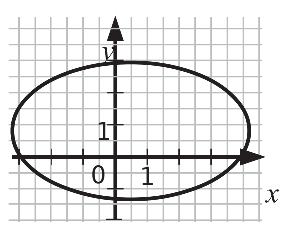
x	$-1,25$		-1	
$k(x)$		1,5		1,25

34 Ce graphique représente une fonction h.



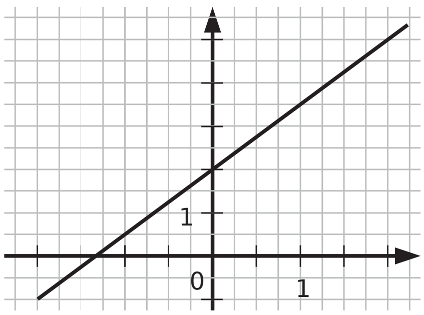
a. Quelle est l'image de 0 par la fonction h ?
b. Quels nombres ont pour image 0 par la fonction h ?
c. Donne une valeur approchée de :
- l'image de 4 par la fonction h ;
- l'image de -3 par la fonction h.

35 Est-ce qu'il s'agit de la représentation graphique d'une fonction ?



9782210106345-0MEP.indb 184 24/06/16 10:39

36 Ce graphique représente une fonction f.

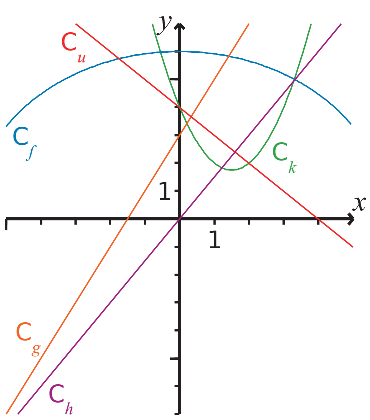


a. Quelle est l'image de 1 par f ?

b. Donne des valeurs pour :

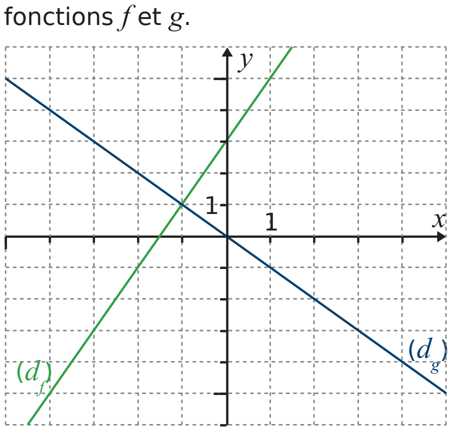
- $f(0)$
- l'image de 2 par f
- l'image de -2 par f
- $f(-1)$

37 Sur le graphique ci-dessous, des fonctions f, g, h, k et u ont été représentées.



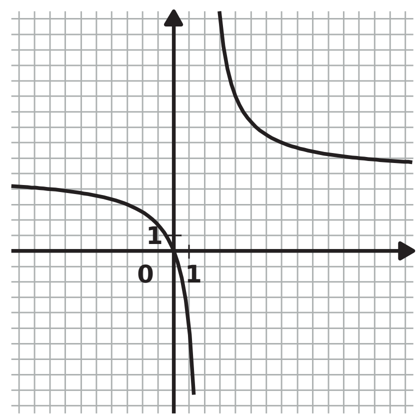
Parmi ces fonctions, indique celles qui sont affines. (Tu préciseras celles qui sont linéaires.)

38 Le graphique ci-dessous représente des fonctions f et g.



Par lecture graphique, détermine pour chaque fonction :
a. les images des nombres 0 ; 1 et -4.
b. les antécédents des nombres 3 ; -5 et 5.

39 Voici la représentation graphique de la fonction D telle que $D(x) = \dfrac{5x}{x-2}$.



a. Quel nombre n'a pas d'image par la fonction D ? Peut-on le voir sur le graphique ? Explique.

b. Lire sur le graphique :

- l'image de 0 par la fonction D ;
- $D(4)$, $D(7)$, $D(-8)$;
- la valeur de a telle que $D(a) = 3$.

c. Vérifier les réponses du **b.** par le calcul.

d. Donne une valeur approchée de :

- l'image de 8 par la fonction D ;
- l'image de -5 par la fonction D.

40 La fonction linéaire h est définie par $h(x) = -1{,}5x$.

a. Quelle est la nature de la représentation graphique de cette fonction ?
b. Combien de points sont nécessaires pour construire la représentation graphique de cette fonction ?
c. Détermine les coordonnées de suffisamment de points avec des abscisses comprises entre -4 et 4.
d. Construis la représentation graphique en prenant 1 cm pour 1 unité en abscisse et 1 cm pour 2 unités en ordonnée.

41 La fonction affine m est définie par $m(x) = 3x - 5$.

Reprends les questions de l'exercice 40 pour tracer sa représentation graphique.

Je m'entraîne

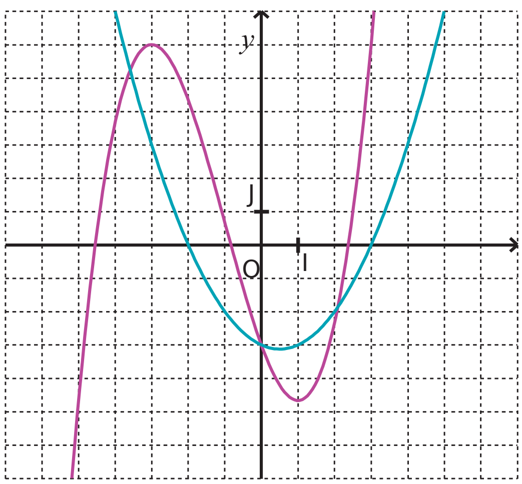
42 Représente les fonctions définies ci-dessous dans un même repère orthogonal avec des couleurs différentes.

- $d : x \longmapsto -2x + 1$
- $u : x \longmapsto 3x - 4$
- $h : x \longmapsto -x + 3$
- $t : x \longmapsto 2$
- $k : x \longmapsto 2{,}5x$
- $m : x \longmapsto -2x - 3$

Que peux-tu dire des représentations graphiques des fonctions d et m ?
À ton avis, pourquoi ?

43 **Un graphique et deux fonctions**

Dans le repère (O, I, J) ci-dessous sont représentées deux fonctions f (en violet) et g (en bleu).



a. Recopie et complète le tableau ci-dessous en lisant le graphique. Donne toutes les réponses possibles.

x	-3	-1	0			
$f(x)$				-5	-3	6

b. Recopie et complète le tableau ci-dessous en lisant le graphique. Donne toutes les réponses possibles.

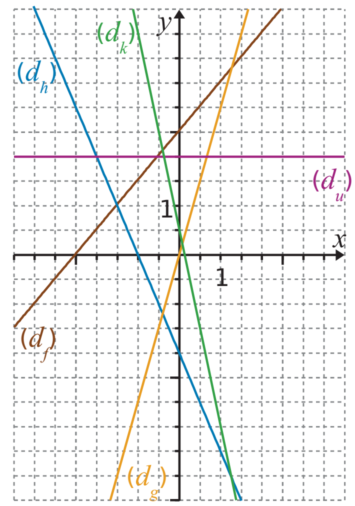
x	-2	0	3			
$g(x)$				-6	-2	3

c. Quelle est l'image maximale par la fonction f pour un nombre compris entre -5 et 0 ?

d. Détermine une valeur approchée du nombre, compris entre -4 et 5, qui a la plus petite image par la fonction g.

e. Détermine graphiquement les valeurs de x entre -4 et 3 qui ont la même image par les fonctions f et g.

44 Sur le graphique ci-dessous, des fonctions f, g, h, k et u ont été représentées. Détermine chacune des cinq fonctions.



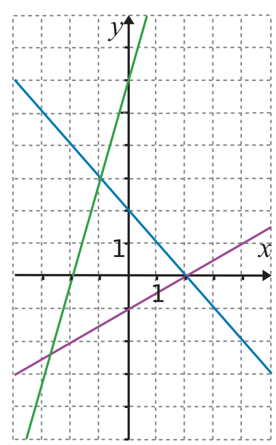
45 Avec le graphique ci-dessous :

a. Identifie les droites (d_f), (d_g) et (d_h) qui représentent les fonctions f, g et h définies par :

$f(x) = 3x + 6$;

$g(x) = 0{,}5x - 1$;

$h(x) = -x + 2$.



b. Détermine les coordonnées du point d'intersection des droites (d_g) et (d_h) par le calcul.

c. Détermine celles du point d'intersection des droites (d_f) et (d_h) également par le calcul.

d. Déduis-en, sans aucun calcul, les solutions de l'équation et de l'inéquation ci-dessous.

$-x + 2 = 3x + 6$ $\qquad$ $0{,}5x - 1 < -x + 2$

Justifie ta réponse.

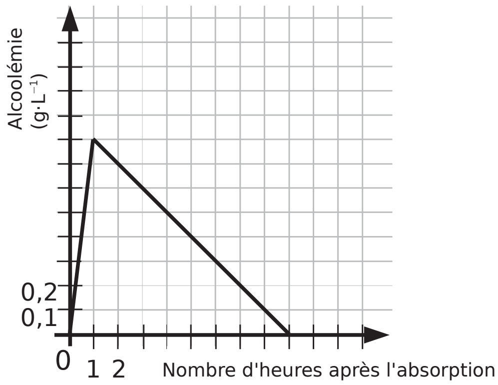
9782210106345-0MEP.indb 186 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

Corps, santé, bien-être et sécurité

1 Sécurité routière (source : Eduscol)

On mesure le taux d'alcoolémie chez un homme après l'absorption d'une boisson alcoolisée à jeun.



a. Quel est le taux d'alcoolémie au bout de trois heures ?

b. Quand le taux d'alcoolémie est-il de 0,5 $g \cdot L^{-1}$?

c. Quand le taux d'alcoolémie est-il maximal ?

d. Au bout de combien de temps le taux d'alcoolémie est-il nul ?

2 Distance de freinage (source : Eduscol)

La distance d'arrêt D_A est la distance qu'il faut à un véhicule pour s'arrêter. Elle dépend de la vitesse et se décompose en la somme de la distance parcourue pendant le temps de réaction D_{TR} et de la distance de freinage D_F.

$$D_A = D_{TR} + D_F$$

a. Donne des paramètres dont dépend D_{TR}.

b. Donne des paramètres dont D_F est fonction.

c. Pour un conducteur en bonne santé, le temps de réaction est évalué à 2 s. Calcule la distance D_{TR} (en m) pour un véhicule roulant à 50 $km \cdot h^{-1}$ puis à 130 $km \cdot h^{-1}$.

d. Pour un conducteur en bonne santé, exprime la distance D_{TR} (en m) en fonction de la vitesse v en $km \cdot h^{-1}$.

e. Dans un tableur, recopie le tableau suivant qui donne D_F (en m) en fonction de la vitesse v (en $km \cdot h^{-1}$) sur route sèche. (Tu mettras les vitesses dans la ligne 1 et D_F dans la ligne 2.)

v	10	20	30	40	50	60	70
$D_F(v)$	1,8	3,6	6,9	10,3	16,1	23,2	31,4
v	80	90	100	110	120	130	140
$D_F(v)$	41	52	64,6	78,1	93	108,5	123

f. Dans la ligne 3, programme $D_{TR}(v)$.

g. Complète la ligne 4 par le calcul de la distance d'arrêt sur route sèche.

h. Sur route mouillée, la distance de freinage augmente de 40 %. Calcule la distance de freinage sur route mouillée, $D_{FM}(50)$, d'un véhicule roulant à 50 $km \cdot h^{-1}$.
Exprime $D_{FM}(v)$ en fonction de la vitesse puis complète le tableau en calculant $D_{FM}(v)$.

i. Complète le tableau en calculant la distance d'arrêt d'un véhicule sur route mouillée $D_{AM}(v)$.

j. Sur une feuille de papier millimétré, représente la distance d'arrêt d'un véhicule sur route sèche et sur route mouillée en fonction de la vitesse. (Tu prendras en abscisse 1 cm pour 10 $km \cdot h^{-1}$ et en ordonnée 1 cm pour 20 m.)

k. Détermine, sur le graphique, l'augmentation de la distance d'arrêt entre une route sèche et une route mouillée pour les vitesses de 50 $km \cdot h^{-1}$; 90 $km \cdot h^{-1}$ et 130 $km \cdot h^{-1}$.

l. Où se positionnerait la courbe de la distance d'arrêt sur une route verglacée par rapport aux deux courbes précédentes ?

3

Deux éprouvettes contiennent un liquide s'évaporant régulièrement au fil des jours. Dans le repère ci-dessous, chaque morceau de droite représente la hauteur du liquide (en mm) restant dans l'une de ces éprouvettes en fonction du nombre de jours écoulés.

a. Détermine, pour chaque éprouvette, la hauteur de liquide au début de l'expérience.

b. Combien de jours faudra-t-il pour que tout le liquide se soit évaporé dans chacune des éprouvettes ?

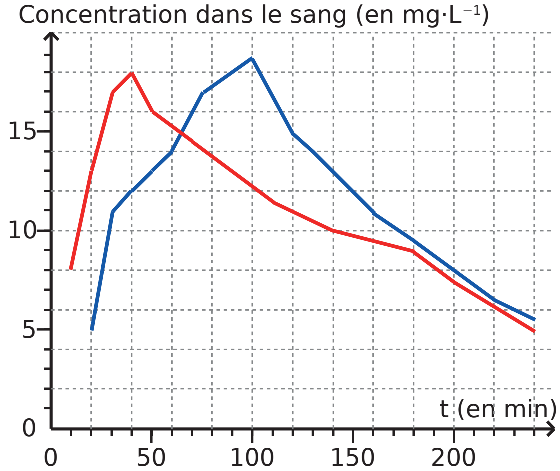
c. Détermine à quel moment le liquide était à la même hauteur dans les deux éprouvettes.

9782210106345-0MEP.indb 187 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

4 Médicament

Les deux courbes ci-après donnent la concentration dans le sang (en $mg \cdot L^{-1}$) en fonction du temps (en min) pour deux formes différentes d'un anti-douleur (dont l'action est proportionnelle à son taux de concentration dans le sang) : le comprimé « classique » (en bleu) et le comprimé effervescent (en rouge).



a. Pour chaque forme de comprimé, donne la concentration dans le sang au bout de 30 min ; d'1 h 30 min et de 3 h.

b. Au bout de combien de temps chaque concentration est-elle maximale ? Quelle forme de comprimé doit-on prendre si l'on souhaite calmer des douleurs le plus rapidement possible ?

c. À quels instants a-t-on une concentration de 13 $mg \cdot L^{-1}$ pour chacun des produits ? À quel instant les deux concentrations sont-elles égales ?

d. Récris chacune des réponses précédentes en utilisant le langage des fonctions.

Sciences, technologie et société

5 Les résistances électriques

Le code couleur des résistances indique une valeur annoncée et une tolérance. La tolérance d'une résistance est comprise entre 0,05 % et 20 %. Pour être conforme, la valeur mesurée de la résistance doit valoir ce qui est annoncé plus ou moins cette tolérance.

On étudie des résistances dont la tolérance est de 20 %.

a. La première résistance a une valeur annoncée de 250 Ω. Donne un encadrement de ses valeurs mesurées conformes.

b. La deuxième résistance qui est conforme a une valeur mesurée de 420 Ω. Donne un encadrement de ses valeurs annoncées possibles.

c. On appelle x la valeur annoncée de la résistance en ohm (Ω).
Exprime, en fonction de x, la valeur minimale $m(x)$ pour laquelle une résistance est conforme.
Exprime, en fonction de x, la valeur maximale $M(x)$ pour laquelle une résistance est conforme.

d. Représente graphiquement ces deux fonctions dans un même repère. Utilise des couleurs différentes. Fais apparaître la zone du plan délimitée par ces deux droites.

e. Par lecture graphique, donne l'encadrement des valeurs mesurées conformes pour des valeurs annoncées de 250 Ω ; 800 Ω et 1 400 Ω.

f. Par lecture graphique, donne l'encadrement des valeurs annoncées possibles pour des résistances mesurées de 510 Ω ; 720 Ω et 1 650 Ω.

Monde économique et professionnel

6 Mercredi, ce sont les soldes !

Collées sur une vitrine, de grandes affiches annoncent une réduction de 30 % sur toute la boutique.

a. Une jupe à 80 € est soldée. Quel est son nouveau prix ? Détaille tes calculs.

b. Un article coûtant x € est soldé. Exprime $p(x)$, son nouveau prix, en fonction de x.

c. Cette fonction p est-elle linéaire ou affine ?

d. Représente cette fonction pour les valeurs de x comprises entre 0 € et 150 €, sur une feuille de papier millimétré. Tu placeras l'origine du repère orthogonal dans le coin inférieur gauche. Tu prendras 1 cm pour 10 € en abscisse et en ordonnée.

e. Lis sur le graphique le prix soldé d'un pull qui coûtait 50 €.

f. Lis sur le graphique le prix avant démarque d'un pantalon soldé à 84 €.

7 Mutualisation des efforts

Tous les employés d'une entreprise ont décidé de cotiser à la même assurance maladie. La cotisation correspond à 1,5 % de leur salaire brut et elle est prélevée directement sur le salaire.

a. On appelle s le salaire brut mensuel. Exprime en fonction de s le montant $c(s)$ de la cotisation de chacun.

b. Sophie est comptable dans cette entreprise. Elle est chargée de modifier le bulletin de paie, programmé sur un tableur. Voici une partie de la feuille de calcul.

	A	B	C
1	Éléments	À payer	À déduire
2	Salaire brut	1600,00	
....			
12	Assurance maladie		

Quelle formule doit-elle programmer en C12 ?

8 Tarifs

Brahim décide d'aller régulièrement à la piscine pendant un an. Voici les tarifs proposés :

- tarif 1 : 100 € pour un an, nombre illimité d'entrées ;
- tarif 2 : 40 € d'adhésion par an puis 1 € par entrée ;
- tarif 3 : 2 € par entrée.

a. Quel prix paiera-t-il avec chaque tarif, s'il va à la piscine une fois par mois ? Quel tarif sera intéressant dans ce cas ?

b. On appelle x le nombre de fois où Brahim ira à la piscine. Exprime, en fonction de x, $t_1(x)$ le prix qu'il paiera avec le tarif 1 ; $t_2(x)$ le prix qu'il paiera avec le tarif 2 et $t_3(x)$ le prix qu'il paiera avec le tarif 3.

c. Représente ces trois fonctions dans un même repère orthogonal (On prendra 1 cm = 10 entrées en abscisse et 1 cm = 10 € en ordonnée).

d. Combien d'entrées Brahim devra-t-il payer s'il va à la piscine une fois par semaine ? Et s'il y va deux fois par semaine ?

e. Par lecture graphique, détermine le tarif le plus intéressant pour Brahim dans ces deux cas.

f. À partir de combien d'entrées Brahim aura-t-il intérêt à prendre un abonnement au tarif 1 ?

9 Un théâtre propose deux tarifs de places :

- tarif plein : 20 euros ;
- tarif réduit : comprenant un abonnement et permettant d'avoir une réduction de 30 % sur le plein tarif.

a. Un adhérent a dépensé 148 euros (en comptant l'abonnement) pour sept entrées. Calcule le prix de l'abonnement.

b. x désigne un nombre d'entrées. Exprime en fonction de x le prix $p(x)$ payé avec le tarif plein et le prix $p'(x)$ payé avec le tarif réduit.

c. Représente graphiquement p et p'.

d. À partir du graphique, détermine le tarif le plus avantageux pour six entrées puis le nombre minimal d'entrées pour que l'abonnement soit avantageux.

9782210106345-0MEP.indb 189 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

10 Dans un magasin, une cartouche d'encre pour imprimante coûte 15 €. Sur un site Internet, cette même cartouche coûte 10 €, avec des frais de livraison fixes de 40 €, quel que soit le nombre de cartouches achetées.

a. Recopie et complète le tableau suivant.

Nombre de cartouches achetées	2	5	11	14
Prix à payer, en magasin, en euros		75		
Prix à payer, par Internet, en euros		90		

b. On note $P_A(x)$ le prix à payer pour l'achat de x cartouches en magasin. Détermine $P_A(x)$.

c. On note $P_B(x)$ le prix à payer pour l'achat de x cartouches par Internet. Détermine $P_B(x)$.

d. Représente les fonctions P_A et P_B.

e. Utilise le graphique précédent pour répondre aux questions suivantes. (Tu indiqueras par des pointillés les lectures graphiques que tu auras effectuées.)

- Détermine le prix le plus avantageux pour l'achat de six cartouches.
- Sonia dispose de 80 € pour acheter des cartouches. Est-il plus avantageux pour elle d'acheter des cartouches en magasin ou sur Internet ?

f. À partir de quel nombre de cartouches le prix sur Internet est-il inférieur ou égal à celui du magasin ? Explique ta réponse.

11 Dans un magasin, les prix diminuent de 20 % la première semaine des soldes d'hiver, puis encore de 10 % la deuxième semaine.

a. Un article coûtait 40 € avant les soldes. Calcule son prix lors de la deuxième semaine des soldes.

b. On appelle x le prix d'un article, en euros, avant les soldes. Exprime, en fonction de x, son prix lors de la deuxième semaine des soldes.

c. Le prix de cet article a-t-il diminué de 30 % ?

d. Un article est affiché à 38,52 € lors de la deuxième semaine des soldes. Calcule son prix avant les soldes.

12 Livraison

Une boulangerie livre des croissants à domicile. Le montant facturé comprend le prix des croissants et les frais de livraison qui sont fixes. Quatre croissants livrés coûtent 2,60 € et 10 croissants livrés coûtent 5 €.

a. On considère la fonction f qui, au nombre de croissants achetés, associe le prix facturé en euros. Quelle est sa nature ?

b. Trace la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthogonal (1 cm pour un croissant et 2 cm pour un euro).

c. Détermine, par lecture graphique, le montant des frais de livraison.

13 Une banque annonce un taux d'intérêt annuel de 4 % pour un placement.

a. On appelle x le montant de la somme placée à 4 % par un client. Exprime, en fonction de x, les intérêts produits par cette somme au bout d'un an.

b. Exprime, en fonction de x, la nouvelle somme dont disposera ce client au bout d'une année supplémentaire.

c. La durée minimale du placement est de six ans. Exprime, en fonction de x, la somme d'argent dont disposera ce client au bout de six années de placement.

d. Quelle somme ce client doit-il placer au départ pour avoir 8 000 € à sa disposition au bout de six ans ? Arrondis le résultat à l'unité.

14 Un magasin augmente tous ses prix de 8 %.

a. Calcule le prix après augmentation d'un article qui coûtait initialement 28,25 €. Un autre article coûte après augmentation 52,38 €. Quel était son prix initial ?

b. Si p_1 € représente le prix d'un article avant cette augmentation et p_2 € son prix augmenté, détermine la fonction qui, au nombre p_1, associe le nombre p_2.

c. Que peux-tu dire de cette fonction ?

d. Quelle est l'image de 28,25 par cette fonction ? L'antécédent de 52,38 ?

15 La population d'un village a diminué de 15 % en trente ans. Il compte aujourd'hui 289 habitants. Quelle était sa population il y a trente ans ?

9782210106345-0MEP.indb 190 24/06/16 10:40

Résoudre un problème numérique

16 On considère la fonction g définie par $g(x) = (x - 3)(x + 1)$.

a. Quelle est l'image de 2 par g ?

b. Quelle est l'image de -5 par g ?

c. Quels sont les antécédents de 0 par g ?

d. Donne un antécédent de -3 par g.

17 On considère la fonction f définie par $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

a. Calcule l'image de -3.

b. Peux-tu calculer l'image de 0 par la fonction f ? Pourquoi ?

c. Dans cette question, on considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{2x - 1}{x - 4}$.

Détermine le nombre qui n'a pas d'image par la fonction g.

18 On considère la fonction h définie par $h(x) = \sqrt{x}$.

a. Tous les nombres ont-ils une image par la fonction h ? Justifie ta réponse.

b. Détermine le (ou les) antécédent(s) de 25 par la fonction h. Peux-tu déterminer un antécédent de -3 ? Explique pourquoi.

c. Trouve tous les nombres qui n'ont pas d'antécédent.

19 Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x - 2}$.

a. Calcule, si possible, l'image de 6 ; de 27 ; de 0 et de -5. Que remarques-tu ?

b. Construis un tableau de valeurs en prenant garde de bien choisir les valeurs de x.

c. En t'aidant des questions **a.** et **b.**, positionne l'origine du repère sur ta feuille. Prends 1 cm pour 1 unité en abscisse et 2 cm pour 1 unité en ordonnée.

d. Place dans le repère précédent les points obtenus dans le tableau de la question **b.**.

20 Recherche d'antécédent

On veut déterminer le (ou les) antécédent(s) de 2 par la fonction f définie par $f(x) = 5x^2 - 3x + 2$.

a. Montre que cela revient à résoudre l'équation $x(5x - 3) = 0$.

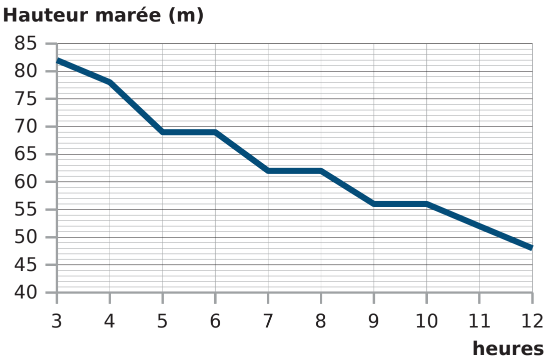
b. Résous cette équation puis vérifie la valeur des images des solutions.

21 Recherche d'antécédent

Détermine le (ou les) antécédent(s) de -5 par la fonction g définie par $g(x) = x^2 - 21$.

22 Marée

Une station a mesuré la hauteur des marées le 20 décembre 2011 à Saint-Malo. On obtient le graphique suivant.



a. Décris par une phrase la fonction M représentée sur ce graphique.

b. À quelle heure, la marée a-t-elle été la plus haute ? La plus basse ? Traduis chaque réponse par une égalité du type « $M(...) = ...$ ».

c. À quelle(s) heure(s) la marée a-t-elle été à 6 m ? Traduis ta réponse par une phrase avec le langage des fonctions.

d. Quelle est la hauteur d'eau à 5 h ?

e. Un navire a un tirant d'eau de 6 m. Dans quelle(s) tranche(s) horaire(s) peut-il manœuvrer à Saint-Malo sachant qu'il lui faut une marge de 2 m pour ne pas toucher le fond. (Tirant d'eau : hauteur de la partie immergée du bateau.)

9782210106345-0MEP.indb 191 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

23 On considère le programme de calcul :

- Choisis un nombre ;
- Ajoute 6 à ce nombre ;
- Multiplie le résultat par le nombre de départ ;
- Ajoute 9 au résultat.

a. Quel nombre obtient-on si l'on choisit 2 comme nombre de départ ? Donne le résultat sous la forme du carré d'un nombre.

b. Même question avec 5.

c. On note x le nombre choisi au départ et on appelle f la fonction qui, au nombre x, associe le résultat du programme précédent. Quelles sont les images de 2 et de 5 par la fonction f ?

d. Exprime, en fonction de x, l'image de x par la fonction f. Donne le résultat sous la forme du carré d'un nombre.

e. Recopie et complète le tableau suivant.

x	2	10	0	−15	−8	2,5
$f(x)$						

f. Détermine un antécédent de 1 par f.

g. Avec un tableur, trace une représentation graphique de la fonction f.

h. En utilisant le graphique, quels nombres peut-on choisir au départ pour obtenir 81 comme résultat ?

i. Retrouve la réponse précédente par le calcul.

24 Représente les fonctions affines f et g définies ci-dessous dans un même repère orthogonal.

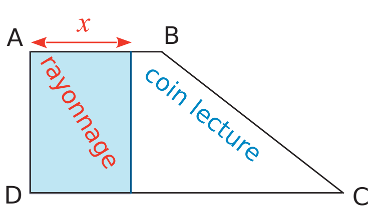
- $f(x) = 2x + 3$
- $g(x) = 3x - 1$

Résous graphiquement l'équation et l'inéquation suivantes.

- $2x + 3 = 3x - 1$
- $3x - 1 > 2x + 3$

Résoudre un problème géométrique

25 Le CDI du collège Évariste Galois a la forme d'un trapèze. La documentaliste veut partager l'espace en deux parties de même aire, l'une rectangulaire, de largeur x mètres avec des rayonnages pour ranger les livres, l'autre pour faire un coin lecture.



On donne : AB = 5 m ;AD = 10 m et DC = 8 m.

a. Calcule l'aire totale du CDI.

a. Quelles sont les valeurs possibles pour x ?

b. Exprime, en fonction de x, $r(x)$ l'aire de l'espace « rayonnage » et $c(x)$ l'aire de l'espace « coin lecture » en m^2.

c. Représente ces deux fonctions dans un même repère orthogonal. Choisis l'échelle pour que le graphique ait une largeur de 10 cm.

d. Détermine, par lecture graphique, la valeur de x pour laquelle les vœux de la documentaliste seront pris en compte.

26 **Hauteur d'un triangle équilatéral**

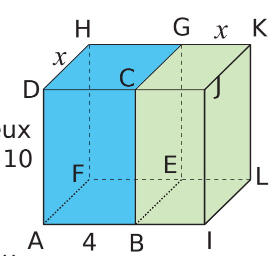
a. Calcule la hauteur puis l'aire d'un triangle équilatéral de côté 5 cm.

b. On note x le côté d'un triangle équilatéral (en cm). Exprime sa hauteur en fonction de x.

c. On appelle A la fonction qui à x associe l'aire du triangle équilatéral de côté x.

- Détermine une expression de A.
- Calcule $A(5)$; $A(3)$ et $A(\sqrt{3})$.

27 L'unité est le centimètre. ABCDFEGH et BIJCELKG sont deux pavés droits.



a. Exprime les volumes $V_1(x)$ du pavé bleu et $V_2(x)$ du pavé vert en fonction de x.

b. Dans un tableur, construis un tableau de valeurs et les courbes représentatives de V_1 et V_2 en fonction de x.

c. Quel(s) nombre(s) a (ont) la même image par V_1 et V_2 ?

9782210106345-0MEP.indb 192 24/06/16 10:40

28 Aire maximale

On étudie les rectangles de périmètre 30 cm.

a. Soit l la largeur du rectangle.
Quelles sont les valeurs possibles de l ?
Exprime la longueur du rectangle puis l'aire du rectangle $A(l)$ en fonction de l.

b. Dans un tableur, programme une feuille de calcul permettant de trouver l'aire $A(l)$ du rectangle en fonction de l.

c. Trace, dans un repère, une représentation graphique de la fonction A.

d. Détermine graphiquement les dimensions du rectangle qui a la plus grande aire.
Trace-le.

29 Extrait du Brevet

Au cross du collège, les garçons et les filles courent en même temps sur le même parcours. Les garçons doivent parcourir 2 km.
Les filles partent à 300 mètres du point de départ des garçons sur le parcours.
Akim fait le parcours des garçons à la vitesse de 15 km·h^{-1}. Cécile fait le parcours des filles à la vitesse constante de 12 km·h^{-1}.
Akim et Cécile partent en même temps.

a. Montrer qu'Akim parcourt 250 mètres par minute. Montrer que Cécile court à la vitesse de 200 m·min^{-1}.

b. À quelle distance du départ des garçons se trouvent Akim et Cécile quand ils ont couru pendant cinq minutes ?

c. Depuis le départ, Akim et Cécile ont couru pendant x minutes.
g est alors la fonction donnant la distance en mètres séparant Akim du départ des garçons et f est la fonction donnant la distance séparant Cécile de ce même départ.
Exprimer $g(x)$ et $f(x)$ en fonction de x.

d. Dans un repère où l'on choisit un centimètre pour une unité en abscisse et un centimètre pour 100 unités en ordonnée, tracer les représentations graphiques des fonctions g et f.

e. Par lectures graphiques, justifiées en faisant apparaître les tracés indispensables, répondre aux questions suivantes.

- Au bout de combien de temps Akim aura-t-il rattrapé Cécile ?
- À quelle distance du départ des garçons, Akim et Cécile seront-ils à cet instant ?

f. Déterminer par le calcul les réponses aux questions posées en **e.**.

30 Extrait du Brevet

Un artisan réalise des boîtes métalliques pour un confiseur.
Chaque boîte a la forme d'un parallélépipède rectangle à base carrée ; elle n'a pas de couvercle.
L'unité de longueur est le cm ; l'unité d'aire est le cm^2 ; l'unité de volume est le cm^3.

Partie A

Les côtés de la base mesurent 15 cm et la hauteur de la boîte mesure 6 cm.

a. Préciser la nature des faces latérales de la boîte et leurs dimensions.

b. Montrer que l'aire totale de la boîte est 585 cm^2.

c. L'artisan découpe le patron de cette boîte dans une plaque de métal de 0,3 mm d'épaisseur. La masse volumique de ce métal est 7 g/cm^3, ce qui signifie qu'un centimètre cube de métal a une masse de sept grammes.
Calculer la masse de cette boîte.

Partie B

a. Calculer le volume de cette boîte.

b. Le confiseur décide de recouvrir exactement le fond de la boîte avec un coussin. Ce coussin est un parallélépipède rectangle. Le côté de sa base mesure donc 15 cm et on note x la mesure, en cm, de sa hauteur variable (x est un nombre positif inférieur à 6).

c. Exprimer, en fonction de x, le volume du coussin.

d. Exprimer, en fonction de x, le volume que peuvent occuper les bonbons dans la boîte.

e. Soit la fonction $f : x \longmapsto 1\,350 - 225x$.
Représenter graphiquement cette fonction pour x positif et inférieur à 6. (On prendra 2 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 unités sur l'axe des ordonnées.)

f. Dans la pratique, x est compris entre 0,5 et 2,5.
Colorier la partie de la représentation graphique correspondant à cette double condition.

g. Calculer $f(0,5)$ et $f(2,5)$.

h. On vient de représenter graphiquement le volume que peuvent occuper les bonbons dans la boîte.
Indiquer le volume minimal que peuvent, dans la pratique, occuper les bonbons.

9782210106345-0MEP.indb 193 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

En utilisant le numérique

31 La fonction f est définie par $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$. et $g(x) = \sqrt{x^2+1}$.

a. Avec un tableur et en présentant sous forme d'un tableau, calcule les valeurs de $f(x)$ et $g(x)$ pour les valeurs de x allant de -4 à 4 avec un pas de 1.

b. Insère ensuite un graphique de type « ligne » représentant ce tableau.

32 Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction f.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	1	-2	$-1{,}5$	2	3

a. Construis un repère et place, dans ce repère, les points de la représentation graphique de la fonction f déterminés grâce au tableau.

b. Avec un tableur, représente graphiquement le tableau de valeurs de la fonction f.

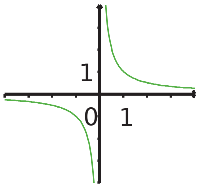
33 Retrouve les fonctions représentées ci-contre parmi les fonctions f, g, h et i définies par :

$f(x) = 2x - 1$;

$g(x) = x^2$;

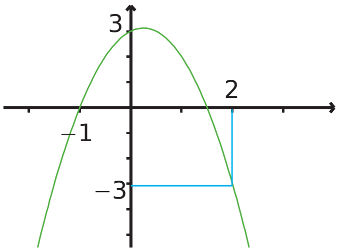
$h(x) = x^2 - 3x + 4$;

$i(x) = \frac{1}{x}$.



34 La courbe ci-contre représente la fonction f telle que $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des nombres.

Détermine les valeurs de a, b et c.



35 On cherche les dimensions L et l d'un rectangle dont le périmètre est 14 m et l'aire 11 m².

a. Fais quelques essais pour trouver les valeurs de L et l. Que penses-tu du problème posé ?

b. Équation(s)

- Écris les deux relations qui lient L et l et déduis-en que L et l sont solutions de l'équation $x^2 - 7x + 11 = 0$.
- Entre quels nombres se trouvent L et l nécessairement ?

c. Soit $E(x) = x^2 - 7x + 11$

- Recopie et complète le tableau de valeurs suivant.

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$E(x)$										

- Représente graphiquement ce tableau de valeurs à l'aide d'un tableur.
- Utilise ce graphique pour donner deux valeurs approchées de x telles que $E(x) = 0$.
  En affinant les valeurs du tableau, donnes-en des valeurs approchées au centième.

d. Quelles sont les dimensions approchées du rectangle ?

9782210106345-0MEP.indb 194 24/06/16 10:40

Grandeurs et mesures

C

Objectifs de cycle

- **Calculs d'aires**
  - Aire d'un parallélogramme — test n° 1 — Niveau 1
  - Aire d'un triangle — test n° 2 — Niveau 1
  - Aire d'un disque — test n° 3 — Niveau 1
- **Calculs de volumes**
  - Volume d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution — tests n° 4 et 5 — Niveau 1
  - Volume d'une pyramide et d'un cône de révolution — tests n° 6 et 7 — Niveau 2
  - Aire d'une sphère, volume d'une boule — tests n° 8 et 9 — Niveau 3
- **Agrandissement/Réduction** — tests n° 10, 11, 12, 13 et 14 — Niveau 3
- **Mesurer avec des grandeurs** — tests n° 15, 16 et 17 — Niveau 3

- Ce chapitre regroupe l'ensemble des problèmes relevant des grandeurs.
- Le calcul d'aire est étudié à partir de celui du parallélogramme, du triangle, puis du disque.
- Le calcul de volume est étudié sur les solides usuels vus au chapitre D6 – Espace. L'ensemble est appliqué aux figures obtenues par agrandissement/réduction et par section de plan parallèle aux bases ou aux arêtes.
- Les grandeurs produits et quotients font l'objet d'une étude séparée.

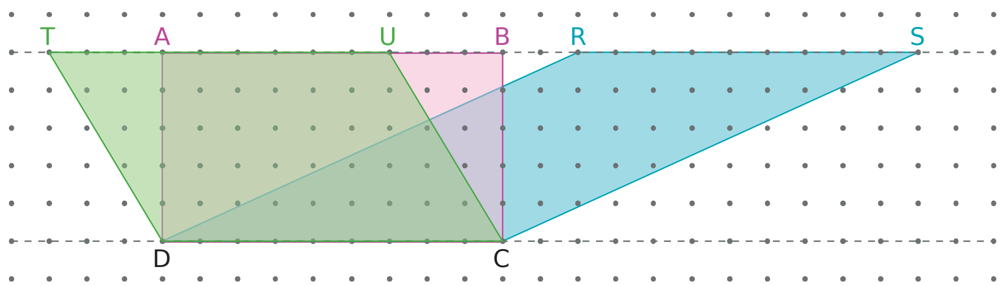
Activités de découverte

Activité 1 Du rectangle au parallélogramme

1. Construis, sur une feuille, un rectangle de 10 cm de long sur 4 cm de large. Repasse en rouge les longueurs et en vert les largeurs. Calcule l'aire de ce rectangle puis découpe-le.

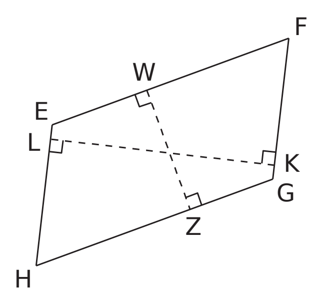
2. Avec un seul coup de ciseaux, découpe le rectangle puis recolle les morceaux pour obtenir un parallélogramme. Quelle est alors l'aire de ce parallélogramme ?

3. Les quadrilatères TUCD, ABCD et RSCD ont-ils la même aire ?



4. Reproduis sur ton cahier le rectangle ABCD ci-dessus puis prolonge en pointillés les droites (BC) et (AD). Place deux points E et F sur la droite (AD) pour que le parallélogramme EFBC ait la même aire que le rectangle ABCD.

5. Propose une ou plusieurs formules qui permettent de calculer l'aire du parallélogramme EFGH ci-contre.



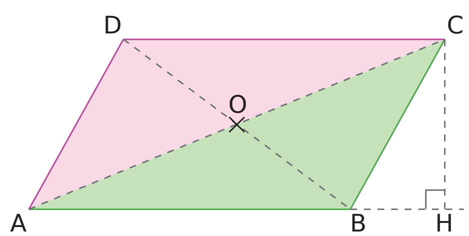
Activité 2 Perdre sa moitié

Sur la figure ci-contre, ABCD est un parallélogramme tel que AB = 6 cm et CH = 2,5 cm.

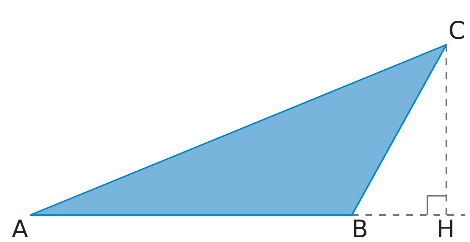
1. Calcule l'aire du parallélogramme ABCD.

2. Quel est le symétrique du triangle rose ADC par rapport à O ? Que peux-tu en déduire pour l'aire des triangles ADC et ABC ?

3. Déduis-en l'aire du triangle ADC.



Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle tel que AB = 5 cm et CH = 3 cm.

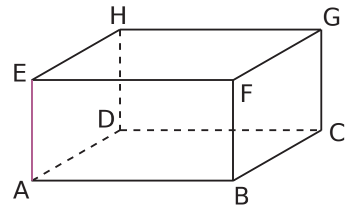


4. Dans le triangle ABC, que représente la droite (CH) pour le côté [AB] ?

5. Combien y a-t-il de façons différentes de calculer l'aire d'un triangle ? Explique ta réponse.

Activité 3 Des formules de volume

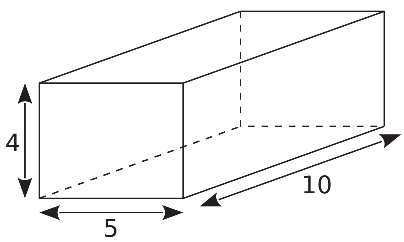
1. Volume du prisme



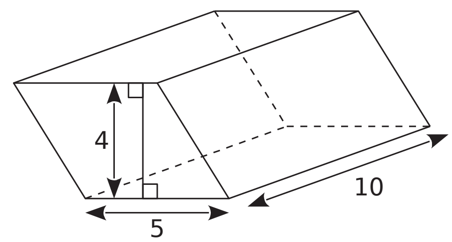
a. ABCDEFGH est un pavé droit tel que AB = 10 cm, BC = 7 cm et AE = 5 cm. Calcule le volume de ce pavé.

b. Lorsqu'on regarde ce pavé droit comme un prisme ayant pour hauteur le segment [AE], cite les bases du prisme et calcule l'aire de l'une d'entre elles.
Dans ce cas, que représente le produit de l'aire d'une des bases par la hauteur ?

c. Les deux prismes droits suivants ont le même volume. Explique pourquoi.

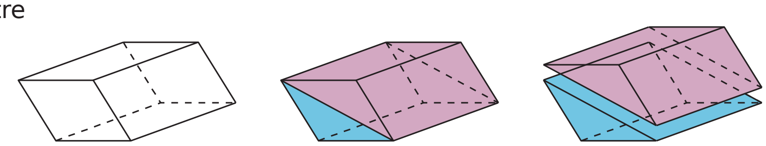


Pavé droit

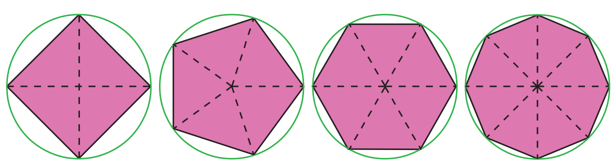


Prisme droit ayant pour base un parallélogramme

d. Observe l'illustration ci-contre réalisée à partir d'un prisme droit ayant pour base un parallélogramme. Explique alors pourquoi la formule vue au **c.** est encore valable pour un prisme à base triangulaire.

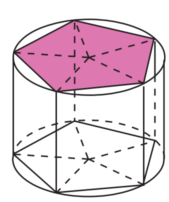


2. Volume du cylindre



a. Si on augmente le nombre de côtés de ces polygones réguliers, de quelle forme vont-ils se rapprocher ?

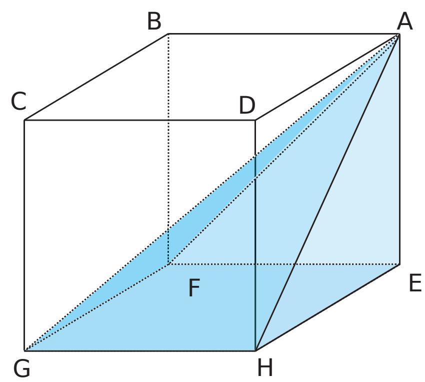
b. Si le rayon du cercle est de 3 cm, vers quel nombre vont se rapprocher les aires de ces polygones ?



c. En t'aidant de la figure ci-contre, propose alors une formule qui donne le volume d'un cylindre de révolution en fonction de sa hauteur et du rayon d'une base.

d. Que remarques-tu ?

3. Volume de la pyramide



a. Réalise, sur une feuille de papier A4, un patron de la pyramide AEFGH représentée ci-contre en perspective cavalière, sachant que ABCDEFGH est un cube d'arête 8 cm.

b. Vérifie qu'en assemblant trois pyramides on peut obtenir un cube d'arête 8 cm.
Quel est alors le volume d'une des trois pyramides ?

c. Quelle relation peux-tu écrire entre le volume d'une telle pyramide, l'aire de sa base et sa hauteur ?

Activités de découverte

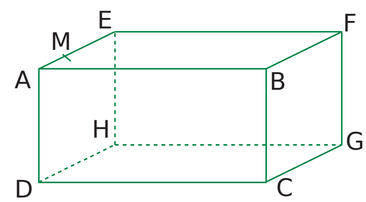
Activité 4 Sections d'un pavé, d'un cylindre

1. Sections d'un pavé droit

a. Pour faire un gâteau, on coupe une plaquette de beurre parallèlement à l'une de ses faces. Quelle est la nature de la section ? Et si on coupe parallèlement à l'une de ses arêtes mais sans être parallèle à une face ?

b. On considère le pavé droit ABCDEFGH ci-dessous où AB = 5 cm ; AD = 2,5 cm et AE = 3 cm.

On place un point M sur [AE] tel que AM = 1 cm et on coupe le solide parallèlement à la face ABCD. Reproduis le pavé ci-contre puis trace en rouge la ligne de section passant par M. Quelle est la nature de la section ? Dessine-la en vraie grandeur.

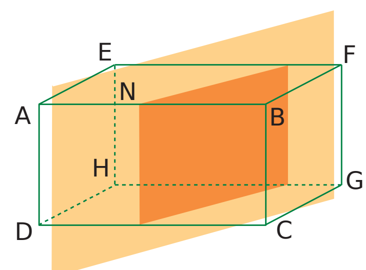


c. En coupant le pavé par un plan parallèle à la face AEFB, quelle sera la nature de la section ?
Fais-en une représentation en vraie grandeur.

d. Même question pour un plan parallèle à la face BFGC.

e. On coupe cette fois le pavé ABCDEFGH par un plan parallèle à l'arête [AD] et passant par un point N de [AB].

Quelle est la nature de la section ? Que peux-tu dire de ses dimensions ?

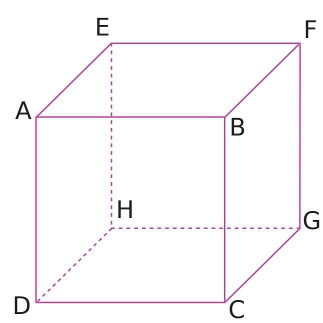


2. Sections d'un cube

On considère ci-contre un cube ABCDEFGH d'arête 5 cm.

a. Dessine une représentation en perspective du cube et place un point M sur [AD].
Dessine la ligne de la section du cube par le plan parallèle à la face AEFB qui passe par le point M. Dessine alors la section en vraie grandeur.

b. Dessine, sur les représentations en perspective puis en vraie grandeur, la plus grande section du cube qu'on puisse obtenir en le coupant par un plan parallèle à l'arête [FB].



3. À la scierie

On débite un tronc d'arbre assimilé à un cylindre de révolution de rayon 0,4 m et de hauteur 2 m.

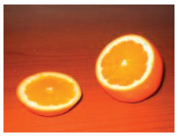
a. On le coupe perpendiculairement à l'axe du tronc.
Quelle est la forme de la section ?
Représente celle-ci à l'échelle 1/20.

b. En sectionnant le tronc parallèlement à son axe, quelle forme obtient-on ? Fais une représentation possible à l'échelle 1/40.

c. Pour obtenir une planche, on coupe le tronc par un plan parallèle à son axe.
Fais un schéma en perspective de la section.
Quelle est la nature de la section ? Quelles sont ses dimensions possibles ?

9782210106345-0MEP.indb 198 24/06/16 10:40

Activité 5 Section d'une sphère



1. Observation

a. On coupe une orange. Quelle forme voit-on apparaître ? Que peut-on dire de la droite passant par le centre de l'orange et le centre de la section ?

b. On coupe une balle de ping-pong. Quelle est la section apparente ?

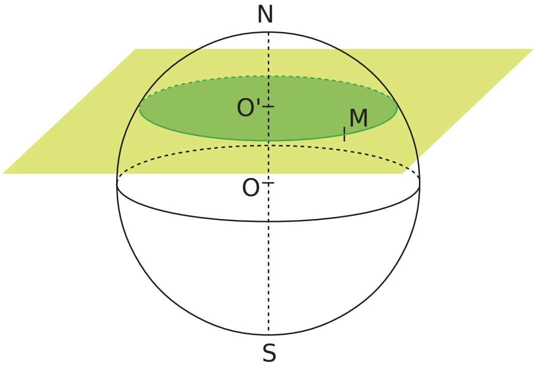
2. On considère une sphère de centre O et sa section par un plan passant par un point O' du diamètre [NS] et perpendiculaire à ce diamètre.

a. M est un point du cercle de section. Quelle est la nature du triangle OO'M ?

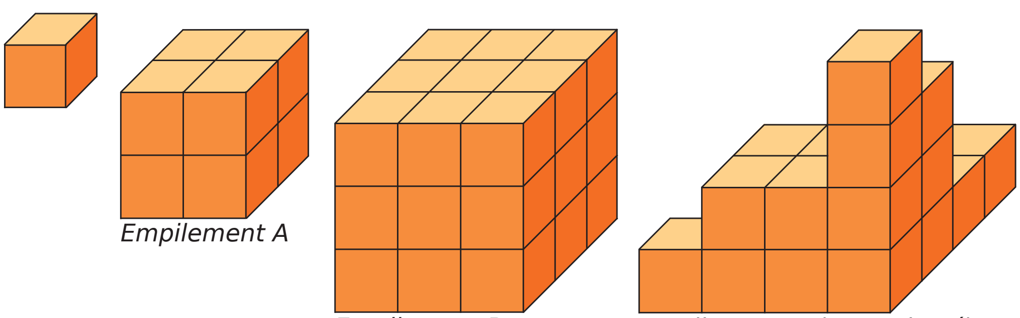
b. Quelle est la nature de la section lorsque le plan passe par le point O ?

c. Quelle est la nature de la section lorsque le plan passe par le point N ?

d. On a coupé une sphère de centre O et de rayon 5 cm par un plan et on a obtenu un cercle de section de centre O' et de rayon 3 cm. À quelle distance OO' du centre de la sphère a-t-on coupé ?



Activité 6 Agrandissement, réduction



Empilement A

Empilement B

Empilement C (non achevé)

1. Combien de cubes contiennent les empilements A et B ?
On a commencé l'empilement C et on souhaite obtenir un cube.
Combien de petits cubes y aura-t-il en tout dans ce nouvel empilement ?

2. Quel est le coefficient d'agrandissement permettant d'obtenir les dimensions de chacun de ces trois empilements à partir de l'arête du petit cube ?

3. Combien de petits carrés peut-on voir sur chaque face de ces empilements cubiques ?
Par combien est multipliée l'aire d'une face du petit cube pour obtenir l'aire d'une face de l'empilement A ? De l'empilement B ? De l'empilement C ?
Compare avec les échelles trouvées au **2.**

4. Par combien est multiplié le volume du petit cube pour obtenir celui des trois empilements cubiques ? Compare avec les échelles trouvées au **2.**

9782210106345-0MEP.indb 199 24/06/16 10:40

Activités de découverte

Activité 7 Maquette

Un immeuble de 24 m de long, de 12 m de large et de 15 m de haut a la forme d'un pavé droit. On en fait une maquette à l'échelle 1/300.

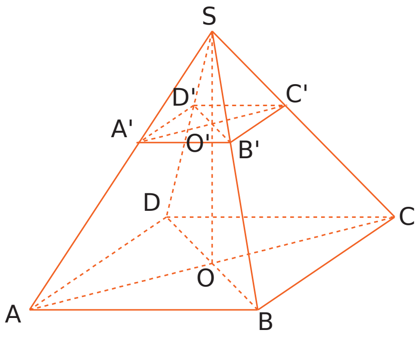
1. Calcule les dimensions de la maquette.

2. Joël dit que la surface au sol occupée par la maquette est 300 fois plus petite que celle occupée par l'immeuble.
Qu'en penses-tu ?
Fais les calculs utiles pour justifier ta réponse.

3. Que pourrait-on annoncer à propos de la comparaison des volumes de la maquette et de l'immeuble ? Fais les calculs utiles pour vérifier ton affirmation.

Activité 8 Section d'une pyramide, d'un cône de révolution

1. Section d'une pyramide par un plan parallèle à la base



On considère la pyramide régulière SABCD à base carrée de centre O représentée ci-contre.
Par un point O' de [SO], on coupe la pyramide parallèlement à sa base.
On donne AB = 4,5 cm ; SO = 6 cm et SO' = 2 cm.

a. Que peut-on dire des droites (OA) et (O'A') ? (AB) et (A'B') ? (BC) et (B'C') ? Justifie.

b. Représente les triangles SOA et SAB en vraie grandeur.

c. Démontre que $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA}$.
Déduis-en la nature du quadrilatère A'B'C'D'.

d. Quelle est la nature de la pyramide SA'B'C'D' ?

e. Calcule le volume de la pyramide SABCD puis déduis-en celui de la pyramide SA'B'C'D'.

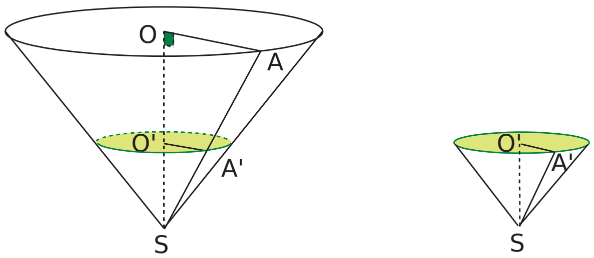
2. Section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base

Le triangle SOA rectangle en O engendre un cône de révolution de hauteur 20 cm et de rayon de base 5 cm. On réalise la section de ce cône par le plan parallèle à la base passant par O', un point de [SO], tel que SO' = 2 cm.

a. Calcule O'A' et SA'.

b. Calcule les valeurs exactes des volumes des deux cônes.

c. Par quel coefficient faut-il multiplier le volume du grand cône pour obtenir celui du petit cône ?



9782210106345-0MEP.indb 200 24/06/16 10:40

Cours et méthodes

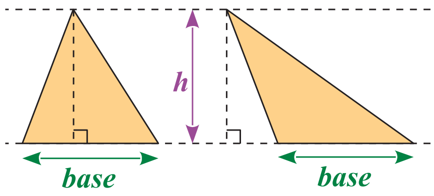
1) Déterminer une aire

Formules d'aire

Rectangle : $\mathcal{A}$ = Longueur × largeur

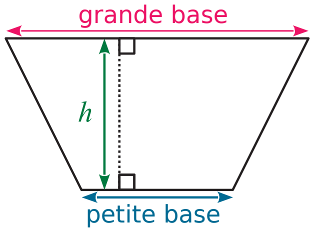
Carré : $\mathcal{A} = \text{côté}^2$

Triangle quelconque :
$\mathcal{A}$ = base × hauteur ÷ 2

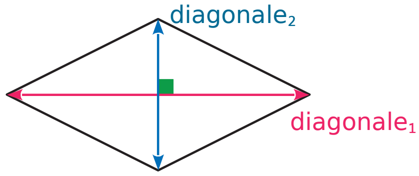


Disque : $\mathcal{A} = \pi \times \text{rayon}^2$

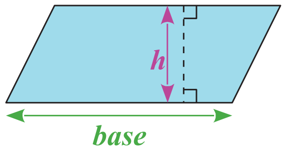
Trapèze :
$$\mathcal{A} = \frac{(\text{grande base} + \text{petite base}) \times \text{hauteur}}{2}$$



Losange : $\mathcal{A} = \dfrac{\text{diagonale}_1 \times \text{diagonale}_2}{2}$



Parallélogramme : $\mathcal{A}$ = base × hauteur



Enveloppe latérale d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution :
$\mathcal{A}$ = Périmètre de la base × hauteur

Sphère : $\mathcal{A} = 4 \times \pi \times \text{rayon}^2$.

↘ Entraîne-toi à Calculer des aires

■ **Énoncé**

Quelle est l'aire $\mathcal{A}$ d'un disque de rayon 7 m ?
Donner la valeur exacte puis un arrondi au dm^2 près.

Correction

La formule de l'aire du disque est : $\mathcal{A} = \pi \times r^2$.

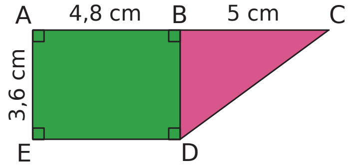
Ici, $\mathcal{A} = \pi \times (7\ \text{m})^2$

$\mathcal{A} = 49 \times \pi\ \text{m}^2$

$\mathcal{A} \approx 153{,}94\ \text{m}^2$

■ **Énoncé**

Calcule l'aire de la figure ABCDE ci-contre.



Correction : La figure est constituée d'un rectangle ABDE et d'un triangle rectangle BCD.

- La formule de l'aire d'un rectangle est :
  $\mathcal{A}$ = Longueur × largeur
  Ici, $\mathcal{A}_{ABDE} = 4{,}8\ \text{cm} \times 3{,}6\ \text{cm} = 17{,}28\ \text{cm}^2$
- La formule de l'aire d'un triangle rectangle est : $\mathcal{A}$ = base × hauteur ÷ 2
  Ici, $\mathcal{A}_{BCD} = 3{,}6\ \text{cm} \times 5\ \text{cm} \div 2 = 9\ \text{cm}^2$

$\mathcal{A}_{ABCDE} = \mathcal{A}_{ABDE} + \mathcal{A}_{BCD} = 17{,}28\ \text{cm}^2 + 9\ \text{cm}^2$

$\mathcal{A}_{ABCDE} = 26{,}28\ \text{cm}^2$

9782210106345-0MEP.indb 201 24/06/16 10:40

2 Déterminer un volume

Formules de volume

Cube : $\mathcal{V}$ = côté^3

Pavé droit :
$\mathcal{V}$ = longueur × largeur × hauteur

Prisme Droit :
$\mathcal{V}$ = Aire de la base × hauteur

Cylindre de révolution :
$\mathcal{V} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$

Pyramide :
$$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

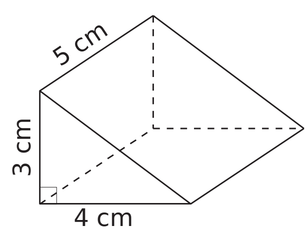
Cône de révolution :
$$\mathcal{V} = \frac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$$

Boule :
$$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$$

Entraîne-toi à Calculer des volumes

Énoncé

Détermine le volume du prisme droit suivant.



Correction

La formule du volume d'un prisme droit est :

$\mathcal{V}$ = Aire de la base × hauteur

Ici, la base est un triangle.
La formule de son aire est :
$\mathcal{A}$ = base × hauteur ÷ 2

Ici $\mathcal{A}$ = 4 cm × 3 cm ÷ 2 = 6 cm^2

Donc $\mathcal{V}$ = 6 cm^2 × 5 cm

$\mathcal{V}$ = 30 cm^3.

Énoncé

Calcule le volume d'une pyramide de hauteur 2,50 m ayant pour base un losange de diagonales 4 m et 4,20 m.

Correction

La formule du volume d'une pyramide est :
$\mathcal{V}$ = Aire de la base × hauteur ÷ 3

Ici, la base est un losange.
La formule de son aire est :
$$\mathcal{A} = \frac{\text{diagonale}_1 \times \text{diagonale}_2}{2}$$

Ici $\mathcal{A}$ = 4 cm × 4,2 cm ÷ 2 = 8,4 cm^2

Donc $\mathcal{V}$ = 8,4 cm^2 × 2,5 cm ÷ 3

$\mathcal{V}$ = 7 cm^3.

Énoncé

Calcule le volume d'une boule de rayon 5 cm.

Donne la valeur exacte puis un arrondi au dixième près.

Correction

La formule du volume de la boule est :

$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$.

Ici $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3$

$\mathcal{V} = \frac{500}{3}\pi$ cm^3.

V ≈ 523,6 cm^3

9782210106345-0MEP.indb 202 24/06/16 10:40

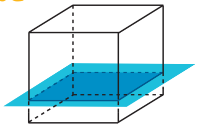
3 Utiliser un agrandissement ou une réduction

A. Sections de solides

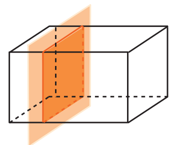
Propriétés

Dans un cube, un pavé droit, un prisme droit et un cylindre,
- une section parallèle à une face est de même nature et de mêmes dimensions que cette face ;
- une section parallèle à une arête (ou à l'axe pour le cylindre) est un rectangle, dont l'une des dimensions correspond à la longueur de cette arête (ou à l'axe).

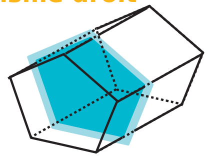
Cube



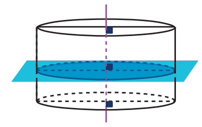
Pavé droit



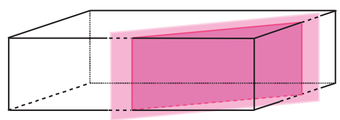
Prisme droit



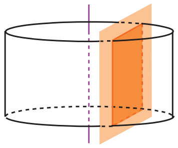
Cylindre



Pavé droit



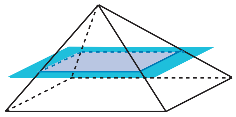
Cylindre



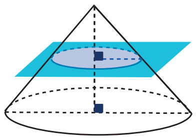
Propriétés

- Dans un cône ou une pyramide, une section parallèle à une face est de même nature que la face mais de taille réduite.
- Dans une sphère, une section parallèle à un grand cercle est un cercle de rayon réduit par rapport à celui du grand cercle.

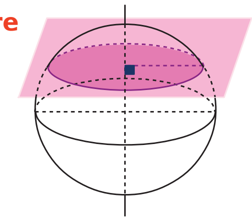
Pyramide



Cône



Sphère



B. Calculs en utilisant les sections

Propriété

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k ($k > 0$),
- les longueurs sont multipliées par k,
- les aires sont multipliées par k^2,
- les volumes sont multipliés par k^3

Cours et méthodes

↘ Entraîne-toi à Calculer l'aire ou le volume d'un objet agrandi ou réduit

Énoncé

Des ingénieurs ont construit une maquette au 1/5 000 d'un bassin de retenue.
La maquette mesure 1,60 m de long et contient 5 L d'eau. La surface du lac artificiel est 80 dm².
Quelle sera, en km, la longueur du futur lac artificiel ?
Quelle sera, en km², sa surface ? Quel sera, en m³, le volume d'eau contenu dans le lac ?

Correction

Pour obtenir les longueurs réelles à partir des longueurs de la maquette au 1/5 000, le coefficient d'agrandissement est $k = 5\ 000$.

- $L_{\text{réelle}} = k \times L_{\text{maquette}}$
  $L = 5\ 000 \times 1{,}6$
  $L = 8\ 000$ m
  Le lac mesure 8 km.
- $A_{\text{réelle}} = k^2 \times A_{\text{maquette}}$
  $A = (5\ 000)^2 \times 80$ dm²
  $A = 2\ 000\ 000\ 000$ dm²
  La surface du lac est 20 km².
- $V_{\text{réel}} = k^3 \times V_{\text{maquette}}$
  $V = (5\ 000)^3 \times 5$ L
  Or, 1 m³ correspond à 1 000 L
  $V = (5\ 000)^3 \times 0{,}005$ m³
  $V = 625\ 000\ 000$ m³
  La contenance du lac est de 625 000 000 m³ d'eau.

4 Mesurer avec des grandeurs composées

» **Exemple**
- les unités d'aire et de volume sont des grandeurs produits : m² = m × m et cm³ = cm × cm × cm
- le débit, la vitesse, la masse volumique sont des grandeurs quotients.

↘ Entraîne-toi à Convertir des grandeurs composées

Énoncé

La masse volumique du fer vaut 7,84 g·cm⁻³. Convertis-la en kg·m⁻³.

Correction

« La masse volumique du fer vaut 7,84 g·cm⁻³ » signifie que 1 cm³ de fer a une masse de 7,84 g.

Ainsi, $7{,}84 \text{ g·cm}^{-3} = \dfrac{7{,}84 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} = \dfrac{0{,}007\ 84 \text{ kg}}{0{,}000\ 001 \text{ m}^3}$

$\dfrac{0{,}007\ 84}{0{,}000\ 001} = 7\ 840.$

La masse volumique du fer vaut donc 7 840 kg·m⁻³.

Énoncé

Le 3 avril 2007, la rame TGV d'essai n°4402 établissait un nouveau record de vitesse officiel de 574,8 km·h⁻¹. Convertis cette vitesse en m·s⁻¹.

Correction

La formule donnant la vitesse est :

$\text{vitesse} = \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}}$

soit : $574{,}8 \text{ km·h}^{-1} = \dfrac{574{,}8 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \dfrac{574\ 800 \text{ m}}{3\ 600 \text{ s}}$

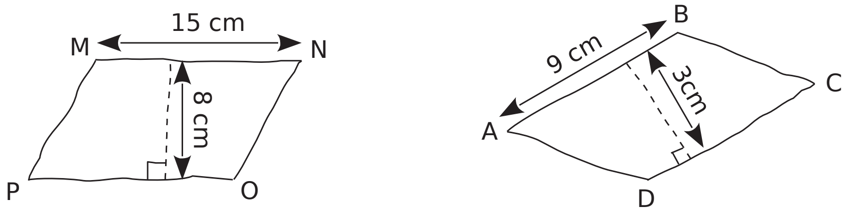
$\dfrac{574\ 800}{3\ 600} \approx 159{,}7$

La vitesse de cette rame de TGV était alors d'environ 159,7 m·s⁻¹.

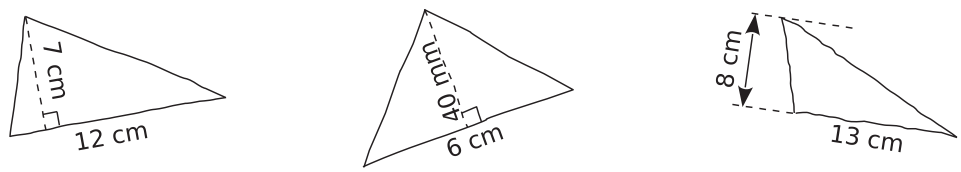
Je me teste

Niveau 1

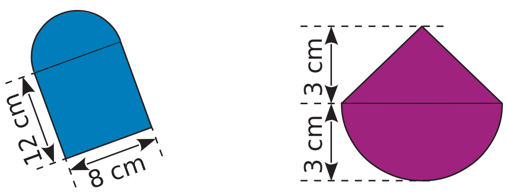
1 Détermine l'aire des parallélogrammes MNOP et ABCD ci-dessous.



2 Calcule l'aire de chaque triangle ci-dessous.



3 Calcule l'aire de chacune des figures suivantes.



4 Calcule le volume d'un prisme droit de hauteur 8 cm ayant pour base un rectangle de longueur 5 cm et de largeur 3 cm.

5 Calcule le volume d'un cylindre de révolution de hauteur 4,5 cm ayant pour base un disque de diamètre 10 cm.

Niveau 2

6 Calcule le volume d'une pyramide de hauteur 10 m ayant pour base un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 4,5 m et 6 m.

7 Calcule le volume d'un cône de révolution de hauteur 12 cm ayant pour base un disque de diamètre 8 cm.

➔ **Voir Corrigés p. 368**

9782210106345-0MEP.indb 205 24/06/16 10:40

Je me teste

Niveau 3

8 Calcule l'aire exacte d'une sphère de rayon 6,2 cm puis arrondis le résultat au cm^2.

9 Calcule le volume exact d'une boule de rayon 9 cm puis l'arrondi au mm^3.

10 Un pavé droit ABCDEFGH a pour dimensions AB = 5 cm, AD = 6 cm et AE = 8 cm. Il est coupé par un plan parallèle à l'arête [EH], le long de la diagonale [AF].

a. Représente en vraie grandeur la face ABFE et la section AFGD.
b. Détermine les dimensions exactes de cette section.
c. Donne la valeur arrondie au dixième de l'aire de cette section.

11 La section d'un cylindre de révolution de hauteur 12 cm par un plan parallèle à son axe a pour largeur 8 cm. La distance entre l'axe et la section est 3 cm. Quel est le rayon de la base de ce cylindre ?

12 Une sphère de rayon 7 cm est coupée par un plan à 5 cm de son centre.

a. Quelle est la nature de la section ?
b. Représente la section en vraie grandeur.

13 Un verre à cocktail de forme conique de contenance 12,8 cL est rempli aux trois quarts de sa hauteur par un mélange de jus de fruits. Quel volume de jus de fruits contient-il ?

14 Mihail fabrique deux pyramides dans du papier doré. Il réalise la deuxième en divisant toutes les longueurs de la première par 2. La surface de papier utilisé est-elle deux fois plus petite ? Le volume de l'objet obtenu est-il deux fois plus petit ?

15 La vitesse de propagation du son dans l'air est d'environ 340 m/s. Convertis cette vitesse en km/h.

16 La masse volumique de l'air au niveau de la mer et à une température de 20°C est d'environ 1,2 $kg{\cdot}m^{-3}$. Convertis cette masse volumique en $g{\cdot}cm^{-3}$.

17 La puissance maximale de certains moteurs de voitures de Formule 1 approche, dans certains cas, les 900 chevaux et leur vitesse de rotation peut atteindre les 20 000 tours par minute. Calcule la vitesse de rotation de ces moteurs en tours par seconde.

➔ **Voir Corrigés p. 368**

Je m'entraîne

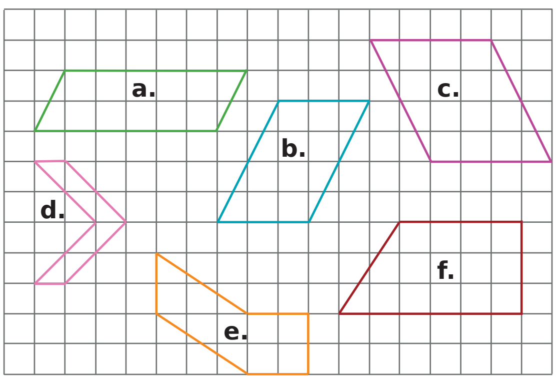
Calculer des aires

1 L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifie ta réponse.

« *Si deux parallélogrammes ont la même aire, alors ils ont le même périmètre.* »

2 Avec un quadrillage

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire de chaque figure suivante en utilisant des aires de parallélogrammes.



3 Calcule l'aire de chaque parallélogramme dont les dimensions sont données ci-dessous.

a. Un côté mesure 6 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm.

b. Un côté mesure 4,7 dm et la hauteur relative à ce côté mesure 7,2 cm.

c. Un côté mesure 2 m et la hauteur relative à ce côté mesure 6,4 cm.

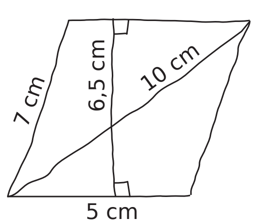
4 Calcule la longueur demandée.

a. L'aire du parallélogramme est 36 cm² et l'un de ses côtés mesure 6 cm. Combien mesure la hauteur relative à ce côté ?

b. L'aire du parallélogramme est 15,12 cm² et l'une de ses hauteurs mesure 3,6 cm. Combien mesure le côté associé à cette hauteur ?

5 Ne pas confondre !

Calcule l'aire et le périmètre de ce parallélogramme tracé à main levée.



6 Calcul mental

a. Trace un parallélogramme non rectangle BLEU d'aire 27 cm².

b. Trace un parallélogramme non rectangle NOIR d'aire 11 cm².

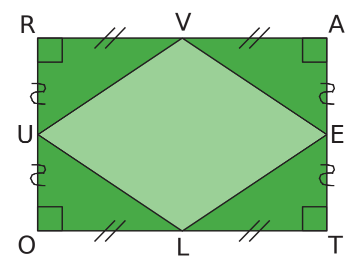
c. Trace trois parallélogrammes non superposables d'aire 36 cm².

7 L'un dans l'autre

Sur la figure suivante, les points V, E, L et U sont les milieux des côtés d'un rectangle RATO.

a. Calcule l'aire de RATO, sachant que RA = 8 cm et AT = 6 cm.

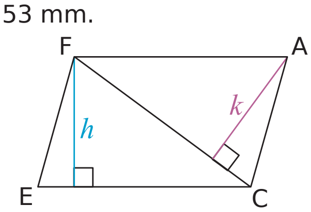
b. Calcule l'aire de VELU de deux façons.



8 Pile ou Face ?

Le parallélogramme FACE est tel que :

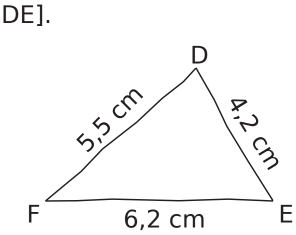
- EC = 150 mm ;
- h = 67 mm ;
- k = 53 mm.



a. Calcule l'aire du parallélogramme FACE.

b. Calcule la longueur de la diagonale [FC].

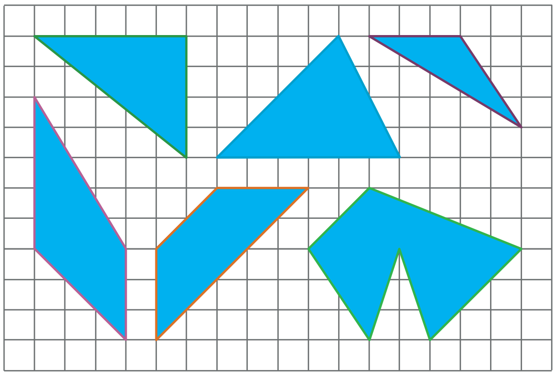
9 Reproduis à main levée sur ton cahier la figure suivante puis trace en rouge la hauteur [DH] et en vert la hauteur relative au côté [DE].



Je m'entraîne

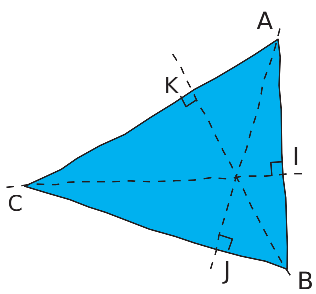
10 **Avec un quadrillage (bis)**

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire des figures suivantes en utilisant des aires de triangles.



11 Calcule l'aire du triangle ABC ci-dessous de trois façons différentes en utilisant les informations données.

AB = 12,5 cm
BC = 20 cm
AC = 19,5 cm
CI = 18,72 cm
AJ = 11,7 cm
BK = 12 cm



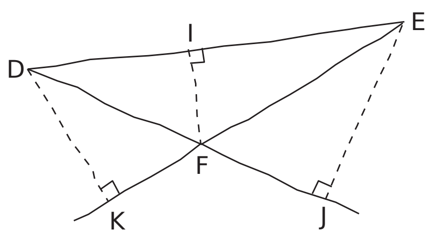
12 **Calculer (mentalement !) pour construire**

a. Trace un triangle OIL rectangle en O d'aire 15 cm².

b. Trace un triangle isocèle EAU d'aire 12 cm².

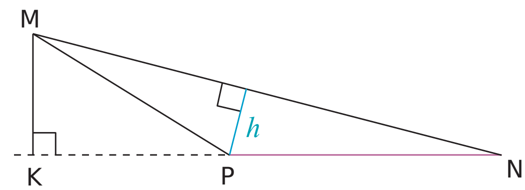
13 En utilisant les données de l'énoncé, calcule l'aire du triangle DEF puis déduis-en les longueurs DK et DF.

DE = 8 cm
EF = 5 cm
IF = 2,1 cm
EJ = 4,2 cm

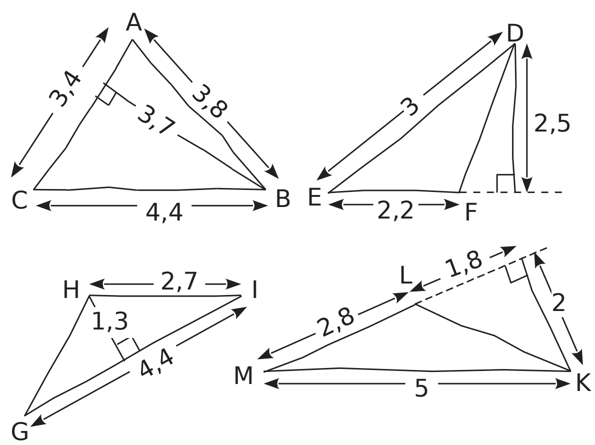


14 Sur la figure ci-dessous, le segment [MK] mesure 1,6 cm, le segment [MN] mesure 6,4 cm et l'aire du triangle MNP est égale à 2,88 cm².

Calcule la longueur du segment [PN] et la longueur h.

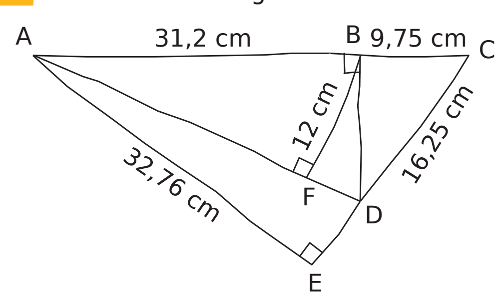


15 Calcule l'aire des triangles suivants. L'unité de longueur est le centimètre.



16 Un triangle a pour aire 16,25 cm² et l'un de ses côtés mesure 6,5 cm. Calcule la longueur de la hauteur relative à ce côté.

17 On considère la figure suivante.



a. Nomme la hauteur relative au côté [CD] dans le triangle ACD.

b. Déduis de la question **a.** l'aire du triangle ACD et la longueur BD.

c. À l'aide d'un raisonnement semblable pour le triangle ABD, calcule AD.

9782210106345-0MEP.indb 208 24/06/16 10:40

18 Calcule les aires suivantes.

a. L'aire exacte d'un disque de rayon 3 cm.

b. Une valeur approchée au dixième près de l'aire d'un disque de rayon 35 mm.

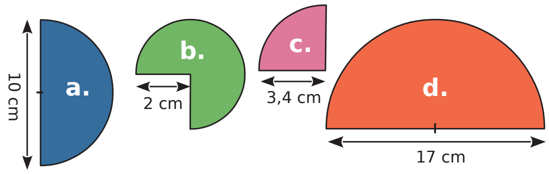
c. L'aire exacte d'un disque de diamètre 8 cm.

19 Donne la valeur exacte puis la valeur approchée au centième près de l'aire des disques suivants, où r désigne le rayon du disque et d le diamètre du disque.

a. r = 2 cm **c.** r = 4,5 cm **e.** d = 4,8 dm

b. d = 3 cm **d.** r = 5,6 cm **f.** d = 0,24 m

20 Calcule l'aire de chaque figure (valeur approchée au mm² près).



21 Portions de disques

a. Calcule l'aire d'un demi-disque de rayon 5,2 cm. Donne la valeur exacte puis une valeur approchée au mm² près.

b. Calcule l'aire d'un quart de disque de rayon 16,4 cm. Donne la valeur exacte puis une valeur approchée au mm² près.

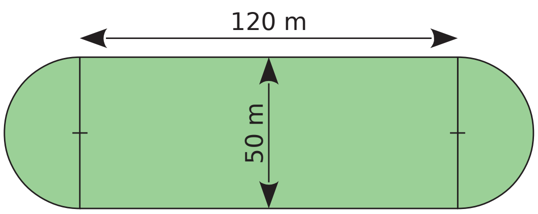
22 À Mathcity, l'émetteur de « Radio-Centre » a une portée de 10 km.

a. Calcule la superficie de la zone de réception au km² près.

b. À partir du mois de septembre prochain, le conseil municipal instaure une taxe de 10 € par km². Combien paiera « radio-centre » ?

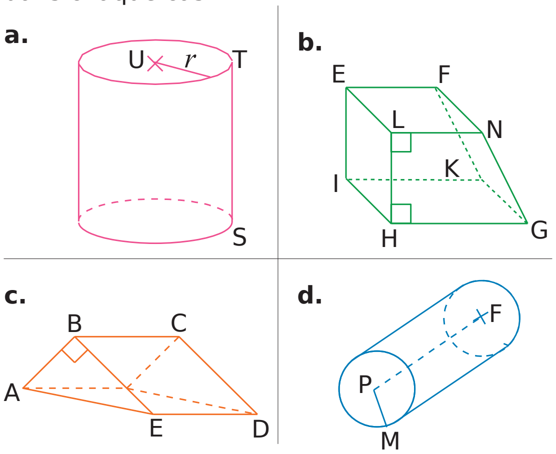
c. La direction prévoit de changer l'émetteur pour multiplier la portée par 3. La nouvelle taxe sera-t-elle aussi multipliée par 3 ?

23 Calcule l'aire et le périmètre de ce stade.



Volume de prisme, cylindre, pyramide et cône

24 On a représenté ci-dessous des prismes droits et des cylindres de révolution. Donne la nature des bases et nomme une hauteur dans chaque cas.



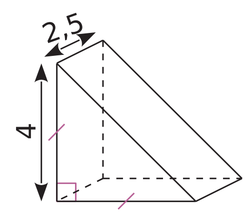
25 Un prisme droit de hauteur 10 cm a pour base un polygone d'aire 7,4 cm². Calcule son volume.

26 Le dessin ci-dessous représente un prisme droit dont la base est un triangle rectangle isocèle. (L'unité est le centimètre.)

a. Quelle est la hauteur de ce prisme ?

b. Calcule l'aire d'une base.

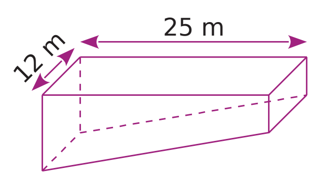
c. Calcule le volume du prisme.



27 Un seau a la forme d'un cylindre de révolution. Le fond du seau est un disque de diamètre 30 cm. Sa hauteur mesure 4,5 dm. Quelle est, en litres, la contenance de ce seau ?

28 Piscine

Une piscine a la forme du prisme droit ci-contre. Sa profondeur va de 0,80 m à 2,20 m.



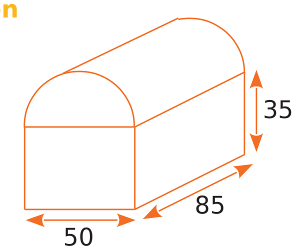
a. Quel volume d'eau contient-elle ?

b. Sachant que le robinet d'eau qui permet de la remplir a un débit de 15 L par minute, combien de temps faut-il pour la remplir ?

Je m'entraîne

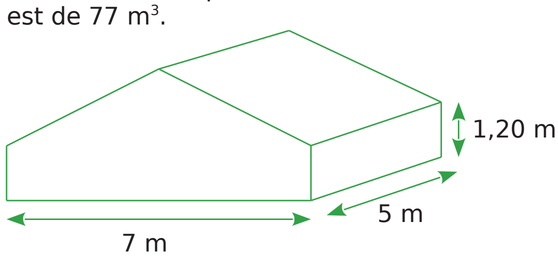
29 Un coffre ancien

Un coffre ancien est composé d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre. (L'unité est le centimètre.) Calcule le volume de ce coffre arrondi au cm^3.



30 Hauteur d'une pièce

Le volume de la pièce mansardée ci-dessous est de 77 m^3.



Quelle est sa hauteur au point le plus haut ?

31

Un récipient cylindrique de diamètre 5 cm et de hauteur 10 cm est rempli d'eau aux $\frac{5}{6}$ de sa hauteur.

Peut-on y plonger un cube d'arête 31 mm sans que l'eau ne déborde ? Explique ta réponse.

32 Volume de pyramides et de cône

a. Calcule le volume d'une pyramide SABCD, de hauteur 6,3 cm et de base rectangulaire ABCD telle que AB = 4,2 cm et BC = 3,5 cm. Donne le résultat en cm^3 puis en mm^3.

b. Calcule le volume d'une pyramide MATH, de base ATH rectangle isocèle en A, de hauteur [MA] et telle que AT = 3 cm et MA = 4 cm.

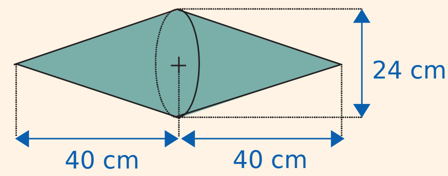
c. Calcule le volume d'un cône de révolution, de hauteur 1,5 dm et dont le rayon de la base est 8 cm. Donne la valeur arrondie au cm^3.

33 Volume d'un cône de révolution 2

Ben s'est assis sur un siège dont la partie principale est en forme de cône. Le diamètre de la base est de 4 dm et la hauteur de 50 cm.
Calcule le volume de cette partie du siège. Donne la valeur exacte en fonction de π puis la valeur arrondie au dixième de dm^3.

34 Extrait du Brevet

La société Truc fabrique des enseignes publicitaires composées de deux cônes de révolution de même diamètre 24 cm et de même hauteur 40 cm.



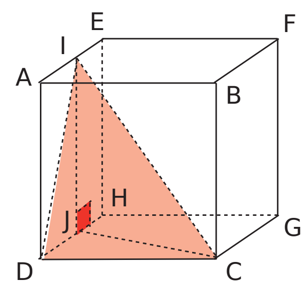
a. Calculer le volume d'une enseigne. En donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dm^3.

b. Pour le transport, chaque enseigne est rangée dans un étui en carton ayant la forme d'un cylindre le plus petit possible et ayant la même base que les cônes.
Calculer le volume de cet étui en négligeant l'épaisseur du carton. En donner la valeur exacte en cm^3 puis la valeur arrondie au dm^3.

35 Pyramide à base triangulaire

ABCDEFGH est un cube de côté 6 cm.

I et J sont les milieux respectifs de [AE] et de [DH].



a. Trace un patron de la pyramide IDJC.

b. Calcule le volume de cette pyramide.

36

Un verre à cocktail a la forme d'un cône de génératrice 6,8 cm et dont le diamètre de la base est 6,4 cm.

a. Calcule la hauteur du verre (sans le pied) puis son volume arrondi au dixième de cm^3.

b. On remplit entièrement d'eau le verre. On verse cette eau dans un verre cylindrique, de hauteur 8 cm et dont le rayon de la base est 18 mm. L'eau va-t-elle déborder ?
Si non, quelle hauteur, arrondie au mm, va-t-elle atteindre dans le verre ?

9782210106345-0MEP.indb 210 24/06/16 10:40

37 Dans chaque cas, donne la valeur exacte.

a. Du volume d'une boule de 0,4 dm de rayon.

b. Du volume d'un ballon sphérique de 240 mm de diamètre.

38 Une toile de parachute a la forme d'une demi-sphère de 8 m de diamètre.

Détermine le volume d'air contenu dans la toile au mètre cube près lorsque le parachute est entièrement déployé.

39 Un pâtissier décide de fabriquer des boules de Noël en chocolat . Sachant que le diamètre d'une boule est 2,5 cm, de quelle quantité de chocolat (en litres) ce pâtissier a-t-il besoin pour préparer 500 boules ?

40 Range dans l'ordre décroissant les volumes suivants :

a. celui d'une boule de 3 dm de diamètre ;

b. celui d'un cylindre de révolution de 3 dm de hauteur et de 3 dm de diamètre de base ;

c. celui d'un cône de révolution de 3 dm de hauteur et de 3 dm de diamètre de base.

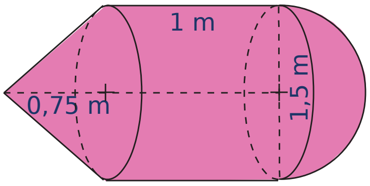
41 Un silo à grain est formé d'un cylindre de révolution de rayon 4,5 m et de hauteur 10 m, surmonté d'un cône de révolution de 2,5 m de hauteur et de même rayon.
Calcule le volume de ce silo, arrondi au m^3.

42 Une cloche à fromage en forme de demi-sphère de rayon 9 cm et une boîte cylindrique de même rayon ont le même volume.

a. Calculer le volume de la cloche.
Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au cm^3.

b. Calculer la hauteur de la boîte cylindrique.

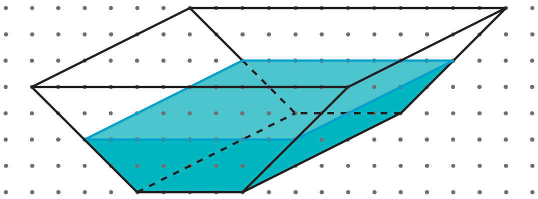
43 La citerne ci-dessous est composée d'un cylindre de révolution, d'une demi-sphère et d'un cône de révolution de même rayon.



Est-il vrai que la citerne peut contenir plus de 3 000 L ?

Agrandissement/Réduction

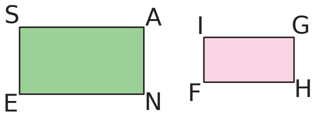
44 Un tombereau a la forme d'un prisme droit dont la base est un trapèze isocèle de petite base 40 cm et de grande base 120 cm. On l'a représenté en perspective cavalière sur papier pointé.



Sachant que ce tombereau est long de 100 cm et haut de 40 cm, détermine le volume de la partie bleue correspondant au tombereau rempli à mi-hauteur.

45 Agrandissement ?

Le rectangle ANES est-il un agrandissement du rectangle FIGH ? Justifie.



IG = 14 cm
GH = 9 cm
AS = 21 cm
SE = 12 cm

46 Réduire

a. On divise par trois le rayon d'une boule. Par quel coefficient sera divisé son volume ?

b. On multiplie par 0,75 les dimensions d'un cube. Par combien sera multipliée l'aire de sa surface latérale ?

47 Agrandissement

On augmente les longueurs des côtés d'un carré de 20 %.

a. Quel est le coefficient d'agrandissement ?

b. De quel pourcentage augmente son périmètre ?

c. De quel pourcentage augmente son aire ?

48 Quel coefficient ?

a. Sur une carte, la distance entre Paris et Bordeaux est 23,3 cm et dans la réalité, 582,5 km. Quelle est l'échelle de cette carte ?

b. La surface de la France est 675 417 km^2. Quelle est la superficie de la France sur cette carte ? Donner la valeur approchée au cm^2 près par défaut.

9782210106345-0MEP.indb 211 24/06/16 10:40

Je m'entraîne

49 Un peu d'aire

a. L'aire d'une sphère est 154 cm^2.
On multiplie son rayon par 2,5.
Calcule la nouvelle aire de la sphère.

b. La surface d'un champ est de 12 hectares.
On divise ses dimensions par 2,5.
Quelle sera sa nouvelle surface en m^2 ?

50 Histoire de ballons

a. Un ballon sphérique a un rayon de 12 cm. Calcule l'aire exacte de l'enveloppe de ce ballon.

b. Calcule la valeur exacte de son volume.

c. Quel serait le volume exact d'un autre ballon ayant une aire totale 16 fois plus petite ?

51 Extrait du Brevet

On considère qu'une boule de pétanque a pour volume 189 cm^3 et que son rayon est le triple de celui du cochonnet.

a. Quel est le rapport de réduction du rayon ?
(Donne une écriture fractionnaire ou décimale.)

b. En déduire le volume du cochonnet.

52 Que d'eau !

La Terre est assimilée à une sphère de rayon 6 378 km.

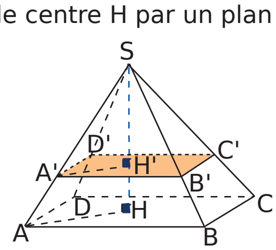
a. Calcule l'aire de la surface du globe terrestre. (Donne la valeur arrondie à l'unité.)

b. Les océans occupent 70,8 % de la surface du globe terrestre. Calcule l'aire de cette surface en km^2. (Donne la valeur arrondie à l'unité.)

53 Pyramides

On réalise la section d'une pyramide SABCD à base rectangulaire de centre H par un plan parallèle à sa base et passant par A'.

AB = 6,4 cm
BC = 4,8 cm
A'H' = 1,5 cm
SH = 15 cm



a. Calcule AH.

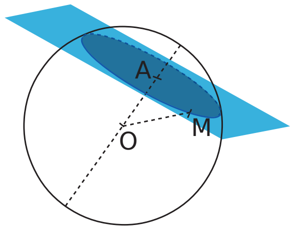
b. Quel est le coefficient de réduction entre les pyramides SABCD et SA'B'C'D' ?

c. Calcule les valeurs exactes des volumes des deux pyramides.

Section

54 Avec une boule

Une boule de centre O, de rayon 8 cm, est coupée par un plan qui passe par le point A. M est un point de cette section.

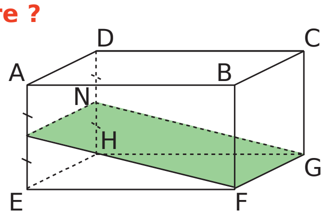


OA = 3 cm

a. Quelle est la nature de la section ?

b. Calcule l'aire exacte de la surface de cette section en cm^2.

55 Quelle figure ?

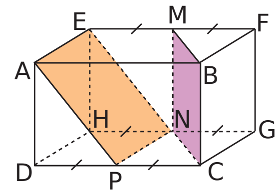


a. Quelle est la nature de cette section ? Justifie.

b. Représente-la en grandeur réelle sachant que AB = 5 cm ; BC = 3 cm ; BF = 2 cm et que N est le milieu du segment [DH].

56

Un pavé droit ABCDEFGH est tel que AB = 6 cm ; BC = 4 cm et BF = 3 cm. M, N et P sont les milieux respectifs de [EF], [HG] et [DC].



a. Quelle est la nature des quadrilatères AENP et BMNC ? Justifie ta réponse.

b. Compare les aires de ces deux quadrilatères.

57

On réalise une section d'un cylindre de révolution de 3,5 cm de rayon de base et de 6 cm de hauteur, par un plan perpendiculaire à la base et passant par les centres des deux bases.

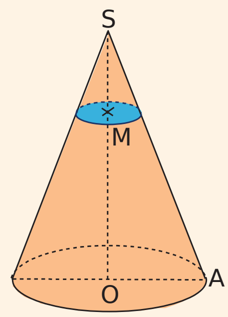
a. Quelle est la nature de la section ?

b. Représente cette section en grandeur réelle.

c. Calcule l'aire de la section en cm^2.

58 **Extrait du Brevet**

Le cône de révolution ci-contre, de sommet S, a une hauteur [SO] de 9 cm et un rayon de base [OA] de 5 cm.



a. Calculer le volume V_1 de ce cône au cm^3 près par défaut.

b. Soit M le point du segment [SO] tel que SM = 3 cm. On coupe le cône par un plan parallèle à la base passant par M. Calculer le rayon de cette section.

c. Calculer le volume V_2 du petit cône de sommet S ainsi obtenu, au cm^3 près par défaut.

59 **Avec une pyramide**

a. Dessine une représentation en perspective cavalière d'une pyramide régulière à base carrée de hauteur 9 cm et de côté de base 4,5 cm.

b. Calcule la valeur exacte de son volume.

c. Complète la représentation en traçant la section de la pyramide par un plan parallèle à la base, coupant la hauteur aux deux-tiers en partant du sommet.

d. Quelle est la nature de la section ? Justifie.

c. Calcule la valeur exacte du volume de la petite pyramide.

Grandeurs composées

60 Complète :

a. 5,4 m = … cm

b. 3 263 m = … km

c. 14,7 m² = … cm²

d. 5,68 L = … mL

e. 504,2 cL = … L

f. 6,3 dm^3 = … m^3

g. 5 362 dm^3 = … cm^3

h. 0,07 m^3 = … dm^3

i. 2 500 cm^3 = … L

j. 9,1 cL = … cm^3

61 **Surface**

a. Un champ rectangulaire mesure 455 mètres de long et 8 décamètres de large. Quelle est sa superficie en mètres carrés ? En décamètres carrés ? En hectomètres carrés ?

b. Recherche la définition d'un are et d'un hectare. Exprime alors la superficie du champ dans chacune de ces deux unités.

62 **Différentes unités d'énergie**

L'énergie distribuée par EDF est mesurée en kilowattheures (kWh).

Une autre unité de mesure d'énergie est le Joule (noté J).

On sait que 1 kWh = $3,6 \times 10^6$ J.

Les économistes utilisent pour les combustibles (gaz, bois, charbon, ...) une autre unité appelée tonne équivalent pétrole (tep), qui correspond à la quantité d'énergie libérée par la combustion d'une tonne de pétrole.

On sait que 1 tep = $4,18 \times 10^{10}$ J.

Tu arrondiras les résultats au centième.

a. Une tonne de charbon a un pouvoir calorifique de $2,8 \times 10^{10}$ J.

Exprime ce pouvoir en kWh puis en tep.

b. Calcule, en kWh, l'énergie correspondant à un tep.

c. En France, en 2006, l'énergie consommée par les transports était égale à $50,9 \times 10^9$ tep *(Source Insee)*.

Exprime cette énergie en kWh.

63 L'unité de trafic de voyageur est le voyageur·km. Elle représente le déplacement d'un voyageur sur une distance d'un kilomètre et permet de tenir compte de la distance parcourue par chaque voyageur.

a. Si douze personnes voyagent sur 20 km, quel sera le trafic de voyageurs ?

b. Si quatre personnes voyagent sur 10 km et qu'une cinquième voyage sur 200 km, quel sera alors le trafic de voyageurs ?

c. Au cours de son trajet, un bus a transporté huit personnes sur 1 km, quatre sur 3 km, dix sur 5 km et deux sur 12 km.
Sur une autre ligne, un bus a transporté vingt personnes sur 2 km, une sur 7 km, trois sur 8 km et deux sur 11 km.
Quel bus a eu le plus grand trafic de voyageurs ?

64 Un télésiège fonctionne de 9 h à 16 h 45 sans s'arrêter et peut transporter jusqu'à 1 200 skieurs par demi-heure. Quel nombre maximal de skieurs ce télésiège peut-il déposer chaque jour en haut des pistes ?

9782210106345-0MEP.indb 213 24/06/16 10:40

Je m'entraîne

65 Quantité de mouvement

On appelle quantité de mouvement d'un système le produit de sa masse par la vitesse de son centre de gravité.

a. Donne l'unité utilisée pour exprimer la quantité de mouvement (en respectant les unités du système international).

b. Détermine la quantité de mouvement :
- d'un satellite de masse 250 kg qui se déplace autour de la Terre à la vitesse de 2 700 m·s^{-1} ;
- d'une moto et son conducteur d'une masse totale de 150 kg roulant à la vitesse de 108 km/h ;
- d'une locomotive pesant 100 t roulant à la vitesse de 150 km·h^{-1} ;
- d'un électron de masse $9{,}1 \times 10^{-31}$ kg dont la vitesse est de 25 000 km/s.

c. Quelle est la vitesse d'un système ayant pour quantité de mouvement 10^{-3} (unité trouvée en **a.**) et dont la masse serait de 10^{-15} kg ? Est-ce possible ? Justifie ta réponse.

66 Payer pour calculer

Pour effectuer des calculs longs et complexes, les entreprises louent du temps de calcul sur des super-ordinateurs. On leur facture 2 130 € l'heure de calcul. Combien paieront-elles pour un calcul qui dure :

a. 40 min ?
b. 2 h 12 min ?
c. 3 h 25 min ?
d. 1 jour 2 h 30 s ?

67 Un robinet fuit de façon régulière et remplit un seau de 6 L en 45 minutes.

a. Quel volume d'eau s'échappe en 15 minutes ?

b. Si on laisse couler le robinet pendant une heure, quel volume d'eau s'écoulera-t-il ?

c. On place une bassine de 50 L sous le robinet. En combien de temps sera-t-elle remplie ?

d. Quel est le débit (en L/h) de la fuite d'eau ?

68 Aviron

Un passionné d'aviron rame à une cadence moyenne de 45 coups de rame par minute.

a. Calcule sa cadence en nombre de coups de rame par heure.

b. En combien de temps donne-t-il 1 000 coups de rame ? Arrondis le résultat à la seconde.

69 Le moteur d'une moto tourne à la vitesse de 5 000 tours·min^{-1}.
Calcule cette vitesse en nombre de tours par seconde.

70 La vitesse commerciale des TGV est en moyenne de 300 km·h^{-1}.

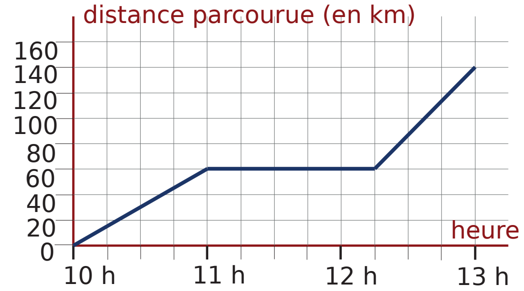
a. Combien de kilomètres un TGV parcourt-il en 10 min ?

b. Calcule la vitesse moyenne d'un TGV en km·min^{-1}.

c. Calcule cette vitesse en m·s^{-1}, arrondis le résultat à l'unité.

71 Cynthia est partie de chez elle à 8 h 30 et est arrivée à son lieu de vacances à 16 h 50 après avoir parcouru 625 km en voiture.
Quelle a été la vitesse moyenne du trajet ?

72 Un camion a effectué un trajet illustré par le graphique ci-dessous :



a. Quelle est la durée totale de son trajet? Quelle distance totale a-t-il parcourue ?

b. Calcule sa vitesse moyenne sur tout le trajet.

73 Masses volumiques

a. Une pièce métallique en cuivre a un volume de 2,5 dm^3 et une masse de 22,3 kg.
De plus, on sait que 1 kg d'aluminium occupe un volume de 370 cm^3 et que la masse volumique de l'acier est de 7 850 kg/m^3. Calcule, en kg, la masse d'un décimètre cube de chacun de ces métaux.

b. Une entreprise souhaite construire, pour un modèle de vélo, des cadres métalliques qui soient les plus légers possibles. Quel métal parmi le cuivre, l'aluminium et l'acier a-t-elle intérêt à choisir ? Justifie ta réponse.

9782210106345-0MEP.indb 214 24/06/16 10:40

74 Mécanique

a. Pour ne pas abîmer le moteur d'une voiture, le constructeur préconise de ne pas dépasser les 4 000 tours par minute. Explique ce que signifie l'expression « 4 000 tours par minute ».

b. Si le moteur effectue 4 000 rotations en une minute, combien en effectuera-t-il en une seconde ? Tu arrondiras ton résultat au centième.

c. Exprime alors cette vitesse de rotation en tours par seconde.

75 On veut remplir une piscine de 15 m^3 à l'aide d'un robinet dont le débit est de 2 m^3·h^{-1}.

a. Combien de temps faut-il pour remplir complètement cette piscine ?

b. Calcule le débit du robinet en L·min^{-1}, arrondis le résultat au centième.

76 Dans une canalisation, le débit Q de l'eau (en m^3·s^{-1}) dépend de la vitesse d'écoulement v (en m·s^{-1}) et du diamètre D du conduit (en m) selon la formule :

$$Q = 0{,}25 \times \pi \times v \times D^2.$$

a. Calcule le débit Q de l'eau (en m^3·s^{-1}) dans un conduit de diamètre 15 cm dans lequel l'eau s'écoule à la vitesse de $v = 5{,}66$ m·s^{-1} ; arrondis le résultat au centième.
Convertis ce débit en L·s^{-1}.

b. On considère une autre canalisation de diamètre 12 cm et pour laquelle le débit de l'eau est égal à 5 100 L·min^{-1}.

- Convertis ce débit en m^3·s^{-1}.
- Calcule la vitesse d'écoulement de l'eau dans cette canalisation ; arrondis le résultat au centième.

77 En janvier 2008, Francis Joyon bat le record du tour du monde à la voile en solitaire en 57 jours, 13 heures, 34 minutes et 6 secondes. La distance parcourue était d'environ 20 000 milles nautiques.

a. Détermine la vitesse moyenne de ce record en milles nautiques/h, arrondie au centième.

b. Sachant qu'un mille nautique représente 1,852 km, calcule la vitesse moyenne du parcours en km·h^{-1}. Arrondis au centième.

c. Le précédent record était détenu par Ellen MacArthur depuis 2005 en 71 jours, 14 heures, 18 minutes et 33 secondes.
À quelle vitesse moyenne a-t-elle effectué son tour du monde ?
(Tu exprimeras, en m·s^{-1}, le résultat arrondi à l'unité.)

d. Si Francis Joyon et Ellen MacArthur étaient partis le même jour du même endroit, lorsque Francis Joyon aurait franchi la ligne d'arrivée, à quelle distance se serait trouvée Ellen MacArthur ? Exprime la distance en milles nautiques et en kilomètres (arrondie à l'unité).

78 Unités

a. La Chine compte actuellement environ 1 300 000 000 habitants. Donne le nombre d'habitants de la Chine en milliards, en millions, en milliers.

b. Un parsec correspond à environ $3{,}086 \times 10^{16}$ m. Convertis un parsec en cm, en km et en mm.

c. La taille moyenne d'un globule rouge est 7×10^{-6} m. Convertis en cm et en mm.

c. Recherche à quoi correspondent : un micromètre, un nanomètre, un picomètre et un femtomètre. Quelles abréviations correspondent à ces unités ?

d. Combien de micromètres forment un millimètre ? Combien de nanomètres forment un micromètre ? Que remarques-tu ?

e. Un cheveu mesure environ 80 micromètres de diamètre.
Convertis cette mesure en mètre.

f. Le virus du SIDA mesure approximativement 100 nanomètres.
Convertis cette mesure en mètre.

g. L'une des petites particules qu'étudient les physiciens est le proton dont la mesure est approximativement 0,8 femtomètre.
Convertis cette mesure en mètre.

79 Volume d'un cube

On considère un cube de volume $19\,683 \times 10^{12}$ mm^3.

a. Donne la notation scientifique de ce volume.

b. Convertis ce volume en mètre cube.

c. Détermine la longueur de l'arête du cube.

9782210106345-0MEP.indb 215 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

Corps, santé et sécurité

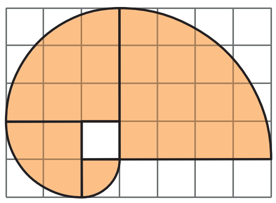
1 Pare-brise

Sur un pare-brise rectangulaire de 1,50 m par 0,80 m est fixé (au milieu de la longueur) un essuie-glace de longueur 0,65 m. Trouve une valeur approchée du pourcentage de la surface balayée par rapport à celle du pare-brise.

Sciences, technologie et société

2 Le nautile

Le nautile est un mollusque dont la coquille est spiralée et peut être schématisée de la manière suivante.



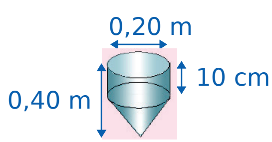
Reproduis ce schéma dans un quadrillage à carreaux de 1 cm de côté.

a. Calcule l'aire de la figure.

b. Calcule le périmètre de cette figure.

3 Pluviomètre

a. Un pluviomètre est constitué d'une partie cylindrique surmontant une partie conique.



b. Calcule le volume d'eau qu'il peut recueillir. Donne la valeur arrondie au dL.

4 La masse volumique du zinc est de 7,14 kg/dm^3.

a. Quelle est, en grammes, la masse de 5 cm^3 de ce métal ?

b. Calcule la masse volumique du zinc en g/cm^3.

5 La masse volumique du mercure est égale à 13 600 kg/m^3.
Calcule le volume, en cm^3, d'un kilogramme de mercure.

6 La masse volumique de la pierre ponce est de 910 kg/m^3.

a. Quel est le volume d'une pierre ponce de 1kg ?

b. Quelle est la masse d'une pierre ponce de 125 cm^3 ?

c. Explique pourquoi les pierres ponces flottent.

7 Un haltère en acier est composé d'un cylindre de hauteur 0,2 m dont la base est un disque de diamètre 3 cm, sur lequel sont soudées deux « boules identiques » de diamètre 1,2 dm.

a. Détermine le volume exact, en dm^3, de cet haltère puis arrondis au centième de dm^3.

b. Sachant que la masse volumique de l'acier constituant cet haltère est de 7,8 g/cm^3, calcule la masse de l'haltère arrondie au gramme.

8 Masse surfacique

Une plaque métallique a une masse surfacique de 15 kg/m^2.

a. Calcule la masse surfacique de cette plaque en g/cm^2.

b. Sachant que cette plaque a une forme rectangulaire de longueur 30 cm et de largeur 17 cm, calcule la masse de cette plaque.

9 Énergie électrique

En 2005, la production totale nette d'électricité en France s'élève à 549,4 TWh. Elle se répartit en 430,0 TWh pour les centrales nucléaires, 57,2 TWh pour les parcs hydrauliques et éoliens et 62,2 TWh pour les différentes productions thermiques classiques.

(Source : DGEMP / Observatoire de l'énergie)

a. Que représente un TWh ?
Écris chaque valeur en Wh.

b. Calcule la part, en pourcentage, de chaque catégorie dans la production totale nette d'électricité.

c. Dessine un diagramme circulaire mettant en valeur la part de chaque catégorie dans la production totale nette d'électricité en France pour l'année 2005.

9782210106345-0MEP.indb 216 24/06/16 10:40

10 Quelle planète est la plus rapide ?

Le tableau suivant donne la longueur de l'orbite de quatre planètes de notre système autour du Soleil (en km) ainsi que le nombre de jours qu'elles mettent pour parcourir cette orbite.

Planète	Orbite en km	Révolution en jours
Mercure	$3{,}6 \times 10^8$	88
Terre	$9{,}2 \times 10^8$	365
Mars	$1{,}4 \times 10^9$	687
Uranus	$1{,}8 \times 10^{10}$	30 708

a. Exprime la vitesse de chaque planète sur leur orbite en km/h et en m/s.

b. Range ces planètes dans l'ordre décroissant de leur vitesse.

11 Vitesse de téléchargement

Un internaute a téléchargé un fichier de 1,6 Go en 10 minutes.

a. Quelle est la vitesse de téléchargement en Go·min^{-1} ?

b. Calcule la vitesse de téléchargement en kilooctets par seconde, arrondie au dixième.

c. Combien de temps faut-il pour télécharger un fichier de 0,98 Go à la même vitesse ? Arrondis à la seconde.

12 L'unité d'enregistrement informatique

En informatique, on utilise une unité d'enregistrement appelée « octet ».

a. Calcule, en octets, la valeur des expressions suivantes :

A = 2^{10} octets, B = 2^{20} octets, C = 2^{30} octets.

b. Explique pourquoi l'expression A est généralement appelée « 1 kilooctet ».
On note A $\approx$ 1 ko (10^3 octets). Par approximation, on écrit A = 1 ko.

c. De même, B est appelé « 1 Mégaoctet » (1 Mo) et C « 1 Gigaoctet » (1 Go). Indique par quelles puissances de 10, se traduisent les préfixes « méga » et « giga ».

13 Les molécules H_2O, O_2 et H_2

Une molécule d'eau est composée de 2 atomes d'hydrogène, notés H, et d'un atome d'oxygène, noté O.
Par électrolyse de l'eau, des chimistes cassent les liaisons entre les atomes. Il est alors possible de former des molécules de dihydrogène notées H_2 et de dioxygène notées O_2.

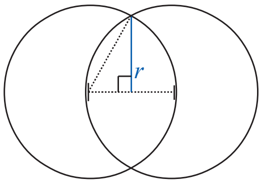
À l'état libre, le rayon d'un atome d'oxygène est de 15,2 nm et celui d'un atome d'hydrogène est de 12 nm.

a. Donne en écriture scientifique la taille d'un atome d'oxygène (1 nanomètre, noté 1 nm vaut 0,000 000 001 m). Convertis en mètre.

b. Quelle est la distance théorique entre les centres de deux atomes d'oxygène à l'état libre collés l'un à l'autre ?

c. Dans la molécule de dioxygène O_2, la distance entre les centres des atomes d'oxygène est de 14,6 nm. Cette proximité des centres est due à des forces électrostatiques qui rendent la molécule très stable.

Molécule de dioxygène (fig. 1)



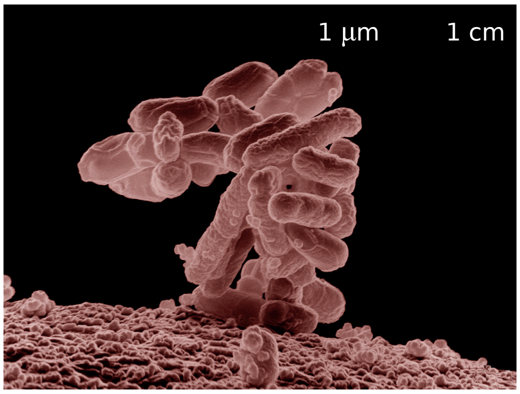
Coupe des deux atomes d'oxygène (fig. 2)

Retrouve le rayon r du « disque d'intersection » des deux atomes d'oxygène (fig. 2).

Recherche pourquoi ce gaz, le dioxygène, est si important pour l'Homme.

14 Bactérie

a. Un micromètre, noté 1 µm , vaut 10^{-6} m. Donne l'écriture décimale d'un micromètre exprimé en m.



Escherichia Coli (source : http://fr/wikipedia.org)

b. Grâce à l'unité indiquée sur la photographie, retrouve l'échelle de ce grossissement : x 10^4. Mesure la taille de cette bactérie (un bâtonnet) sur la photographie et déduis-en la taille réelle, en mètre, de la bactérie.

9782210106345-0MEP.indb 217 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

c. Dans un milieu riche, à 37°C, une population de cette bactérie peut doubler en 20 minutes. Dans ces conditions optimales, combien de bactéries peut-on obtenir, en une journée, à partir d'une population initiale de 100 individus ? Après combien de temps cette population dépasse-t-elle le million d'individus ?

d. Recherche en quoi cette bactérie est à la fois nuisible et nécessaire pour la santé humaine.

e. Plusieurs méthodes de conservation des aliments sont utilisées. Retrouves-en quelques unes et explique pourquoi ces méthodes évitent ou ralentissent la multiplication des bactéries.

15 En micro-électronique, on utilise des composants appelés transistors. De nos jours, les plus petits transistors mesurent 0,065 micromètre. Sont-ils plus petits ou plus grands que le virus du SIDA ?

16 Attention travaux !

Un peintre en bâtiment fait l'expérience suivante : il imbibe entièrement son rouleau de peinture, il le pose sur le mur, le fait rouler en lui faisant faire seulement un tour complet, puis le retire du mur.

a. Quelle va être la forme de la tache de peinture ainsi réalisée ?

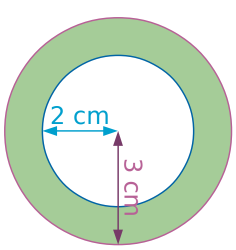
b. Le rouleau est large de 25 cm et d'un diamètre de 8 cm. Quelle surface du mur sera alors recouverte de peinture ?

c. Combien de fois, au minimum, devra-t-il réaliser ce geste pour peindre un mur long de 6 m et haut de 2,5 m ?

17 Galette des rois

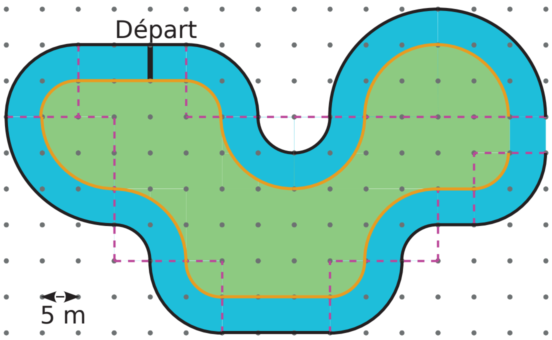
a. Un pâtissier doit confectionner une tarte recouverte de glaçage. Il sait qu'avec 100 g de sucre glace, il fabrique du glaçage pour une surface de 5 dm². Sachant qu'il dispose de moules à tarte circulaires de diamètres 22 cm, 26 cm ou 28 cm, quel moule devra-t-il utiliser pour 100 g de sucre ?

b. Calcule l'aire de la couronne circulaire ci-contre en arrondissant le résultat au mm² le plus proche.



18 Circuit de kart...

On a représenté ci-dessous le plan d'un circuit de kart dont les parties courbes sont soit des quarts de cercle, soit des demi-cercles.



On réalise un marquage des bords de la piste. Quelle sera la longueur de la bande ocre située sur le bord intérieur du circuit ?

Calcule la surface de gazon située au centre de la piste.

Calcule la surface de bitume qu'il faudra pour recouvrir entièrement la piste.

19 Volume et échelle

a. Sur une maquette à l'échelle d'un parc de loisirs, un bâtiment a pour volume 3,6 cm^3. Le volume réel de ce bâtiment est 450 m^3. Calcule l'échelle de la maquette. (Tu donneras le résultat sous la forme d'un nombre décimal puis sous la forme $\frac{1}{n}$ avec n un nombre entier.)

b. Dans ce même parc, un bassin a la forme d'une demi-sphère dont le rayon est égal à 2 m.
- Calcule la quantité d'eau, en litres, que peut contenir ce bassin.
- Déduis-en la quantité d'eau que peut contenir le bassin de la maquette.

20 Notre étoile

Le Soleil est assimilé à une boule de 1 392 000 km de diamètre.

a. Calcule la surface du Soleil. Donne la réponse en notation scientifique.

b. Calcule le volume du Soleil. Donne la réponse en notation scientifique.

c. Sachant que la Terre a un rayon de 6 378 km, calcule son volume et donne la réponse en notation scientifique.

d. De combien de fois le Soleil est-il plus volumineux que la Terre ?

9782210106345-0MEP.indb 218 24/06/16 10:40

21 **Extrait du Brevet**

Un professeur d'éducation physique et sportive fait courir ses élèves autour d'un stade rectangulaire mesurant 90 m de long et 60 m de large.

a. Calculer, en mètres, la longueur d'un tour de stade.

b. Pour effectuer 15 tours en 24 minutes à vitesse constante, combien de temps un élève met-il pour faire un tour ? On donnera la réponse en minutes et secondes.

c. Un élève parcourt six tours en neuf minutes.
Calculer sa vitesse en m/min puis en km/h.

22 La vitesse atteinte par une balle de tennis est de 95 miles par heure.
On a 1 mile ≈ 1,609 km.

Calcule la vitesse de cette balle en $m \cdot s^{-1}$; arrondis le résultat au dixième.

23 Un automobiliste parcourt 350 km à la vitesse de 90 km/h, puis 150 km à la vitesse de 130 km/h.

a. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble de son parcours ?

b. Même question s'il s'est arrêté 30 min pour manger.

Culture et création artistique

24 **Les roues tournent à l'envers au cinéma !**

Au cinéma, quand on voit une voiture avancer, les pneus tournent souvent à l'envers !

a. La voiture filmée roule à 110 km/h. Ses pneus ont un diamètre de 54 cm. Exprime la vitesse du pneu en tours par seconde.

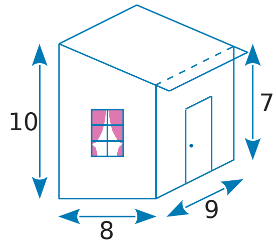
b. La vitesse de défilement d'un film sur bobine est de 24 images par seconde.Combien de tours aura fait le pneu entre deux images ?

c. Explique le phénomène.

Transition écologique et développement durable

25 **Choix d'un poêle**

On veut chauffer la maison représentée ci-contre à l'aide d'un poêle à bois. (L'unité est le mètre.)



Les caractéristiques de ce poêle à bois sont :

- puissance : 10 000 W ;
- volume de chauffe : 420 m^3 ;
- dimensions en cm : $l = 71$, $h = 126$ et $P = 44$.

La capacité du poêle choisi est-elle suffisante ?

26 **Économie d'énergie**

Voici les caractéristiques de deux lave-linge, basées sur un cycle blanc à 60°C dans des conditions normales d'utilisation.

Lave-linge « Toutnet »
- Puissance P : 540 W
- Durée moyenne d'un cycle de lavage : 105 min
- Capacité de chargement : 5 kg.

Lave-linge « Maxinet »
- Puissance P : 780 W
- Durée moyenne d'un cycle de lavage : 110 min
- Capacité de chargement : 8,5 kg.

La consommation d'énergie E, exprimée en kWh, se calcule avec la formule $E = P \times t$, où t est la durée exprimée en h.

a. Pour chaque lave-linge, calcule sa consommation d'énergie en kWh par cycle. Quel est celui qui a la plus basse consommation d'énergie ?

b. Pour chaque lave-linge, calcule sa consommation en kWh par kg de linge lavé (en arrondissant au millième si nécessaire). Quel est le lave-linge qui a la plus basse consommation d'énergie ?

c. Le prix unitaire du kWh est 0,108 5 €. Pour chaque lave-linge, calcule :
- le coût de l'énergie consommée par cycle ;
- le coût de l'énergie consommée par kg de linge lavé.

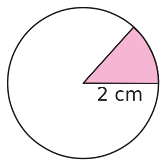
9782210106345-0MEP.indb 219 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

Résoudre un problème

27 Portions de disques

On considère un disque de rayon r cm ($r > 0$).

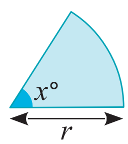


a. On suppose ici que $\underline{r = 2}$. Calcule l'aire de chaque secteur circulaire dont l'angle est donné dans le tableau suivant.

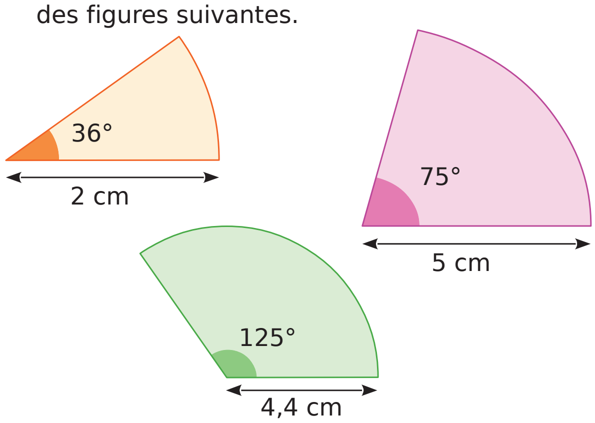
Angle (°)	360	90	45	180	120	3	1	12
Aire (cm²)								

b. Calcule le coefficient de proportionnalité du tableau précédent.

c. À l'aide du **a.**, établis la formule donnant l'aire du secteur angulaire ci-contre en faisant intervenir x, r et le nombre π.



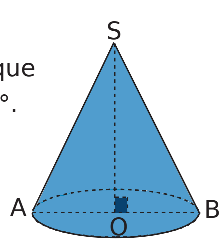
d. En utilisant la formule établie à la question **c.**, calcule l'aire exacte des figures suivantes.



e. Déduis de la question **d.** l'aire exacte :
- d'un secteur angulaire de rayon 1 cm et d'angle 111° ;
- d'un secteur angulaire de rayon 8 cm et d'angle 50°.

28 Cône de révolution

On considère un cône tel que SO = 5 cm et $\widehat{OSA} = 40°$.



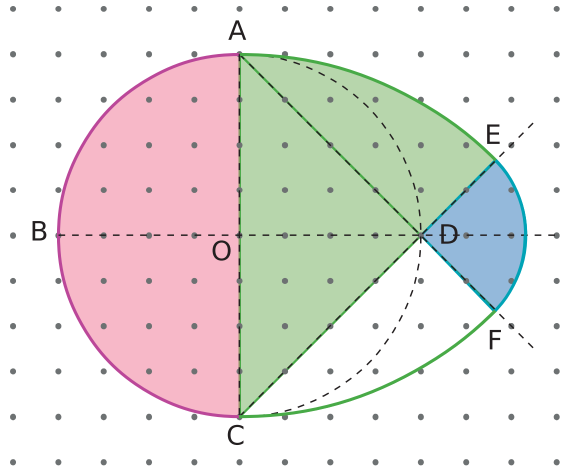
a. Calcule la longueur de la génératrice [SA] du cône arrondie au mm.

b. Calcule le rayon du disque de base arrondi au mm.

c. Calcule le volume du cône arrondi au cm^3.

29 Œuf de Pâques

Voici un œuf de Pâques construit sur du papier pointé. L'unité est le centimètre. Le segment [AO] mesure 4 cm.



Construction

a. Reproduis cette figure sur ton cahier.

b. Propose un programme de construction pour cette figure.

Les différentes parties de l'œuf

c. Cherche le rayon du demi-disque rose puis calcule son aire.

d. Cherche le rayon du huitième de disque vert puis calcule son aire.

e. Le segment [AD] mesure 5,7 cm. Cherche la longueur du segment [DF] puis calcule l'aire du quart de disque bleu.

Aire de l'œuf

f. Un élève dit : « Pour calculer l'aire de l'œuf, j'additionne l'aire de la partie rose, celle de la partie bleue et deux fois celle de la partie verte.». A-t-il raison ? Sinon, explique.

g. Calcule l'aire du triangle rectangle ADC.

h. Calcule alors une valeur approchée au dixième de l'aire de l'œuf.

Un joli ruban

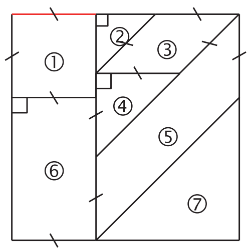
Marion veut entourer son œuf d'un joli ruban de laine en suivant le tour de l'œuf AEFCBA.

i. Calcule une valeur approchée au dixième de la longueur de ruban nécessaire pour parer l'œuf de ce joli ruban.

9782210106345-0MEP.indb 220 24/06/16 10:40

30 Découpages

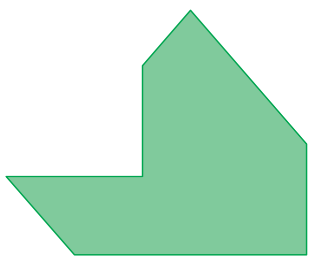
On considère un carré de côté 6 cm composé de sept polygones particuliers comme l'illustre la figure ci-contre. On sait que le segment rouge mesure 2,2 cm en vraie grandeur.

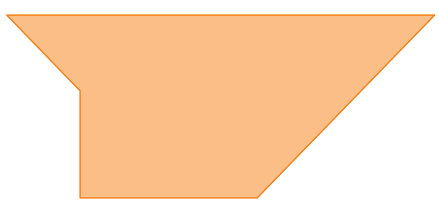


a. Précise la nature de chaque polygone puis détermine son aire.

b. Sur une feuille, construis en vraie grandeur le carré et découpe les sept pièces qui le constituent.

c. En assemblant plusieurs de ces pièces, reconstitue chacune des figures suivantes et calcule leur aire.





31

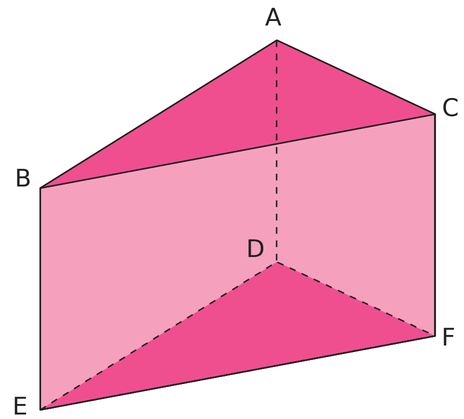
Dans chaque cas, construis tous les quadrilatères qui satisfont aux énigmes suivantes.

a. Je suis un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux deux à deux. Mon aire vaut 28 cm² et mon périmètre 24 cm. Mes côtés ont des mesures entières.

b. Je suis un parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur. La connaissance soit de la longueur d'une diagonale, soit d'un de mes côtés suffit pour que l'on puisse calculer mon aire qui est égale à 8 cm².

c. Je suis un quadrilatère non croisé qui a deux côtés consécutifs égaux et qui possède ses diagonales perpendiculaires. Mon aire vaut 24 cm². Mes diagonales ont des mesures entières et mon centre se trouve au quart de la plus grande diagonale.

32 En utilisant le calcul littéral



ABCDEF est un prisme droit dont la base est un triangle rectangle en A tel que AB = 4 cm, AC = 3 cm et BC = 5 cm.

La hauteur de ce prisme varie. On note x la hauteur de ABCDEF, en cm.

a. Pour une hauteur de 7 cm, calcule le volume de ce prisme droit.

b. Donne une expression du volume du prisme pour une hauteur de x cm.

c. Calcule ce volume pour $x = 4$ et $x = 8$. Que remarques-tu ?

d. Est-il possible d'obtenir un prisme de volume 60 cm^3 ? Si oui, quelle est alors sa hauteur ?

e. Même question pour des volumes de 21 cm^3 et 40 cm^3.

f. Trace un rectangle à main levée pour représenter la surface latérale de ce prisme et indique ses dimensions.

g. Peux-tu distinguer la longueur et la largeur de ce rectangle ?

h. Construis cette aire latérale en vraie grandeur lorsque la hauteur du prisme est de 7,5 cm.

i. Exprime son aire latérale en fonction de x.

j. Calcule cette aire latérale pour $x = 4$ et $x = 8$. Que remarques-tu ?

k. Est-il possible d'obtenir un prisme d'aire latérale 30 cm^2 ? Si oui, quelle est alors sa hauteur ?

9782210106345-0MEP.indb 221 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

33 Patron en calculant

On voudrait construire une maquette de la pyramide de Mykérinos.

a. C'est une pyramide régulière à base carrée. Quelle est la nature de ses faces latérales ?

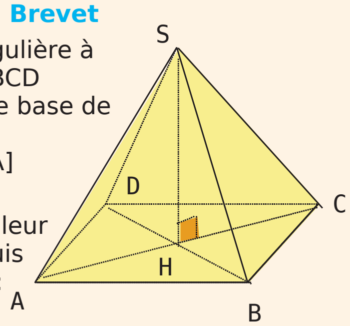
b. Sachant que les côtés de sa base mesurent 105 m et sa hauteur 66 m, représente cette pyramide en perspective cavalière. Nomme S son sommet et ABCD sa base. Soit O le centre de la base. Trace la hauteur de la pyramide et le segment joignant le sommet de la pyramide au milieu I du côté [BC].

c. Quelle est la nature du triangle SOI ? Calcule l'arrondi au mètre de la longueur SI.

d. Réalise un patron de cette pyramide à l'échelle 1/1 500.

34 Extrait du Brevet

La pyramide régulière à base carrée SABCD ci-dessous a une base de 50 cm² et une arête [SA] de 13 cm.

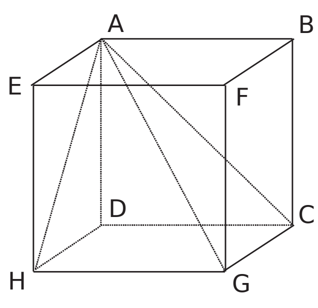


a. Calculer la valeur exacte de AB puis démontrer que : AC = 10 cm.

b. Soit H le centre de ABCD. On admet que (SH) est perpendiculaire à (AC). Démontrer que SH = 12 cm puis calculer le volume de SABCD.

35 Pyramide à base carrée

ACDHG est une pyramide inscrite dans un cube de côté 4 cm.



a. Calcule le volume de cette pyramide, arrondi au cm^3.

b. Le triangle ADG est rectangle en D. Calcule les longueurs AH, DG et AG, arrondies au millimètre.

c. Calcule la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{AHD}$.

d. Construis un patron de cette pyramide.

36 Aire latérale d'une pyramide

SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD de centre O telle que AB = 14 dm et SA = 25 dm. Le point L est le milieu de [AB].

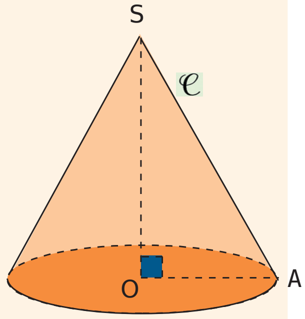
a. Calcule SL. Justifie.

b. Calcule l'aire du triangle SAB.

c. Déduis-en l'aire latérale de la pyramide puis son aire totale.

37 Extrait du Brevet

La figure ci-dessous représente un cône de révolution ($\mathscr{C}$) de hauteur SO = 20 cm et de base le cercle de rayon OA = 15 cm.



a. Calculer en cm^3 le volume de ($\mathscr{C}$), on donnera la valeur exacte sous la forme $k\pi$, k étant un nombre entier.

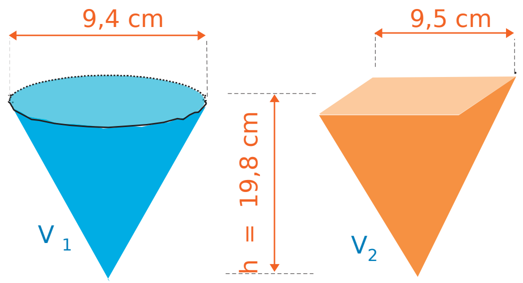
b. Montrer que SA = 25 cm.

c. L'aire latérale d'un cône de révolution est donnée par la formule $\pi \times R \times SA$ (R désignant le rayon du cercle de base). Calculer en cm² l'aire latérale de ($\mathscr{C}$).

On donnera une valeur exacte sous la forme $n\pi$ (n étant un nombre entier) puis une valeur approchée à 10^{-1} près.

38 Déborde ou pas ?

On considère deux vases, l'un ayant la forme d'une pyramide régulière à base carrée et l'autre celle d'un cône de révolution.



On transvase l'eau du vase V_1, rempli entier, dans le vase V_2 vide.
Le liquide débordera-t-il ?

9782210106345-0MEP.indb 222 24/06/16 10:40

39 **Extrait du Brevet**

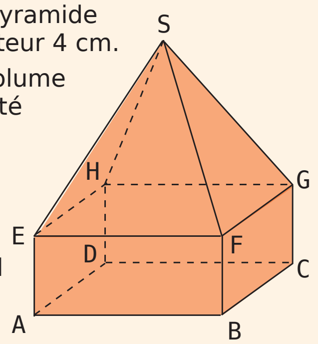
Dans tout le problème, les unités employées sont le cm, le cm² et le cm³.

Partie I

On considère le solide représenté ci-dessous :

- ABCDEFGH est un pavé droit de base carrée ABCD avec AB = 1,5 et de hauteur AE = x ;
- SEFGH est une pyramide régulière de hauteur 4 cm.

On appelle V_1 le volume du solide représenté ci-contre.



a. Démontrer que $V_1 = 2{,}25x + 3$.

b. Le volume V_1 est-il proportionnel à la hauteur x ? Justifier.

Partie II

On considère un cylindre de révolution dont la base est un disque d'aire 3 cm² et dont la hauteur variable est notée x. On appelle V_2 le volume d'un tel cylindre.

c. Exprimer le volume V_2 en fonction de x.

d. Le volume V_2 est-il proportionnel à la hauteur x ? Justifier.

Partie III

Pour quelle valeur de x les deux solides ont-ils le même volume ? Quel est ce volume ?

40 **Ça déborde ?**

Un verre, représenté par un cylindre de révolution, de hauteur 10 cm et de rayon 4 cm, est rempli d'eau aux quatre-cinquième.

a. Exprime le volume d'eau en fonction de π.

b. On fait tomber par mégarde dans ce verre un glaçon assimilé à une boule de diamètre 3 cm.
Montre que le volume du glaçon, en cm³, est 4,5π.

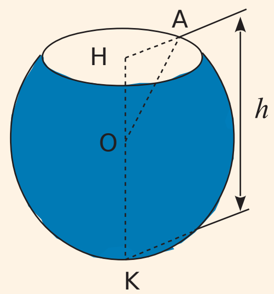
c. L'eau dans le verre va-t-elle déborder ? Si non, donne la hauteur atteinte par l'eau contenant le glaçon (après qu'il ait fondu).

d. Combien de glaçons faudrait-il pour faire déborder le verre ?

41 **Extrait du Brevet**

Une calotte sphérique est un solide obtenu en sectionnant une sphère par un plan.

Un doseur de lessive, représenté ci-contre, a la forme d'une calotte sphérique de centre O et de rayon OA = 4,5 cm. L'ouverture de ce récipient est délimitée par le cercle de centre H et de rayon HA = 2,7 cm.



La hauteur totale de ce doseur est HK.

a. Dessiner en vraie grandeur le triangle AHO.

b. Calculer OH en justifiant puis en déduire que la hauteur totale [HK] du doseur mesure exactement 8,1 cm.

c. Le volume V d'une calotte sphérique de rayon R et de hauteur h est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3}\pi h^2 (3R - h).$$

Calculer, en fonction de π, le volume exact du doseur en cm³. En déduire la capacité totale arrondie au millilitre du doseur.

42 On convient que la peinture permet de peindre environ 10 m² par litre.

a. Quelle surface peut-on peindre avec 2,5 L de peinture ?

b. Un artisan fabrique des boules de 5 cm de diamètre. Combien peut-il en peindre avec un pot de 2,5 L ?

c. En fait, le bois absorbe 15 % de peinture en plus sur la 1re couche. Combien pourra-t-il peindre de boules en bois s'il ne passe qu'une seule couche de peinture ?

d. Même question s'il passe une 2e couche de peinture.

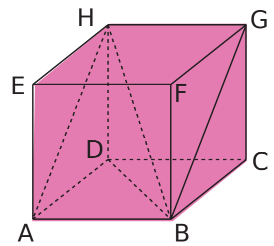
e. Il décide de se lancer dans la production de quilles en bois, qu'on pourra assimiler à un cylindre de 5 cm de diamètre et de 20 cm de hauteur surmonté d'une boule de 5 cm de diamètre. Combien pourra-t-il peindre de quilles avec 2,5 litres de peinture sachant qu'il doit passer 2 couches ?

f. Un pot de peinture de 2,5 litres lui coûte 12,80 euros. Combien lui coûte-t-il de peindre une quille ?

9782210106345-0MEP.indb 223 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

43 Un peu de tout



ABCDEFGH est un pavé droit dont les dimensions sont :
AB = 7,5 cm,
BC = 6 cm,
AE = 8 cm.

a. Montre que HA = 10 cm.

b. Justifie que ABGH est un rectangle puis fais-en une représentation en vraie grandeur.

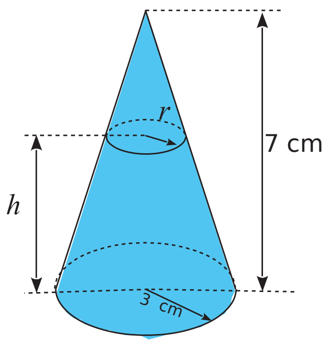
c. Le triangle HDB est rectangle en D. Calcule la valeur exacte de HB. Déduis-en la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{AHB}$.

d. Calcule le volume de la pyramide HABD.

e. Soit I le point de [HD] tel que HI = 2 cm. Le plan parallèle à la face ABCD et passant par le point I coupe [HA] en J et [HB] en K. La pyramide HIJK est une réduction de la pyramide HABD. Détermine le rapport de cette réduction.

f. Déduis-en l'aire du triangle IJK et le volume de la pyramide HIJK.

44 À moitié vide ou à moitié pleine ?



Une salière est représentée par un cône de révolution de rayon 3 cm et de hauteur 7 cm. Le sel forme un tronc de cône de hauteur h en cm et dont le disque supérieur est de rayon r en cm.

a. Calcule le volume de la salière.

b. Montre que $\dfrac{7-h}{7}=\dfrac{r}{3}$.

c. Montre que la hauteur h en cm, atteinte par le sel pour que la salière soit remplie à la moitié de son volume, doit vérifier l'équation :

$$(7-h)^3 = 171{,}5$$

d. En utilisant un tableur, déduis-en l'arrondi au mm de la hauteur atteinte par le sel lorsque la salière est remplie à moitié.

45 Pour aller chez ses parents, Nabil réalise le trajet suivant.

De chez lui à la gare, il doit prendre un bus ; celui-ci roule à la vitesse moyenne de 30 km/h et le trajet dure 40 minutes.

Ensuite, il doit marcher de l'arrêt de bus jusqu'au quai du TER : la distance à parcourir est de 600 mètres et il met un sixième d'heure pour les faire.

Il attend alors le TER pendant 315 secondes.

Le TER qu'il prend roule à la vitesse moyenne de 12 $m{\cdot}s^{-1}$ pendant une heure.

Après 12 minutes de marche à la vitesse de 5 km/h, Nabil arrive chez ses parents.

a. Quelle est la distance parcourue par Nabil entre chez lui et chez ses parents ?

b. Combien de temps a duré son voyage ? Donne le résultat en heures, minutes et secondes.

c. Donne la vitesse moyenne en $m{\cdot}s^{-1}$, puis en km/h, du trajet total entre le domicile de Nabil et celui de ses parents. Arrondis au dixième.

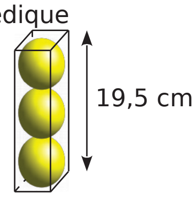
46 Mathieu a construit une fusée à partir de différents objets :
- pour le corps, une boîte de conserve cylindrique de hauteur 10 cm et dont le disque de base a un rayon de 5 cm ;
- pour le cockpit, un cône de révolution de hauteur 5 cm dont la base correspond exactement à celle du cylindre ;
- les réacteurs de la fusée sont trois pyramides à base carrée de côté 1,5 cm et de hauteur 2 cm.

Il met de la poudre dans la fusée afin de la propulser dans les airs. Il sait que 1 g de poudre occupe 250 mm^3 et que 5 g de poudre permettent à la fusée de monter de 7,5 cm.

Si Mathieu remplit totalement la fusée, de quelle hauteur va-t-elle monter ?

47 Tennis

Une boîte de forme parallélépipédique contient trois balles de tennis comme indiqué dans la figure ci-contre.
Calcule le pourcentage, arrondi à l'unité, du volume de la boîte occupé par les balles.



9782210106345-0MEP.indb 224 24/06/16 10:40

En utilisant le numérique

48 Problème de partage

a. Avec un logiciel de géométrie place 3 points A, B et C et construis le triangle ABC. Place le point D sur le segment [BC] puis trace la demi-droite [AD).

b. Déplace le point D pour que les aires des triangles ACD et ABD soient égales.

c. Où semble se situer alors le point D ?

d. Construis la hauteur commune aux triangles ACD et ABD. Explique alors le résultat que tu as observé.

e. Où faut-il placer le point D sur le segment [BC] pour que l'aire du triangle ACD soit dix fois plus petite que celle du triangle ABC ?

49 Démarche expérimentale

Conjecture

a. Avec un logiciel de géométrie dynamique, construis un triangle ABC, place le milieu M du côté [BC] puis trace le segment [AM].

b. Compare les aires des triangles ABM et ACM.Que constates-tu ?

Démonstration

c. Sur ton cahier, trace à main levée un schéma correspondant à la figure précédente.

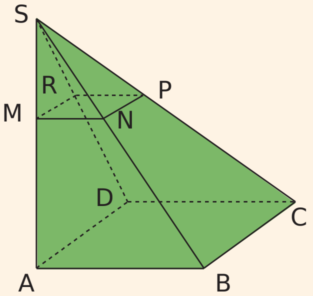
d. Place le point H, pied de la hauteur issue de A du triangle ABC.

e. Écris une expression égale à l'aire du triangle ABM puis une autre égale à l'aire de ACM.

f. Conclus.

50 Extrait du Brevet

Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide à base carrée de hauteur [SA] telle que AB = 9 cm et SA = 12 cm. Le triangle SAB est rectangle en A. Soit M un point de [SA] tel que



SM = x cm, où x est compris entre 0 et 12. On appelle MNPR la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base passant par M.

a. Montrer que MN = 0,75 x.

b. Soit $A(x)$ l'aire du carré MNPR en fonction de x. Montrer que $A(x)$ = 0,562 5 x^2.

c. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

x en cm	0	2	4	6	8	10	12
$A(x)$ en cm²							

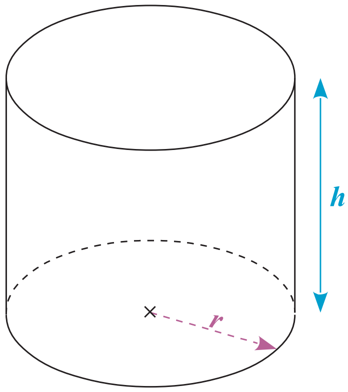
d. Placer dans un repère les points d'abscisse x et d'ordonnée $A(x)$ donnés par le tableau.

e. L'aire de MNPR est-elle proportionnelle à la longueur SM ? Justifier à l'aide du graphique.

51 Cylindre et proportionnalité

On a représenté sur la figure ci-dessous un cylindre de hauteur h dont le rayon de la base est r.

On rappelle que le volume d'un cylindre est donné par la formule :



$$\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \text{aire d'une base} \times \text{hauteur.}$$

a. Calcule le volume exact en cm³ d'un cylindre de hauteur 15 cm dont le rayon de la base est 10 cm. Donne une valeur approchée du résultat en litres au dixième.

b. À l'aide d'un tableur, reproduis la feuille de calcul suivante.

	A	B
1	Hauteur (en cm)	15
2	Rayon de la base (en cm)	10
3	Volume du cylindre (en cm³)	
4	Volume du cylindre (en L)	

c. Programme les cellules B3 et B4 qui te permettront de calculer le volume du cylindre en cm³ et en litres, connaissant sa hauteur et le rayon de la base.

1er cas : Dans les questions **d.** à **f.**, on s'intéresse à un cylindre de hauteur 15 cm.

9782210106345-0MEP.indb 225 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

d. Recopie puis complète le tableau suivant à l'aide de la feuille de calcul.

Rayon de la base (en cm)	2	6	10	12	15	16	20
Volume du cylindre (en L)							

e. En observant le tableau de la question **d.**, que dire du volume du cylindre si le rayon de la base est doublé ?

f. À partir du tableau de la question **d.**, réalise un graphique représentant respectivement le volume d'un cylindre en fonction du rayon de la base.
Le volume d'un cylindre dont la hauteur est donnée est-il proportionnel au rayon de la base ?

2e cas : Dans les questions **g.** à **i.**, on s'intéresse à un cylindre dont le rayon de la base est 10 cm.

g. Recopie puis complète le tableau suivant à l'aide de la feuille de calcul.

Hauteur (en cm)	10	12	15	20	25	40	50
Volume du cylindre (en L)							

h. En observant le tableau de la question **g.**, que dire du volume du cylindre si sa hauteur est doublée ?

i. À partir du tableau de la question **g.**, réalise un graphique représentant le volume d'un cylindre en fonction de sa hauteur.
Le volume d'un cylindre dont le rayon de la base est donné est-il proportionnel à sa hauteur ?

52 Compléter un programme

Compléter le programme suivant pour qu'il convertisse une durée donnée en heures, en heures, minutes secondes.

- lire le nombre A
- heure = partie entière de A
- minute =A-heure * …
- ….
- seconde = …
- afficher heure + « heures » + minute + « minutes » + seconde + « secondes ».

53 Calcul de durée

Écris un programme qui
- lit deux dates (h,min,sec)
- affiche la durée (h,min,sec) entre ces dates.

54 Calcul d'aire

Écris un programme qui calcule l'aire d'un triangle à partir de la donnée de la base et de la hauteur.

55 Calcul d'une hauteur

Reprendre le programme de l'exercice 54 pour calculer la hauteur d'un triangle à partir de la donnée de la base et de l'aire.

56 Calotte sphérique

Le volume d'une calotte sphérique est : $V=\frac{\pi}{3}\times h^2\times(3r-h)$ où r est le rayon de la boule et h la hauteur de la calotte.

a. Écris un programme qui calcule le volume d'une calotte sphérique à partir de la donnée du diamètre et de la hauteur.
b. À l'aide de ce programme, détermine le volume d'une calotte de 6 cm de diamètre et de 5 cm de hauteur.

57 Des boules

a. Écris un programme qui calcule le volume d'une boule d'après la donnée de son rayon en cm.
b. Modifie ce programme pour qu'il calcule le volume total de 5 boules dont le rayon de la plus petite est donné, et le rayon des suivantes augmentent de 2cm à chaque fois.
c. Même question, mais avec n boules où n est donné par l'utilisateur.

58 Bissextile, ou pas

a. Écris un programme qui calcule le nombre de secondes qu'il y a dans une année, selon qu'elle soit bissextile ou pas. On précisera si l'année est bissextile.

b. Modifier le programme pour qu'il demande l'année, détermine si elle est bissextile, puis calcule le nombre de secondes qu'elle contient.
Une année est bissextile si elle est divisible par 4 mais pas par 100, ou si elle est divisible par 400.

9782210106345-0MEP.indb 226 24/06/16 10:40

Angles et triangles

D1

Objectifs de cycle

Position relative de deux droites	test n° 1	Niveau 1
Inégalité triangulaire		
Utiliser l'inégalité triangulaire	test n° 2	Niveau 1
Vérifier si un triangle est constructible	tests n° 3 et 4	Niveau 1
Construire un triangle	test n° 5	Niveau 1
Droites remarquables du triangle		
Construire le cercle circonscrit à un triangle	test n° 6	Niveau 1
Construire une hauteur d'un triangle	test n° 7	Niveau 1
Angles et droites		
Reconnaître des angles alternes-internes	tests n° 12 et 13	Niveau 1
Démontrer que deux droites sont parallèles	test n° 14	Niveau 1
Déterminer des mesures d'angles	test n° 15	Niveau 1
Angles d'un triangle		
Utiliser la somme des angles d'un triangle	tests n° 8, 9, 10 et 11	Niveau 1

- La position relative de deux droites est revue rapidement. Le manuel numérique propose des compléments de remédiation.
- Les angles sont étudiés successivement dans un triangle (somme de deux angles), avec des droites parallèles (angles alternes-internes et angles correspondants) et avec des droites perpendiculaires (trigonométrie).
- En ce qui concerne les droites remarquables d'un triangle, sont étudiées la médiatrice et la hauteur. Pour aller plus loin, la notion du cercle circonscrit est abordée.

Activités de découverte

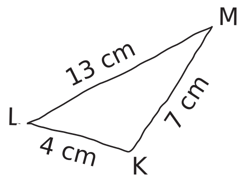
Activité 1 Hasardons-nous à construire un triangle

1. Choisis trois nombres compris entre 2 et 15. Note-les sur ton cahier. À main levée, trace un triangle dont les trois nombres choisis sont les mesures de ses côtés (en cm).

2. Essaie de tracer précisément ce triangle (en t'aidant de ta règle et de ton compas).

3. Tous les élèves de la classe ont-ils forcément réussi à tracer leur triangle ? Explique pourquoi.

4. Penses-tu qu'il soit possible de tracer en vraie grandeur le triangle représenté ci-contre à main levée ? Justifie.



5. Avec un logiciel de géométrie dynamique, place trois points A, B et M et trace le segment [AB].

6. Compare les distances AM + MB et AB. Que se passe-t-il lorsque M se trouve sur le segment [AB] ?

Activité 2 : Trois données insuffisantes

1. Trace un triangle EFG tel que $\widehat{EFG} = 48°$, $\widehat{FGE} = 70°$ et $\widehat{GEF} = 62°$. Mesure le périmètre de ce triangle. Obtiens-tu la même valeur que tous les autres élèves de la classe ?

2. Deux triangles pour les mêmes mesures

a. Trace un segment [RS] qui mesure 5 cm et une demi-droite [Sx) telle que $\widehat{RSx} = 50°$.

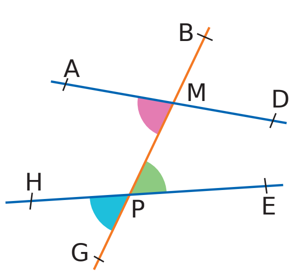
b. Trace le cercle de centre R et de rayon 4 cm. Celui-ci coupe la demi-droite [Sx) en deux points que tu nommeras T et U.

c. Quelles mesures sont communes aux triangles RST et RSU ? Combien y en a-t-il ?

d. Trois mesures permettent-elles toujours de construire un triangle unique ? Justifie.

Activité 3 Quand ils sont symétriques, ils sont sympathiques

1. Les angles $\widehat{AMG}$ et $\widehat{EPB}$ sont des angles alternes-internes déterminés par les droites **(AD)**, **(HE)** et la sécante **(BG)**. Cite une autre paire d'angles alternes-internes déterminés par les droites (AD), (HE) et la sécante (BG).



2. Sur ton cahier, place trois points A, M et O non alignés.

3. Construis les points B et N symétriques respectifs des points A et M par rapport à O. Trace les droites (AM), (BN) et (MN).

4. Que peux-tu dire des droites (AM) et (BN) ? Justifie ta réponse.

5. Comment peux-tu qualifier les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{BNM}$?

9782210106345-0MEP.indb 228 24/06/16 10:40

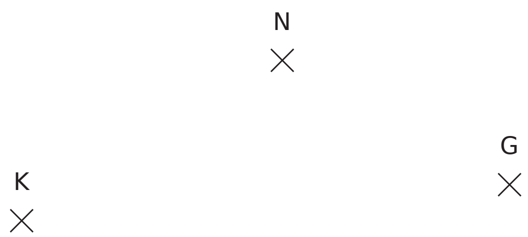
Activité 4 Un joli cercle d'amis

Kévin et Nicolas ont tous les deux leur arbre fétiche sous lequel ils aiment se reposer à l'ombre. Mais ils aiment aussi faire la course en partant chacun de leur arbre. Pour que la course soit équitable, il faut que l'arrivée soit située à la même distance des deux arbres.

1. Avec les instruments

e. Sur ton cahier, place deux points K et N (distants de 4 cm) pour représenter les arbres de Kévin et de Nicolas. Construis ensuite un point à égale distance des deux arbres K et N et places-y un drapeau.

f. Gabin a aussi son arbre et il aimerait bien jouer avec Nicolas au même jeu. Sur ton cahier, place un point G, comme sur la figure ci-dessous représentant l'arbre de Gabin.



Où peuvent-ils planter le drapeau ? Pourquoi ?

g. Yann n'a pas d'arbre à lui mais veut aussi courir avec ses amis. Nicolas est catégorique : « Si tu veux jouer avec nous, ton arbre doit être aussi loin du drapeau que les nôtres ! ».
Place plusieurs points où pourrait être l'arbre de Yann. Où semblent se situer ces points ?
Trace, au crayon de papier, l'ensemble des points où pourrait être l'arbre de Yann.

2. Avec un logiciel de géométrie dynamique

a. Trace un triangle KNG.

b. Construis les médiatrices des côtés du triangle. Place O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

c. Déplace les sommets du triangle. Etudie la position du point O.

d. Sur une nouvelle figure, trace un triangle puis les trois hauteurs de ce triangle. Place H le point de concours des hauteurs.

e. Déplace les sommets du triangle. Étudie la position du point H.

Activité 5 Angles et triangles

1. Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique

a. Trace un triangle et fais afficher les mesures des trois angles du triangle.

b. Que remarques-tu ?

2. Démonstration

a. Construis un triangle ABC. Place les points I et J, milieux respectifs de [AC] et [AB]. Construis les points C', symétrique de C par rapport à J et B', symétrique de B par rapport à I.

b. Démontre que les droites (AB') et (AC') sont parallèles à la droite (BC). Que peux-tu dire des points C', A et B' ?

c. Que peux-tu dire des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAC'}$ d'une part et de $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CAB'}$ d'autre part ? Conclus.

Cours et méthodes

1 Position relative de deux droites

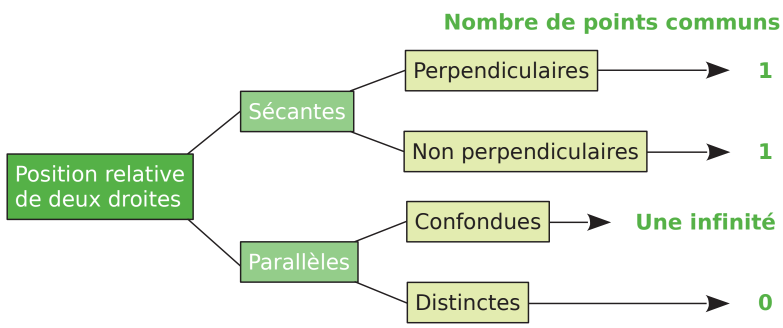
Propriété 1

Deux droites sont :
- soit sécantes ;
- soit parallèles.

Propriété 2

Deux droites sécantes sont :
- soit perpendiculaires.
- soit non perpendiculaires.

» **Remarque :** On peut résumer ceci dans un organigramme.



2 Inégalité triangulaire

Propriété

Dans un triangle, **la longueur d'un côté** est toujours **inférieure** à **la somme des longueurs des deux autres côtés**.
S'il y a égalité, les trois points sont alignés.

» **Remarque :** Pour vérifier si on peut construire un triangle, il suffit de vérifier que la plus grande longueur est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Entraîne-toi à Vérifier qu'un triangle est constructible

Énoncé

Peut-on construire le triangle COR avec CO = 5 cm ; OR = 6 cm et RC = 4 cm ?

Correction

Dans le triangle COR, [OR] est le plus grand côté.
Donc on calcule la somme des deux autres :
RC + CO = 4 + 5 = 9 .
Comme OR < RC + CO, le triangle COR est constructible.

3 Droites remarquables du triangle

A. Médiatrice

Définition

Les **médiatrices d'un triangle** sont les médiatrices des côtés de ce triangle, c'est à dire les droites perpendiculaires aux côtés passant par leur milieu.

Propriété 1

La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points **équidistants** des extrémités de ce segment. Soit (d) la médiatrice de [AB] : dire que M est sur la droite (d) est équivalent à dire que MA = MB.

Propriété 2

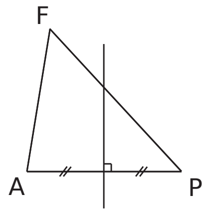
Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le **centre du cercle circonscrit à ce triangle.**

9782210106345-0MEP.indb 230 24/06/16 10:40

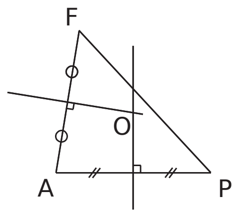
Entraîne-toi à Tracer le cercle circonscrit à un triangle

■ **Enoncé:** Trace un triangle FAP et son cercle circonscrit

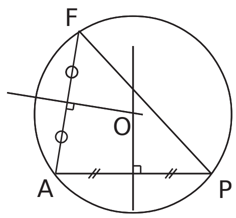
Correction:



On construit la **médiatrice** du segment [AP].



Il suffit de construire les médiatrices de deux côtés. Elles se coupent en O.



Le cercle circonscrit est le cercle de centre O et de rayon OA (ou OF ou OP).

B. Hauteur

Définition

Une **hauteur d'un triangle** est une droite perpendiculaire à un côté du triangle passant par le sommet opposé à ce côté.

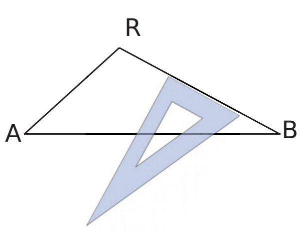
Propriété

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé **orthocentre.**

Entraîne-toi à Tracer une hauteur d'un triangle

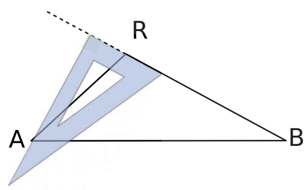
■ **Enoncé:** Trace un triangle ARB et la hauteur relative au côté [BR].

Correction:

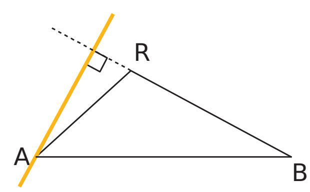


On positionne l'équerre perpendiculairement au côté [BR].

On fait glisser l'équerre jusqu'au point A.



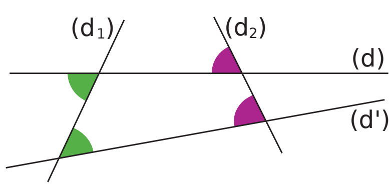
Il faut parfois prolonger le côté [BR].



La hauteur relative au côté [BR] est la droite perpendiculaire au côté [BR] et passant par A.

4 Angles et droites

Définitions



Les angles verts sont **alternes-internes**. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_1).

Les angles violets sont **correspondants**. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_2).

9782210106345-0MEP.indb 231 24/06/16 10:40

Propriétés

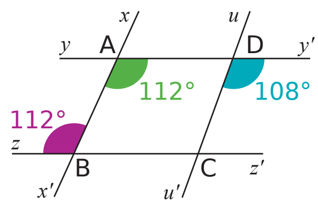
Si deux angles alternes-internes sont de même mesure **alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles**.

Si deux angles correspondants sont de même mesure **alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles**.

Entraîne-toi à Démontrer que deux droites sont parallèles

Énoncé

Les droites (yy') et (zz') sont-elles parallèles ? Les droites (xx') et (uu') sont-elles parallèles ?



Correction

- Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ déterminés par les droites (yy'), (zz') et la sécante (xx') sont alternes-internes.
  Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ ont la même mesure.
  Donc les droites (yy') et (zz') sont parallèles.
- Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ déterminés par les droites (xx'), (uu') et la sécante (yy') sont correspondants.
  Si les droites (xx') et (uu') étaient parallèles alors les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas.
  Donc les droites (xx') et (uu') ne sont pas parallèles.

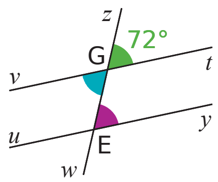
Propriétés

Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles **alors ils ont la même mesure**.

Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles **alors ils ont la même mesure**.

Entraîne-toi à Déterminer des mesures d'angles

Énoncé : Les droites (vt) et (uy) sont parallèles. Calcule la mesure des angles $\widehat{zEy}$ et $\widehat{vGw}$.



Les angles correspondants $\widehat{zGt}$ et $\widehat{zEy}$ sont déterminés par les droites (vt) et (uy) qui sont <u>parallèles</u>. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{zEy}$ mesure donc 72°.

Les angles $\widehat{zGt}$ et $\widehat{vGw}$ sont opposés par le sommet. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{vGw}$ mesure donc 72°.

5 Angles d'un triangle

Propriété

Dans un triangle, **la somme des mesures des angles** est égale à 180°.

Entraîne-toi à Utiliser la somme des mesures des trois angles d'un triangle

Énoncé

Le triangle PAF est tel que $\widehat{PAF} = 67°$ et $\widehat{FPA} = 56°$.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{PFA}$?

Correction

$\widehat{PAF} + \widehat{FPA} = 67° + 56° = 123°$.
Or, la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.
Donc $\widehat{PFA} = 180° - 123° = 57°$.

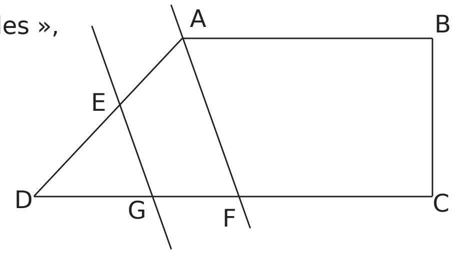
9782210106345-0MEP.indb 232 24/06/16 10:40

Je me teste

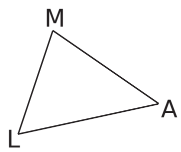
Niveau 1

1 Recopie et complète les phrases avec les mots : « parallèles », « perpendiculaires » ou « sécantes et non perpendiculaires ».

a. Les droites (AB) et (AD) semblent … .
b. Les droites (AB) et (BC) semblent … .
c. Les droites (GE) et (FA) semblent … .
d. Les droites (AB) et (CF) semblent … .
e. Les droites (BC) et (GE) semblent … .



2 Écris toutes les inégalités pour le triangle ci-dessous.



3 Le triangle THE avec TH = 3,4 cm ; HE = 7 cm et ET = 3,7 cm est-il constructible ?

4 Peut-on construire le triangle SEL tel que SE = 9 cm ; EL = 3 cm et LS = 4 cm ? Justifie ta réponse.

5 Construis un triangle LET tel que $\widehat{ETL} = 55°$; ET = 5 cm et TL = 4,3 cm.

6 Trace le cercle circonscrit au triangle EST tel que ET = 4,6 cm ; $\widehat{SET} = 93°$ et $\widehat{ETS} = 34°$.

7 Construis un triangle TAX tel que TA = 6,3 cm ; $\widehat{TAX} = 57°$ et $\widehat{ATX} = 63°$ et trace ses hauteurs.

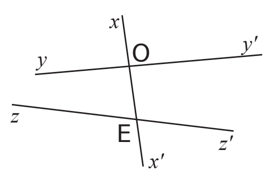
8 Peut-on tracer le triangle DOG avec $\widehat{DOG} = 72°$; $\widehat{OGD} = 37°$ et $\widehat{GDO} = 73°$? Justifie ta réponse.

9 Dans le triangle RAT, l'angle $\widehat{RAT}$ mesure 34° et l'angle $\widehat{ATR}$ mesure 23°. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{TRA}$?

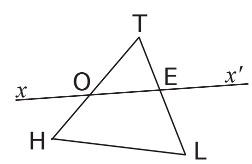
10 Le triangle BEC est isocèle en B et $\widehat{EBC}$ mesure 107°. Quelles sont les mesures des deux autres angles ?

11 Quelles sont les mesures des angles d'un triangle équilatéral ?

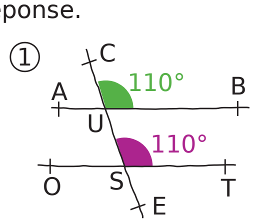
12 Sur la figure ci-dessous, les angles $\widehat{yOx'}$ et $\widehat{xEz'}$ sont-ils alternes-internes ? Justifie.

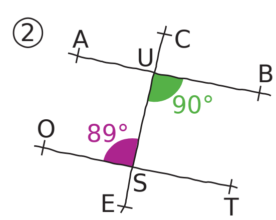


13 Sur la figure ci-dessous, nomme deux paires d'angles alternes-internes.

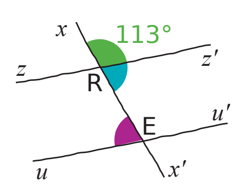


14 Dans chaque cas, indique si les droites (AB) et (OT) sont parallèles. Justifie ta réponse.





15 Sur la figure ci-contre, les droites (zz') et (uu') sont parallèles. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{x'Rz'}$ puis celle de l'angle $\widehat{uEx}$.



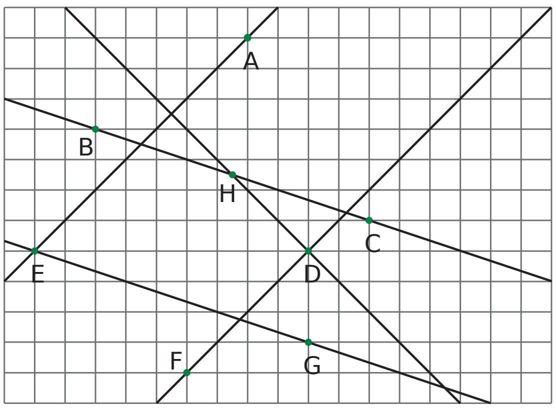
➔ Voir Corrigés p. 368

9782210106345-0MEP.indb 233 24/06/16 10:40

Je m'entraîne

Positions relatives de deux droites

1 En utilisant le quadrillage, nomme les droites parallèles et celles perpendiculaires.



2 Pour chacune des affirmations, écris si elle est vraie ou fausse et justifie ta réponse.

a. Trois droites sécantes sont concourantes.

b. Deux droites non parallèles sont sécantes.

c. Deux droites peuvent avoir exactement trois points communs.

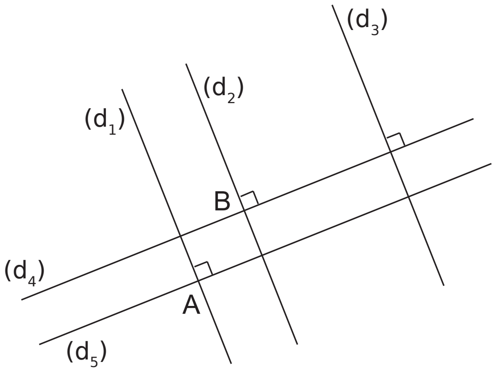
d. Deux droites non perpendiculaires sont sécantes.

3 Recopie et complète les phrases suivantes.

a. (d_5) est ... droite ... à la droite (d_1) passant par le point ... ;

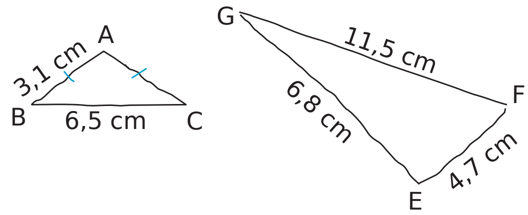
b. (d_4) est la droite ... à la droite (d_2) en ... ;

c. (d_3) est ... droite ... à la droite (d_4).



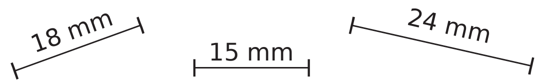
Utiliser l'inégalité triangulaire

4 Peux-tu construire ces figures ? Que remarques-tu ?



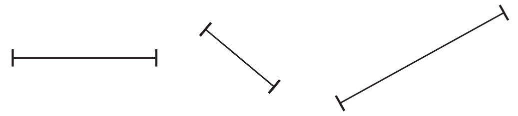
5 Dans chacun des cas suivants, indique, sans le construire, si les trois segments donnés peuvent être les côtés d'un même triangle.

a. En effectuant des calculs.



b. En mesurant et en effectuant les calculs nécessaires.

c. À l'aide du compas et d'une demi-droite à tracer sur ton cahier.



6 **À toi de choisir !**

8 cm	5 cm	12 cm	2 cm
10 cm	12 cm	15 cm	10 cm
9 cm	3 cm	5 cm	7 cm

Choisis trois nombres du tableau (chacun une seule fois) correspondant aux longueurs des côtés d'un triangle :

a. non constructible ;

b. isocèle ;

c. quelconque ;

d. de périmètre 13 cm.

7 Les trois côtés d'un triangle YHU ont pour mesures des nombres entiers d'unités de longueur. Dans chaque cas, indique les valeurs minimale et maximale possibles pour YH lorsque :

a. UH = 6 et UY = 6 ;

b. UH = 12 et UY = 3.

9782210106345-0MEP.indb 234 24/06/16 10:40

8 On considère trois points B, U et S.

a. On suppose que BU = 7 cm, US = 16 cm et SB = 9 cm.
Les points B, U et S sont-ils alignés ?
Si oui, dans quel ordre ?

b. À présent, on suppose que BU = 5 cm, US = 13 cm et SB = 7 cm. Les points B, U et S sont-ils alignés ?
Si non, quelle longueur peux-tu modifier pour que B appartienne au segment [US] ?

9 Marie a recopié l'exercice de mathématiques à faire pour demain.
En voici l'énoncé :

« ABCD est un quadrilatère tel que :
AB = 3 cm ; BC = 5 cm ; AC = 7 cm ;
CD = 3 cm et BD = 1 cm. ».

Après plusieurs essais sans succès, Marie réalise qu'il faudrait modifier une des longueurs. Elle ne sait pas laquelle choisir. Aide-la à modifier une des longueurs pour que la construction soit possible.

10 Soit un segment [AB] mesurant 7 cm. Construis sur la même figure, lorsque cela est possible, des points M, N, P, Q, R et S du même côté de (AB), vérifiant les conditions ci-dessous. Dans les cas où les points sont alignés, tu préciseras la position relative des trois points.

a. AM = 6 cm et BM = 4,5 cm.

b. AN = 4,8 cm et BN = 2,2 cm.

c. AP = 5 cm et BP = 12 cm.

d. AQ = 3,1 cm et BQ = 3 cm.

e. AR = 6,5 cm et BR = 2,4 cm.

f. AS = 11 cm et BS = 4 cm.

11 Le périmètre d'un triangle est 18 cm. Ce triangle peut-il avoir un côté …

a. de 7 cm ? Justifie.

b. de 6,4 cm ? Justifie.

c. de 10,5 cm ? Justifie.

d. de 9 cm ? Justifie.

Construire un triangle

12 Dans chaque cas, replace les informations sur une figure à main levée.

a. Le triangle SUR tel que :
SU = 4,5 cm, $\widehat{USR}$ = 60° et $\widehat{RUS}$ = 40°.

b. Le triangle QTD tel que :
QT = 1 dm, TD = 7 cm et $\widehat{QTD}$ = 110°.

c. Le triangle MFV tel que :
MF = 9 cm, FV = 12 cm et MV = 6 cm.

13 Dans chaque cas, dessine une figure à main levée (code les longueurs et les angles).

a. Le triangle POL isocèle en P tel que :
PO = 14 cm et LO = 5 cm.

b. Le triangle DYS isocèle en Y tel que :
DS = 7,2 cm et $\widehat{DYS}$ = 95°.

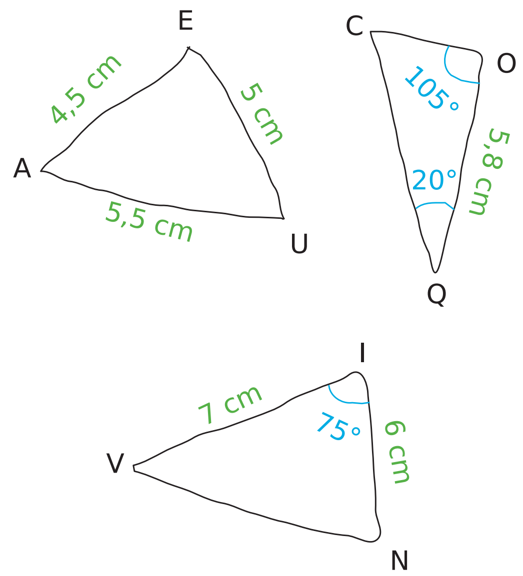
c. Le triangle GEH isocèle en G tel que :
EG = 4,8 cm et $\widehat{GEH}$ = 57,2°.

d. Le triangle MER équilatéral tel que :
ME = 5 cm.

e. Le triangle FAC rectangle en C tel que :
CA = 6,5 cm et $\widehat{AFC}$ = 50°.

f. Le triangle BUT rectangle isocèle en U tel que : BU = 3,8 cm.

14 Reproduis en vraie grandeur les triangles suivants.



9782210106345-0MEP.indb 235 24/06/16 10:40

Je m'entraîne

15 **Un schéma pour une figure**

Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur ces triangles.

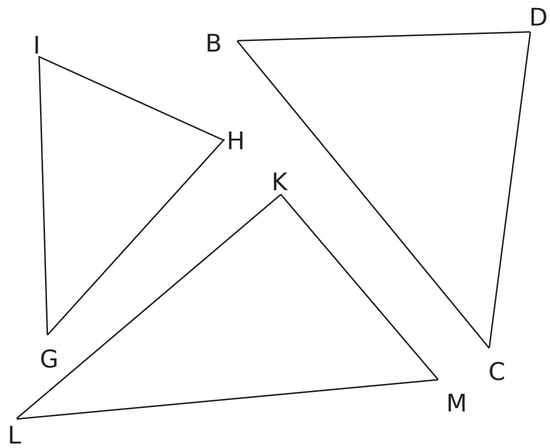
a. Le triangle GHI tel que :
GH = 8 cm, HI = 5 cm et GI = 6 cm.

b. Le triangle MNO tel que :
MN = 4,5 cm, MO = 7 cm et $\widehat{NMO}$ = 48°.

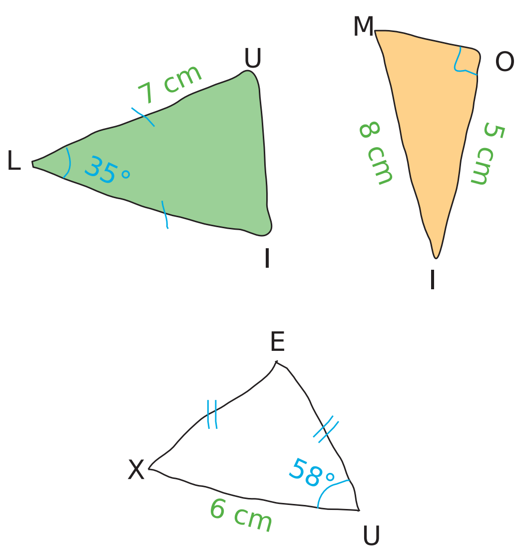
c. Le triangle DEF tel que :
$\widehat{FDE}$ = 45°, DE = 8 cm et $\widehat{FED}$ = 28°.

d. Le triangle ABC tel que :
AB = 4 cm, AC = 6,7 cm et $\widehat{BAC}$ = 132°.

16 Reproduis les triangles suivants en utilisant uniquement une règle non graduée et un compas.



17 Reproduis en vraie grandeur les triangles suivants.



18 Trace une figure à main levée puis construis, en vraie grandeur, les triangles suivants :

a. Le triangle VUZ isocèle en U tel que :
VU = 6,5 cm et VZ = 4,5 cm.

b. Le triangle KGB équilatéral tel que :
KG = 6 cm.

c. Le triangle CIA rectangle en C tel que :
$\widehat{CIA}$ = 37° et CI = 5,5 cm.

d. Le triangle RTL isocèle en T tel que :
RT = 8 cm et $\widehat{TRL}$ = 48°.

19 Après avoir effectué les calculs nécessaires, trace chacun des triangles suivants en vraie grandeur.

a. Le triangle EFG tel que :
EF = 7,5 cm, $\widehat{EFG}$ = 49° et $\widehat{EGF}$ = 72°.

b. Le triangle PLM équilatéral de périmètre 15 cm.

c. Le triangle RST isocèle en S de périmètre 13 cm et tel que ST = 4 cm.

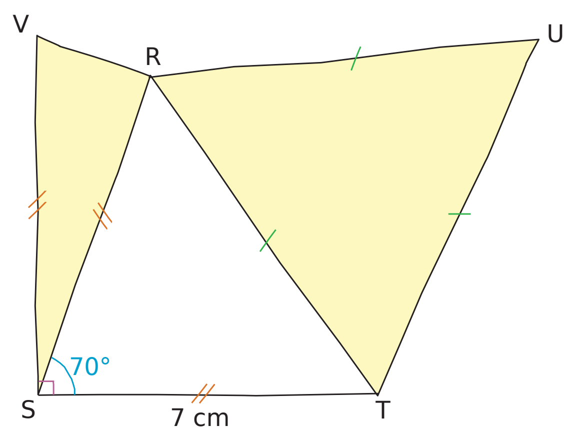
d. Le triangle AYB isocèle et rectangle en Y tel que BA = 7 cm.

e. Le triangle OCI isocèle en I tel que :
CO = 4,5 cm et $\widehat{CIO}$ = 30°.

f. Le triangle CDG isocèle en G tel que
$\widehat{CDG}$ = 50° et CD = 3,6 cm .

20 **Construire puis décrire**

a. Sur ton cahier, reproduis en vraie grandeur la figure suivante.



b. Écris le programme de construction.

9782210106345-0MEP.indb 236 24/06/16 10:40

Droites remarquables du triangle

21 **Vocabulaire**

a. Construis un triangle BOA. Trace la droite (d_1) perpendiculaire à (BO) et passant par A.

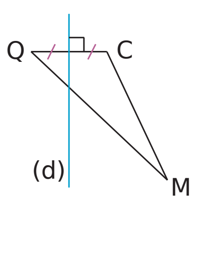
b. Trace la droite (d_2) qui coupe l'angle $\widehat{BOA}$ en deux angles de même mesure.

c. Trace la droite (d_3) qui passe par O et par le milieu de [BA].

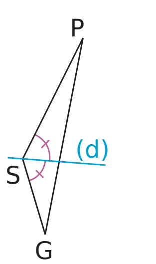
d. Reformule les questions précédentes en utilisant les mots : médiane, bissectrice et hauteur.

22 Décris précisément la droite (d) en utilisant les mots : médiatrice, bissectrice et hauteur.

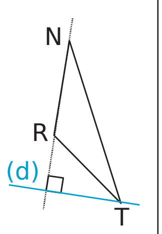
a.



b.



c.



23 Construis un triangle TOC à la règle. À main levée, trace puis code :

a. en bleu, la médiatrice de [TO] ;

b. en rouge, la hauteur issue de O.

24 **Médiatrices d'un triangle**

a. Construis un triangle CJR.

b. Trace en rouge la médiatrice de [JR] à l'aide du compas.

c. Trace en noir la médiatrice de [CJ] avec la règle graduée et l'équerre.

d. Construis la médiatrice (d) de [CR] avec seulement une équerre non graduée. Explique ta réponse.

e. Comment pouvait-on construire (d) avec uniquement une règle graduée ? Explique ta réponse.

25 Dans chaque cas, construis le triangle LYS puis son cercle circonscrit. (Tu nommeras O son centre.)

a. LS = 8 cm, $\widehat{YLS}$ = 65° et $\widehat{YSL}$ = 45°.

b. LS = 4 cm, LY = 5 cm et $\widehat{YLS}$ = 103°.

c. LYS est isocèle en L tel que LY = 8 cm et YS = 5,5 cm.

d. LYS est un triangle équilatéral de côté 6 cm.

26 **Sois malin !**

a. Construis un triangle MEC tel que son cercle circonscrit ait un rayon de 5 cm.

b. Construis un triangle RNB isocèle en B avec BN = 4 cm tel que son cercle circonscrit ait un rayon de 5 cm.

27 **Dans un triangle rectangle**

a. Construis un triangle TAC rectangle en A à la règle puis trace à main levée puis code :

- en bleu, la médiatrice de [AC] ;
- en rouge, la hauteur issue de A.

b. Que peux-tu dire de (AC) ? Pourquoi ?

c. Est-il nécessaire de tracer la hauteur issue de T ? Justifie.

28 **« relative à » ou « issue de »**

a. Construis le triangle JVE puis trace :

- en bleu, la hauteur issue du sommet E ;
- en noir, la hauteur issue du sommet J ;
- en rouge, la hauteur relative à [JE].

b. Quelle remarque peux-tu faire ?

29 **Position de l'orthocentre**

Trace les hauteurs dans les cas suivants :

a. un triangle DER ayant trois angles aigus.

b. un triangle NRV tel que $\widehat{NRV}$ soit obtus.

c. un triangle GHT rectangle en T.

d. Quelles remarques peux-tu faire ?

30 **Étonnant centre ?**

a. Trace un triangle CSR quelconque.

b. Place :

- le milieu C' du côté [SR]
- le milieu S' du côté [CR]
- le milieu R' du côté [CS].

c. Trace le triangle C'S'R' puis les hauteurs de ce triangle.

d. Place O l'orthocentre du triangle.

e. Trace le cercle de centre O et de rayon [OR].

f. Quelle conjecture peux-tu écrire ?

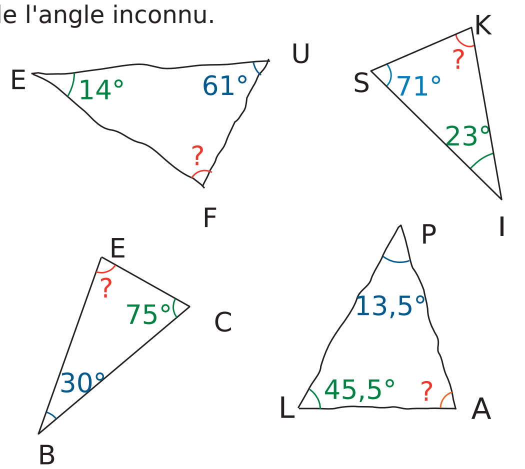
9782210106345-0MEP.indb 237 24/06/16 10:40

Je m'entraîne

Utiliser la somme des mesures des angles d'un triangle

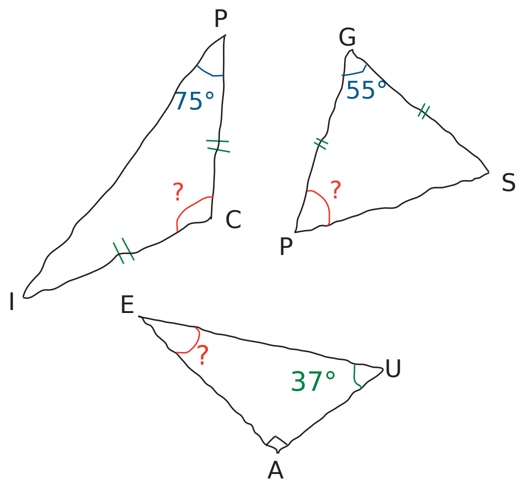
31 Calculer la mesure d'un angle

Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle inconnu.



32 Calculer la mesure d'un angle (bis)

Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle demandé.



33 Sans figure !

a. PIF est un triangle tel que $\widehat{IFP} = 44°$ et $\widehat{FPI} = 40°$. Calcule la mesure de $\widehat{PIF}$.

b. COL est un triangle tel que $\widehat{CLO} = 5{,}5°$ et $\widehat{LCO} = 160{,}5°$. Calcule la mesure de $\widehat{COL}$.

34 Presque sans figure !

Dans chaque cas, trace un schéma à main levée puis calcule l'angle $\widehat{OUI}$.

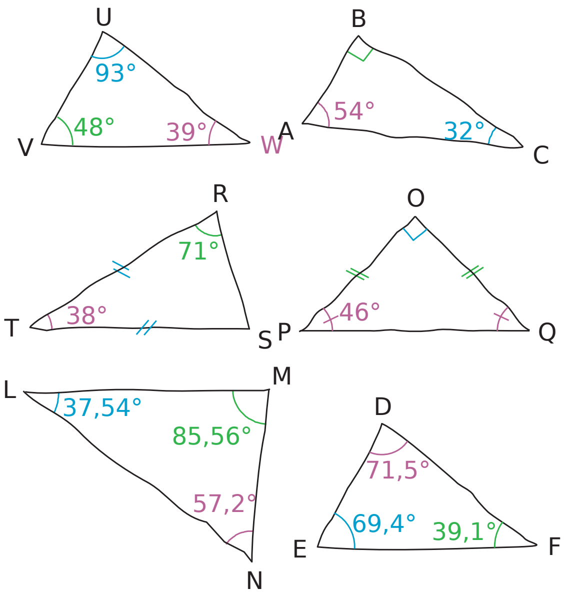
a. OUI est rectangle en I et $\widehat{IOU} = 58°$.

b. OUI est isocèle en I et $\widehat{IOU} = 58°$.

c. OUI est isocèle en O et $\widehat{IOU} = 58°$.

35 Erreurs ?

Les triangles représentés ci-dessous à main levée sont-ils constructibles ? Justifie chacune de tes réponses par un calcul.



36 À toi de choisir !

60°	50°	10°	40°
90°	80°	60°	80°
50°	60°	50°	10°

Choisis trois nombres du tableau correspondant aux mesures d'angles d'un triangle :

a. quelconque ; **c.** non constructible ;

b. équilatéral ; **d.** isocèle non équilatéral.

37 Nature du triangle

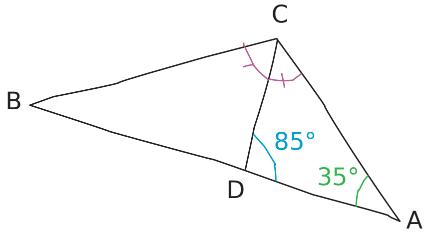
Dans chacun des cas suivants, quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie.

a. $\widehat{BAC} = 28°$ et $\widehat{ABC} = 124°$.

b. $\widehat{BAC} = 37°$ et $\widehat{ABC} = 53°$.

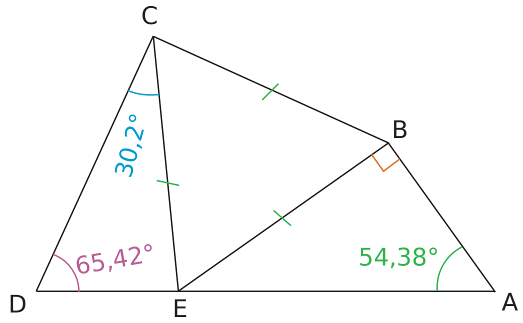
c. $\widehat{ACB} = 60°$ et BA = BC.

38 Calcule, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ sachant que les points A, D et B sont alignés.

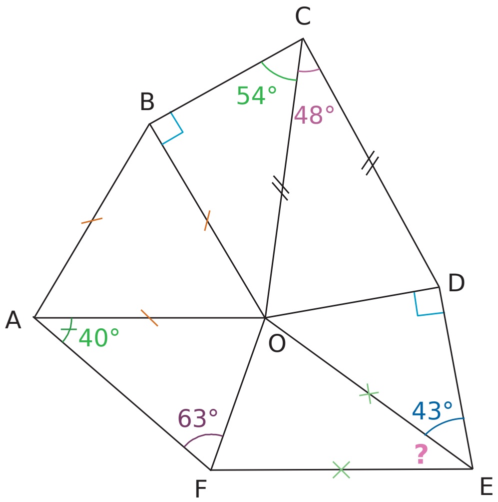


39 **Vrai ou faux ?**

En observant la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, Aline affirme que les points D, E et A sont alignés. Qu'en penses-tu ?



40 À partir des données de la figure, calcule (sans justifier) la mesure de l'angle $\widehat{OEF}$.

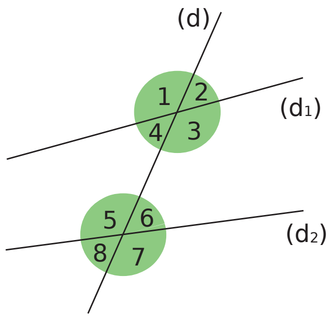


Angles et droites

41 Vocabulaire

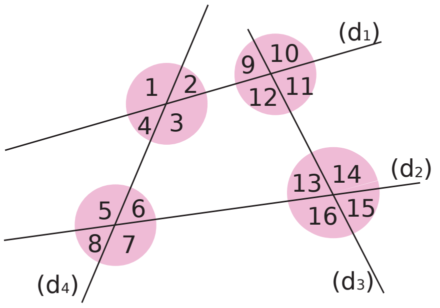
Que peut-on dire des angles :

a. 1 et 5 ?
b. 3 et 5 ?
c. 1 et 4 ?
d. 4 et 6 ?
e. 3 et 7 ?



42 Nomme deux angles de la figure et précise le nom de la sécante correspondante :

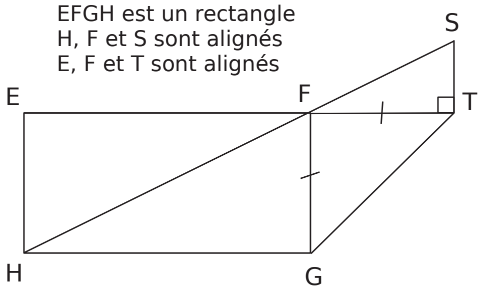
a. alternes-internes avec l'angle 3 ;
b. correspondants avec l'angle 10 ;
c. alternes-internes avec l'angle 13 ;
d. correspondants avec l'angle 7.



43 **Recherche de mesures d'angles**

Nomme deux paires d'angles de la figure :

- alternes-internes aigus ;
- alternes-internes de même mesure ;
- correspondants aigus ;



9782210106345-0MEP.indb 239 24/06/16 10:40

Je m'entraîne

Caractériser des droites parallèles

44 Dans chaque cas, dire si les droites (d_1) et (d_2) sont ou non parallèles et pourquoi.

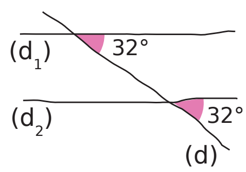


Figure 1

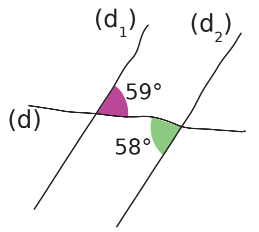
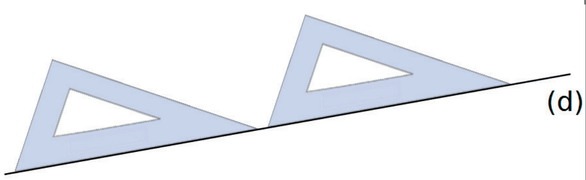


Figure 2

45 **Le coup des équerres !**

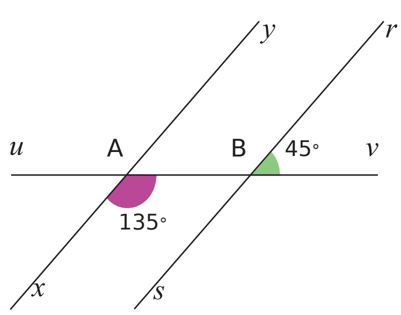
Arnaud a placé ses deux équerres identiques sur la droite (d) comme l'illustre le schéma ci-dessous.



a. Il affirme que, de cette façon, il peut tracer des droites parallèles. Est-ce vrai et pourquoi ?

b. Quelles seraient les autres façons de positionner les équerres pour obtenir deux droites parallèles ?

46 **Angles et droites parallèles**

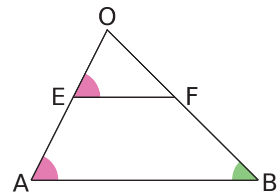


a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{uBr}$.

b. Les droites (xy) et (sr) sont-elles parallèles ?
Justifie ta réponse.

Déterminer des angles formés par des droites parallèles

47 **Parallèles ?**

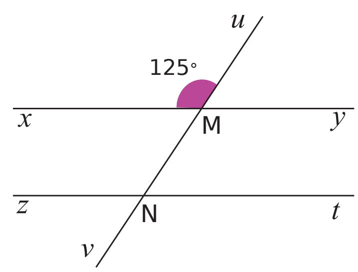


Sur la figure ci-contre, les angles $\widehat{BAE}$ et $\widehat{FEO}$ sont égaux à 58°.

a. Que peux-tu dire des droites (EF) et (AB) ? Justifie ta réponse.

b. On sait de plus que la mesure de l'angle $\widehat{FBA}$ est 45°. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{OFE}$. Justifie ta réponse.

48 **Droites parallèles**



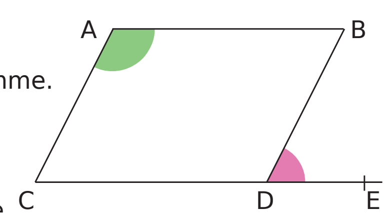
Sur la figure ci-dessus, les droites (xy) et (zt) sont parallèles. L'angle $\widehat{xMu}$ mesure 125°.

a. Donne la mesure de l'angle $\widehat{vMy}$. Justifie ta réponse.

b. Donne d'autres angles dont la mesure est de 125°. Justifie ta réponse.

49 **Angles supplémentaires**

ABDC est un parallélogramme.
C, D et E sont alignés.

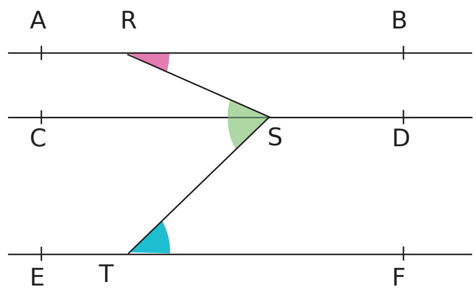


a. Justifie que les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BDC}$ sont de même mesure.

b. Que dire des angles $\widehat{BDC}$ et $\widehat{BDE}$? Pourquoi ? Justifie alors que les deux angles marqués sont supplémentaires.

9782210106345-0MEP.indb 240 24/06/16 10:40

50 Zigzag

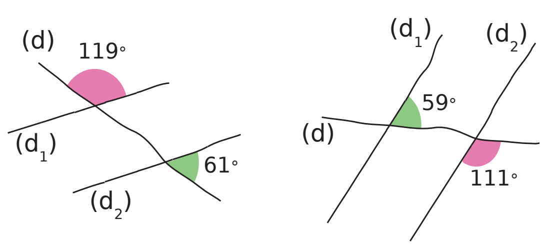


Sur la figure ci-dessus :

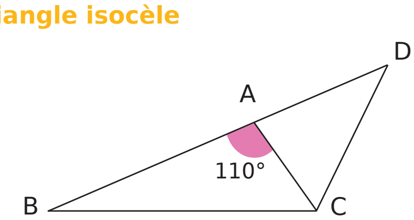
- les droites (AB), (CD) et (EF) sont parallèles ;
- R est un point de la droite (AB), S est un point de la droite (CD) et T est un point de la droite (EF) tels que : $\widehat{BRS} = 20°$ et $\widehat{RST} = 57°$.

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{STF}$.

51 Dans chaque cas, précise si les droites (d_1) et (d_2) sont ou non parallèles et pourquoi.



52 Triangle isocèle



La figure ci-dessus est telle que :

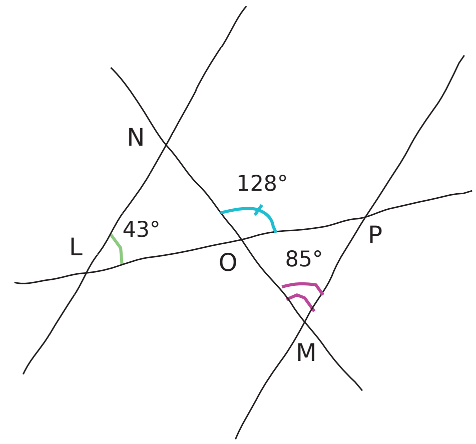
- B, A et D sont des points alignés ;
- $\widehat{BAC} + \widehat{ACD} = 180°$ et $\widehat{BAC} = 110°$.

a. Montre, en justifiant, que les angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont égaux à 70°.

b. Montre alors que le triangle ADC est isocèle.

c. De plus, l'angle $\widehat{ACB}$ mesure 50°. Montre, en justifiant, que $\widehat{BCA} + \widehat{ADC} = 90°$.

53 Parallèles ou non ?



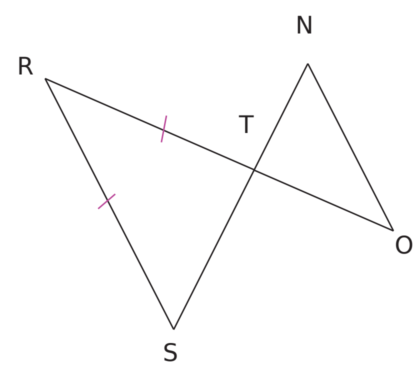
La figure est tracée à main levée.

a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{LON}$.
Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ONL}$.

b. Détermine alors si les droites (LN) et (MP) sont parallèles.

c. Sachant que LN = MP, détermine la nature du quadrilatère LNPM.

54 Un isocèle de plus



La figure ci-dessus est telle que :

- les droites (RO) et (SN) sont sécantes en T ;
- le triangle RST est isocèle en R ;
- les droites (RS) et (NO) sont parallèles.

Montre que le triangle TNO est isocèle.

55 Construis un parallélogramme RIEN de centre C tel que CR = 3 cm, $\widehat{CRI} = 35°$ et $\widehat{CRN}$ est un angle droit.
Tu indiqueras sur ta figure la mesure des angles $\widehat{CEI}$ et $\widehat{CEN}$.

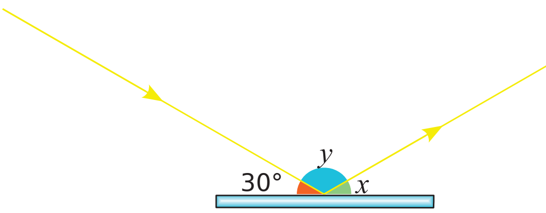
Je résous des problèmes

Sciences, technologie et société

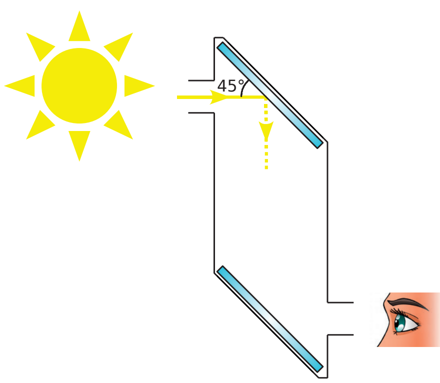
1 Un périscope de fortune !

a. Fais une recherche sur Internet concernant la loi de réflexion de la lumière.

b. Le schéma ci-dessous illustre un rayon de lumière qui se réfléchit sur un miroir avec un angle de 30°. Détermine x et y. Justifie.



c. Éric a construit un périscope avec une boîte de carton et deux miroirs parallèles comme l'illustre le schéma ci-dessous.

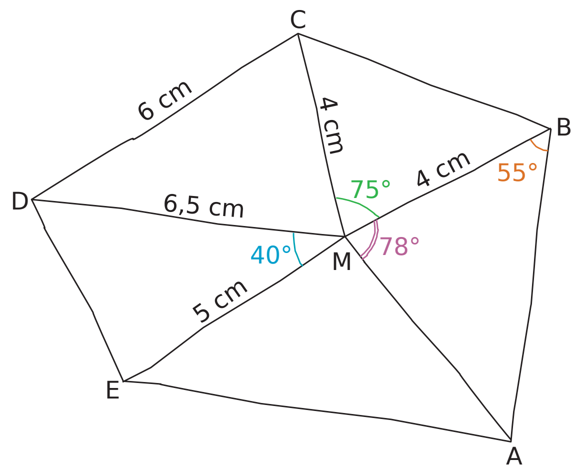


- Si un rayon entre horizontalement dans le périscope, en sortira-t-il horizontalement aussi ?
  (Tu pourras étudier si les rayons d'entrée et de sortie sont parallèles.)
- Ce résultat dépend-il de l'inclinaison des miroirs parallèles ?
  (Autrement dit, a-t-on le même résultat si l'angle formé par le rayon et le miroir est différent de 45° ?)

Résoudre un problème

2

Sur ton cahier, reproduis, en vraie grandeur, la figure ci-dessous.



3 Construction et démonstration

a. Trace un triangle ABC rectangle en A.

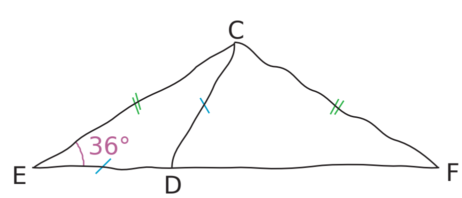
b. Place un point M sur le segment [BC].

c. La droite perpendiculaire à (AB) passant par M coupe [AB] en I et la droite perpendiculaire à [AC] passant par M coupe [AC] en J.

d. Place le point P sur la demi-droite [MI) tel que I soit le milieu de [MP] et le point Q sur la demi-droite [MJ) tel que J soit le milieu de [MQ].

e. Que représente le point A pour le triangle MQP ?

4 Calculs, démonstration, construction



a. Sur la figure ci-dessus, réalisée à main levée, les points E, D et F sont alignés. En utilisant les indications portées sur la figure, calcule les mesures des angles $\widehat{ECD}$, $\widehat{EDC}$, $\widehat{CDF}$ et $\widehat{DCF}$.

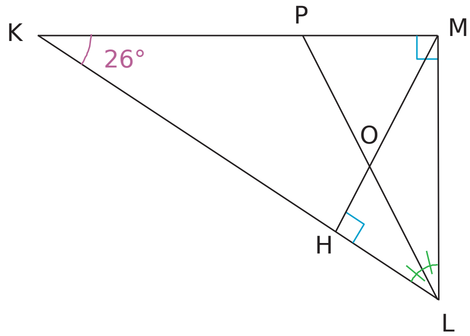
b. Que peut-on dire du triangle CDF ? Justifie.

c. Construis la figure lorsque CD = 5 cm.

9782210106345-0MEP.indb 242 24/06/16 10:40

5 Triangle rectangle et bissectrice

Dans le triangle KLM ci-dessous, la bissectrice de l'angle $\widehat{KLM}$ et la hauteur issue de M se coupent en un point O.



Calcule (sans justifier) les mesures des angles nécessaires pour démontrer que le triangle POM est isocèle et précise en quel point.

6 Avec le périmètre et les angles

On veut tracer un triangle tel que son périmètre mesure 16 cm et deux de ses angles mesurent 64° et 46°.

a. Fais un dessin à main levée de ce triangle et calcule la mesure de son troisième angle.

b. Trace un segment [DE] mesurant 16 cm et place A tel que : $\widehat{ADE} = 32°$ et $\widehat{AED} = 23°$ (on a pris les moitiés de 64° et 46°).

c. Place un point B sur le segment [DE] à égale distance de A et de D puis un point C sur le segment [DE] à égale distance de A et E. Indique la nature des triangles ABD et ACE.

d. Calcule les mesures des angles des triangles ABD et ACE.

e. Démontre que le périmètre et les angles du triangle ABC correspondent bien à ceux du triangle cherché.

f. Trace un triangle RST de périmètre 20 cm tel que $\widehat{RST} = 36°$ et $\widehat{STR} = 68°$.

7 De multiples triangles

Ludie a trouvé un triangle intéressant dont tous les angles ont pour mesure un entier pair (c'est-à-dire multiple de 2) : 44°, 66° et 70°.

a. Trouve un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont paires.

b. En poursuivant ses recherches, elle a trouvé un triangle dont les mesures sont des multiples de 3 : 45°, 51° et 84°.

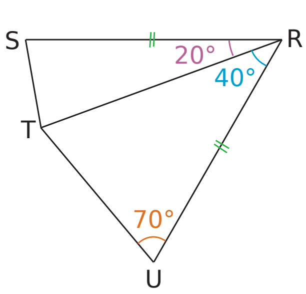
c. Trouve un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont des multiples de 3.

d. Continue les recherches de Ludie en cherchant des triangles dont les mesures des angles sont des multiples de 4.

e. Cela est-il possible avec tous les nombres entiers ? Justifie.

8 Des diagonales intéressantes

a. En prenant RU = 6 cm, trace sur ton cahier la figure suivante.



b. Donne la nature des triangles TUR, STR et SUR. Justifie en t'aidant des propriétés des triangles.

c. Qu'en déduis-tu sur les diagonales du quadrilatère RUTS ?

9 Triangle et angle

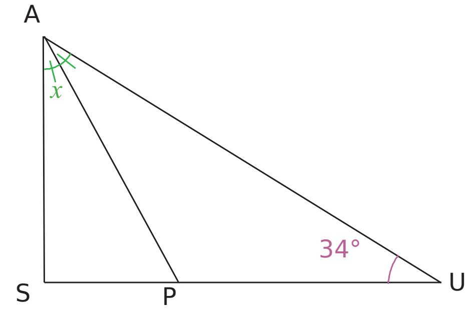
a. Construis un triangle équilatéral ABC de côté 4 cm.

b. Complète la figure en construisant le triangle ABD isocèle en D tel que $\widehat{CAD} = 105°$.

c. Quelles sont les mesures des angles du triangle ABD ? Justifie.

d. Que dire alors du triangle ABD ?

10 En fonction de x



a. Exprime la mesure de l'angle $\widehat{USA}$ en fonction de x.

b. Est-il vrai que l'angle $\widehat{SPA}$ mesure 34° de plus que l'angle $\widehat{PAS}$? Justifie ta réponse.

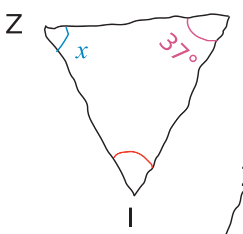
9782210106345-0MEP.indb 243 24/06/16 10:40

Je résous des problèmes

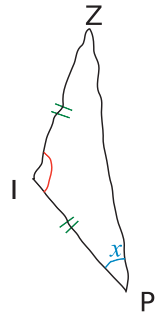
11 Avec des lettres

Dans chaque cas, exprime en fonction de x la mesure de l'angle $\widehat{ZIP}$.

a.

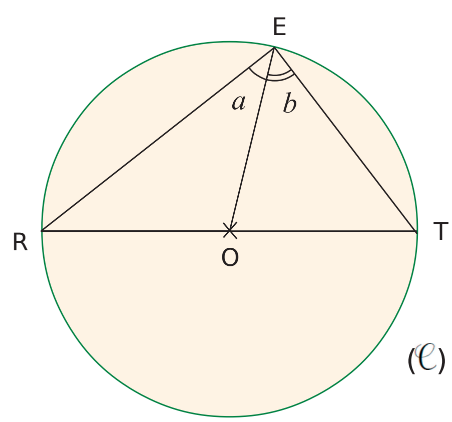


b.



12 Triangles et cercle

Soit $(\mathscr{C})$ un cercle de centre O et de diamètre [RT] et E un point quelconque de $(\mathscr{C})$.



a. Reproduis cette figure et code-la. Quelle est la nature des triangles ORE et TEO ?

b. On désigne par a et b les mesures respectives des angles $\widehat{REO}$ et $\widehat{OET}$. Quelles sont les mesures des angles $\widehat{ORE}$ et $\widehat{OTE}$?

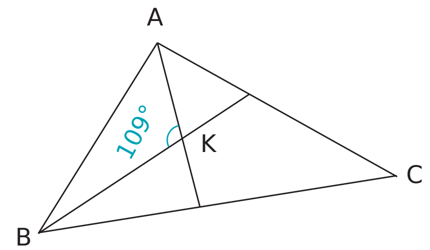
c. En te plaçant dans le triangle RET, explique ensuite pourquoi :

d. $2 \times a + 2 \times b = 180°$.

e. Déduis-en que le triangle RTE est rectangle et précise en quel point.

13 Avec deux bissectrices

Dans le triangle ABC, les bissectrices de deux des angles se coupent au point K, en formant un angle de 109°.



a. Reproduis la figure à main levée et code-la.

b. On désigne par x et y les mesures respectives des angles $\widehat{BAK}$ et $\widehat{ABK}$. Exprime les mesures des angles $\widehat{KAC}$ et $\widehat{KBC}$ en fonction de x et y.

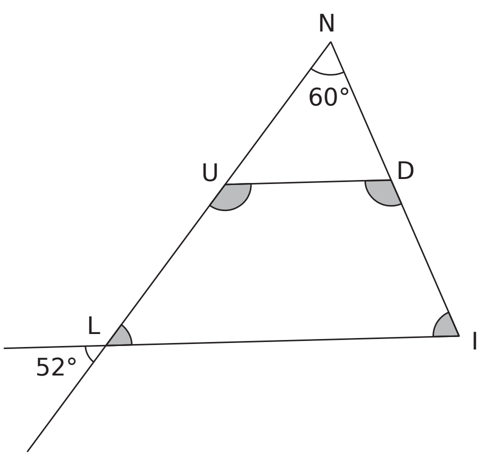
c. Sans calculer les mesures des angles $\widehat{BAK}$ et $\widehat{ABK}$, indique la valeur de $x + y$. Déduis-en la valeur de $2 \times x + 2 \times y$.

d. En te plaçant dans le triangle ABC, trouve la valeur de $2 \times x + 2 \times y + \widehat{ACB}$. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

e. Construis en vraie grandeur un triangle ABC satisfaisant aux données de cet exercice.

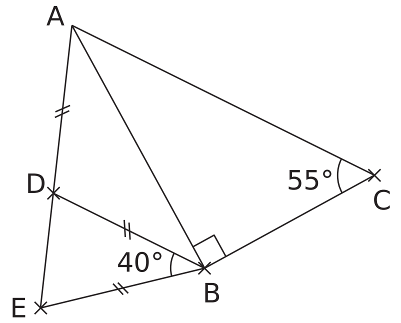
14 À partir de LUNDI

Sachant que les droites (DU) et (IL) sont parallèles, calcule la mesure de chacun des angles du quadrilatère LUDI en justifiant.

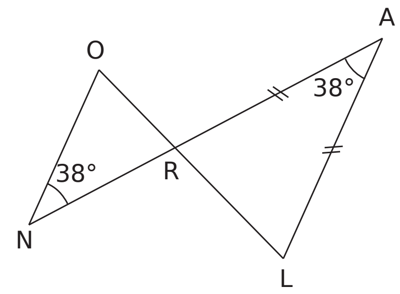


9782210106345-0MEP.indb 244 24/06/16 10:40

15 Les points A, D et E sont alignés. Démontre que les droites (AC) et (DB) sont parallèles.



16 On considère la figure suivante.



Quelle est la nature du triangle NOR ?

En utilisant le numérique

17 On connaît la mesure de l'angle principal d'un triangle isocèle et on cherche les mesures des deux autres angles à l'aide d'un tableur.

	A	B	C
1	Pour un triangle isocèle :		
2	Valeur de l'angle principal	66	°
3			
4	Valeur des deux autres angles		

a. Quelle formule faut-il écrire dans la cellule B4 du tableur ?

b. Dans un triangle RST isocèle en S, on sait que $\widehat{RST} = 48°$. Rédige puis effectue les calculs des mesures des angles $\widehat{SRT}$ et $\widehat{STR}$.

c. Vérifie à l'aide de ta feuille de calcul.

Combien de triangles ABC isocèles de dimensions différentes peut-on construire sachant que $\widehat{ABC} = 70°$ et AB = 5cm ?

18 **Centre du cercle circonscrit (avec un logiciel de géométrie)**

a. Construis un triangle NRV, puis construis les médiatrices et le cercle circonscrit à ce triangle. Tu nommeras O le centre de ce cercle.

b. À quelle condition le point O se trouve-t-il à l'intérieur du triangle ?

c. À quelle condition le point O se trouve-t-il à l'extérieur du triangle ?

d. Est-il possible que O appartienne à l'un des côtés du triangle ? Si oui, à quelle condition ?

19 On connaît les mesures de deux angles d'un triangle et on cherche la mesure du troisième à l'aide d'un tableur.

	A	B	C
1	Valeur du premier angle	57	°
2	Valeur du deuxième angle	72	°
3			
4	Valeur du troisième angle		
5	(calcul sans parenthèses)		
6			
7	Valeur du troisième angle		
8	(calcul avec des parenthèses)		

a. Quelles formules faut-il écrire dans les cellules B4 et B7 du tableur ?

b. Dans un triangle KLM on suppose que $\widehat{LMK} = 57°$ et que $\widehat{KLM} = 72°$. Rédige puis effectue le calcul de la mesure de l'angle $\widehat{MKL}$, de deux façons différentes.

c. Vérifie tes réponses à l'aide de ta feuille de calcul.

20 **Orthocentre d'un triangle**

a. Construis un triangle DER puis les hauteurs de ce triangle.

b. Propose des conditions qui permettent d'affirmer que l'orthocentre d'un triangle est situé :
- À l'extérieur du triangle
- À l'intérieur du triangle

Je résous des problèmes

21 Avec un logiciel de géométrie dynamique

a. Trace un triangle MRV.

b. Trace ses médianes qui se coupent en G.

c. Trace ses hauteurs qui se coupent en H.

d. Trace ses médiatrices qui se coupent en O.

e. Déplace les sommets M, R et V du triangle. Décris ce que tu observes pour les trois points G, H et O.

22 Avec un logiciel de géométrie dynamique

a. Trace un triangle EPA et ses trois hauteurs qui se coupent en H.

b. Nomme les trois hauteurs du triangle EPH.

c. En quel point se coupent-elles ?

d. Nomme les trois hauteurs du triangle PAH.

e. En quel point se coupent-elles ?

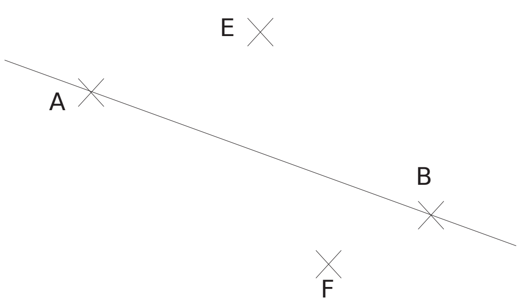
f. Nomme les trois hauteurs du triangle AEH.

g. En quel point se coupent-elles ?

h. Déplace ses sommets. Décris les cas particuliers que tu observes.

23 Un défi

On souhaiterait construire deux droites parallèles à la droite (AB) passant par les points E et F.



a. Reproduis une figure similaire à celle-ci.

b. Effectue la construction en ne construisant que des droites perpendiculaires. Quelle propriété as-tu utilisée ?

c. Effectue la construction en ne construisant que des angles. Quelle propriété as-tu utilisée ?

24 Angles et triangle

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis un triangle ABC et la parallèle (EF) à la droite (BC) passant par A.

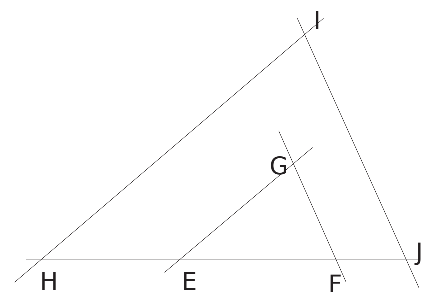
b. Affiche les mesures des angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABC}$.

c. Déplace les points A, E et F pour que $\widehat{EAB} = \widehat{ABC}$. Que constates-tu ?

d. Montre que $\widehat{FAC} = \widehat{ACB}$.

e. Quelle propriété connue sur les triangles peux-tu alors démontrer ?

25 Agrandissement



a. À l'aide d'un logiciel, construis un triangle EFG et deux points H et J sur (EF) comme ci-dessus. Construis la parallèle à (EG) passant par H et la parallèle à (FG) passant par J. Ces deux droites se coupent en I.

b. Affiche la mesure des angles $\widehat{EGF}$ et $\widehat{HIJ}$. Que remarques-tu ?

c. Démontre que $\widehat{IHE} = \widehat{GEF}$ et que $\widehat{IJF} = \widehat{GFE}$. Déduis-en que $\widehat{EGF} = \widehat{HIJ}$.

26

Construis à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique un quadrilatère EFGH ayant deux angles droits, en E et en G.

a. Affiche la mesure de $\widehat{EFG}$ et $\widehat{EHG}$. Que remarques-tu ?

b. Trace le segment [FH]. En raisonnant dans les triangles EFH et FHG, démontre que $\widehat{EFG}$ et $\widehat{EHG}$ sont supplémentaires.

27

Écris un programme qui « illustre » l'inégalité triangulaire à partir de la donnée des trois côtés.

- Tracé du côté le plus grand.
- Tracé des cercles pour les autres côtés
- Les cerclent se coupent -ils ?

28

Écris un programme qui construit un triangle équilatéral de côté 200 pixels.

9782210106345-0MEP.indb 246 24/06/16 10:41

Transformation et parallélogramme

D2

Objectifs de cycle

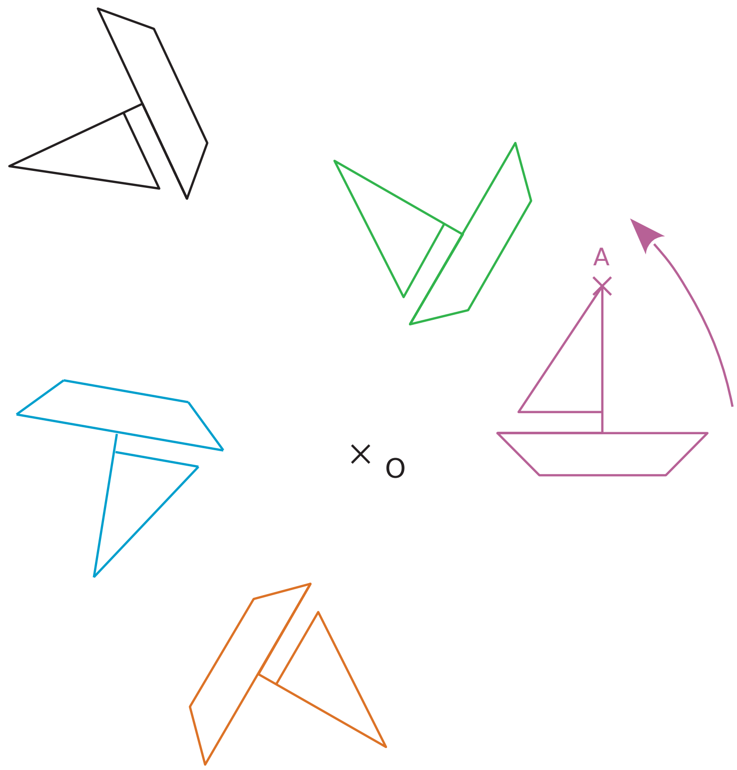
La symétrie centrale		
Construire le symétrique d'un point	tests n° 1 et 2	Niveau 1
Utiliser les propriétés de la symétrie centrale	tests n° 3 et 4	Niveau 1
Utiliser les centres de symétrie	test n° 5	Niveau 1
Le parallélogramme		
Construire un parallélogramme	test n° 6	Niveau 1
Utiliser les propriétés du parallélogramme	tests n° 7 et 8	Niveau 1
Étudier les parallélogrammes particuliers	tests n° 9, 10 et 11	Niveau 1
La rotation		
Construire des images de figures	test n° 12a. et b.	Niveau 2
Utiliser les propriétés	test n° 12c.	Niveau 2
La translation		
Construire des images de figures	test n° 13a.	Niveau 2
Utiliser les propriétés	test n° 13b.	Niveau 2
Triangles égaux		
Reconnaître des triangles égaux	test n° 14a.	Niveau 3
Utiliser les propriétés	test n° 14b.	Niveau 3

- Dans ce chapitre sont étudiées les différentes isométries : symétrie centrale, translation, rotation, associées aux figures usuelles.
- Le parallélogramme est ainsi étudié comme étant un quadrilatère ayant un centre de symétrie.
- Les triangles égaux permettent une synthèse du chapitre en fin de cycle.

Activités de découverte

Activité 1 Calque et demi-tour

Mathieu a décalqué le bateau violet puis a construit quatre autres bateaux à l'aide de celui-ci.



1. Trois de ces bateaux ont été obtenus par la même méthode.

Laquelle ?

Quel est le bateau qui ne respecte pas cette méthode et pourquoi ?

On ne tiendra plus compte de ce bateau pour la suite de l'activité.

2. Certains bateaux sont à moins d'un demi-tour, d'autres à plus d'un demi-tour du bateau de départ.

Peux-tu préciser lesquels ?

3. Parmi les bateaux dessinés, y en a-t-il deux qui se déduisent l'un de l'autre par un demi - tour autour du point O ?

Si oui, précise lesquels.

4. Mathieu aimerait bien construire un bateau rouge qui soit exactement à un demi-tour du bateau violet.

À l'aide d'un papier calque et de tes instruments de géométrie, aide Mathieu à construire ce nouveau bateau.

Activité 2 Polygones et centre de symétrie

Avec un logiciel de géométrie dynamique,

1. Construis un triangle ABC et un point O.

Construis le triangle A'B'C' symétrique du triangle ABC par rapport à O.

a. En déplaçant les points, est-il possible de superposer les deux triangles sans qu'ils soient aplatis ?

b. Si oui, quelle est alors la nature du triangle et où le point O se situe-t-il ?

2. Construis un quadrilatère ABCD.

Construis son symétrique A'B'C'D' par rapport à un point O.

a. En déplaçant les points, peux-tu superposer les deux quadrilatères sans qu'ils soient aplatis ?

b. Si oui, quelle est alors la nature du quadrilatère et où le point O se situe-t-il ?

9782210106345-0MEP.indb 248 24/06/16 10:41

Activité 3 Parallélogrammes particuliers

Construis un triangle MNP. On appelle I le milieu du segment [MP].

Construis le point Q symétrique du point N par rapport au point I.

1. Démontre que MNPQ est un parallélogramme.

2. Parmi les quadrilatères que tu connais, quels sont ceux qui possèdent un centre de symétrie ? Précise à chaque fois sa position.

3. Comment choisir le triangle MNP pour obtenir ces quadrilatères ?

4. Trace à main levée plusieurs parallélogrammes.
Pour chacun d'eux, place le minimum de codage pour qu'il soit un losange, un rectangle puis un carré.

Activité 4 Au quart de tour !

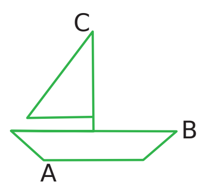
Karim a bien compris qu'une symétrie centrale correspond à un demi-tour. Mais il se pose la question suivante : « Quelle différence y a-t-il entre une symétrie centrale et une transformation correspondant à un quart de tour seulement ? ».

Aide Karim à répondre à cette question.

Estime les différences et les points communs entre ces deux transformations (méthode de construction, propriétés).

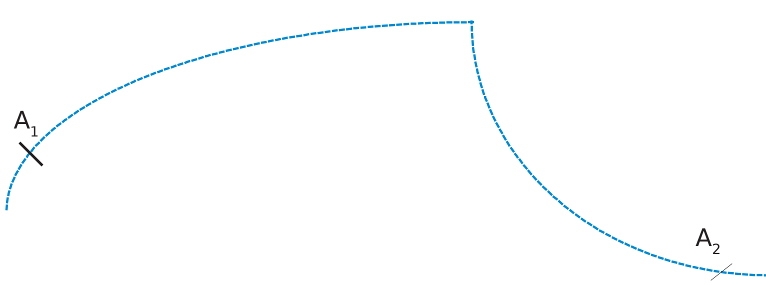
Activité 5 Sur la mer !

1. Décalque le bateau ci-contre.



2. La mer est calme. Reproduis la figue et construis les deux bateaux.

3. La mer est agitée. Place le bateau sur la feuille de telle sorte que le point A coïncide avec le point A_1. puis déplace le bateau pour que A corresponde à A_2.



4. Que peut-on dire du déplacement du bateau dans chacun des cas si on ne s'intéresse qu'aux positions de départ et de fin ?

Cours et méthodes

1) La symétrie centrale

Définition

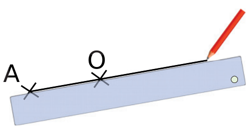
- Transformer une figure par symétrie centrale revient à lui faire faire un demi-tour autour d'un point.
- Deux points A et A' sont symétriques par rapport au point O lorsque le point O est le milieu du segment [AA'].

Entraîne-toi à **Construire le symétrique d'un point**

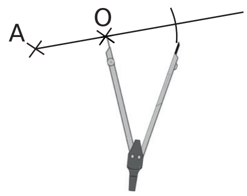
Protocole de construction du symétrique d'un point

1. Figure de base : un point et le centre de symétrie.

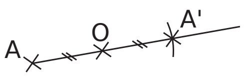
2. Tracer la demi - droite [AO).



3. Reporter la longueur OA de l'autre côté du point O.



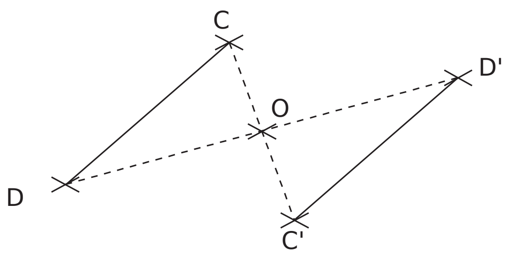
4. Coder les longueurs égales.



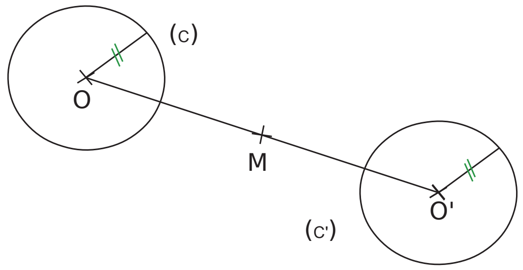
Propriété

La symétrie conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.

» **Remarque :** Pour tracer le symétrique d'un segment, il suffit de tracer les symétriques de ses extrémités et pour tracer le symétrique d'un cercle, le symétrique de son centre.



Pour tracer le symétrique du segment [CD] par rapport à O, il suffit de tracer les symétriques de C et D et de les relier.

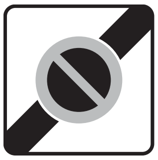


Pour tracer le symétrique du cercle (c), il suffit de tracer le symétrique de M par rapport à O et de tracer le cercle de même rayon de centre O'.

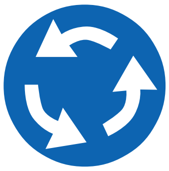
Définition

Une figure admet un **centre de symétrie** lorsqu'elle est invariante dans la symétrie par rapport à ce point.

» **Exemples**



- Le panneau de signalisation de fin de stationnement interdit admet un centre de symétrie.



- Le panneau de signalisation d'un rond-point n'a pas de centre de symétrie.

9782210106345-0MEP.indb 250 24/06/16 10:41

2 Le parallélogramme

Propriété

Le parallélogramme possède un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

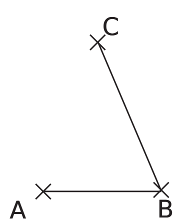
Les propriétés de la symétrie impliquent que :

- Le parallélogramme a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.
- Ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur.

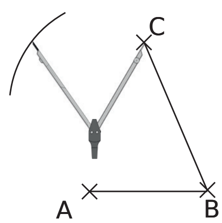
Entraîne-toi à Construire un parallélogramme

Protocole de construction d'un parallélogramme

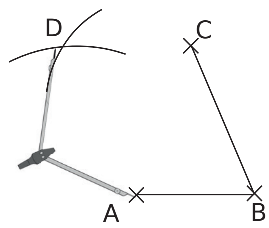
1. Figure de base.



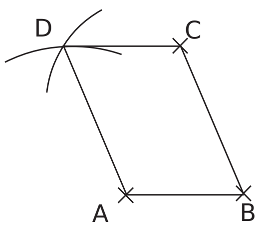
2. On reporte la longueur du côté [AB] à partir du point C.



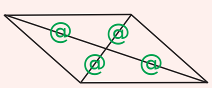
3. À partir de A, on reporte la longueur du côté [BC].



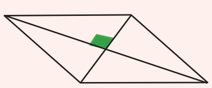
4. Figure finale.



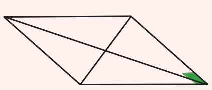
Propriétés : Parallélogrammes particuliers



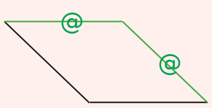
Un parallélogramme avec des diagonales de même longueur est un rectangle.



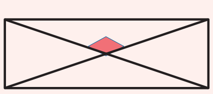
Un parallélogramme avec des diagonales perpendiculaires est un losange.



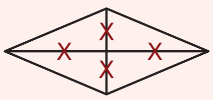
Un parallélogramme avec deux côtés consécutifs perpendiculaires est un rectangle.



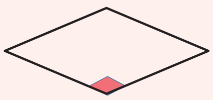
Un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.



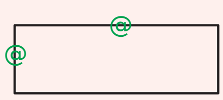
Un rectangle avec des diagonales perpendiculaires est un carré.



Un losange avec des diagonales de même longueur est un carré.



Un losange avec deux côtés consécutifs perpendiculaires est un carré.



Un rectangle avec deux côtés consécutifs de même longueur est un carré.

9782210106345-0MEP.indb 251 24/06/16 10:41

Cours et méthodes

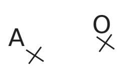
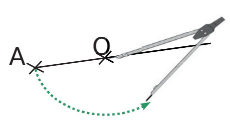
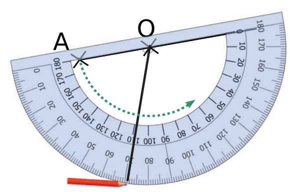
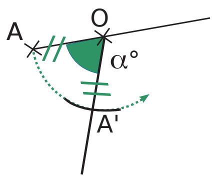
3 La rotation

Définition

- Transformer une figure par rotation revient à la faire pivoter d'un **angle** donné autour d'un point, **son centre**. Le sens inverse des aiguilles d'une montre est appelé **sens direct**.
- Dans le sens direct, le point A' est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle α : lorsque OA=OA', l'angle $\widehat{AOA'}$ mesure α° et on tourne de A vers A' dans le sens direct.

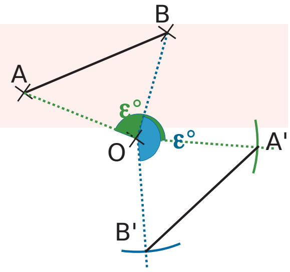
↘ Entraîne-toi à **Construire l'image d'un point par une rotation**

■ **Protocole de construction de l'image d'un point par une rotation**

1. Figure de base : un point et le centre de rotation.	2. Tracer un arc de cercle de centre O et de rayon OA dans le sens direct.	3. Marquer l'angle de rotation avec une demi-droite coupant l'arc de cercle.	4. Coder les longueurs égales.
			

Propriété

- La rotation conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.
- Un cercle est donc invariant par rotation autour de son centre.



» **Remarque :** Cela implique que pour tracer l'image d'un segment par une rotation, il suffit de tracer les images de ses extrémités et pour tracer l'image d'un cercle par une rotation, il suffit de tracer l'image de son centre.

4 La translation

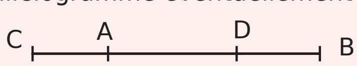
Définition

Transformer une figure par translation revient la faire glisser d'une longueur donnée, le long d'une droite donnée et dans un sens donné.

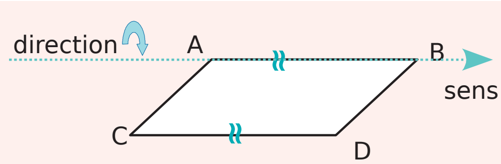
» **Remarque :** La longueur, la direction et le sens peuvent être donnés par un couple de points de référence.

Propriété

Si la translation qui transforme A en B transforme aussi C en D, alors ABDC est un parallélogramme éventuellement aplati.



Parallélogramme aplati

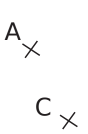


9782210106345-0MEP.indb 252 24/06/16 10:41

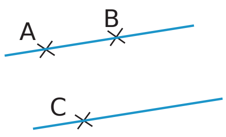
↘ Entraîne-toi à **Construire l'image d'un point par une translation**

Protocole de construction de l'image d'un point par une translation

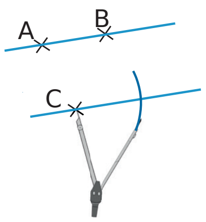
1. Figure de base :
Points A et B définissant la translation et le point à translater.



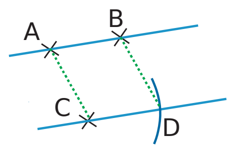
2. On trace une droite passant par C parallèle à (AB) la direction de la translation.



3. On reporte la longueur AB sur (d) à partir de C et dans le bon sens (A vers B).



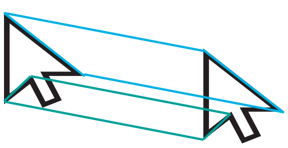
4. Figure finale.



Propriété

- La translation conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.
- Une droite est invariante par toute translation dont la direction est parallèle à cette droite.

» **Remarque :** Cela implique que pour tracer le translaté d'un segment, il suffit de tracer les translatés de ses extrémités et pour tracer le translaté d'un cercle, il suffit de tracer le translaté de son centre.



5) Triangles égaux

Définition

Deux triangles sont égaux lorsqu'on peut les superposer par glissement ou par retournement.

Propriété

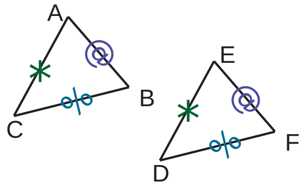
Si deux triangles sont égaux alors ils ont leurs trois côtés et leurs trois angles de même mesure.

Propriété : cas d'égalité de deux triangles

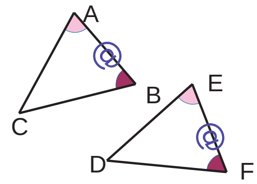
cas n°1 : Si deux triangles ont les longueurs de leurs côtés deux à deux égales, alors les triangles sont égaux.

cas n°2 : Si deux triangles ont un côté de même longueur, commun à deux angles deux à deux de même mesure, alors les triangles sont égaux.

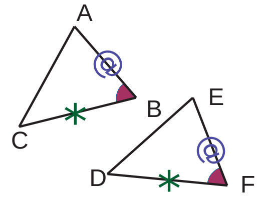
cas n°3 : Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés deux à deux de même longueur, alors les triangles sont égaux.



Cas n°1



Cas n°2



Cas n°3

9782210106345-0MEP.indb 253 24/06/16 10:41

Je me teste

Niveau 1

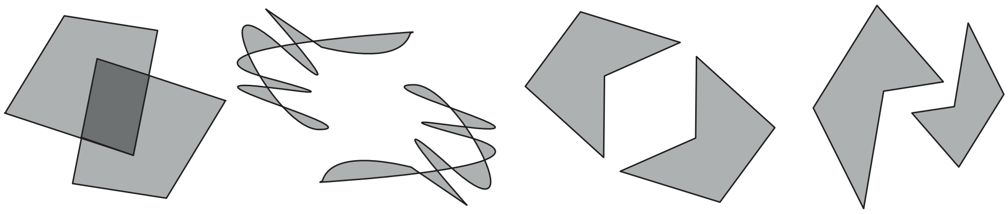
1 Trace un segment [AB] de 5 cm de longueur puis construis le point C symétrique de B par rapport à A.

2 Trace un segment [RT] de 8,4 cm de longueur puis place le point W tel que R et T soient symétriques par rapport au point W.

3 Construis un triangle THE tel que TE = 4 cm ; TH = 5 cm et EH = 6 cm. Construis le symétrique de la droite (TH) par rapport au point E.

4 Trace un rectangle ABCD tel que AB = 4 cm et BC = 2,5 cm. Trace le cercle de centre B passant par C. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point D.

5 Parmi les figures ci-dessous, indique lesquelles sont symétriques et estime la position du centre de symétrie.



6 Construis le parallélogramme VOLE tel que VO = 4 cm, VE = 5 cm et VL = 3 cm.

7 Construis le parallélogramme PRLG tel que PR = 5 cm, PG = 6 cm et $\widehat{RPG} = 74°$ en utilisant la propriété sur le parallélisme des côtés opposés du parallélogramme.

8 Construis le parallélogramme DRAP tel que DR = 6 cm, DP = 8 cm et $\widehat{RDP} = 40°$ en utilisant la propriété sur l'égalité des longueurs des côtés opposés du parallélogramme.

9 Construis un rectangle BLAN de centre C dont les diagonales mesurent 7 cm et tel que l'angle $\widehat{BCL}$ mesure 80°.

10 Dessine un carré BEAU de centre X dont les diagonales mesurent 4 cm. Démontre que le triangle AUX est un triangle rectangle isocèle en X.

11 Dessine un parallélogramme ABCD tel que AB = 3 cm, AD = 6 cm et $\widehat{ABC} = 90°$. Démontre que ABCD est un rectangle.

Niveau 2

12 Place trois points non alignés A, B et C.
a. Place D, image du point B par la rotation de centre A, d'angle 70° dans le sens direct.
b. Place E, image du point C par la rotation de centre B, d'angle 120° dans le sens indirect.
c. Construis F tel que le triangle BEF soit l'image du triangle ABC dans la rotation précédente de centre B.

13 Place trois points non alignés A, B et C.
a. Place D, image du point B par la translation qui transforme A en C.
b. Explique pourquoi les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Niveau 3

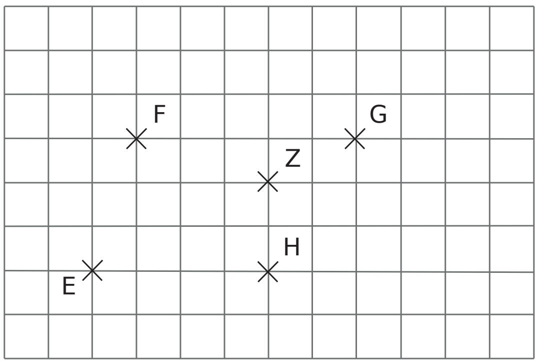
14 ABC est un triangle isocèle en A, M est le milieu du segment [AC] et N le milieu du segment [AB].
a. Démontre que BMA et CNA sont deux triangles égaux.
b. Démontre que BM=CN.

➔ Voir Corrigés p. 368

Je m'entraîne

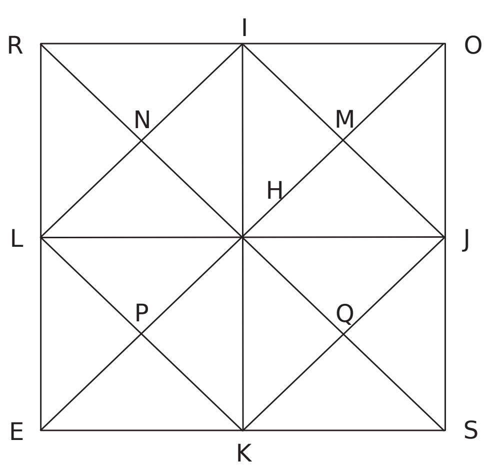
Symétrie centrale

1 Reproduis la figure ci-dessous et construis les points E', F', G' et H', symétriques respectifs de E, F, G et H par rapport au point Z.



2 Axiale ou centrale

Sur la figure ci-dessous, ROSE est un carré de centre H.



Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés [RO], [OS], [SE] et [RE].

a. Reproduis la figure en prenant RO = 8 cm.

b. Colorie en jaune le triangle RNI.

c. Colorie en rouge le symétrique du triangle RNI par rapport à (IK).

d. Colorie en orange le symétrique du triangle RNI par rapport à (LJ).

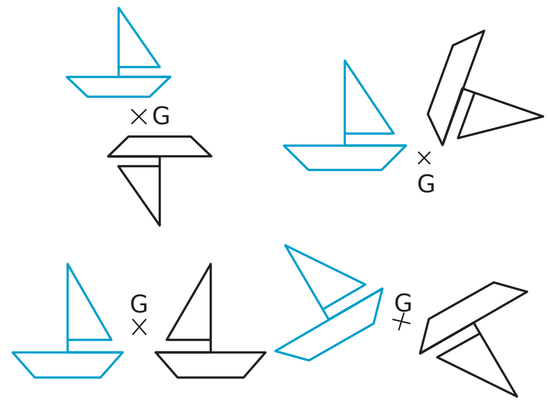
e. Colorie en bleu le symétrique du triangle RNI par rapport à N.

f. Colorie en vert le symétrique du triangle RNI par rapport à H.

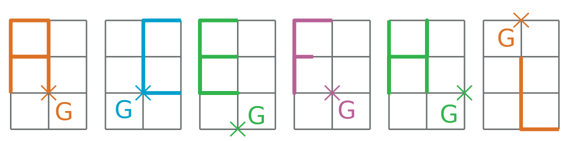
3 Dans chaque cas, des élèves ont voulu tracer la figure symétrique du bateau bleu par rapport au point G.

Les tracés sont-ils exacts ?

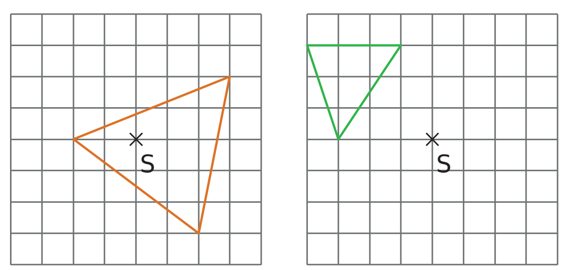
Explique pourquoi.



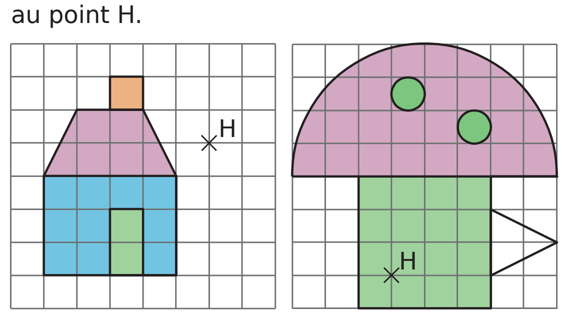
4 Dans chaque cas, reproduis la lettre sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point G.



5 Reproduis chaque triangle sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point S.



6 Reproduis les figures ci-dessous sur du papier quadrillé et construis le symétrique de chacune d'elles par rapport au point H.



Je m'entraîne

7 Soit ABC un triangle isocèle en A tel que BC = 3 cm et BA = 4 cm.

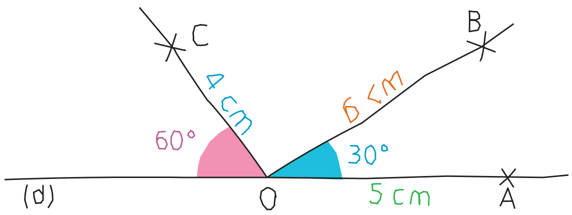
a. Construis le triangle ABC.

b. Construis le symétrique de ABC par rapport à A (D est le symétrique de B et E celui de C).

c. Construis le milieu I de [BC] et J celui de [DE].

d. Démontre que les trois points J, A et I sont alignés. Que représente la droite (IJ) pour les segments [BC] et [DE] ?

8 Le dessin ci-dessous a été réalisé à main levée. (d) est une droite passant par O.



a. Reproduis en vraie grandeur ce dessin

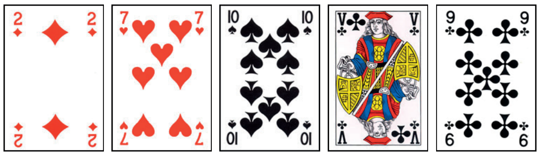
b. Construire les points D et E, symétriques respectifs de B et C par rapport à O.

c. Paul affirme que l'angle $\widehat{BOE}$ mesure 60° et l'angle $\widehat{COD}$ mesure 100°.

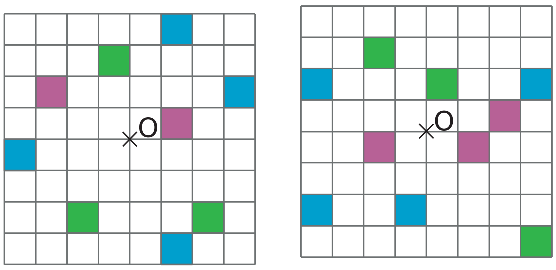
A-t-il raison ?

Sinon, donne la mesure de chacun de ces angles.

9 Parmi les cartes ci-dessous, quelles sont celles qui possèdent un centre de symétrie ?



10 Reproduis puis colorie le minimum de cases pour que chacune des figures ci-dessous admette le point O pour centre de symétrie.



Parallélogramme

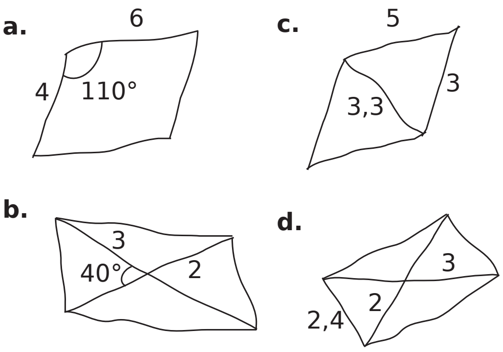
11 Construis les parallélogrammes ABCD, EFGH et IJKL de centre M respectant les conditions suivantes.

a. AB = 5 cm, AD = 3,5 cm et BD = 7 cm.

b. EF = 2 cm, EH = 4,5 cm et EG = 3,5 cm.

c. IJ = 6 cm, JM = 5 cm et IM = 4 cm.

12 Construis en vraie grandeur les parallélogrammes schématisés ci-dessous en utilisant les instruments de ton choix. (Les longueurs sont exprimées en centimètres.)



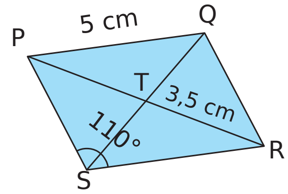
13 Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur :

a. un parallélogramme VERT tel que VT = 5 cm, $\widehat{ERT}$ = 125° et VE = 4 cm ;

b. un parallélogramme BLEU de centre I tel que BL = 6 cm, UI = 3 cm et IE = 4 cm ;

c. un parallélogramme NOIR tel que NI = 62 mm, $\widehat{NIR}$ = 40° et $\widehat{RNI}$ = 30°.

14 PQRS est un parallélogramme de centre T.



a. Quelle est la mesure du segment [TP] ? Justifie.

b. Détermine toutes les mesures de longueurs ou d'angles qu'il est possible de déterminer en justifiant ton raisonnement et tes éventuels calculs.

9782210106345-0MEP.indb 256 24/06/16 10:41

15 En utilisant la symétrie

a. Construis un triangle BAS.

b. Construis le point I symétrique du point A par rapport au point B.

c. Construis le point L symétrique du point S par rapport au point B.

d. Démontre que le quadrilatère LISA est un parallélogramme.

16 Propriétés du parallélogramme

Pour chaque énoncé,

- trace une figure à main levée ;
- justifie tes réponses.

a. Le quadrilatère NOIR est un parallélogramme tel que RN = 4 cm.

Donne la longueur OI.

b. Le quadrilatère BLEU est un parallélogramme de centre S tel que sa diagonale [BE] a pour longueur 8 cm.

Donne la longueur BS.

c. Le quadrilatère VERT est un parallélogramme tel que l'angle $\widehat{VER}$ a pour mesure 53°.

Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{VTR}$?

17 Programme de tracé

a. Place trois points R, S et T non alignés.

b. Trace la droite (d) parallèle à (RS) passant par T.

c. Trace le cercle de centre T et de rayon RS.

Il coupe la droite (d) en deux points U et V.

d. Nomme les deux quadrilatères dont trois des sommets sont R, S et T.

e. Démontre que ces deux quadrilatères sont des parallélogrammes.

18 Petites démonstrations

Dans chaque cas,

- trace une figure codée à main levée ;
- démontre que le quadrilatère est un parallélogramme.

a. JEUX est un quadrilatère de centre K tel que KJ = KU et KX = KE.

b. GARS est un quadrilatère tel que (GA) est parallèle à (SR) et (GS) est parallèle à (RA).

c. DOUX est un quadrilatère non croisé tel que $\widehat{ODX} = \widehat{OUX}$ et $\widehat{DOU} = \widehat{DXU}$.

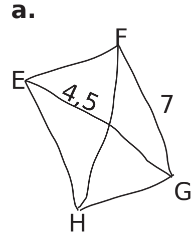
d. VERS est un quadrilatère non croisé tel que (VE) est parallèle à (SR) et VE = SR.

Parallélogrammes particuliers

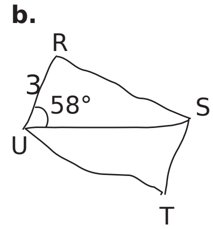
19 Constructions de rectangles

Construis en vraie grandeur les rectangles dessinés ci-dessous à main levée en respectant les mesures indiquées sur les figures. (Les longueurs sont données en centimètres.)

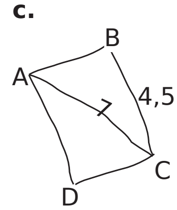
a.



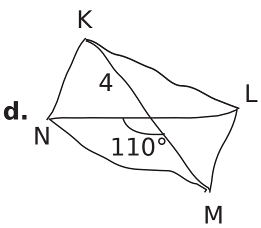
b.



c.

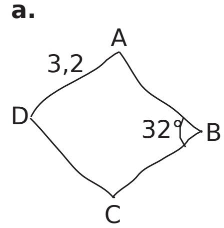


d.

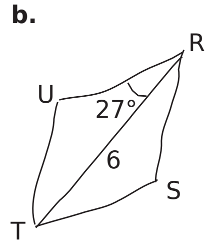


20 Construis les losanges suivants.

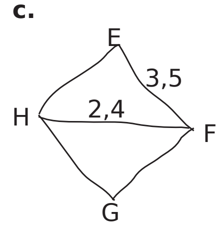
a.



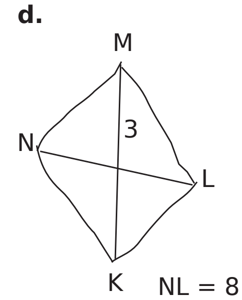
b.



c.



d.



21 Réalise une figure à main levée puis construis le quadrilatère demandé.

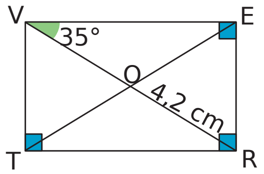
a. Le rectangle MANU tel que MN = 9 cm et MA = 5 cm.

b. Le losange OURS tel que OR = 8 cm et US = 6 cm.

9782210106345-0MEP.indb 257 24/06/16 10:41

Je m'entraîne

22 Propriétés du rectangle

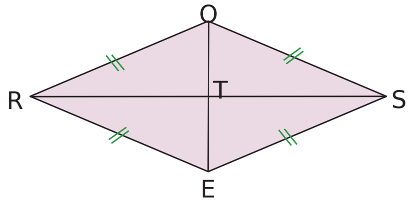


Recopie et complète en justifiant.

- OV = … ;
- ET = … ;
- $\widehat{RVT}$ = … ;
- $\widehat{OEV}$ = … .

23 Propriétés du losange

Le quadrilatère ROSE est un losange de centre T.



a. Cas 1 : RO = 9,1 cm, $\widehat{ORE}$ = 50°.

Calcule son périmètre P, $\widehat{ORS}$, $\widehat{OSE}$.

b. Cas 2 : RT = 2,8 cm, OE = 4,2 cm.

Calcule : OT, RS et $\widehat{RTO}$.

Justifie tes réponses en indiquant les propriétés du losange utilisées.

24 Propriétés du carré

a. Construis, sur une feuille blanche, un carré NOIR tel que NO = 5,2 cm.

b. Place son centre et trace ses axes de symétrie.

c. Explique pourquoi $\widehat{NOR}$ = 45°.

25 Petites démonstrations

a. Le quadrilatère CHAT est un parallélogramme tel que AT = TC.

Démontre que c'est un losange.

b. Le quadrilatère GRIS est un parallélogramme tel que GI = RS.

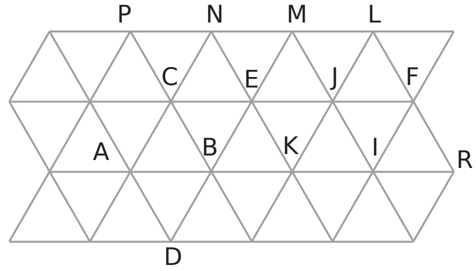
Démontre que c'est un rectangle.

c. Le quadrilatère NUIT est un parallélogramme de centre S tel que SN = SU et les droites (IN) et (UT) sont perpendiculaires.

Démontre que c'est un carré.

Rotation

26 La figure ci-dessous est composée de triangles équilatéraux.



Quelle est l'image …

a. De B par la rotation de centre K, d'angle 60° et de sens indirect ?

b. De D par la rotation de centre B, d'angle 120° et de sens indirect ?

c. De I par la rotation de centre B, d'angle 60° dans le sens direct ?

d. De L par la rotation de centre K, d'angle 60° dans le sens indirect ?

e. De J par la rotation de centre E, d'angle 120° dans le sens direct ?

f. De I par la rotation de centre J, d'angle 180° dans le sens indirect ?

g. De C par la rotation de centre E, d'angle 240° dans le sens indirect ?

h. De K par la rotation de centre J, d'angle 240° dans le sens direct ?

27 Tracer un triangle équilatéral ABC de 4 cm de côté.

Construire l'image du triangle ABC :

a. dans la rotation de centre C, d'angle 120° et de sens direct ;

b. dans la rotation de centre B, d'angle 90° dans le sens indirect ;

c. dans la rotation de centre A, d'angle 60° dans le sens direct

28 Extrait du brevet, Nantes 2000

On considère un triangle ACD rectangle et isocèle de sommet principal A.

a. Placer le point B, image de D dans la rotation de centre A, d'angle 60°. On prendra le sens des aiguilles d'une montre comme sens de rotation.

b. Démontrer que le triangle ABD est un triangle équilatéral.

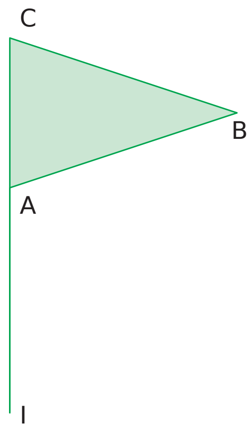
29 Pour chacun des cas suivants, indique l'angle et le sens de la rotation de centre C qui transforme A en B.

a. ABC est un triangle rectangle isocèle en C.

b. ABC est un triangle isocèle en C tel que $\widehat{A} = 70°$.

c. ABC est un triangle équilatéral.

30 On donne le drapeau ci-dessous tel que AI = 5 cm.



a. Construire son image par la rotation de centre I, d'angle 110° et dans le sens direct. Les images respectives de A, B et C seront notées A', B' et C'.

b. Quelle est alors l'image du point I ?

c. Quelle est l'image du segment [IA] ? Détermine la mesure du segment [IA'].

d. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BIB'}$?

31 Tracer un losange ABCD de centre O tel que AC = 6 cm et BD = 4 cm.

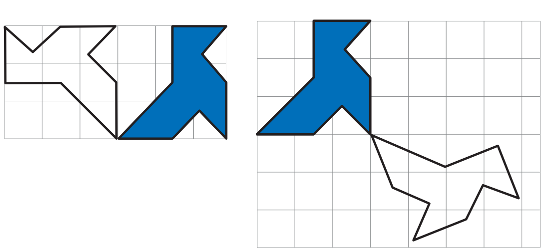
a. Dessiner l'image de ce losange par la rotation de centre O, de sens indirect et d'angle 90°. On notera A_1,B_1,C_1 et D_1 les images respectives de A,B,C et D.

b. Donner sans justification la mesure exacte du segment [CC_1]

c. Dessiner maintenant, l'image du losange ABCD par la rotation de centre A, d'angle 90° et dans le sens direct. On note A_2,B_2,C_2 et D_2 les images.

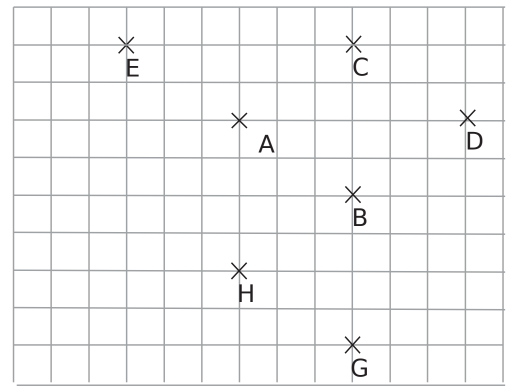
d. Donner sans justification la mesure exacte du segment [CC_2]

32 Dans chaque cas ci-dessous, indique les caractéristiques de la rotation qui transforme la figure bleu en la figure blanche.



Translation

33 À partir de la figure ci-contre :



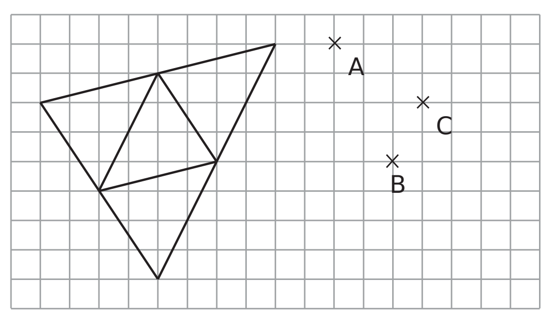
a. Par la translation qui transforme D en C, quelle est l'image du point B ? G ? A ?

b. Par la translation qui transforme D en G, quelle est l'image du point C ?

c. Place le point F tel qu'il soit l'image de G par la translation qui transforme B en D.

d. Quelle est la nature du quadrilatère BDFG ? Justifie.

34 Reproduis la figure suivante.



a. Trace en rouge l'image F_1 de la figure de base par la translation qui transforme A en B.

b. Trace en vert l'image F_2 de la figure F_1 par la translation qui transforme B en C.

c. F_2 est l'image de la figure de base par une translation. Détermine-la.

35 Construis un triangle EFG rectangle en F tel que EF=FG=4 carreaux.

a. Place le point K, image de E par la symétrie de centre F.

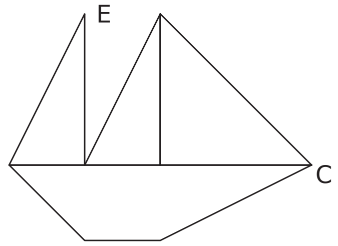
b. Place le point L, image de F par la symétrie d'axe (EG).

c. Place le point J, image de G par la translation qui transforme E en F.

9782210106345-0MEP.indb 259 24/06/16 10:41

Je m'entraîne

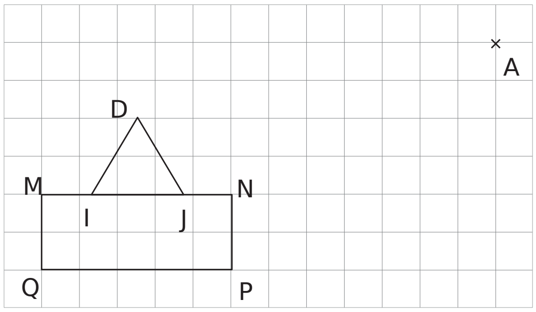
36 Reproduis la figure ci-dessous :



a. Trace en rouge l'image du bateau par la translation qui transforme C en I.

b. Trace en vert l'image du bateau par la translation qui transforme E en C.

37 Une cabine de téléphérique part en D (comme départ) et arrive en A.



a. Reproduis la figure et trace la cabine à l'arrivée. On note I', J', M', N', P', Q' les points de la cabine d'arrivée correspondant aux points de la cabine de départ.

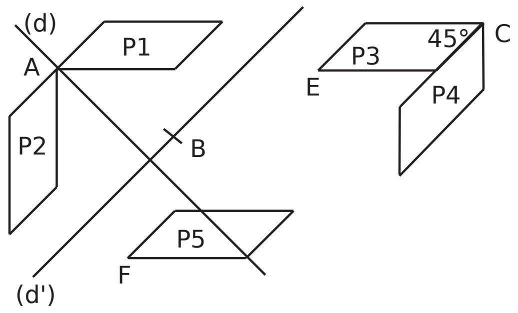
b. Combien y a-t-il de parallélogrammes siur la figure ?

38 Soit ABDC un parallélogramme.

a. Construis le point E, image du point B par la translation qui transforme C en D.

b. Que peux-tu dire du point B ?

39 Préciser, en donnant dans chaque cas ses éléments caractéristiques, la transformation permettant de passer : de P1 à P2 ; de P1 à P3 ; de P3 à P4 ; de P1 à P5.



Triangles égaux

40 Tracer un triangle ABC.

a. Construire le triangle AB'C, symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (AC) et le triangle A'C'B', symétrique du triangle ACB' par rapport au point B'.

b. Pourquoi ces trois triangles sont-ils égaux ?

41 Soit ABCD un parallélogramme de centre O. Explique pourquoi les triangles OAD et OBC sont égaux et indique les angles et les côtés homologues.

42 Soit un triangle ABC isocèle en B. On note H le pied de la hauteur issue de B.

Les triangles ABH et BCH sont-ils égaux ?

43 Deux triangles ABC et DEF sont tels que $\widehat{B} = \widehat{E}$, $\widehat{C} = \widehat{D}$ et BC = EF = 3. Sont-ils égaux ?

44 GDF est un triangle isocèle en G.

On note E le milieu de [DF].

Que peut-on dire des triangles GDE et GEF ?

45 EAU est un triangle isocèle en E tel que l'angle $\widehat{UEA}$ soit obtus. La médiatrice de [EU] coupe (AU) en X. On note S le point de la demi-droite [EX) tel que ES = AX.

a. Quelle est la nature du triangle UEX ?

b. Compare les angles $\widehat{UES}$ et $\widehat{EAX}$.

c. Démontre que les triangles EAX et SEU sont égaux.

d. Quelle est la nature du triangle SUX ?

46 ABC est un triangle équilatéral. E est un point du segment [AB], F un point de [BC] et G un point de [AC] tel que AE = BF = CG.

Démontre que le triangle EFG est un triangle équilatéral.

47 Soit ABCD un parallélogramme de centre O. Une droite qui passe par O coupe [AB] en M et [DC] en N.

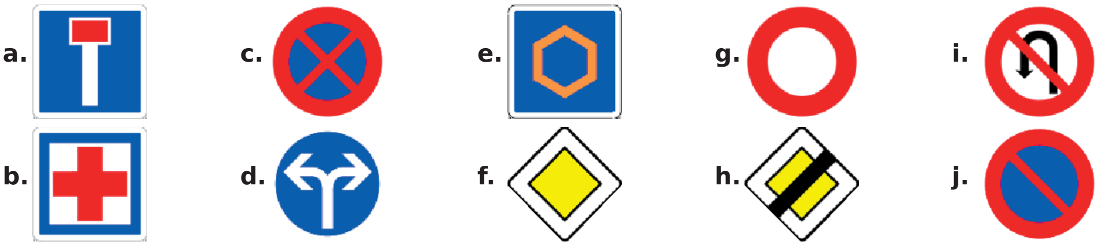
a. Démontrer que les triangles OMA et ONC sont isométriques.

b. Que peut-on en déduire pour les longueurs AM et NC ?

Je résous des problèmes

En éducation à la santé

1 Pour chacun de ces panneaux de signalisation, indique s'il a des axes de symétrie et/ou un centre de symétrie.



Résoudre un problème

2 Sans figure

Mélinda a réalisé une superbe figure et son image par une symétrie centrale.

Malheureusement, elle a perdu sa feuille mais elle avait pris la précaution de faire le tableau suivant sur son cahier.

Point	E	T	R	S	A	C
Symétrique	V	J	I	S	Z	D

Frédérique lui fait remarquer qu'avec un tel tableau, on n'a pas besoin de la figure pour obtenir des indications.

a. Quel est le centre de la symétrie ?

b. On sait que ET = 3,4 cm et ZD = 5,1 cm.

Donne les longueurs AC et VJ. Justifie.

c. RSA est un triangle équilatéral de 3 cm de côté.

Quel autre triangle équilatéral est-on certain d'avoir sur la figure ? Justifie.

d. On sait que VJ = JI. Quelle est la nature du triangle ETR ? Pourquoi ?

3 Qui est qui ?

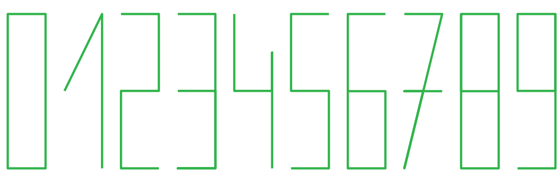
A, B, C, D, E, F, G, H, I et J sont 10 points tels que 5 d'entre eux sont les symétriques des 5 autres dans la symétrie de centre O.

Grâce aux informations ci-dessous, reconstitue les couples de points symétriques.

- O est le milieu de [AC] ;
- AJ = CG ; EJ = HG et IJ = DG ;
- I, O et D sont alignés tel que OI = OD ;
- E et H sont diamétralement opposés sur un cercle de centre O.

4 Nombres et centre de symétrie

Christian a écrit les chiffres comme ci-dessous :



a. Il dit : « Si je fais le double du produit de 17 par 29, j'obtiens le plus grand nombre de trois chiffres différents qui possède un centre de symétrie. ».

A-t-il raison ?

b. Trouve le plus petit nombre de trois chiffres différents dont l'écriture possède un centre de symétrie.

Trace une figure et place le centre de symétrie.

5 Casse-tête

Soit un angle $\widehat{BAD}$ mesurant 120° tel que AB = 4 cm et AD = 5 cm.

Soit C un point tel qu'un quadrilatère non croisé formé par les points A, B, C et D admette un centre de symétrie.

a. Trace une figure à main levée.

b. Combien y a-t-il de positions possibles pour le point C ?

Pour chaque cas, indique la position du centre de symétrie.

c. Trace autant de figures qu'il y a de centres de symétrie et indique pour chaque cas le nom et la nature du quadrilatère ainsi construit.

9782210106345-0MEP.indb 261 24/06/16 10:41

Je résous des problèmes

6 Rectangle et symétrie

a. Construis un rectangle ABCD tel que AB = 4 cm et AD = 3 cm.

b. Place le point E tel que les points B, C et E soient alignés dans cet ordre et que CE = 3 cm.

c. Place le point F tel que les points D, C et F soient alignés dans cet ordre et que CF = 4 cm.

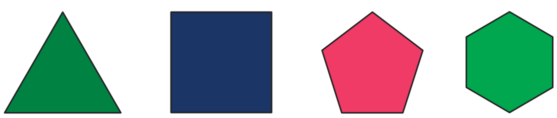
d. Démontre que les triangles BCD et ECF sont symétriques par rapport à C.

e. Déduis-en que DB = FE.

f. Que peux-tu dire des droites (DB) et (FE) ? Justifie ta réponse.

7 Polygones : axes et centre de symétrie

Voici les quatre premiers polygones réguliers à 3, 4, 5 et 6 côtés.



a. Pour chacun d'eux, indique s'il a un centre de symétrie.

b. D'après toi, qu'en serait-il pour un polygone régulier

- à 27 côtés ?
- à 28 côtés ?

Quelle pourrait être la règle ?

c. Pour chacun d'eux, indique combien il a d'axes de symétrie.

d. D'après toi, combien d'axes de symétrie aurait un polygone régulier

- à 27 côtés ?
- à 28 côtés ?

Quelle pourrait être la règle ?

8 Construis un parallélogramme dont

- le périmètre est 16 cm ;
- la longueur d'un côté est le triple de celle d'un côté consécutif.

9 Trace deux cercles concentriques de centre O.

En te servant uniquement d'une règle non graduée, trace un parallélogramme de centre O dont deux sommets appartiennent à l'un des cercles et les deux autres à l'autre cercle.

10 Avec des cercles

a. Construis un cercle (c_1) de centre O et de rayon 3,5 cm

b. Place deux points N et P sur (c_1) tels que [NP] soit un diamètre de (c_1).

c. Construis un cercle (c_2) de centre O et de rayon 5 cm.

d. Place deux autres points Q et R sur (c_2), non alignés avec N et P tels que [QR] soit un diamètre de (c_2).

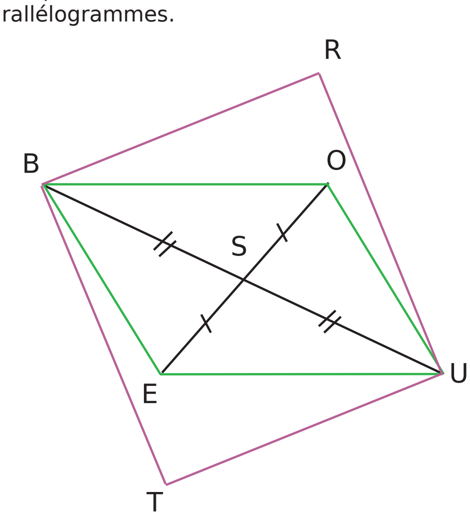
e. Démontre que le quadrilatère NQPR est un parallélogramme.

f. Donne les longueurs NP et QR.

Justifie ta réponse.

11 L'un dans l'autre

Les quadrilatères BOUE et BRUT sont des parallélogrammes.



a. Que représente le point S ?

b. Démontre que le quadrilatère TERO est un parallélogramme.

12 Bissectrices

a. Construis un parallélogramme ABCD tel que $\widehat{ADC} = 110°$, DA = 5 cm et DC = 9 cm.

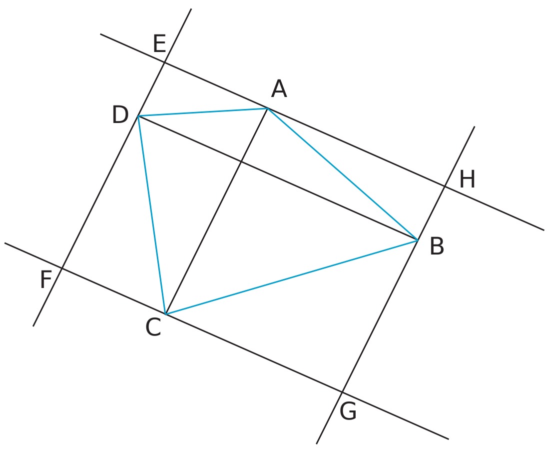
b. Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{ADC}$ qui coupe le segment [AB] en K.

c. Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ qui coupe le segment [DC] en L.

d. Démontre que les angles $\widehat{KDC}$ et $\widehat{ABL}$ sont de même mesure.

e. Démontre que le quadrilatère LBKD est un parallélogramme.

13 D'un quadrilatère à l'autre



Sur la figure ci-dessus, on a dessiné un quadrilatère ABCD puis on a tracé les parallèles aux diagonales passant par les sommets A, B, C et D du quadrilatère.

Les droites ainsi obtenues se coupent en E, F, G et H.

a. Démontre que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.

b. On suppose maintenant que ABCD est un rectangle.

Construis une nouvelle figure et démontre que EFGH est un losange.

c. On suppose enfin que ABCD est un losange.

Construis une nouvelle figure et démontre que EFGH est un rectangle.

14 Les poupées russes

a. Soit ABCD un parallélogramme. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O. Fais une figure.

b. Démontre que O est le milieu de [AC].

c. Soit E le milieu de [DO] et F le milieu de [BO]. Explique pourquoi O est le milieu de [EF].

d. Démontre que AECF est un parallélogramme.

15 Comme au cirque

a. ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD].

La perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AB) en I et la perpendiculaire à (AC) passant par B coupe (DC) en J.

Construis la figure.

b. Démontre que le quadrilatère IBJD est un parallélogramme.

16 Figures juxtaposées

a. Construis un triangle équilatéral ABC de 5 cm de côté.

b. À l'extérieur du triangle et de telle sorte que les figures ne se recouvrent pas,

- place les points D et E tels que ABDE soit un rectangle avec AD = 7 cm ;
- place les points F et G tels que ACFG soit un losange avec $\widehat{ACF} = 150°$.

c. En justifiant, donne la mesure de l'angle $\widehat{CAG}$ puis celle de l'angle $\widehat{BAG}$.

Que peut-on en déduire pour les points G, A et E ? Justifie.

17 Bissectrices de deux angles consécutifs

a. Construis un parallélogramme ABCD puis les bissectrices (d_1) et (d_2) respectivement des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAD}$.

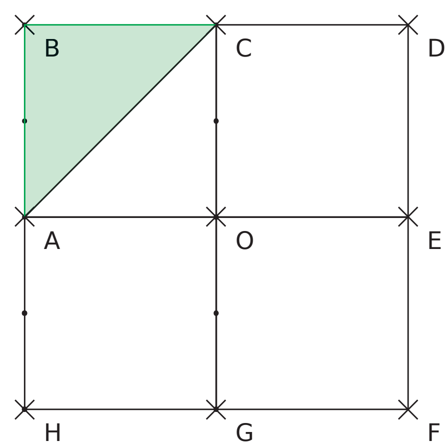
Ces droites se coupent en un point U.

b. Détermine $\widehat{BAU} + \widehat{ABU}$ sans mesurer d'angle.

Quelle est la nature du triangle ABU ?

c. Que peut-on en déduire pour les droites (d_1) et (d_2) ?

18 ABCO, CDEO, EFGO et GHAO sont des carrés. BDFH est un carré de centre O.



Quelle est l'image du triangle ABC dans les cas suivants ?

(On donnera ces résultats sans les justifier.)

a. Par la rotation de centre O, d'angle 90°, qui amène G en E.

b. Par la translation qui transforme B en O.

c. Par la symétrie d'axe (AE).

d. Par la symétrie centrale de centre O.

9782210106345-0MEP.indb 263 24/06/16 10:41

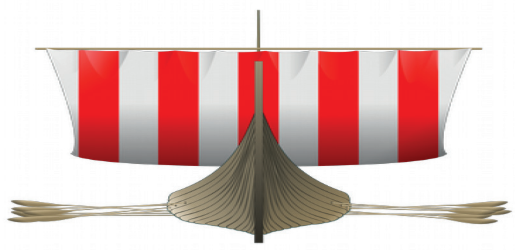
Je résous des problèmes

19 ABC est un triangle ;

• Le point D est le symétrique de A par rapport à B ;

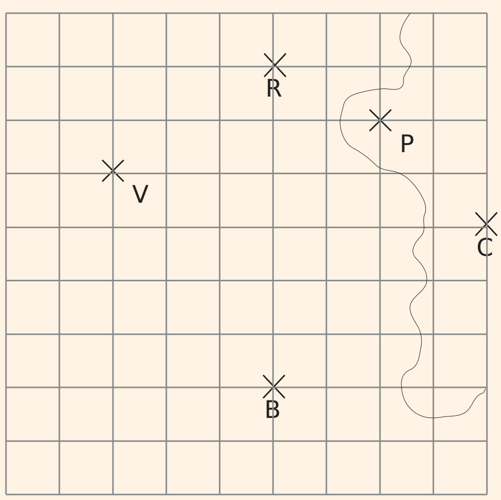
• Le point E est l'image de B par la translation qui transforme A en C.

Montre que le triangle ABC est le translaté du triangle BDE par une translation qu'il faudra préciser.



20 **Brevet (Rennes, 1996)**

Sur cette figure, la ligne courbe représente la côte ; P est un phare ; C un clocher ; B une balise ; R un rocher ; V un voilier.



a. Le voilier V se déplace selon les transformations suivantes :

• V effectue une translation qui transforme R en P et parvient en V_1.

• Il se déplace de V_1 à V_2 par une rotation de centre C et d'angle 90° dans le sens indirect.

• Enfin, sa dernière position V_3 est l'image de V_2 par la symétrie de centre B.

b. Place les points V_1, V_2, V_3 sur le quadrillage.

c. Sachant qu'un carreau du quadrillage représente 1 carré de 1 mille marin de côté, exprime, à l'aide de π, la mesure exacte du trajet parcouru par le voilier entre V et V_3.
On donnera la réponse en milles marins.

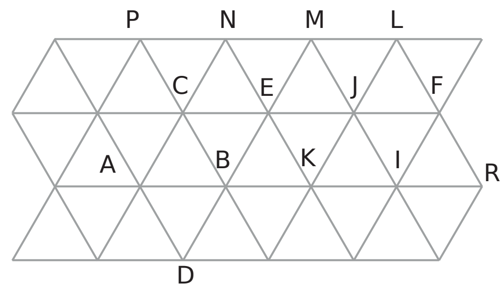
21 ABCD est un parallélogramme.

• Le point I est l'image de B par la translation qui transforme A en C ;

• Le point J est l'image de A par la translation qui transforme B en D.

Montrer que I, J, C et D sont alignés.

22 Sur la figure ci-dessous sont représentés des triangles équilatéraux.



a. Construire le point Q, symétrique de A par rapport à la droite (BE).

b. Construire le point P, image du point J par la rotation de centre I et d'angle 120° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

c. Quelle transformation permet de passer du triangle ABC au triangle IRF ?

Préciser ses éléments caractéristiques.

d. Quelle transformation permet de passer du triangle ABD au triangle RIF ?

Préciser ses éléments caractéristiques.

23 Construire un triangle ABC connaissant la longueur de 2 côtés (AB=4 cm et AC=6 cm) et de la hauteur issue de A (AH=3cm).

Combien de triangles pouvez-vous construire ? Sont-ils égaux ?

24 On considère le triangle MNP rectangle en M. On trace la hauteur de ce triangle issue de M. Elle coupe [NP] en H.

a. I et J sont les milieux respectifs de [MN] et [MP].

b. Montrer que les triangles MIH et MJH sont des triangles isocèles respectivement en I et en J.

c. Montrer que la droite (IJ) est la médiatrice du segment [MH].

d. En utilisant une symétrie axiale (à préciser), montrer que les droites (HI) et (HJ) sont perpendiculaires.

25 ABCD est un parallélogramme de centre O. La perpendiculaire à (AC) menée par B coupe (AC) en B' et la perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AC) en D'.

Le but du problème est de démontrer de deux manières différentes que DD'BB' est un parallélogramme.

1re partie : avec une symétrie

On considère la symétrie de centre O notée s.

a. Démontre que (DD') et (BB') sont parallèles.

b. Quel est l'image de B par s ?

c. Déduis de ces deux questions que (DD') est l'image de (BB') par s.

d. Pourquoi O est-il le milieu de [B'D'] ?

e. Démontre que DD'BB' est un parallélogramme.

2e partie : avec des triangles égaux

a. Démontre que $\widehat{OBB'} = \widehat{ODD'}$.

b. Démontre que ODD' et OBB' sont deux triangles égaux.

c. Déduis que O milieu de [D'B'].

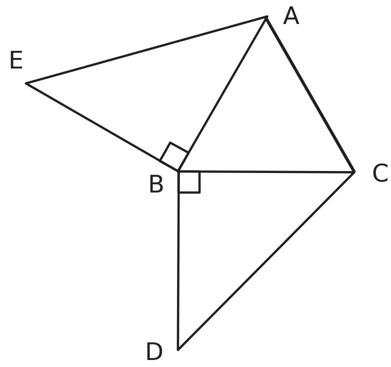
d. Démontre que DD'BB' est un parallélogramme.

26 ABC est un triangle équilatéral, CBD et ABE sont deux triangles rectangles isocèles en B disposés comme l'indique la figure ci-après.

I est le milieu de [AC] et J celui de [ED].

On note H le point d'intersection de [AD] et [EC].

On se propose de démontrer de deux manières différentes que EC = AD et que les droites (EC) et (AD) sont perpendiculaires.



1re partie : avec les rotations

On note r la rotation de centre B, d'angle 90° dans le sens direct.

a. Quelles sont les images de A et D par r ?

b. Déduis-en l'image du segment [AD] par r.

c. Démontre alors que CE=AD et que les droites (EC) et (AD) sont perpendiculaires.

2e partie : avec les symétries

a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ABI}$.

Pour la suite de l'exercice, on admet que les points I, B et J sont alignés et que (IJ) est la médiatrice de [DE] et [AC].

b. En utilisant une symétrie axiale (dont on précisera l'axe), démontre que EC=AD.

c. On trace le cercle (c) de centre B passant par A.

Les points E, D, C appartiennent-ils à (c) ?

d. Démontre que $\widehat{CED} = \widehat{EDA} = 45°$.

e. Déduis-en que les droites (EC) et (AD) sont perpendiculaires.

En utilisant le numérique

27 Points d'intersection de deux cercles

a. Avec un logiciel de géométrie dynamique,

- construis un cercle de centre I et de rayon 3 cm et place un point O quelconque ;
- construis le symétrique du cercle par rapport au point O.

b. Combien de points d'intersection le cercle et son symétrique peuvent-ils avoir ?

Selon la position du point O, envisage tous les cas possibles. Pour chacun des cas, fais un schéma sur ton cahier.

28 Un défi en géométrie dynamique !

a. Avec un logiciel de géométrie dynamique, construis :

- trois points A, B et C ;
- le segment [BC]
- Le point O, milieu du segment [BC].

b. Comment construire le symétrique de A par rapport à O en ne construisant que des droites et des droites parallèles ?

c. Quelle propriété de la symétrie centrale as-tu utilisée ?

9782210106345-0MEP.indb 265 24/06/16 10:41

Je résous des problèmes

29 Milieu de trois segments

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis trois segments [AB], [CD] et [EF] ayant le même milieu O.

b. Construis trois parallélogrammes dont les sommets sont parmi les points A, B, C, D, E et F.

c. Nomme ces trois parallélogrammes.

30 Carré en géométrie dynamique

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique,

- trace un segment [AB] ;
- construis les points C et D tels que ABCD soit un carré. (Attention, ABCD doit « rester carré » lorsque tu déplaces A, B, C ou D !)

b. Décris ton protocole de construction en indiquant les propriétés du carré que tu utilises à chaque étapes.

c. Y a-t-il plusieurs façons de procéder ?

31 Avec la symétrie centrale

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis un rectangle PLUS.

b. Construis les points E et A, symétriques respectifs des points U et P par rapport à L.

c. Déplace les points U et P. Quelle semble être la nature du quadrilatère PEAU ?

d. Démontre la conjecture que tu as faite à la question précédente.

32 Points cocycliques...

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis un rectangle ABCD de centre O.

b. Construis le cercle de centre O passant par A.

- Que remarques-tu ?
- Démontre ce résultat.

c. On dit que des points sont cocycliques lorsqu'ils sont situés sur un même cercle.

En règle générale, les sommets d'un parallélogramme sont-ils cocycliques ?

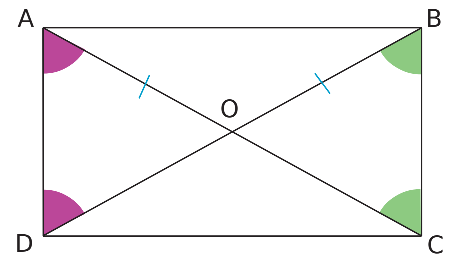
d. Éric affirme : « Si quatre points sont cocycliques, alors ils sont les sommets d'un rectangle. ».

À l'aide d'un contre-exemple que tu construiras grâce au logiciel de géométrie dynamique, montre qu'il a tort.

Modifie sa phrase pour la rendre vraie.

33 Avec les angles

Sur la figure ci-dessous : $\widehat{OAD} = \widehat{ODA}$, OA = OB et $\widehat{OBC} = \widehat{BCO}$.



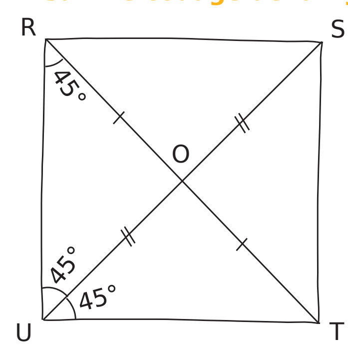
a. Quelle est la nature des triangles AOD, BOA et COB ? Justifie.

b. Que peux-tu en déduire pour les longueurs OA, OB, OC et OD ?

c. Démontre alors que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

d. Les angles $\widehat{OAD}$ et $\widehat{OBC}$ ont-ils la même mesure ? Explique pourquoi.

34 En utilisant le codage de la figure



a. Démontre que le quadrilatère RSTU est un parallélogramme.

b. Peut-on être plus précis sur la nature du quadrilatère RSTU ? Justifie.

35 Avec un logiciel de géométrie dynamique.

a. Trace un quadrilatère quelconque.

b. Construis les symétriques de ce quadrilatère par rapport à chacun des milieux de ses côtés.

c. Par quelle transformation passe-t-on directement de l'un de ces symétriques à un autre symétrique ?

d. En poursuivant des constructions identiques au **b.** à partir des quadrilatères obtenus réalise-t-on un pavage du plan ?

e. Et si on prend un pentagone au départ ?

9782210106345-0MEP.indb 266 24/06/16 10:41

36 Plutôt deux fois qu'une

1re Partie : à la main

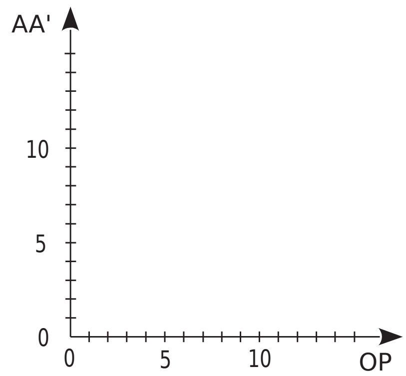
a. Sur une feuille non quadrillée, chaque élève du groupe doit effectuer le programme de construction suivant :

- Tracer un triangle ABC.
- Placer deux points O et P.
- Tracer le triangle $A_1B_1C_1$, symétrique du triangle ABC par rapport à O.
- Tracer le triangle A'B'C', symétrique du triangle $A_1B_1C_1$ par rapport à P.
- Tracer en rouge le segment [OP] et en vert le segment [AA'].
- Inscrire la longueur du segment [OP] et la longueur du segment [AA'] sur la figure.

b. Sur votre cahier, reproduisez le tableau ci-dessous et complétez-le en reportant les longueurs trouvées par les camarades de votre groupe.

	Élève 1	Élève 2	Élève 3	Élève 4
OP				
AA'				

c. Sur votre cahier, reproduisez le graphique ci-contre en prenant comme unité le centimètre et complétez-le à l'aide du tableau de la question **b.**



2e Partie : avec un logiciel de géométrie dynamique

a. Effectuez le programme de construction de la question **a.**.

b. Affichez les longueurs des segments [AA'] et [OP].

c. Déplacez le point A. Que remarquez-vous ?

d. Déplacez le point O. Que remarquez-vous ?

e. Que se passe-t-il si on place le point O sur le point P ? Pourquoi ?

3e partie : en utilisant un tableur

En utilisant un tableur, tracez un graphique représentant la longueur AA' en fonction de OP. Pour cela, vous utiliserez les résultats de la question **b.** de la **1re Partie** .

Pavage du plan

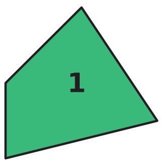
"Un **pavage** est une méthode de remplissage d'un espace à l'aide d'un motif répétitif, sans trou ni chevauchement."

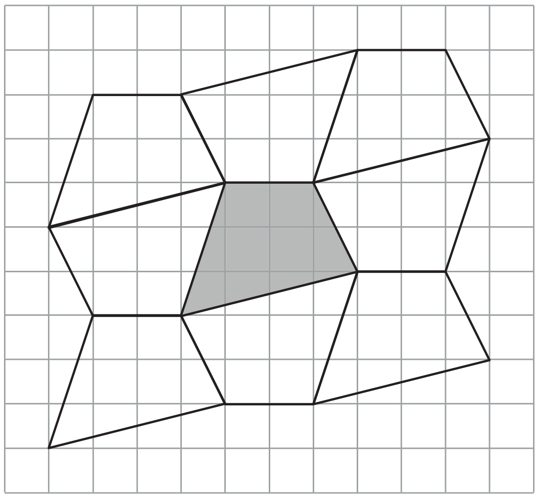
37 Pavage

a. On a réalisé le pavage ci-contre à partir du quadrilatère grisé.

Explique comment réaliser un tel pavage en utilisant uniquement des symétries centrales.

b. Trace un pavage en prenant comme figure de base le quadrilatère **1**.



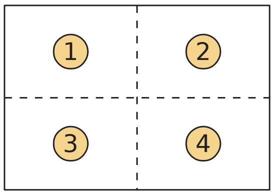


Je résous des problèmes

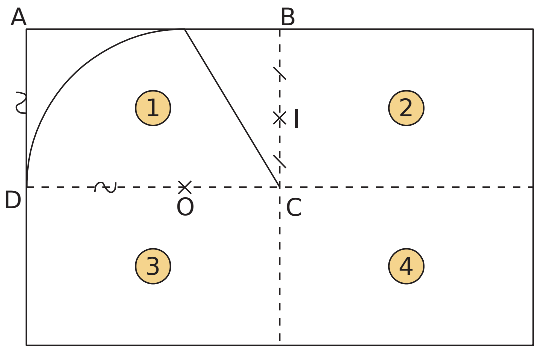
38 Pavage rectangulaire

1^re^ partie

a. À partir d'une feuille au format A4, effectuez deux pliages pour obtenir quatre rectangles de même taille comme sur le schéma ci-dessous.



b. Sur votre feuille, construisez dans le rectangle 1, la figure ci-dessous (O est le centre de l'arc de cercle).



c. Construisez le symétrique par rapport à I de la figure tracée dans le rectangle 1. Dans quelle partie de la feuille va-t-il se situer ?

d. Construisez les symétriques par rapport à la droite (DC) des figures des parties 1 et 2.

e. Rassemblez toutes les feuilles du groupe que vous placerez les unes à côté des autres pour former un grand rectangle. C'est un pavage rectangulaire.

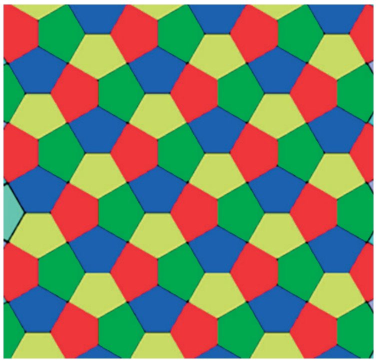
2^e^ partie

a. À partir de nouvelles feuilles A4, tracez, dans le rectangle 1, un motif géométrique composé de droites, segments ou cercles. Tous les élèves du groupe doivent avoir exactement le même motif.

b. De la même façon qu'à la 1^re^ partie, construisez l'image, par la symétrie de centre I, de la figure tracée dans le rectangle 1 puis l'image, par la symétrie d'axe (DC), des figures tracées dans les rectangles 1 et 2.

c. En regroupant les feuilles, on obtient ainsi un nouveau pavage rectangulaire.

39 Voici une partie d'un pavage du plan. Il est construit à partir d'une seule figure de base simple.



Pour dessiner cette figure de base, Yann propose de couper un carré selon une diagonale et de faire subir à une des moitiés une rotation de 30° autour d'un des sommets de cette diagonale.

a. Réalise la construction proposée par Yann. Te paraît-elle convenir ?

b. Dessine un motif qui permettrait d'obtenir tout le pavage par des translations.

c. Dans ce motif comment passe-t-on d'une figure de base à une autre ?

40 Des pavages périodiques

Un pavage est périodique si, à l'aide des pavés de base, il est possible de constituer un motif qui se répète à l'identique

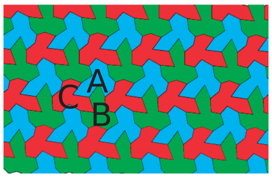
a. Construire un pavage dont le pavé de base est un hexagone régulier.

b. Construire un pavage dont le pavé de base est un octogone régulier.

c. Construis un pavage périodique à partir d'un carré et d'un triangle équilatéral de côté 3 cm.

d. Trouve un tableau d'Escher représentant un pavage périodique et identifie le pavé de base.

41 Voici une partie d'un pavage du plan.



On a isolé trois motifs colorés qui ont un sommet commun.

a. Précise par quelle transformation passe-t-on du motif A au motif B puis du motif B au motif C.

b. Déduis-en par quelle transformation on peut passer directement de A à C.

Triangles rectangles

D3

Objectifs de cycle

■ **Racines carrées**	tests n° 1, 2 et 3	Niveau 2
■ **Théorème de Pythagore**	tests n° 4, 5 et 6	Niveau 2
■ **Réciproque du théorème de Pythagore**	tests n° 7 et 8	Niveau 2
■ **Trigonométrie**		
Utiliser une formule	tests n° 9 et 10	Niveau 3
Calculer une longueur	tests n° 11, 12 et 13	Niveau 3
Calculer une mesure d'angle	tests n° 14 et 15	Niveau 3

- Le théorème de Pythagore et sa réciproque sont étudiés en 4e.
- Les activités proposées permettent aux élèves de s'entraîner aux raisonnements mathématiques et à la démonstration : les propriétés conjecturées à l'aide d'outils numériques sont ensuite validées par le raisonnement et la démonstration.
- La définition de la racine carrée est introduite et l'activité permet de prendre conscience que certains nombres ne sont pas rationnels.

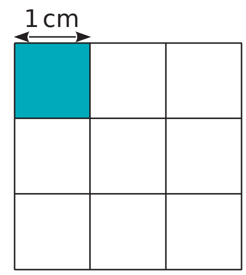
9782210106345-0MEP.indb 269 24/06/16 10:41

Activités de découverte

Activité 1 Un carré d'aire 2

1. Donne la mesure du côté d'un carré dont l'aire est 25 cm² ; 0,49 cm².

2. Peux-tu tracer un **carré** dont l'aire est le double de celle du carré bleu ci-contre ?



3. On appelle c le côté de ce carré en centimètres.
Quelle relation existe-t-il entre c et 2 ?

4. Peux-tu donner une écriture décimale de c ?
À l'aide de la calculatrice, donne une valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{2}$.

5. Existe-t-il un nombre dont le carré soit négatif ? Justifie.

6. Certains nombres **entiers** ont une racine carrée **entière**. On dit que ces nombres sont des carrés parfaits. Cite tous les carrés parfaits compris entre 0 et 256.

Activité 2 Rationnel ou pas ?

a. $\sqrt{2}$ n'est ni un nombre entier ni un nombre décimal.
Nous allons nous poser la question : « Est-ce un nombre rationnel ? »

Dans cette partie, on suppose que $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel et qu'il peut donc s'écrire sous la forme d'un quotient de deux entiers relatifs p et q :

$\sqrt{2} = \dfrac{p}{q}$ où $\dfrac{p}{q}$ est un quotient irréductible. Démontre que $2q^2 = p^2$.

b. Dans cette question, on va étudier la divisibilité de p^2 et de $2q^2$ par 2 et par 5.
Pour cela, recopie et complète les tableaux ci-dessous.

Si le chiffre des unités de p est...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
alors le chiffre des unités de p^2 est...										

Si le chiffre des unités de q est...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
alors le chiffre des unités de q^2 est...										
et le chiffre des unités de $2q^2$ est...										

c. En observant les tableaux précédents, quel(s) est (sont), selon toi, le (les) chiffre(s) des unités possible(s) de p et q quand $2q^2 = p^2$?

d. La fraction $\dfrac{p}{q}$ est-elle irréductible ? Qu'en déduis-tu pour le nombre $\sqrt{2}$?

Activité 3 Les ensembles de nombres

Voici une liste de nombres.

$$\frac{-457}{23} \;;\; 4\sqrt{2} \;;\; 854 \;;\; 0{,}000\,08 \times 10^{7} \;;\; \sqrt{49}\,;\, \pi \;;$$
$$\frac{174}{58} \;;\; -0{,}000\,415\,7 \;;\; -\sqrt{\frac{4}{9}}\,;\, \frac{58}{4} \;;\; 10^{-3}.$$

1. Dans cette liste, quels sont les nombres entiers ? Quels sont les nombres décimaux ? Quels sont les nombres rationnels ?

2. Y a-t-il des nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous forme décimale ?

3. Y a-t-il des nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous forme fractionnaire ?

4. Y a-t-il des nombres que tu n'as pas su classer dans l'une des catégories du 1. ?

Activité 4 Sur la piste de Pythagore

1. Ouvre un logiciel de géométrie dynamique.

2. Construis un triangle rectangle ABC.

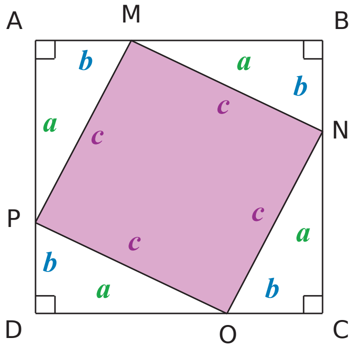
3. Fais apparaître les mesures des côtés du triangle ABC puis AB^2, AC^2 , BC^2.

4. Déplace les points A, B et C. Quelle conjecture peux-tu énoncer ?

Activité 5 Démonstration du théorème de Pythagore

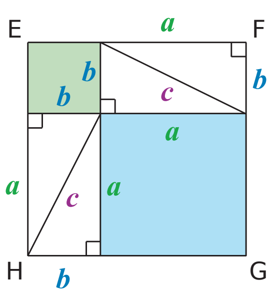
À partir de quatre triangles rectangles identiques, on obtient la figure ci-contre, sur laquelle A, M, B ; B, N, C ; C, O, D et D, P, A sont alignés.

a, b et c désignent les longueurs des côtés des triangles rectangles.



1. Quelle est la nature des quadrilatères ABCD et MNOP? Justifie.

2. Quelle est l'aire du quadrilatère MNOP en fonction de c ?



On dispose, à présent, les quatre triangles rectangles comme sur la figure ci-dessous, afin que EFGH soit un carré.

3. Explique pourquoi les carrés ABCD et EFGH ont la même aire.

4. Que dire alors des aires des carrés bleu et vert par rapport à l'aire du carré rose ?

5. Déduis-en une relation entre a, b et c.

Activités de découverte

Activité 6 Et réciproquement ?

1. Recherche de nombres entiers positifs a, b et c tels que $c^2 = a^2 + b^2$

a. Avec un tableur, construis un tableau comme ci-contre, avec des valeurs allant jusqu'à 16 sur la ligne 1 et la colonne A.

b. Remplis chaque cellule avec la somme des carrés du nombre correspondant à sa ligne et du nombre correspondant à sa colonne comme le montre l'exemple ci-contre.

c. Sur la même feuille de tableur, construis un autre tableau permettant d'avoir les valeurs des carrés des nombres entiers de 1 à 23.

	A	B	C	D	E	F
1		1	2	3	4	5
2	1					
3	2					
4	3					
5	4					
6	5					

cellule C4 :
résultat de $3^2 + 2^2$

d. Trouve plusieurs triplets de nombres a, b et c tels que $c^2 = a^2 + b^2$

e. Construis maintenant, avec un logiciel de géométrie, les triangles dont les mesures sont les triplets trouvés. Quelle conjecture peux-tu faire alors ?

2. Démonstration de la réciproque du théorème de Pythagore

On considère un triangle ABC tel que $BC^2 = BA^2 + AC^2$ et un point D tel que ABD soit un triangle rectangle en A et AC = AD.

a. Montre que BD=BC. Que représente la droite (AB) pour le segment [CD] ?

b. Que peux-tu dire des points A, C, D ? Conclus.

Activité 7 Trigonométrie (dans le triangle rectangle)

1. Conjecture avec un logiciel de géométrie dynamique

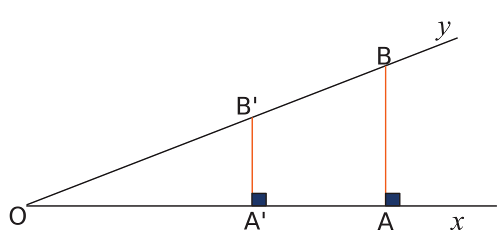
a. Construis un triangle ABC rectangle en A. Place sur le côté [AB] un point M et construis la perpendiculaire à (AB) passant par M. Nomme N le point d'intersection de cette droite avec le côté [BC].

b. Mesure l'angle $\widehat{ABC}$ et les côtés [BM] et [BN].

c. En déplaçant le point M sur [AB], que peux tu dire de $\dfrac{BM}{BN}$? de $\dfrac{MN}{BN}$? $\dfrac{MN}{BM}$?

d. Que faut-il faire pour modifier ces valeurs? De quoi dépendent-elles?

2. Démonstration



a. Sur la figure ci-contre, A et A' sont deux points de la demi-droite [Ox).Les perpendiculaires à [Ox) passant respectivement par A et A' coupent [Oy) en B et B'.

Pourquoi a-t-on $\dfrac{OA'}{OA} = \dfrac{OB'}{OB} = \dfrac{A'B'}{AB}$? Démontre que $\dfrac{OA'}{OB'} = \dfrac{OA}{OB}$. Puis que $\dfrac{A'B'}{OB'} = \dfrac{AB}{OB}$.

b. La valeur de ces quotients dépend-elle de la position de A' sur [Ox) ? Si non, de quoi dépend-elle ? Conclus. Explique pourquoi ces valeurs sont comprises entre 0 et 1.

c. Démontre maintenant que $\dfrac{A'B'}{OA'} = \dfrac{AB}{OA}$. De quoi dépend cette valeur ?

Conclus.

9782210106345-0MEP.indb 272 24/06/16 10:41

Cours et méthodes

1) Utiliser les racines carrées

Définition

Le nombre **positif** qui, élevé au carré, donne le nombre a s'appelle la **racine carrée** de a. On le note $\sqrt{a}$.

» **Exemple :** Il y a deux nombres qui, élevés au carré, donnent 25 : ce sont 5 et -5 car $5^2 = 25$ et $(-5)^2 = 25$. $\sqrt{25}$ est le nombre positif, c'est-à-dire 5.

Règles

Pour tout nombre **positif** a, on a $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$.

» **Exemple :** $\sqrt{1}=1$; $\left(\sqrt{3,6}\right)^2=3,6$; $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$ et $\sqrt{1,3\times1,3}=1,3$

Définition

Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier.

» **Exemple :** Voici la liste des 15 premiers carrés parfaits :
$1^2=1$; $2^2=4$; $3^2=9$; $4^2=16$; $5^2=25$; $6^2=36$; $7^2=49$; $8^2=64$; $9^2=81$; $10^2=100$; $11^2=121$; $12^2=144$; $13^2= 169$; $14^2=196$; $15^2=225$.

2) Calculer des longueurs avec le théorème de Pythagore

Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Entraîne-toi à Calculer la longueur de l'hypoténuse

Énoncé

NIV est un triangle rectangle en V tel que VI=4 cm et VN=5 cm. Détermine la longueur de l'hypoténuse [NI] et donnes-en une valeur arrondie au mm.

Correction

Le triangle NIV est rectangle en V.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$NI^2 = NV^2 + VI^2$

soit $NI^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$

NI est une distance, donc $NI>0$ et on a :

$NI = \sqrt{41}$

$NI \approx 6,4$ cm

Entraîne-toi à Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit

Énoncé

RAS est un triangle rectangle en A tel que RS = 9,7 cm et RA = 7,2 cm. Calcule AS.

Correction

Le triangle RAS est rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$RS^2 = RA^2 + AS^2$

$9,7^2 = 7,2^2 + AS^2$

$94,09 = 51,84 + AS^2$

$AS^2 = 94,09 - 51,84$

$AS^2 = 42,25$

$AS = \sqrt{42,25}$ cm.

AS = 6,5 cm (**valeur exacte**).

9782210106345-0MEP.indb 273 24/06/16 10:41

3) Démontrer qu'un triangle est rectangle... ou pas

Réciproque et autre formulation du théorème de Pythagore

Soit un triangle ABC dans lequel [AB] est **le plus grand côté**.
Si $AB^2 = AC^2 + BC^2$ alors ce triangle est rectangle en C.
Si $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$ alors ce triangle n'est pas rectangle.

Entraîne-toi à **Vérifier qu'un triangle est ou n'est pas rectangle**

Énoncé

NUL est un triangle tel que NU = 42 cm ; LU = 46 cm et LN = 62 cm.
Démontre que NUL n'est pas un triangle rectangle.

Correction

Dans le triangle NUL, le plus long côté est [LN]

D'une part, $LN^2 = 62^2$
$LN^2 = 3844$

D'autre part, $LU^2 + NU^2 = 46^2 + 42^2$
$LU^2 + NU^2 = 2116 + 1764$
$LU^2 + NU^2 = 3880$

Donc $LN^2 \neq LU^2 + NU^2$.
L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle NUL n'est pas rectangle.

Énoncé

NEZ est un triangle tel que NE = 75 cm ; EZ = 45 cm et NZ = 60 cm.
Démontre que ce triangle est rectangle.

Correction

Dans le triangle NEZ, le plus long côté est [NE].

D'une part, $NE^2 = 75^2$
$NE^2 = 5625$

D'autre part, $EZ^2 + NZ^2 = 45^2 + 60^2$
$EZ^2 + NZ^2 = 2025 + 3600$
$EZ^2 + NZ^2 = 5625$

Donc $NE^2 = EZ^2 + NZ^2$.
L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle NEZ est rectangle en Z.

4) Écrire une relation trigonométrique

À connaître

Dans un **triangle rectangle**,
- **le cosinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- **le sinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- **la tangente d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent à cet angle.

Propriétés

- Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1.
- La tangente d'un angle aigu est un nombre supérieur à 0.
- Le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu sont des nombres sans unité.

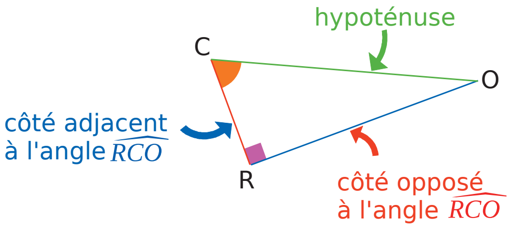
9782210106345-0MEP.indb 274 24/06/16 10:41

↘ Entraîne-toi à Écrire une relation trigonométrique

■ Énoncé

Le triangle COR est rectangle en R. Écris les formules donnant le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle $\widehat{RCO}$.

Correction



Le triangle COR est rectangle en R donc

$\cos\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}}{\text{hypoténuse}}$

$\cos\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{CR}{CO}$

$\sin\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{hypoténuse}}$

$\sin\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{RO}{CO}$.

$\tan\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}}$

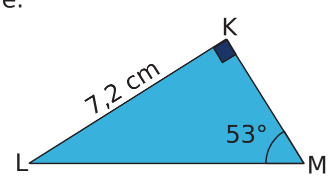
$\tan\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{RO}{RC}$.

5 Calculer des longueurs avec la trigonométrie

↘ Entraîne-toi à Calculer une longueur

■ Énoncé

On considère KLM un triangle rectangle en K tel que KL = 7,2 cm et $\widehat{LMK}$ = 53°.
Calcule la longueur du côté [LM] arrondie au millimètre.



Correction

Dans le triangle KLM rectangle en K,
[LK] est le côté opposé à l'angle $\widehat{LMK}$;
[LM] est l'hypoténuse.
On peut utiliser le sinus de l'angle $\widehat{LMK}$.

$\sin\left(\widehat{LMK}\right) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{LMK}}{\text{hypoténuse}}$

$\sin\left(\widehat{LMK}\right) = \dfrac{KL}{LM}$ soit $\sin 53° = \dfrac{7{,}2}{LM}$

LM = 7,2 ÷ sin 53°

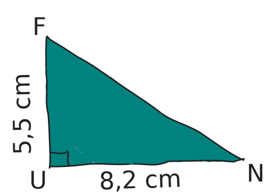
LM ≈ 9,0 cm.

6 Calculer la mesure d'un angle

↘ Entraîne-toi à Calculer la mesure d'un angle

■ Énoncé

Soit FUN un triangle rectangle en U tel que UN = 8,2 cm et UF = 5,5 cm.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{UNF}$ arrondie au degré.



Correction

Dans le triangle FUN rectangle en U, [FU] est le côté opposé à l'angle $\widehat{UNF}$;
[UN] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UNF}$.
On peut utiliser la tangente de l'angle $\widehat{UNF}$.

$\tan\left(\widehat{UNF}\right) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{UNF}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UNF}}$

$\tan\left(\widehat{UNF}\right) = \dfrac{UF}{UN}$

$\tan\left(\widehat{UNF}\right) = \dfrac{5{,}5}{8{,}2}$ donc $\widehat{UNF} = \tan^{-1}\left(\dfrac{5{,}5}{8{,}2}\right)$

$\widehat{UNF} \approx 34°$.

9782210106345-0MEP.indb 275 24/06/16 10:41

Je me teste

Niveau 2

1 Recopie et complète.

$\sqrt{0} = \ldots$ $\sqrt{81} = \ldots$ $\sqrt{7{,}3^2} = \ldots$ $\sqrt{\ldots} = 4$ $\sqrt{\pi} \times \sqrt{\pi} = \ldots$

2 À l'aide de la calculatrice, donne l'écriture décimale exacte ou approchée à 0,001 près des nombres suivants :

$F = \sqrt{3}$ $G = \dfrac{\sqrt{529}}{23}$ $H = 5\sqrt{0{,}81}$

3 Dresse la liste des douze premiers carrés parfaits.

4 TER est un triangle rectangle en T tel que TE = 6 m et TR = 4 m. Calcule la valeur exacte de ER puis donne la valeur arrondie au centimètre.

5 ARC est un triangle rectangle en A tel que RC = 13 m et AR = 5 m. Calcule la longueur AC.

6 Soit DEF un triangle tel que DE = 11 cm ; EF = 13 cm et DF = 15 cm. Construis le triangle DEF puis démontre que ce n'est pas un triangle rectangle.

7 Soit XYZ un triangle tel que XY = 32 cm ; YZ = 40 cm et XZ = 24 cm. Démontre que le triangle XYZ est rectangle. Tu préciseras en quel point.

8 Soit UVW un triangle tel que UV = 20 dm ; UW = 2,1 m et VW = 290 cm. Démontre que le triangle UVW est rectangle. Tu préciseras en quel point.

Niveau 3

9 ENT est un triangle rectangle en E. Écris les rapports de longueurs donnant $\cos\left(\widehat{TNE}\right)$, $\sin\left(\widehat{TNE}\right)$ et $\tan\left(\widehat{TNE}\right)$.

10 NOE est un triangle rectangle en O. Pour chacun des rapports suivants, précise s'il s'agit du cosinus, du sinus ou de la tangente d'un des angles aigus du triangle NOE :

$\dfrac{NO}{NE}$; $\dfrac{OE}{ON}$; $\dfrac{EO}{EN}$ et $\dfrac{ON}{OE}$. Tu préciseras lequel.

11 Le triangle NIV est rectangle en N ; VN = 4 m et l'angle $\widehat{VIN}$ mesure 12°. Calcule la longueur IN arrondie au centimètre.

12 Le triangle AUE est rectangle en U ; AE = 10 cm et $\widehat{EAU} = 19°$. Donne la valeur arrondie au millimètre de la longueur du côté [UE].

13 Le triangle VLR est rectangle en V ; LR = 8,7 cm et $\widehat{VRL} = 72°$. Donne la valeur arrondie au millimètre de la longueur du côté [VR].

14 Le triangle EXO est rectangle en X tel que EX = 3 cm et OE = 7 cm. Calcule les valeurs arrondies au degré de la mesure des angles $\widehat{EOX}$ et $\widehat{XEO}$.

15 Le triangle JUS est rectangle en U. Calcule la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{UJS}$ sachant que UJ = 6,4 cm et US = 4,8 cm.

➔ Voir Corrigés p. 368

Je m'entraîne

Utiliser les racines carrées

1 Dis si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.

a. 49 est le carré de 7.

b. 8 a pour carré 64.

c. – 9 a pour carré – 81.

d. 144 est le carré de – 12.

e. $(-3)^2$ est le carré de 3.

2 Nombre ayant pour carré

Écris chaque nombre sous la forme du carré d'un nombre positif.

a. 16 **c.** 0 **e.** 1

b. 25 **d.** 0,36 **f.** 0,04

3 Recopie et complète les phrases suivantes.

a. $4 = ...^2$, ... est positif donc $\sqrt{4} = ...$

b. $... = 6^2$, ... est positif donc $\sqrt{...} = 6$.

c. $0{,}01 = ...^2$, ... est positif donc $\sqrt{0{,}01} = ...$

d. $... = 0{,}5^2$, ... est positif donc $\sqrt{...} = 0{,}5$.

e. $121 = ...^2$, ... est positif donc $\sqrt{121} = ...$

4 Les nombres suivants ont-ils une racine carrée ? Si oui, laquelle ?

a. 16 **d.** – 36 **g.** – 1

b. 100 **e.** $(-8)^2$ **h.** – 52

c. 9 **f.** 169 **i.** π

5 Peux-tu déterminer la racine carrée des nombres suivants ? Justifie ta réponse.

a. $\left(\sqrt{8}\right)^2$ **c.** $-2 \times (-5)^2$ **e.** 5×10^{-2}

b. $\sqrt{5}$ **d.** $\pi - 4$ **f.** $4 - \pi$

6 Sans utiliser de calculatrice, donne la valeur des nombres suivants.

a. $\left(\sqrt{25}\right)^2$ **c.** $\left(-\sqrt{16}\right)^2$ **e.** $\sqrt{(-7)^2}$

b. $\sqrt{3^2}$ **d.** $\left(\sqrt{0{,}14}\right)^2$ **f.** $\sqrt{0{,}4^2}$

7 Sans utiliser de calculatrice, donne la racine carrée des nombres suivants.

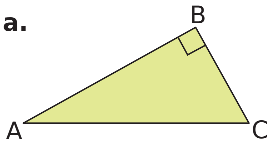
a. 81 **c.** 0 **e.** 0,49 **g.** $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$

b. 225 **d.** $\sqrt{81}$ **f.** 121 **h.** $(-4)^2$

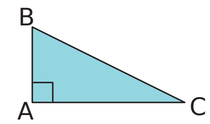
Utiliser « Pythagore »

8 Écris l'égalité de Pythagore dans chaque cas.

a.



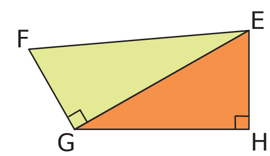
c.



b. MNP avec : $\widehat{MNP} = 90°$.

d. XYZ tel que : $(XY) \perp (YZ)$.

9 En utilisant les données de la figure ci-contre, recopie et complète les égalités suivantes.

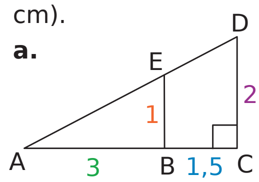


$EF^2 = ...^2 + ...^2$	$FG^2 = ...^2 - ...^2$	$EG^2 = ...^2 - ...^2$
$EG^2 = ...^2 + ...^2$	$GH^2 = ...$	$EH^2 = ...$

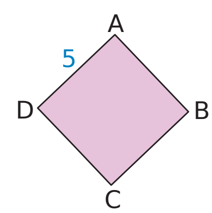
10 Des figures complexes

Pour chacune des figures suivantes, indique en expliquant ta réponse, les triangles dans lesquels le théorème de Pythagore peut s'appliquer et quelle(s) longueur(s) tu peux alors calculer (les mesures données sont en cm).

a.

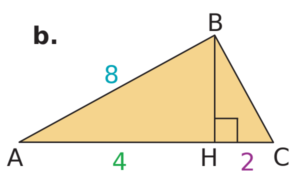


c.



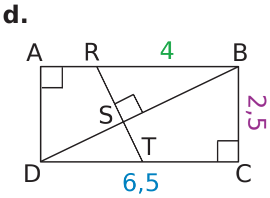
ABCD est un carré.

b.



A, H et C sont alignés.

d.



11 Carré, racine carrée

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 3 cm et AC = 1 cm.

a. Fais une figure.

b. Calcule BC^2 puis en utilisant la touche racine carrée $\boxed{\sqrt{}}$ de ta calculatrice, donne la valeur de BC approchée par défaut au millimètre près.

9782210106345-0MEP.indb 277 24/06/16 10:41

Je m'entraîne

12 Soit un triangle EDF rectangle en D.

a. Écris l'égalité de Pythagore pour ce triangle.

b. On donne : EF = 450 mm et DF = 360 mm. Calcule ED^2 puis, en utilisant la touche racine carrée de ta calculatrice, la longueur ED.

c. Calcule DF avec EF = 4,5 dm et ED = 2,7 dm.

13 ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 48 mm et AC = 64 mm.

a. Construis ce triangle en vraie grandeur.

b. Quelle longueur peux-tu calculer avec le théorème de Pythagore ?

c. Calcule cette longueur en rédigeant. En mesurant sur la figure, vérifie que la longueur trouvée est cohérente.

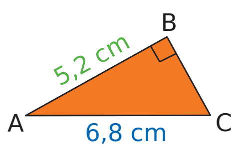
d. Reprends les questions précédentes avec le triangle MOT rectangle en M tel que TO = 7,4 cm et MT = 2,4 cm.

14 **Je rédige et je calcule**

a. Le triangle MNP est rectangle en M avec MN = 5,2 m et MP = 4,8 m.
Calcule la valeur de NP arrondie au dixième.

b. Calcule RT dans le triangle RST, rectangle en T tel que : ST = 60 mm et RS = 10,9 cm.

c. Calcule BC. Donne la valeur approchée par excès au centième près.



15 Calcule la valeur arrondie au millimètre de :

a. la longueur de la diagonale d'un carré de côté 5 cm ;

b. la longueur de la diagonale d'un rectangle dont les dimensions sont 8,6 cm et 5,3 cm ;

c. la longueur du côté d'un carré de diagonale 100 m.

16 **Saut d'obstacle**

Théo veut franchir, avec une échelle, un mur de 3,50 m de haut devant lequel se trouve un fossé rempli d'eau, d'une largeur de 1,15 m.

a. Fais un schéma de la situation.

b. Il doit poser l'échelle sur le sommet du mur. Quelle doit être la longueur minimum de cette échelle ? Arrondis au cm.

17 **Jardinage**

Un massif de fleurs a la forme d'un triangle rectangle et le jardinier veut l'entourer d'une clôture. Au moment de l'acheter, il s'aperçoit qu'il a oublié de mesurer un des côtés de l'angle droit.

Les deux seules mesures dont il dispose sont, en mètres : 6,75 et 10,59.

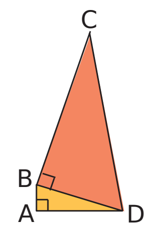
a. A-t-il besoin d'aller mesurer le côté manquant ?

b. Aide-le à calculer la longueur de la clôture qu'il doit acheter.

18 Sur la figure ci-contre :
AB = 1,5 cm ; AD = 6 cm et BC = 12 cm.

a. Calcule la valeur arrondie au mm de BD.

b. Calcule, en justifiant, la valeur exacte de DC.



19 TSF est un triangle isocèle en S tel que ST = 4,5 cm et TF = 5,4 cm.

a. Calcule la longueur de la hauteur relative à la base [TF].

b. Déduis-en l'aire de ce triangle.

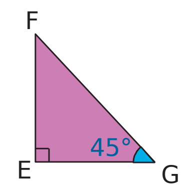
20 **Avec des angles**

Le triangle EFG est rectangle en E :

EG = 7 cm et $\widehat{FGE} = 45°$.

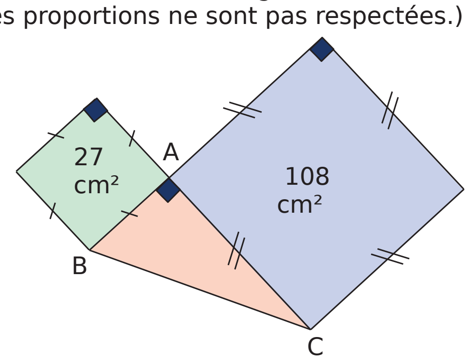
a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$.

b. Calcule, en justifiant, EF et FG (tu arrondiras au mm).



21 **Un petit calcul d'aire**

En utilisant les données de la figure, détermine l'aire du triangle ABC.
(Les proportions ne sont pas respectées.)



9782210106345-0MEP.indb 278 24/06/16 10:41

Démontrer qu'un triangle est rectangle... ou pas

22 Rectangle ou non ?

Le triangle XYZ est tel que XY = 29,8 cm ; YZ = 28,1 cm ; XZ = 10,2 cm.
Explique pourquoi il n'est pas rectangle.

23 Rectangle ou non ?

Soit le triangle ALE tel que : AL = 13,1 cm ; LE = 11,2 cm ; EA = 6,6 cm.
Construis ce triangle en vraie grandeur.
Est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

24 Soit le triangle MNP tel que MN = 3 cm ; NP = 5 cm et PM = 4 cm.

a. Construis ce triangle en vraie grandeur.

b. Fais les calculs nécessaires pour pouvoir conclure. Écris le théorème utilisé.

c. En utilisant ton équerre, peux-tu affirmer que ce triangle est rectangle ?

25 Donne tous les triangles rectangles dont les mesures des côtés sont parmi les valeurs suivantes :

6 cm ; 8,2 cm ; 10 cm ; 1,8 cm ; 5 cm ; 8 cm.

26 Dans chacun des cas ci-dessous, indique si le triangle est rectangle. Justifie.

a. EF = 4,5 cm ; FG = 6 cm ; EG = 7,5 cm.

b. EF = 3,6 cm ; FG = 6 cm ; EG = 7 cm.

c. FG =64 mm ; EF = 72 mm ; EG = 65 mm.

d. EF = 320 dm ; FG = 25,6 m ; EG = 19,2 m.

27 Le triangle OUI est tel que : UI = 5 cm ; UO = 1,4 cm et OI = 4,8 cm.

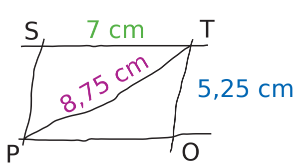
a. Construis ce triangle en vraie grandeur.

b. Par la symétrie de centre O, construis les points T et N symétriques respectifs des points U et I.

c. Quelle semble être la nature de NUIT ? Démontre ta conjecture.

28 Du parallélogramme au rectangle

On considère le parallélogramme STOP ci-contre dessiné à main levée.



Démontre que le parallélogramme STOP est un rectangle.

29 Du parallélogramme au losange

LOSA est un parallélogramme tel que :
LO = 58 mm ; LS = 80 mm et OA = 84 mm.
Démontre que LOSA est un losange.

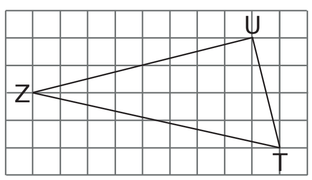
30 Droites perpendiculaires

Deux droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en O ; M est un point de (d_1) tel que : OM = 11,9 cm et N est un point de (d_2) tel que : ON = 12 cm.
On sait d'autre part que : MN = 16,9 cm.

Démontre que les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires.

31 Quadrillage

Le triangle ZUT est-il rectangle ? Si oui, précise en quel point et justifie ta réponse.



Écrire une formule de trigonométrie

32 Soit ABC un triangle rectangle en B.

a. Quelle est son hypoténuse ?

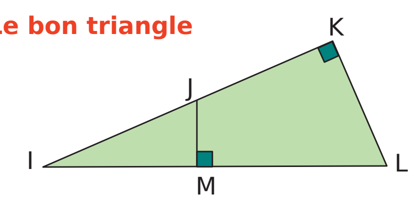
b. Quel est le côté opposé à l'angle $\widehat{ACB}$?

c. Quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ACB}$?

d. Quel est le côté opposé à l'angle $\widehat{CAB}$?

e. Quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{CAB}$?

33 Le bon triangle



On se place dans le triangle IKL rectangle en K.

a. Quelle est son hypoténuse ?

b. Quel est le côté opposé à l'angle $\widehat{KLI}$?

c. Quel est le côté opposé à l'angle $\widehat{KIL}$?

On se place dans le triangle IJM rectangle en M.

d. Quelle est son hypoténuse ?

e. Quel est le côté opposé à l'angle $\widehat{JIM}$?

Je m'entraîne

34 À toi de jouer !

a. Construis un triangle BON rectangle en O tel que OB = 2,5 cm et ON = 4,5 cm.

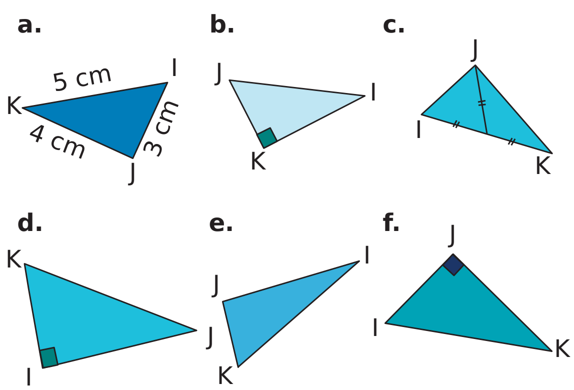
b. Repasse en rouge l'hypoténuse, en vert le côté opposé à l'angle $\widehat{BNO}$ et en bleu le côté adjacent à l'angle $\widehat{BNO}$.

35 Écritures

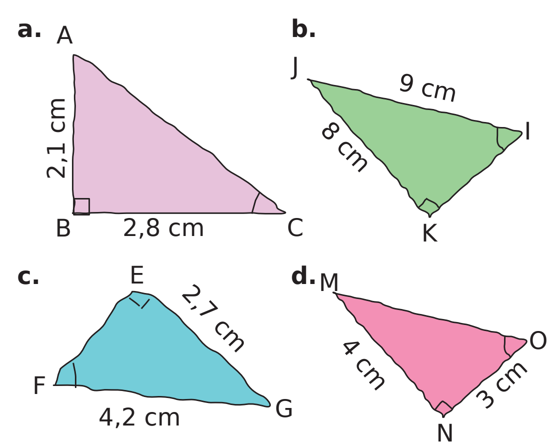
EFG est un triangle rectangle en E.
Écris les relations donnant le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle $\widehat{EGF}$ dans le triangle EFG.

36 AMI est un triangle rectangle en I. Écris les relations donnant le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle $\widehat{AMI}$ dans ce triangle.

37 Dans quel(s) triangle(s) peut-on écrire que $\sin\left(\widehat{IKJ}\right) = \dfrac{IJ}{IK}$? Justifie ta réponse.



38 Indique pour chaque figure à main levée si, à l'aide des données, on peut calculer le sinus, le cosinus ou la tangente de l'angle marqué.



39 Quels rapports ?

MOI est un triangle rectangle en O.
Que calcules-tu lorsque tu écris :

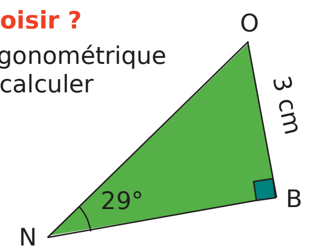
a. $\dfrac{OI}{MI}$? **b.** $\dfrac{OI}{MO}$? **c.** $\dfrac{MO}{OI}$? **d.** $\dfrac{MO}{MI}$?

Il peut y avoir plusieurs réponses possibles. Précise l'angle pour chaque réponse donnée.

Calculer une longueur avec la trigonométrie

40 À l'aide de la calculatrice, donne la valeur arrondie au centième de :
a. sin(75°) **b.** cos(26°) **c.** tan(83°) **d.** sin(18°)

41 Que faut-il choisir ?



a. Quelle relation trigonométrique dois-tu utiliser pour calculer BN ?

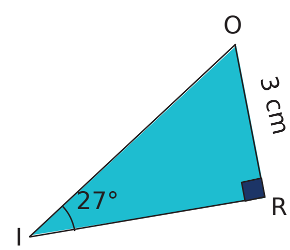
b. Calcule l'arrondi au dixième de cette longueur.

42 À toi de construire

a. Construis un triangle KOA rectangle en A tel que AK = 5 cm et $\widehat{AKO}$ = 40°.

b. Calcule la longueur OA arrondie au mm.

43 Calcul de l'hypoténuse



a. Exprime le sinus de l'angle $\widehat{RIO}$ en fonction des longueurs des côtés du triangle.

b. Déduis-en la valeur arrondie au dixième de l'hypoténuse du triangle RIO.

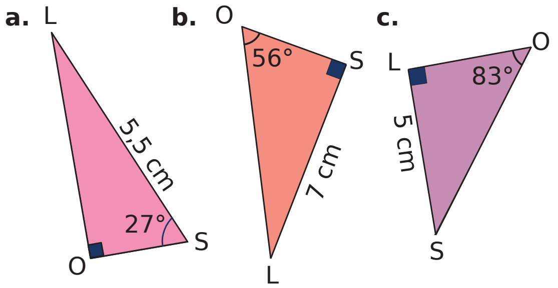
44 Construis un triangle TOY rectangle en O tel que TO = 4,5 cm et $\widehat{YTO}$ = 73°. Calcule la valeur arrondie au dixième de l'hypoténuse de ce triangle.

45 RAT est un triangle rectangle en T tel que $\widehat{RAT}$ = 56° et RT = 2,7 cm. Calcule les arrondis au dixième des longueurs TA et RA.

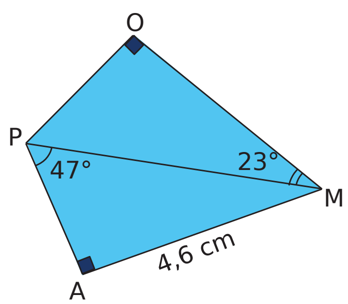
9782210106345-0MEP.indb 280 24/06/16 10:41

46 **À toi de choisir !**

Dans chaque cas, calcule la valeur arrondie au dixième de la longueur SO.

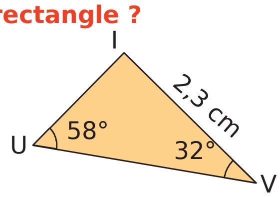


47 **Avec deux triangles**



Calcule la longueur OM arrondie au millimètre.

48 **Triangle rectangle ?**



a. Démontre que le triangle IUV est rectangle.

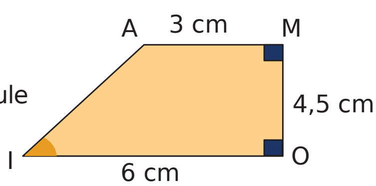
b. Calcule les longueurs IU et UV arrondies au dixième.

49 Construis un triangle ABC tel que AB = 4,5 cm, $\widehat{BAC}$ = 27° et $\widehat{CBA}$ = 63°.

a. Ce triangle est-il rectangle ? Pourquoi ?

b. Calcule les longueurs AC et BC arrondies au dixième.

50 À l'aide des informations de la figure, calcule la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{AIO}$.



51 **Extrait du Brevet**

a. Effectuer avec soin les différentes constructions suivantes.

- Tracer un demi-cercle () de centre O et de diamètre [AB] sachant que AB = 10 cm.
- Placer sur $(\mathscr{C})$ un point C tel que l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 40°.
- Tracer la tangente (d) à $(\mathscr{C})$ en B. Celle-ci coupe la droite (AC) au point D.

b. Calculer au dixième de centimètre près les mesures des distances AC et CB, après avoir justifié la nature du triangle ABC.

c. Indiquer les mesures exactes des angles $\widehat{ADB}$ et $\widehat{DBC}$ en justifiant vos réponses.

d. Calculer au dixième de centimètre près les mesures des distances CD, BD et AD.

Calculer des angles avec la trigonométrie

52 Donne la valeur arrondie au degré de x.

a. $\sin x = 0{,}24$ **b.** $\tan x = 52$ **c.** $\cos x = 0{,}75$

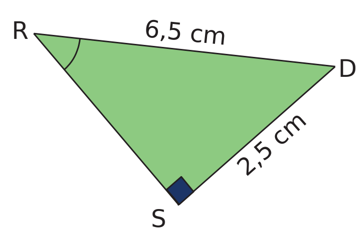
d. $\tan x = \dfrac{7}{2}$ **e.** $\cos x = \dfrac{2}{3}$ **f.** $\sin x = \dfrac{9}{10}$

53 Pour chaque question, justifie la construction sans rapporteur.

a. Construis un angle $\hat{A}$ tel que $\tan\left(\hat{A}\right) = \dfrac{8}{9}$.

b. Construis un angle $\hat{B}$ tel que $\sin\left(\hat{B}\right) = 0{,}6$.

54 Soit RDS un triangle rectangle en S.



a. Exprime le sinus de l'angle $\widehat{DRS}$ en fonction des longueurs des côtés du triangle.

b. Déduis-en la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{DRS}$.

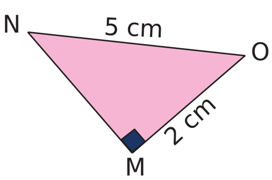
55 UVB est un triangle rectangle en B tel que BV = 2 cm et UV = 3,5 cm.
Calcule la mesure arrondie au degré de chacun des angles de ce triangle.

9782210106345-0MEP.indb 281 24/06/16 10:41

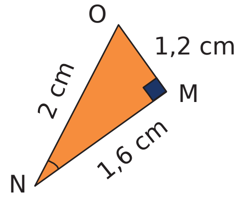
Je m'entraîne

56 Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle $\widehat{MNO}$; donne la valeur arrondie au degré.

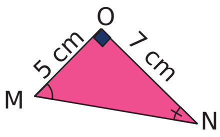
a.



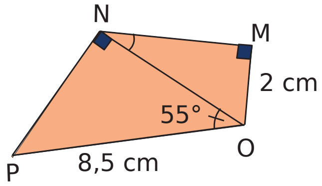
b.



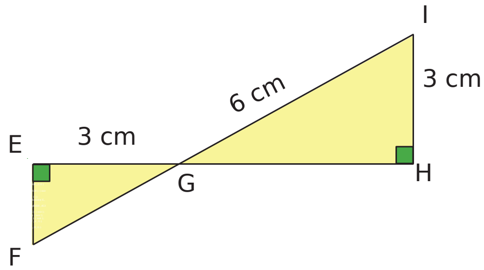
c.



d.



57 Triangles croisés



a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{IGH}$.

b. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{EGF}$.

c. Calcule les longueurs EF et FG arrondies au dixième.

58 MOI est un triangle tel que MO = 15 cm, OI = 25 cm et IM = 20 cm.

a. Ce triangle est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

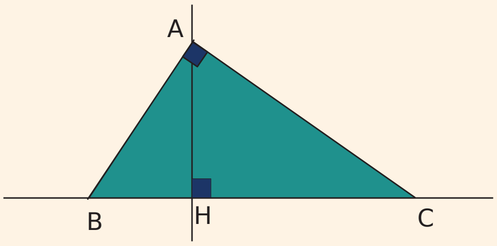
b. Calcule la mesure arrondie au degré de chacun des angles de ce triangle.

59 BIEN est un losange de centre O tel que IN = 7 cm et BE = 4 cm.
Calcule la mesure arrondie au degré de $\widehat{BIE}$.

60 MAI est un triangle isocèle en A tel que MI = 5 cm. La hauteur [AH] mesure 3 cm.
Calcule la mesure arrondie au degré de chacun des angles de ce triangle.

61 Extrait du Brevet

AHC est un triangle rectangle en H. La droite passant par A et perpendiculaire à la droite (AC) coupe la droite (HC) en B.
On sait que AH = 4,8 cm et HC = 6,4 cm.



a. Justifier l'égalité : $\widehat{ACH} = 90° - \widehat{HAC}$.

b. Justifier l'égalité : $\widehat{BAH} = 90° - \widehat{HAC}$.

c. Que peut-on en déduire pour les angles $\widehat{ACH}$ et $\widehat{BAH}$?

d. Montrer que $\tan\left(\widehat{ACH}\right) = \dfrac{3}{4}$.

e. En utilisant le triangle BAH, exprimer $\tan\left(\widehat{BAH}\right)$ en fonction de BH.

f. Déduire des questions précédentes que BH = 3,6 cm.

g. Calculer la mesure en degrés, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{ACH}$.

62 MNOP est un rectangle de longueur MN = 18 cm et de largeur MP = 7,5 cm.

a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{OMN}$ arrondie au degré.

b. Calcule la longueur de la diagonale de ce rectangle arrondie au millimètre.

c. Soit H le pied de la hauteur issue de N dans le triangle MNO. Calcule la longueur NH arrondie au millimètre.

63 RIEN est un rectangle tel que $\widehat{RIN} = 40°$ et RE = 8,5 cm.

a. Construis une figure en vraie grandeur.

b. Calcule la longueur et la largeur de ce rectangle, arrondies au millimètre.

64 ABCD est un trapèze rectangle de bases [AB] et [CD] tel que AB = AD = 4,5 cm et DC = 6 cm. Les diagonales se coupent en G.

a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$ arrondie au degré.

b. Calcule la longueur de la diagonale [AC].

c. Calcule la longueur BD arrondie au millimètre.

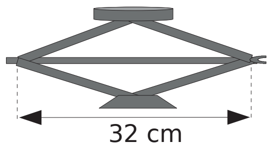
9782210106345-0MEP.indb 282 24/06/16 10:41

Je résous des problèmes

Dans d'autres disciplines

1 Le cric

Le cric d'une voiture a la forme d'un losange de 21 cm de côté.
À quelle hauteur soulève-t-il la voiture lorsque la diagonale horizontale mesure 32 cm ? Arrondis au mm.

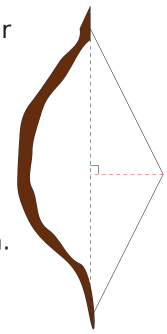


2 L'arc pour enfant

La corde élastique a une longueur de 60 cm au repos.

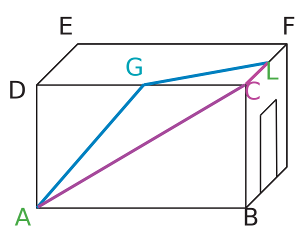
a. Quelle est la nouvelle longueur de la corde si on l'écarte de 11 cm en la tirant par son milieu ? Arrondis au cm.

b. Il est demandé de ne pas allonger la corde de plus de 8 cm. Quel est, en cm, l'écartement maximal conseillé ?



3 Longueur de câble

Une pièce d'une maison a la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont : AB = 5 m ; BC = 2,5 m et DE = 4 m.



Un bricoleur doit amener un câble du point A au point L, milieu de [CF].
Il hésite entre les deux possibilités marquées en couleur sur la figure, sachant que G est le milieu de [DC] :

en bleu, de A vers G puis de G vers L ;
en violet, de A vers C puis de C vers L.

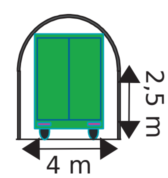
a. Dans lequel des deux cas utilisera-t-il le moins de câble ? Justifie.

b. Construis sur une même figure, à l'échelle 1/100, les faces ABCD et CDEF.
Représente les deux possibilités pour le passage du câble.

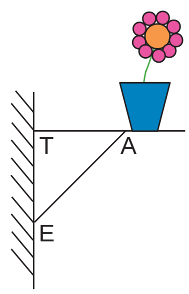
c. Le bricoleur veut utiliser le moins de câble possible. Sur la figure précédente, représente le passage du câble de longueur minimum. Justifie ton tracé et calcule cette longueur.

4 Tunnel

Un tunnel, à sens unique, d'une largeur de 4 m est constitué de deux parois verticales de 2,5 m de haut, surmontées d'une voûte semi-circulaire de 4 m de diamètre.
Un camion de 2,6 m de large doit le traverser.
Quelle peut être la hauteur maximale de ce camion ?



5 Fleurs sur une étagère

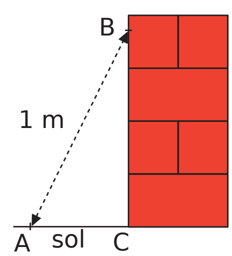


Sur un mur vertical, Arnaud a installé une étagère pour y poser un pot de fleurs.
Les mesures qu'il a utilisées sont les suivantes :
AT = 42 cm ; AE = 58 cm et TE = 40 cm.

L'étagère d'Arnaud est-elle horizontale ? Justifie.

6 Construction d'un mur

Pour apprendre son métier, un apprenti maçon a monté un mur en briques de 0,90 m de hauteur. Son patron arrive pour vérifier son travail : il marque un point B sur le mur à 80 cm du sol et un point A à 60 cm du pied du mur. Il mesure alors la distance entre les points A et B et obtient 1 m.



L'apprenti a-t-il bien construit son mur perpendiculaire au sol ? Justifie.

7

La puissance électrique dissipée dans une résistance est calculée à l'aide de la formule : $P = RI^2$, où P est la puissance en watts (W), R la résistance en ohms (Ω) et I l'intensité en ampères (A).

La puissance dissipée dans un radiateur a une valeur de 3 000 W et lors de son utilisation la mesure de la résistance a donné 18 Ω.

Calcule la valeur arrondie au millième de l'intensité du courant.

Je résous des problèmes

8 Distance de freinage

La distance de freinage est la distance nécessaire pour immobiliser un véhicule à l'aide des freins. Elle dépend de la vitesse et de l'état de la route (sèche ou mouillée).

On peut calculer cette distance à l'aide de la formule $d = k \times v^2$ où d est la distance en mètres (m), v la vitesse en km/h et k une constante.

Sur une route sèche, on a $k = 4{,}8 \times 10^{-3}$.

a. Y a-t-il proportionnalité entre la vitesse et la distance de freinage ? Justifie.

b. Calcule la distance de freinage, arrondie à l'unité, d'un véhicule roulant à 90 km/h sur route sèche.

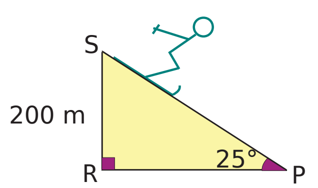
c. Sachant qu'un conducteur a freiné sur 12 m, quelle était sa vitesse ?

d. Sur une route mouillée, on a $k = 9{,}8 \times 10^{-3}$. Si le conducteur roule à la même vitesse qu'à la question précédente, quelle sera sa distance de freinage ?

e. Un conducteur ne laisse devant lui qu'une distance de 20 m. À quelle vitesse peut-il rouler sans risquer un accident en cas de freinage brutal sur route sèche ?

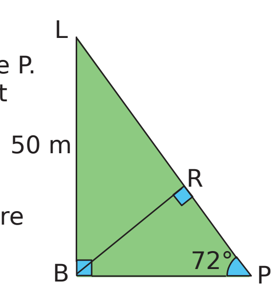
f. S'il roule à la même vitesse mais sur route mouillée, quelle distance minimale entre sa voiture et la voiture qui le précède ce conducteur doit-il respecter s'il ne veut pas risquer un accident ?

9 Piste noire



Un skieur descend une piste ayant une pente de 25°. Des fanions sont plantés aux positions S et P de la piste.
Calcule la distance entre les deux fanions S et P arrondie au dixième de mètre.

10 Course

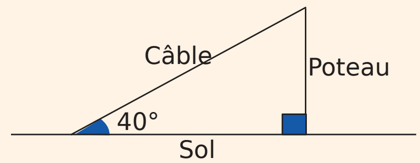


Rafaël et Léo nagent pour atteindre la bouée P. Ils sont respectivement en position R et L.
On a BL = 50 m et $\widehat{BPL} = 72°$.

Calcule la distance entre les deux nageurs, arrondie au mètre.

11 Extrait du Brevet

Un câble de 20 m de long est tendu entre le sommet d'un poteau vertical et le sol horizontal.
Il forme un angle de 40° avec le sol.

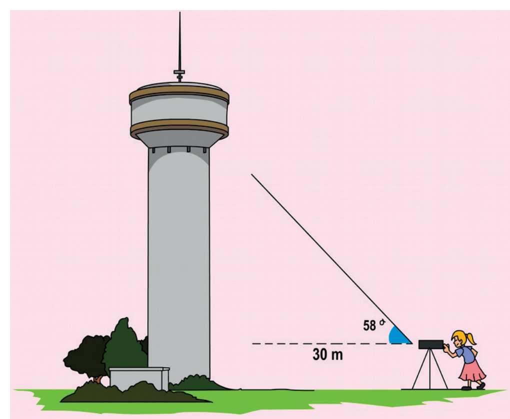


a. Calculer la hauteur du poteau ; donner la valeur approchée au dixième près par défaut.

b. Représenter la situation par une figure à l'échelle 1/200. (Les données de la situation doivent être placées sur la figure.)

12 Château d'eau

Juliette mesure l'angle entre l'horizontale et le haut du réservoir d'un château d'eau grâce à un appareil placé à 1,70 m du sol. Elle trouve 58°.



a. Calcule la hauteur du château d'eau arrondie au mètre.

b. La contenance de celui-ci est de 500 m³ d'eau. Calcule le diamètre de la base en considérant que le réservoir du château d'eau est cylindrique. Arrondis au décimètre.

13 Cerf-volant

Elsa joue au cerf-volant sur la plage.
La ficelle est déroulée au maximum et tendue.
L'angle de la ficelle avec l'horizontale est de 48°. Elsa tient son dévidoir à 60 cm du sol.
Le cerf-volant vole à 12 m du sol.

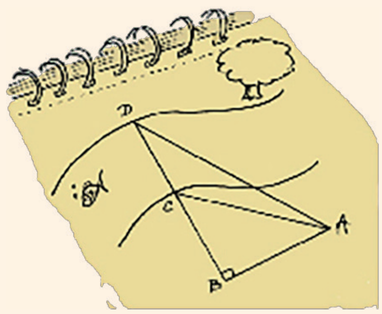
a. Dessine un schéma de la situation.

b. Calcule la longueur de la ficelle déroulée. Donne la valeur arrondie au décimètre.

9782210106345-0MEP.indb 284 24/06/16 10:41

14 **Extrait du Brevet**

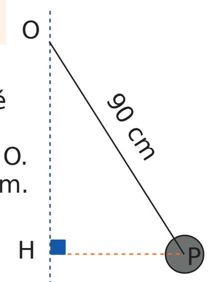
Monsieur Schmitt, géomètre, doit déterminer la largeur d'une rivière. Voici le croquis qu'il a réalisé : AB =100 m ; $\widehat{BAD}$ =60° $\widehat{BAC}$ =22° ; $\widehat{ABD}$ = 90°.



a. Calculer la longueur BC et BD au dixième près.

b. En déduire la largeur de la rivière à un mètre près.

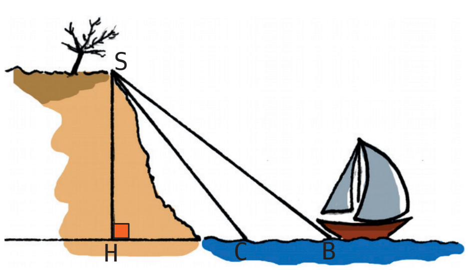
15 Un pendule est constitué d'une bille suspendue à un fil inextensible, fixé en un point O. La longueur du fil est de 90 cm. Le fil du pendule est initialement vertical.



a. Premier cas : on l'écarte de 520 mm de sa position initiale. Détermine la mesure arrondie au degré de l'angle obtenu entre le fil et la verticale.

b. Deuxième cas : une fois écarté, le fil fait un angle de 48° avec la verticale. Détermine la distance entre le pendule et la verticale.

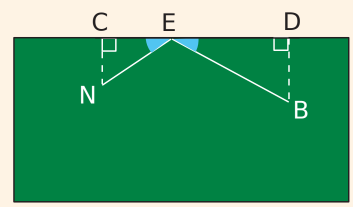
16 Charlotte navigue le long d'une falaise. Elle ne doit pas aller au-delà du point C et jette l'ancre au point B.
On a SH = 100 m, $\widehat{HCS}$ = 75° et $\widehat{HBS}$ = 65°.



À quelle distance du point C le bateau de Charlotte se trouve-t-il ? Donne la valeur approchée par excès au dixième de mètre près.

17 **Extrait du Brevet**

L'unité de longueur est le centimètre.
Le rectangle ci-dessous représente une table de billard. Deux boules de billard N et B sont placées telles que CD = 90 ; NC = 25 et BD = 35. (Les angles $\widehat{ECN}$ et $\widehat{EDB}$ sont droits.)
Un joueur veut toucher la boule N avec la boule B en suivant le trajet BEN, E étant entre C et D, et tel que $\widehat{CEN} = \widehat{DEB}$.



On pose ED = x.

a. Donner un encadrement de x.

b. Exprimer CE en fonction de x.

c. Dans le triangle BED, exprimer tan $\widehat{DEB}$ en fonction de x.

d. Dans le triangle NEC, exprimer tan $\widehat{CEN}$ en fonction de x.

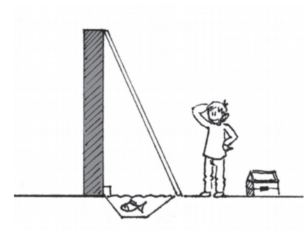
e. En égalant les deux quotients trouvés aux questions **c.** et **d.**, on trouve l'équation $35(90 - x) = 25x$. (On ne demande pas de justification.) Résoudre cette équation.

f. En déduire la valeur commune des angles $\widehat{CEN}$ et $\widehat{DEB}$ arrondie au degré.

18 Pour effectuer une réparation sur un toit, Esteban doit poser son échelle contre un mur. Pour qu'elle soit suffisamment stable et pour éviter de glisser, cette dernière doit former un angle d'au moins 65° avec le sol. L'échelle mesure 2,20 m. Gêné par un bassin à poissons rouges, Esteban n'a pu poser son échelle qu'à 1,20 m du mur.

a. Cette échelle sera-t-elle suffisamment stable ? Justifie.

b. À quelle distance maximale du mur doit-il placer son échelle pour qu'elle soit stable ?



9782210106345-0MEP.indb 285 24/06/16 10:41

Je résous des problèmes

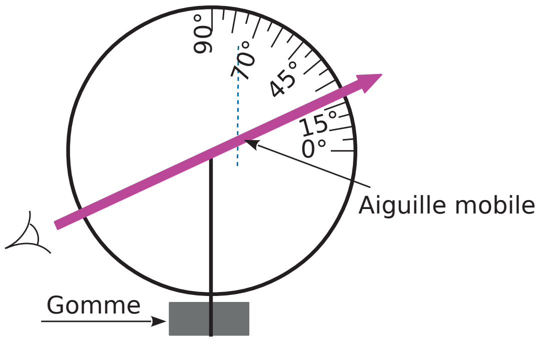
19 Triangulation

1re partie : Fabrication d'un viseur

a. Dans une feuille de carton rigide, découpe un disque de rayon 10 cm.

b. En son centre, avec une attache parisienne, fixe une aiguille plus longue que le diamètre du cercle et un fil au bout duquel tu noueras une petite gomme.

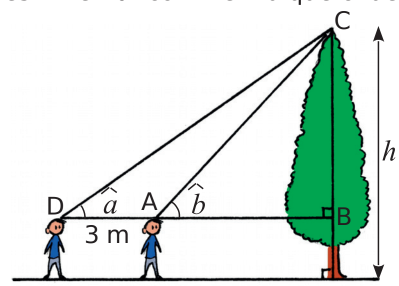
c. Sur un quart du cercle, gradue tous les 5 degrés (inspire-toi du modèle ci-dessous.). Trace le diamètre au niveau de la graduation 90°. (Il servira à positionner le viseur verticalement au moment de prendre des mesures sur le terrain.)



2^{e} partie : Sur le terrain

Choisis un objet à mesurer (clocher, arbre...). Munis-toi du viseur et d'un mètre.

À l'aide du viseur, prends les deux mesures d'angles $\hat{a}$ et $\hat{b}$ comme indiqué ci-dessous.



3^{e} partie : Interprétation des observations

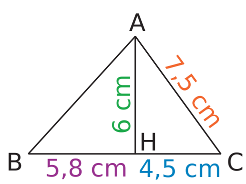
a. Dans le triangle ABC, exprime la longueur AB en fonction de BC et de $\hat{b}$. Déduis-en la longueur DB en fonction de BC et de $\hat{b}$.

b. Dans le triangle BCD, exprime tan $\hat{a}$.
Tu viens d'obtenir une équation d'inconnue BC. Résous cette équation.

c. Utilise les données obtenues avec le viseur pour calculer la longueur BC. Déduis-en une valeur approchée de la hauteur h.

Résoudre un problème

20 ABC est un triangle tel que :
AC = 7,5 cm ;
BH = 5,8 cm ;
CH = 4,5 cm et
AH = 6 cm, avec
H ∈ [BC].



a. Faire une figure en vraie grandeur.

b. Démontrer que ACH est rectangle en H.

c. Calculer le périmètre et l'aire du triangle ABC.

21 ABC est un triangle rectangle en B tel que : AB = 5 cm et AC = 8 cm.

a. Calcule BC (arrondis au mm).

b. D est un point tel que : CD = 20 cm et BD = 19 cm. D est-il unique ?

c. Montre que le triangle BCD est rectangle. Précise en quel point.

d. Déduis-en que les points A, B et D sont alignés.

22 Diagonale d'un carré

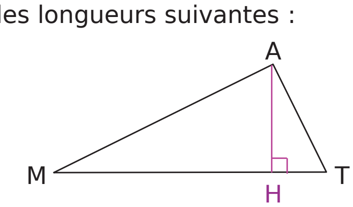
MANI est un carré de côté 2,5 cm.

a. Calcule la longueur exacte de la diagonale AI du carré MANI.

b. Si AN = a (a > 0), que vaut AI ?

23 La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur, les points M, H et T sont alignés et on dispose des longueurs suivantes :

AH = 46 mm ;
HT = 23 mm ;
MH = 92 mm.

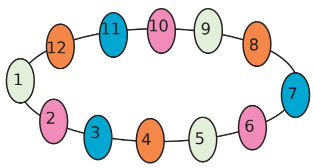


a. Calcule la longueur AT puis la longueur AM.

b. Démontre que le triangle MAT est rectangle en A.

c. Calcule l'aire du triangle MAT de deux façons différentes.

24 Le collier de Clémence



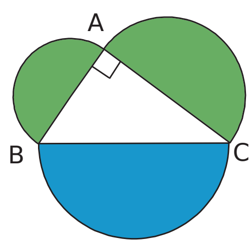
Clémence possède un collier qui contient 12 perles espacées régulièrement. Elle affirme pouvoir vérifier à l'aide de son collier qu'un triangle est rectangle. Pour cela, elle a besoin de former un triangle et de tendre son collier. Elle numérote ses perles de 1 à 12.

a. Dessine le collier de Clémence dans une position qui lui permet d'obtenir un angle droit.

b. Explique et justifie ton choix.

25 Les lunules d'Hippocrate

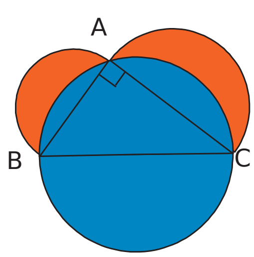
ABC est un triangle rectangle en A. On a construit les demi-cercles de diamètres [AB], [AC] et [BC] comme le montre la figure ci-dessous.



a. Exprime l'aire totale de la figure en fonction de AB, AC et BC.

b. Montre que l'aire du demi-disque bleu est égale à la somme des aires des demi-disques verts. Déduis-en que l'aire totale de la figure est égale à la somme des aires du triangle ABC et du disque de diamètre [BC].

c. Montre que l'aire des lunules (les parties en orange ci-contre) est égale à l'aire du triangle ABC.



26 Agrandissement, réduction

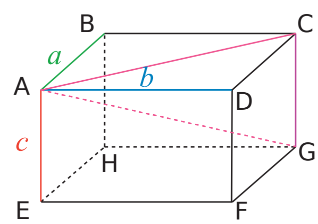
a. Démontre que le triangle AMI tel que : AM = 6 cm ; MI = 10 cm et AI = 8 cm est rectangle.

b. On multiplie les trois mesures du triangle par 0,8 pour avoir le triangle A'M'I'.
Le triangle obtenu est-il rectangle ?
Même question si les mesures de AMI sont multipliées par 3.

c. Soit un triangle rectangle dont les mesures, dans une même unité, sont notées a, b et c. On suppose que : $a > b > c$.
Quelle relation a-t-on entre a, b et c ?

d. Démontre que, si on multiplie a, b et c par un même nombre positif non nul k, le triangle obtenu est encore rectangle.

27 ABCDEFGH est un pavé droit tel que AB = a, AD = b et AE = c, en cm. On admet que le triangle ACG est rectangle en C.



a. Montre que :
$AC^2 = a^2 + b^2$ et $AG^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

b. Calcule AG pour : $a = 6$ cm, $b = 3$ cm et $c = 4$ cm.

c. Ici, ABCDEFGH est un cube d'arête d.
Déduis de **a.** que $AC^2 = 2d^2$ et que $AG^2 = 3d^2$.
Calcule AG pour $d = 5$ m.

28 Trace un carré ABCD de côté 1 cm.

a. Calcule la valeur exacte de la longueur AC.

b. Place le point E sur [AB] tel que AE = 3 × AB. Construis ensuite le carré AEGH de telle sorte que D soit un point de [AH].
Calcule la valeur exacte de la longueur AG.

c. Montre que AG est un multiple de AC.

d. Place le point F sur [EG] de telle sorte que AEFD soit un rectangle.
Calcule la longueur exacte de AF.

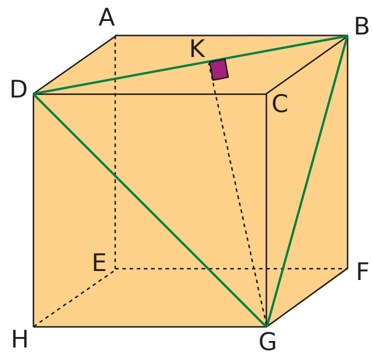
e. Place sur [AG] le point P tel que AP = AF.
La longueur de [AP] est-elle un multiple de celle de [AC] ?

f. Prouve que CG = $\sqrt{8}$ cm.

g. Compare $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ et $\sqrt{10}$.

Je résous des problèmes

29 ABCDEFGH est un cube de 4 cm d'arête.



a. Calcule la valeur exacte de GD et écris le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a entier.

b. Quel est le périmètre du triangle BDG ? Tu donneras la réponse sous la forme $a\sqrt{2}$.

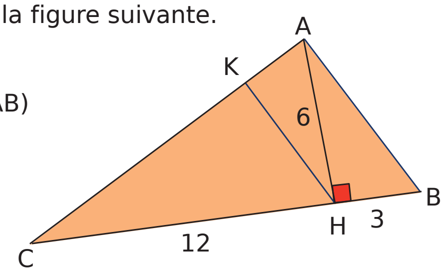
c. Calcule la valeur exacte de GK.

d. Calcule l'aire du triangle BGD. Donne la valeur exacte puis une valeur arrondie au centième.

30 **Avec l'aide de Pythagore**

Observe la figure suivante.

(KH) // (AB)

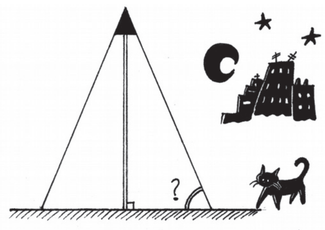


a. Calcule les valeurs exactes de AC et AB.

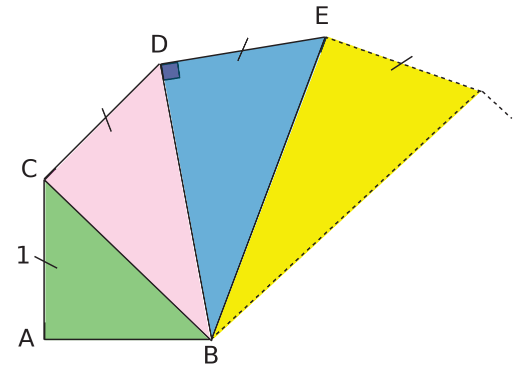
b. Démontre que le triangle ABC est rectangle en A.

c. Calcule la valeur exacte de KH.

31 Dans la nuit, un lampadaire de 2,60 m de haut, dessine sur le sol un disque de 95 cm de rayon.Quelle est la mesure de l'angle, arrondie au degré, formé par le cône de lumière avec le sol ?



32 **Spirale de Théodore de Cyrène**



Observe la figure ci-dessus composée de triangles rectangles.

a. Sachant que le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en A, calcule la valeur exacte de BC.

b. En t'aidant de la question **a.** et de la figure ci-dessus, calcule les valeurs exactes de DB et EB.

c. À l'aide des questions précédentes, construis un segment de longueur $\sqrt{7}$.

33 **(Extrait du Brevet)**

ABC est un triangle tel que AB = 4,2 cm ; AC = 5,6 cm et BC = 7 cm.

a. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

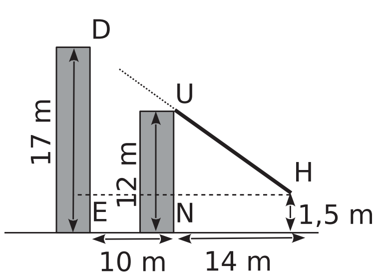
b. Calculer son aire.

c. On sait que si R est le rayon du cercle circonscrit à un triangle dont les côtés ont pour longueurs a, b, c données en cm, l'aire de ce triangle est égale à $\dfrac{abc}{4\mathrm{R}}$.

En utilisant cette formule, calculer le rayon du cercle circonscrit à ABC.

Pouvait-on prévoir ce résultat ? Justifier.

34 Deux immeubles distants de 10 m, sont situés l'un derrière l'autre. Le premier immeuble mesure 12 m. Hakim se trouve à 14 m du premier immeuble, ses yeux sont à 1,50 m du sol. Peut-il voir le deuxième immeuble qui mesure 17 m ?



En utilisant le numérique

35 MER est un triangle rectangle en E.
Le tableau suivant présente plusieurs cas de dimensions du triangle MER.

	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5
MR	...	...	5,3 cm	9,1 cm	7 m
RE	15 cm	36 cm	...	9 cm	... m
ME	8 cm	7,7 dm	2,8 cm	...	53 cm

a. Écris l'égalité de Pythagore pour ce triangle.

b. Recopie ce tableau dans un tableur et complète-le.

36 Utilise un tableur pour démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle et précise à chaque fois en quel point.

a. AB = 52 cm ; AC = 39 cm et BC = 65 cm.

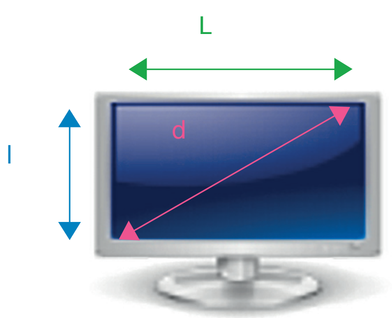
b. AB = 3,25 m ; AC = 3,97 m et BC = 2,28 m.

c. AC = 8,9 dm ; AB = 3,9 dm et CB = 80 cm.

d. CB = 33 mm ; AC = 65 mm et AB = 56 mm.

37 Le bon format

Pour répertorier ses moniteurs, un brocanteur relève leurs caractéristiques, notamment leurs longueurs et leurs largeurs :
$L_1 = 30{,}6$ cm et $l_1 = 23$ cm ;
$L_2 = 34{,}6$ cm et $l_2 = 26$ cm.
Or, dans son logiciel, la taille des moniteurs est répertoriée selon la diagonale des écrans en pouces.



a. Sachant qu'un pouce (noté 1") vaut 2,54 cm, retrouve les diagonales d_1 et d_2 des moniteurs, en pouces, arrondies à l'unité.

b. Le brocanteur va recevoir un nouveau moniteur de 21". Il veut retrouver ses dimensions l et L. Son employé lui dit : « C'est simple car il n'existe qu'un seul rectangle de diagonale donnée. ». Prouve qu'il a tort en donnant deux exemples.
On sait d'autre part que :
$L = \frac{4}{3}l$ (tu pourras utiliser $\frac{4}{3} \approx 1{,}33$).
Trouve alors les valeurs l et L.

c. Aide le brocanteur à créer un fichier "Calculateur de dimensions" avec un tableur pour renseigner :
1) la largeur l et la longueur L en cm et on obtiendrait la diagonale d en cm puis en pouces ;
2) la diagonale d en pouces et on obtiendrait les dimensions l et L en cm d'un moniteur 4/3.

d. Trouve les dimensions en cm de l'écran 13,3'' d'un ordinateur ultraportable puis la longueur de la diagonale en pouces d'un écran de 29 cm par 38,6 cm.

38 Comparaison

a. Utilise le tableur pour compléter le tableau ci-dessous ($a \geqslant 0$).

a	a^2	$2a$	$\frac{a}{2}$	$\sqrt{a}$
9				
	16			
		2		
			1	
				6

b. Affiche des graphiques de type ligne pour comparer :
- a et a²
- a et 2a
- a et $\frac{a}{2}$
- a et $\sqrt{a}$

9782210106345-0MEP.indb 289 24/06/16 10:41

Je résous des problèmes

39 On considère les trois séries de nombres suivantes.

S_1 : 16 ; 4 ; 8 ; 32 ; 256.

S_2 : 12,5 ; 625 ; 50 ; 5 ; 25.

S_3 : 72 ; 288 ; 20 736 ; 12 ; 144.

a. Dans un tableau similaire à celui de l'exercice précédent, place chacune des séries sur une ligne en rangeant les nombres dans les bonnes cases.

b. Trouve une quatrième série S_4 où le nombre 7 sera à placer dans une des colonnes.

40 Avec un tableur

L'algorithme de Héron d'Alexandrie est une méthode de calcul pour déterminer une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre positif N.

a. Recherche qui était Héron d'Alexandrie et à quelle époque il a vécu.

b. Cette méthode est définie par la formule :

$$a' = \frac{\left(a + \frac{N}{a}\right)}{2}$$

où a est un nombre choisi au départ et a' remplace a dans l'étape suivante.

On veut programmer avec un tableur la recherche d'une valeur approchée de $\sqrt{10}$ avec cette méthode : ici, N = 10 et $a = 1$.
On n'utilise que la colonne A.

c. Dans la cellule A2, tape =(1+10/1)/2 et dans la cellule A3, tape =(A2+10/A2)/2 puis poursuis la programmation comme dans la feuille de calcul ci-dessous.

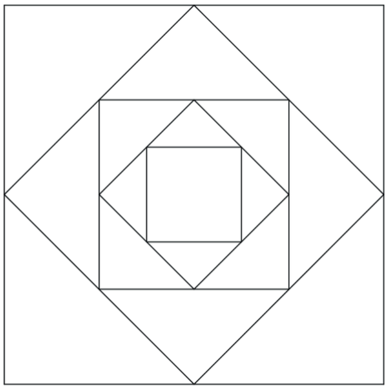
	A	B	C
1	Racine carrée de 10		
2	5,50000		
3	3,65909		
4	3,19601		
5	3,16246		
6	3,16228		

Note la valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{10}$.

d. Recommence pour déterminer une valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{2}$, $\sqrt{11}$ et $\sqrt{20}$.

41 Construction

Écris un programme qui reproduit cette figure à base de carrés.

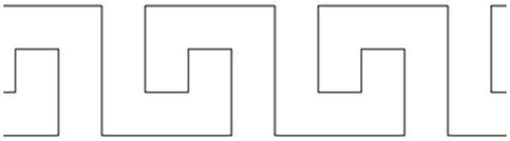


42 Nature d'un triangle

Écris un programme qui dit si un triangle est rectangle à partir de la donnée des trois côtés.

43 Construction

Écris un programme qui reproduit cette frise (à base de carrés).



44 Calculer le côté d'un triangle rectangle

Écris un programme qui :

a. demande :

-le nom d'un triangle rectangle et le sommet de l'angle droit.

-quelle valeur calculer

-les longueurs des deux autres côtés

b. calcule la longueur du troisième côté.

45 Calculer la mesure d'un angle

Écris un programme qui :

a. demande :

-le nom d'un triangle rectangle et le sommet de l'angle droit.

-quelle mesure d'angle calculer

-les longueurs et les noms de deux côtés

b. calcule la mesure de l'angle demandée.

9782210106345-0MEP.indb 290 24/06/16 10:41

Triangles et proportionnalité

D4

Objectifs de cycle

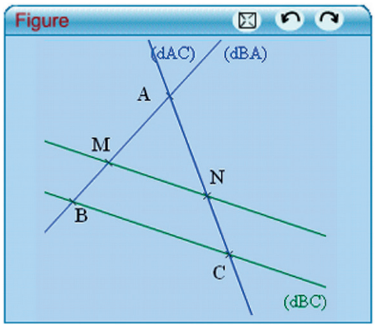
■ **Utiliser le théorème de Thalès**	tests n° 1, 2 et 3	Niveau 3
■ **Utiliser la réciproque du théorème de Thalès**	test n° 4	Niveau 3
■ **Agrandir ou réduire une figure**	tests n° 5, 6 et 7	Niveau 3
■ **Utiliser l'homothétie**	test n° 8	Niveau 3
■ **Triangles semblables**	test n° 9	Niveau 3

- Dans ce chapitre est étudié le lien entre les triangles et la proportionnalité, en commençant par le théorème de Thalès et sa réciproque.
- L'apprentissage de l'homothétie permet de poursuivre l'étude en utilisant des coefficients négatifs et ainsi d'unifier toutes les configurations du théorème de Thalès.
- L'agrandissement/réduction de figure permet également une généralisation à toutes les figures et d'introduire les figures semblables, où les triangles semblables sont plus particulièrement étudiés.
- En fin de chapitre sont regroupés des exercices sur les thèmes : construire à la règle et au compas, mesurer des longueurs inaccessibles, déterminer le rayon de la Terre, déterminer la distance Terre-Lune.

9782210106345-0MEP.indb 291 24/06/16 10:41

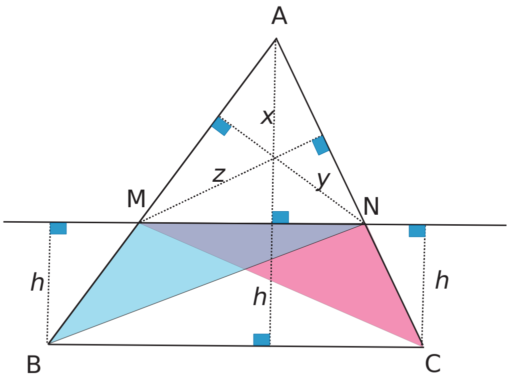
Activités de découverte

Activité 1 Théorème de Thalès



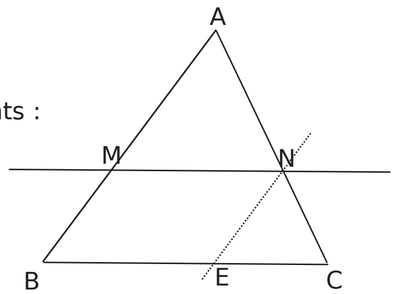
1. Place trois points distincts A, B et C, non alignés.
   Trace les droites (AB), (BC) et (CA).
   Place un point M sur la droite (AB) puis construis la droite parallèle à la droite (BC) passant par le point M. Appelle N le point d'intersection de cette droite avec la droite (AC).
2. Quelles sont les différentes possibilités pour la position du point M ? Pour chacune d'elles, fais un dessin sur ton cahier.
3. Affiche les longueurs AM, AB, AN, AC, MN et BC sur la figure. Affiche le résultat du calcul des rapports $\frac{\text{AM}}{\text{AB}}$, $\frac{\text{AN}}{\text{AC}}$ et $\frac{\text{MN}}{\text{BC}}$. Compare-les et émets une conjecture.
4. Déplace les points libres A, B, C et le point lié M l'un après l'autre à la souris. La conjecture se confirme-t-elle ?

Activité 2 Un nouveau théorème



Sur la figure ci-contre : ABC est un triangle quelconque et **(MN) est parallèle à (BC).**
On a tracé plusieurs hauteurs et on a repéré leurs longueurs par les lettres x, y, z et h.

1. En considérant le triangle AMN prouve que :
   AM $\times y$ = AN $\times z$
2. Prouve que les triangles BMN et CMN ont des aires égales.
3. Déduis-en que les triangles ANB et AMC ont des aires égales.
4. Déduis-en que : AB $\times$ y = AC $\times$ z
5. En divisant membre à membre les égalités de **1.** et de **4.** prouve que $\frac{\text{AM}}{\text{AB}} = \frac{\text{AN}}{\text{AC}}$.
6. On veut étudier le troisième rapport $\frac{\text{MN}}{\text{BC}}$.
   On trace la parallèle à (AB), elle coupe [BC] en E.



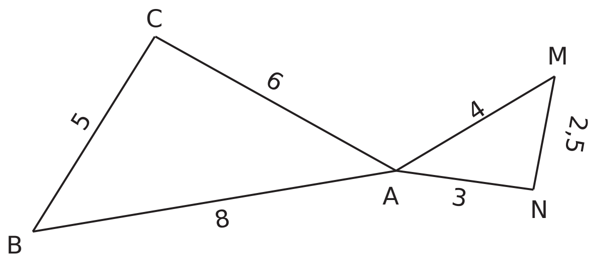
7. D'après la propriété du **5.** que peut-on dire des rapports suivants : $\frac{\text{CN}}{\text{AC}}$ et $\frac{\text{CE}}{\text{CB}}$?
8. En exprimant CN avec AC et AN et CE avec BC et BE :
   a. Que deviennent les rapports précédents ?
   b. Montre qu'on a l'égalité : $\frac{\text{AC}}{\text{AC}} - \frac{\text{AN}}{\text{AC}} = \frac{\text{BC}}{\text{BC}} - \frac{\text{BE}}{\text{BC}}$
   c. Comme $\frac{\text{AC}}{\text{AC}} = \frac{\text{BC}}{\text{BC}} = 1$ que peut-on en déduire pour $\frac{\text{AN}}{\text{AC}}$ et $\frac{\text{BE}}{\text{BC}}$?
9. Quelle est la nature du quadrilatère MNEB ?
   Que peut-on en déduire pour BE et MN ?
10. En déduire que $\frac{\text{AN}}{\text{AC}} = \frac{\text{MN}}{\text{BC}}$ et donc en reprenant le résultat de **5.**
    que $\frac{\text{AM}}{\text{AB}} = \frac{\text{AN}}{\text{AC}} = \frac{\text{MN}}{\text{BC}}$.

Activité 3 Réciproque ?

On va se demander s'il suffit que deux triangles aient des longueurs de côtés proportionnelles pour obtenir des droites parallèles.

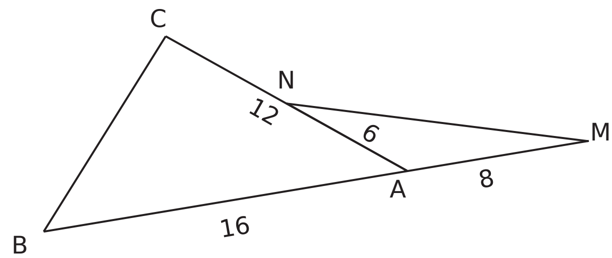
1. Situation 1

A-t-on $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$? Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



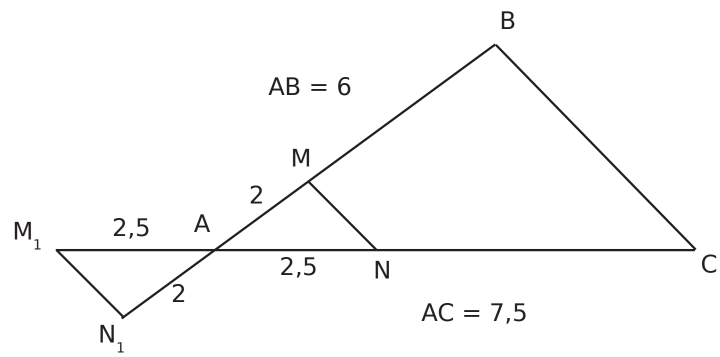
2. Situation 2

A-t-on $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$? Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



3. Situation 3

A-t-on $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$?
Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



4. Conjecture un énoncé de la réciproque du théorème de Thalès.

5. Démonstration

On suppose que les points O, M, A d'une part et les points O, N, B d'autre part sont alignés dans le même ordre et que $\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB}$.

On appelle K le point d'intersection de (OB) et de la parallèle à (AB) passant par M.

a. Si M appartient à [OA), où se trouve le point K ? Fais un dessin.
Et si M appartient à (OA) mais pas à [OA) ? Fais un dessin.

b. Dans quelle configuration peux-tu appliquer le théorème de Thalès ?
Écris alors les égalités de quotients.

c. Qu'en déduis-tu pour les rapports $\frac{ON}{OB}$ et $\frac{OK}{OB}$? Justifie.

d. Que peux-tu conclure pour les points K et N ?

e. Que peux-tu dire alors des droites (MN) et (AB) ?

f. Qu'en conclus-tu ?

Activités de découverte

Activité 4 Le même dessin ?

On considère un triangle POT tel que $\widehat{POT} = 47°$, $\widehat{PTO} = 33°$ et $\widehat{TPO} = 100°$.

a. Explique pourquoi un tel triangle est constructible.

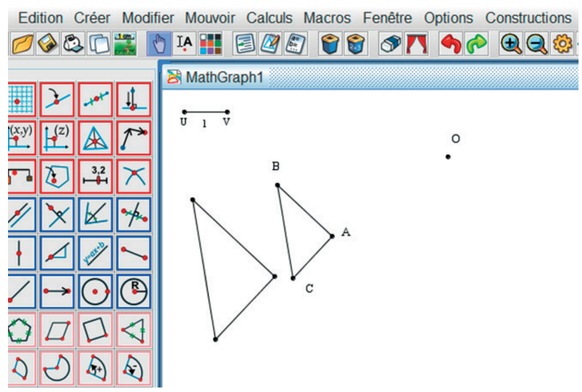
b. Construis un triangle correspondant à ces données.

c. Compare ta figure avec celle d'un voisin. Tu pourras utiliser du papier calque et/ou organiser les mesures prises sur vos figures respectives dans un tableau.

d. Les deux triangles construis sont-ils identiques ? Que peut-on dire des mesures de leurs côtés ?

Activité 5 Une nouvelle transformation.

On va utiliser un logiciel de géométrie dynamique comme Mathgraph 32 par exemple. (http://www.mathgraph32.org/)



1. Construis trois points A, B et C puis le triangle ABC.
2. Construis un point O à l'extérieur du triangle.
3. Active le bouton de l'homothétie.

4. Clique sur le point O, puis choisis comme rapport 2.
5. Clique alors sur le triangle ABC.
   Tu obtiens alors l'image de ABC
   par l'homothétie de centre O et de rapport 2.
6. Déplace le point O pour observer ce qui se passe. Modifie également la position des points A, B et C.
7. Que remarques-tu sur les côtés du triangle homothétique par rapport à ceux de ABC ? (longueur, position …)
8. Si on superpose le point O à l'un des sommets du triangle on retrouve une configuration déjà étudiée précédemment, laquelle ?
9. A ton avis quelle est la fonction du rapport 2 ?
10. Refais l'expérience avec un rapport inférieur à 1.
11. Qu'est-ce qui change dans ce cas ?
12. « Une homothétie est une transformation géométrique qui produit des agrandissements ou des réductions. » Es-tu d'accord avec cette définition ?
13. Que se passe-t-il lorsqu'on choisit un rapport négatif ?
    (Pour mieux observer on pourra tracer les droites passant par le centre O et par les sommets du polygone ABCD.)
14. Quelle transformation connue retrouve-t-on avec le rapport -1 ?

9782210106345-0MEP.indb 294 24/06/16 10:41

Cours et méthodes

1 Utiliser le théorème de Thalès

Propriété

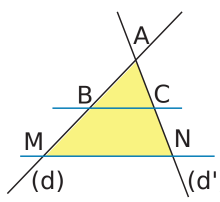
Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A.
C et N sont deux points de (d') distincts de A.
Si les droites (BC) et (MN) sont **parallèles** alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Entraîne-toi à Calculer une longueur avec le théorème de Thalès

Énoncé

Sur la figure ci-dessous, les droites (BC) et (MN) sont parallèles. AB = 3 cm ; AN = 4 cm et AM = 7 cm.

Calcule la longueur AC.



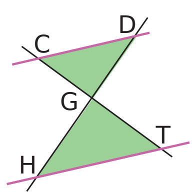
Correction

Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A.
Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a
$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$, soit $\frac{3}{7} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{MN}$.
Calcul de AC : $7 \times AC = 3 \times 4$ soit
$AC = \frac{3 \times 4}{7} = \frac{12}{7}$ donc $AC = \frac{12}{7}$ cm.

Énoncé

Sur la figure ci-dessous, les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

On donne DG = 25 mm ; GH = 45 mm ; CG = 20 mm et HT = 27 mm. Calcule GT.

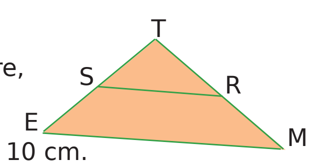


Correction

Les droites (DH) et (CT) sont sécantes en G.
Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a
$\frac{GC}{GT} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}$, soit $\frac{20}{GT} = \frac{25}{45} = \frac{CD}{27}$.
Calcul de GT : $25 \times GT = 45 \times 20$.
$GT = \frac{45 \times 20}{25}$ donc GT = 36 mm.

Entraîne-toi à Justifier que deux droites ne sont pas parallèles

Énoncé



Sur la figure ci-contre,
TR = 11 cm ;
TS = 8 cm ;
TM = 15 cm et TE = 10 cm.
Montre que les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.

Correction

Les droites (ES) et (MR) sont sécantes en T.
$\frac{TR}{TM} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30}$ et $\frac{TS}{TE} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$. On constate que $\frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}$. D'après le théorème de Thalès, (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.

2 Utiliser la réciproque du théorème de Thalès

Réciproque du théorème de Thalès

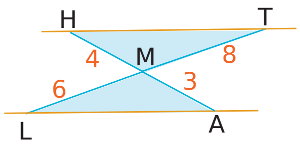
Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A. B et M sont deux points de (d) distincts de A et C et N sont deux points de (d') distincts de A.
Si les points A, B, M d'une part, et les points A, C, N d'autre part, sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

9782210106345-0MEP.indb 295 24/06/16 10:41

Entraîne-toi à Justifier que deux droites sont parallèles

Énoncé

Les droites (LA) et (HT) sont-elles parallèles ?



Correction

On a $\frac{MH}{MA} = \frac{4}{3}$ et $\frac{MT}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

On constate que $\frac{MH}{MA} = \frac{MT}{ML}$.

De plus, les points A, M, H d'une part et les points L, M, T d'autre part sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AL) et (HT) sont parallèles.

3 Agrandir ou réduire une figure

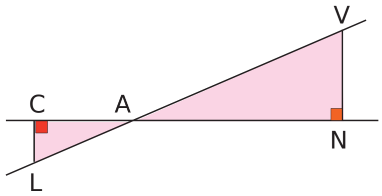
Propriété

Lorsque deux figures ont la **même forme** et des **longueurs proportionnelles**, on dit que l'une est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

Entraîne-toi à Reconnaître une réduction ou un agrandissement

Énoncé

Les droites (VL) et (CN) sont sécantes en A.
(LC) et (VN) sont perpendiculaires à (CN).
Le triangle LAC est-il une réduction du triangle VAN ? Justifie ta réponse.



Correction

Les droites (CN) et (VL) sont sécantes en A.
Les droites (LC) et (NV) sont perpendiculaires à la même droite (AN) donc elles sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on en déduit que $\frac{AN}{AC} = \frac{AV}{AL} = \frac{NV}{LC}$.

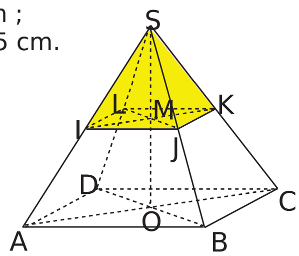
Les longueurs de VAN et LAC sont proportionnelles.
LAC est une réduction de VAN.

» **Remarque :** Les triangles LAC et VAN sont deux triangles qui ont la même forme.

Entraîne-toi à Calculer des longueurs réduites ou agrandies

Énoncé

La pyramide SIJKL est une réduction de la pyramide SABCD.
On donne AB = 6 cm ;
SA = 15 cm et SI = 5 cm.
Calcule IJ.



Correction

On sait que la pyramide SIJKL est une réduction de rapport k de la pyramide SABCD.
Donc les longueurs des deux pyramides sont proportionnelles.
[SI] étant une réduction de rapport k de [SA], on en déduit que : $k = \frac{SI}{SA} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

De même, [IJ] est une réduction de rapport $\frac{1}{3}$ de [AB].

Donc $IJ = k \times AB = \frac{1}{3} AB = \frac{1}{3} \times 6 = 2$ cm.

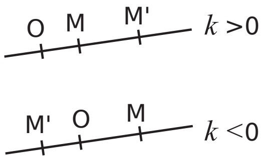
9782210106345-0MEP.indb 296 24/06/16 10:41

4 Transformer avec l'homothétie

Définition

M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k (k un nombre réel différent de 0) lorsque :

- si k est positif : M' $\in$ [OM) ou si k est négatif : O $\in$ [MM']
- OM' = k OM si k est positif, OM' = – k OM si k est négatif



» **Remarque 1**

- Si $k > 1$ ou $k < -1$, la figure image est un agrandissement de la figure initiale.
- Si $-1 < k < 0$ ou $0 < k < 1$, la figure image est une réduction de la figure initiale.

Propriétés

Par une homothétie de rapport k (k étant un nombre réel), l'image

- d'une droite est une droite qui lui est parallèle
- d'un segment [MN] est un segment [M'N'] de longueur k MN (si $k > 0$) ou $-k$ MN (si $k < 0$)

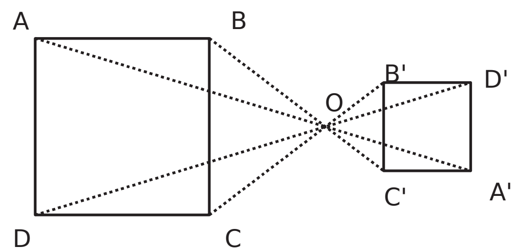
» **Remarque 2 :** L'image d'un triangle par une homothétie est un triangle dont les côtés sont parallèles et proportionnels aux côtés initiaux. Le théorème de Thalès s'applique !

Entraîne-toi à **Construire l'image d'une figure par homothétie**

Énoncé

Trace un carré ABCD et place un point O à l'extérieur. Construis A'B'C'D', image du quadrilatère ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport -0,5.

Correction



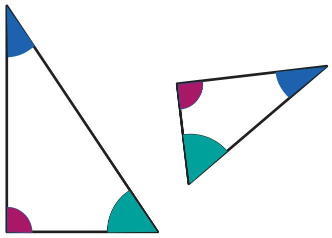
5 Triangles semblables

Définition

Deux triangles sont **semblables** si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre.

Propriété

Si deux triangles sont semblables alors les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre. Et réciproquement.



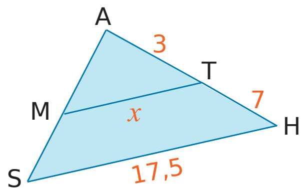
Je me teste

Niveau 3

1 Dans le triangle DST, E est un point de [DS] et F un point de [DT] tels que DS = 6,3 cm ; EF = 2,9 cm ; ST = 8,7 cm et DF = 1,8 cm. De plus, (EF) et (ST) sont parallèles. Calcule DE et DT.

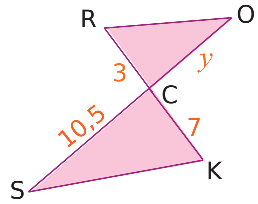
2 Dans chacun des cas suivants, calcule, si c'est possible, la valeur de x, y et z indiquée sur la figure.

a.



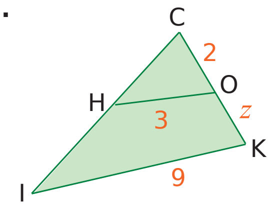
(MT) // (SH)

b.



(RO) // (SK)

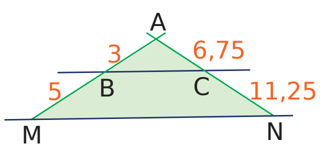
c.



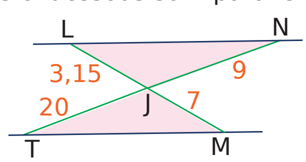
3 Dans le triangle DOT, E est un point de [DO]. La parallèle à (OT) passant par E coupe [DT] en F. On sait que DO = 6 cm ; DT = 5 cm ; OT = 8 cm et DF = 1 cm. Calcule DE et EF.

4 Montre que les droites bleues sur les figures ci-dessous sont parallèles.

a.



b.



5 Le triangle BEC est une réduction de rapport 0,75 du triangle TOP de côtés 3,6 cm ; 5,2 cm et 7,2 cm. Donne les longueurs du triangle BEC puis construis-le.

6 Donne les mesures des côtés d'un agrandissement de rapport 2,5 d'un triangle PAS tel que $\widehat{APS} = 100°$, $\widehat{SAP} = 50°$ et PA = 3 cm.

7 Soit un rectangle BLEU de longueur 5 cm et de largeur 4 cm. Soit ROSE une réduction de BLEU de rapport $\frac{3}{5}$. Quelle est la nature du quadrilatère ROSE ? Justifie ta réponse puis construis ROSE.

8 Soit TRAN un losange tel que TR = 5 cm et tel que l'angle $\widehat{TRA}$ mesure 30°. Place un point O à l'extérieur du losange et construis JEDI, image de TRAN par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{2}$.

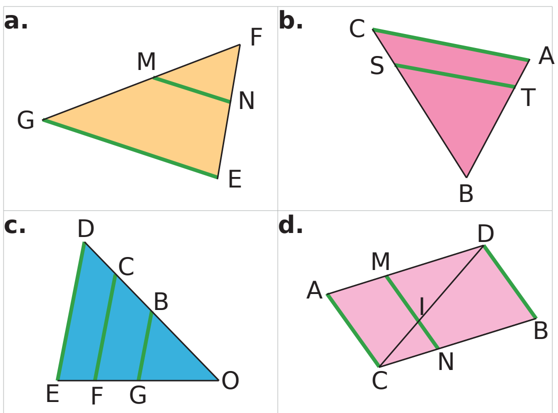
9 ABC est un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 70°$. DEF est un triangle rectangle en E tel que $\widehat{EDF} = 20°$. Démontre que ABC et DEF sont deux triangles semblables et écris l'égalité des rapports de longueurs.

➔ Voir Corrigés p. 368

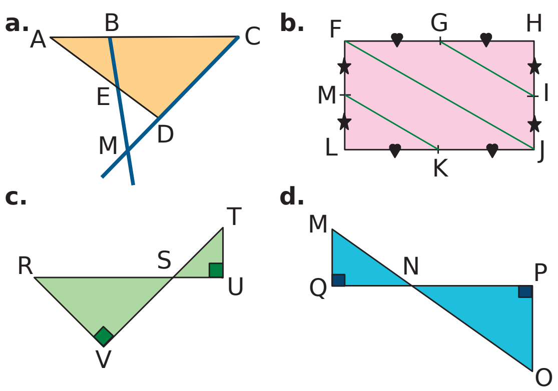
Je m'entraîne

Écrire l'égalité du théorème de Thalès

1 Écris toutes les égalités des rapports de longueurs dans chacun des cas suivants. Les droites vertes sont parallèles.

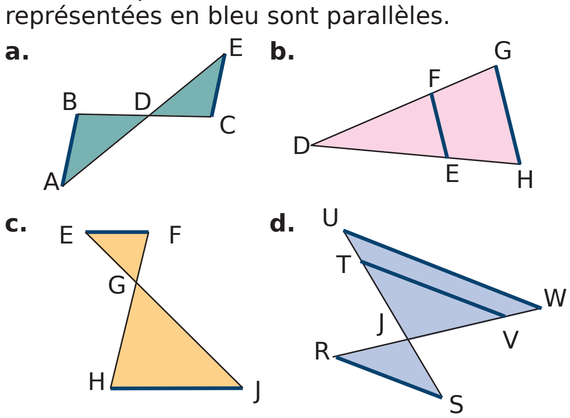


2 Peux-tu utiliser le théorème de Thalès dans les figures ci-dessous ? Justifie ta réponse.

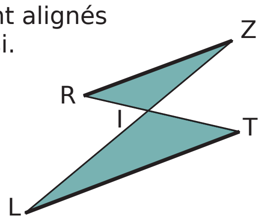


3 **Rapports égaux**

Dans chacun des cas suivants, écris tous les rapports de longueurs égaux. Tu préciseras les droites parallèles utilisées. Les droites représentées en bleu sont parallèles.



4 Les points L, I, Z sont alignés et les points R, I, T aussi.
Les droites (RZ) et (LT) sont parallèles.
On donne RZ = 5 cm ; RI = 2 cm et IT = 3 cm.

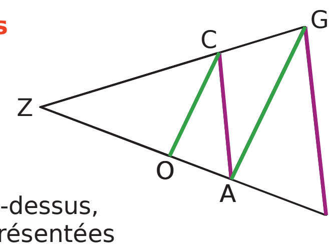


a. Reproduis cette figure à main levée et reportes-y les données de l'énoncé.

b. Écris les rapports de longueurs égaux.

c. Quelle(s) longueur(s) pourrais-tu calculer ?

5 **Des lacets**



Sur la figure ci-dessus, les droites représentées en vert et en violet sont parallèles deux à deux.

a. Décris les deux configurations de Thalès présentes dans cette figure.

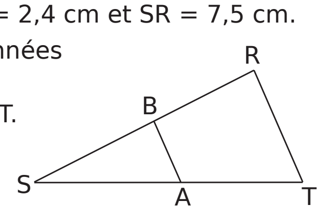
b. Écris tous les rapports de longueurs égaux à $\frac{ZC}{ZG}$. Tu préciseras les droites parallèles que tu as utilisées.

Calculer des longueurs

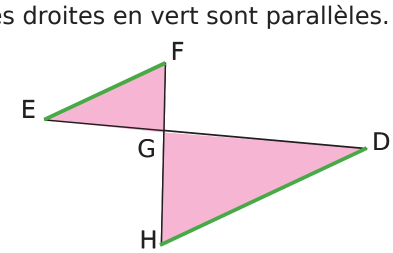
6 Sur la figure ci-dessous, les droites (AB) et (TR) sont parallèles. On donne SA = 4 cm ; ST = 15 cm ; AB = 2,4 cm et SR = 7,5 cm.

a. Reporte les données sur un croquis.

b. Calcule SB et RT.



7 Les droites en vert sont parallèles.



On sait que GH = 15 cm ; GF = 6 cm ; GD = 14,2 cm et HD = 7,3 cm.
Calcule les longueurs EF et EG.

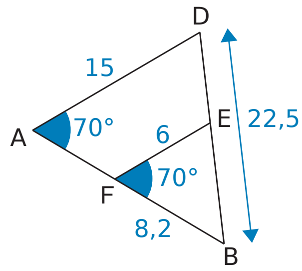
9782210106345-0MEP.indb 299 24/06/16 10:41

Je m'entraîne

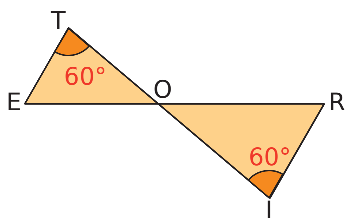
8 Soit PEM un triangle. A est un point du segment [PE] et B est un point du segment [PM] tels que BM = 30 cm ; AB = 30 cm ; ME = 50 cm et (AB) // (ME). À l'aide du théorème de Thalès, on obtient PM = 45 cm. Vrai ou faux ? Explique ta démarche.

9 On considère la figure suivante :

Calcule BE et AB.



10 Les points T, O, I sont alignés et les points R, O, E aussi.



On donne ET = 2,4 cm ; OT = 6,4 cm ; OR = 7 cm et RI = 3 cm.

Calcule, en justifiant, les longueurs OE, OI et ER.

11 Construis le triangle NAF tel que

NA = 5,6 cm ; FA = 4,2 cm et $\widehat{NAF} = 70°$.

Place sur [NA] le point R tel que AR = 8 cm. La parallèle à la droite (NF) passant par R coupe (FA) en T.

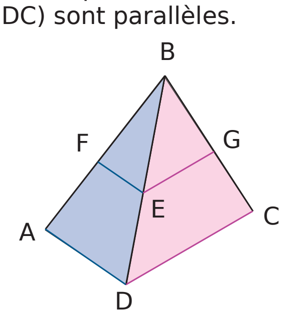
a. Trace en couleur les droites parallèles. Écris les rapports de longueurs égaux.

b. Calcule la longueur AT. Vérifie sur ta figure.

12 Sur la figure ci-dessous : EF = 3 cm ; BG = 4 cm et GC = 2 cm. Les droites (FE) et (AD) sont parallèles et les droites (EG) et (DC) sont parallèles.

a. Calcule $\frac{BE}{BD}$.

b. Déduis-en AD.



13 **À la recherche des parallèles perdues**

BANC est un parallélogramme tel que BA = 4 cm ; BC = 6 cm et AC = 8 cm. P est le point de [AC] tel que AP = 2,4 cm. La parallèle à (BC) passant par P coupe [CN] en O.

a. Trace une figure en vraie grandeur.

b. Montre que les droites (PO) et (AN) sont parallèles.

c. Calcule les longueurs CO et PO.

14 Construis le triangle FOT tel que FO = 6 cm ; OT = 8 cm et FT = 5,6 cm.

Place le point R sur [FO) tel que FR = $\frac{5}{4}$ FO.

La parallèle à la droite (OT) passant par R coupe (FT) en E.

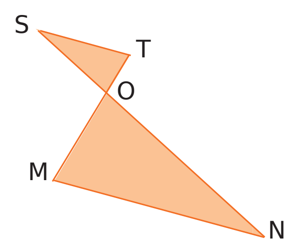
a. Calcule RE.

b. Calcule TE.

Démontrer que des droites sont parallèles

15 Démontre que les droites (MN) et (ST) sont parallèles.

On donne OM = 2,8 cm ; ON = 5,4 cm ; OS = 2,7 cm et OT = 1,4 cm.

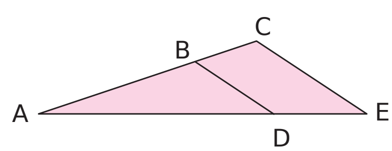


16 ABC un triangle tel que BC = 3,3 cm ; AC = 2,4 cm et AB = 2,5 cm.

a. Réalise une figure. Place le point D sur [AC) tel que CD = 6 cm et le point E sur [BC) tel que CE = 9 cm.

b. Explique pourquoi les droites (ED) et (AB) ne sont pas parallèles.

17 On donne les longueurs suivantes : AB = 6,3 cm ; BC = 4,9 cm ; AE = 16 cm et DE = 7 cm.



Les droites (BD) et (CE) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

9782210106345-0MEP.indb 300 24/06/16 10:41

Agrandir ou réduire une figure

18 Reconnaître une situation de réduction ou d'agrandissement

Parmi les images ci-dessous, quelles sont celles qui sont des réductions, des agrandissements de l'arbre ci-contre et celles qui ne sont ni l'une ni l'autre ?

Fig 1

Fig 2

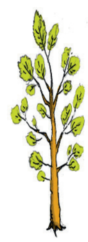


Fig 3

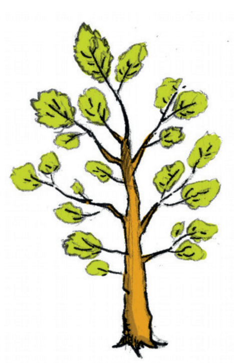
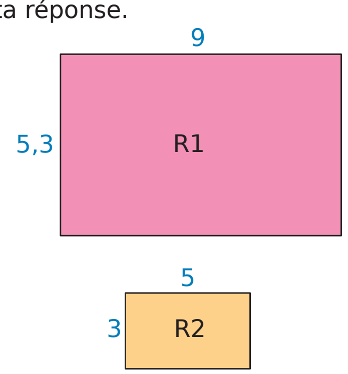


Fig 4

Fig 5

19 Réduction ?

Soit deux rectangles R1 et R2. Le rectangle R2 est-il une réduction du rectangle R1 ? Justifie ta réponse.



Utiliser les propriétés de l'agrandissement-réduction

20 Agrandissement ou non

a. Construis un parallélogramme ABCD tel que AB = 3 cm ; BC = 5 cm et $\widehat{ABC}$ = 55°.

b. Construis un parallélogramme EFGH tel que EF = 2AB ; FG = 2BC et qui soit un agrandissement du parallélogramme ABCD de rapport 2. Écris la propriété utilisée.

c. Construis un parallélogramme IJKL tel que IJ = 2AB ; JK = 2BC et qui ne soit pas un agrandissement de ABCD. Explique pourquoi ce n'est pas un agrandissement.

21 Agrandissement et parallélisme

a. Construis un triangle ABC tel que AB = 3,4 cm ; AC = 4,5 cm et BC = 7 cm.

b. Construis un triangle CDE qui soit un agrandissement de rapport 2 du triangle ABC et tel que D appartient à la demi-droite [CA) et E appartienne à la demi-droite [CB).

c. Démontre que (DE) et (AB) sont parallèles.

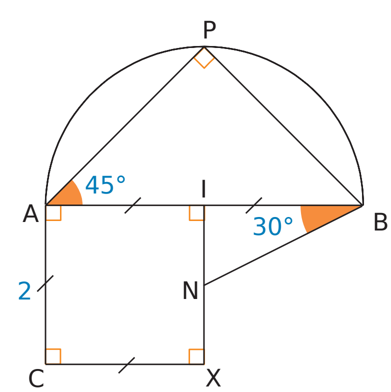
22 Réduction et trapèze

a. Construis un trapèze ABCD rectangle en D tel que (AB) soit parallèle à (CD), AB = 3,9 cm ; CD = 6,6 cm et AD = 4,5 cm.

b. Construis une figure qui soit une réduction de rapport $\frac{2}{3}$ du trapèze ABCD.

c. Quelle est la nature du quadrilatère obtenu ? Justifie ta réponse.

23 Construction et agrandissement



Construis un agrandissement de rapport $\frac{11}{5}$ de la figure ci-dessus. Explique ta démarche. L'unité de longueur est le centimètre.

9782210106345-0MEP.indb 301 24/06/16 10:41

Je m'entraîne

24 **Grandir**

a. Construis un parallélogramme RAVI tel que RI = 6 cm ; IV = 4 cm et $\widehat{RIV} = 130°$.

b. Construis un agrandissement de rapport $\frac{5}{4}$ du parallélogramme RAVI.

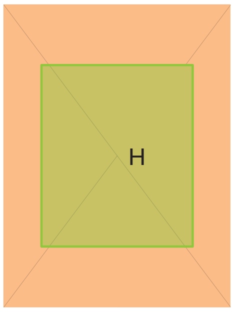
c. Quelle est la nature de la figure obtenue ? Justifie ta réponse.

d. Déduis-en la mesure des angles de la figure agrandie. Justifie.

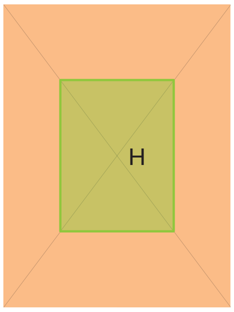
Homothétie

25 La figure verte est-elle l'image de la figure orange par une homothétie de centre H ?

a.

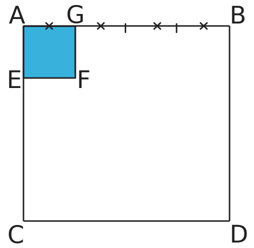


b.

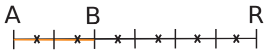


26 Pour chacune des situations ci-dessous, détermine les rapports des homothéties.

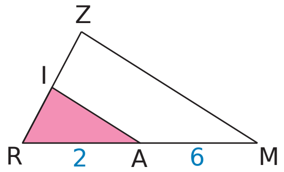
a. AGFE est l'image de ABDC.



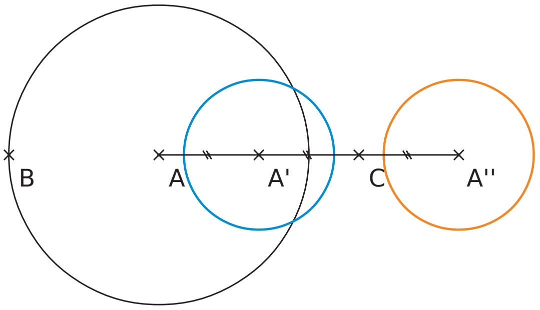
b. A est l'image de R par l'homothétie de centre B.



c. RZM est l'image de RIA.



27 Les cercles de couleurs sont les images du cercle de centre A passant par B par deux homothéties de centre C.

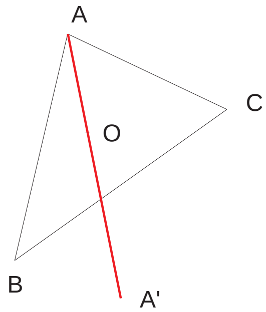


a. Pour chacune des homothéties, détermine le rapport.

b. Où se situent les images du point B par ces deux homothéties ?

28 **Construction**

a. Reproduis la figure ci-dessous et construis le triangle A'B'C', image du triangle ABC par l'homothétie de centre O qui transforme A en A'.



b. Que peux-tu dire du rapport de cette homothétie ?

29 Soit trois points O, A, A' alignés dans cet ordre tel que OA = 2 cm et OA' = 6 cm.

a. Détermine l'homothétie h de centre O qui transforme A en A'.

b. Soit B un point n'appartenant pas à (OA). Construis le point B', image de B par l'homothétie h.

c. Quelle figure reconnais-tu ?

30 Soit [AA'] un segment de 11 cm et O un point de ce segment tel que OA=4 cm.

a. Détermine l'homothétie h de centre O qui transforme A en A'.

b. Soit B un point n'appartenant pas à (OA). Construis le point B', image de B par l'homothétie h.

c. Quelle figure reconnais-tu ?

9782210106345-0MEP.indb 302 24/06/16 10:42

31 Soit [AB] et [CD] deux segments parallèles tels que AB=3 cm et CD=2 cm.

a. Construis le centre de l'homothétie h_1 qui transforme A en C et B en D.

b. Construis le centre de l'homothétie h_2 qui transforme A en D et B en C.

c. Quels sont les rapports de h_1 et de h_2 ?

32 Trace un triangle ABC tel que AB=3 cm, BC=4 cm et AC=5 cm.

a. Quelle est la nature du triangle ABC ?

b. Trace un segment [A'B'] de longueur 10,5 cm tel que (A'B') et (AB) soient parallèles

c. On appelle l'homothétie h qui transforme A en A' et B en B'. Construis C', image par l'homothétie h du point C et calcule B'C'.

33 Constructions et démonstration

a. Construis un triangle ABC quelconque. Place un point O extérieur à ABC.

Sur la demi-droite [OA), place le point A' tel que OA' = 3OA. Trace la parallèle à (AB) passant par A', elle coupe (OB) en B'.

Construis la parallèle à (AC) passant par A', elle coupe (OC) en C'.

b. Que peux-tu dire du triangle A'B'C' par rapport au triangle ABC ? Démontre-le.

Triangles semblables

34 Est-ce que ...

a. Deux triangles équilatéraux sont semblables ?

b. Deux triangles isocèles rectangles sont semblables ?

c. Deux triangles isocèles sont semblables ?

35 On considère (d) et (d') deux droites parallèles. Soit A et B deux points de (d), A' un point de (d') et O un point de la droite (AA') distinct de A et A'. La droite (BO) recoupe (d') en B'.

Les triangles OAB et OA'B' sont -ils semblables ?

36 Les côtés d'un triangle T ont pour longueur 6 cm, 8 cm et 9 cm. Un triangle T' est semblable à T et deux de ses côtés mesure 9 cm et 13,5 cm. Calcule la longueur du dernier côté de T'.

37 Soit ABC un triangle. On note A', B', C' les milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB].

Démontre que les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.

38 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] dont les diagonales se coupent en I.

(AD) et (BC) se coupent en J.

a. Démontrer que les triangles IAB et ICD sont semblables.

b. Démontrer que les triangles JAB et JDC sont semblables.

39 Soit ABC un triangle.

a. Place deux points E et F à l'extérieur du triangle ABC.

b. Construire le point G tel que le triangle EFG soit semblable au triangle ABC.

40 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] dont les diagonales se coupent en I.

La droite parallèle à la droite (AB) passant par I recoupe [AD] en E et [BC] en F.

a. Démontre que les triangles ABI et DCI d'une part et DAB et DIE d'autre part sont semblables.

b. Quel est le rapport de réduction de DAB à DIE ?

c. Démontre que les triangles ABC et IFC sont semblables.

d. Démontre que I est le milieu de [EF].

41 Trace deux triangles EFG et RST semblables tels que

- $\widehat{E} = \widehat{T} = 20°$,
- $\widehat{F} = \widehat{R} = 100°$,
- $\widehat{G} = \widehat{S} = 60°$.

a. Écris l'égalité de trois rapports de longueurs.

b. Explique comment obtenir :
- $EF \times TS = EG \times TR$
- $\dfrac{GE}{GF} = \dfrac{ST}{SR}$

42 ABCD est un parallélogramme, N un point du segment [DC] distinct de D et de C. La droite (AN) coupe (BC) en M.

a. Démontrer que les triangles ADN et ABM sont des triangles semblables.

b. Déduis-en que DN $\times$ BM = AB $\times$ AD.

9782210106345-0MEP.indb 303 24/06/16 10:42

Je résous des problèmes

En lien avec d'autres disciplines

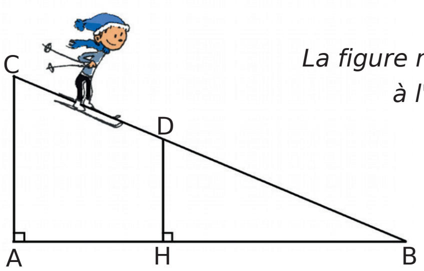
1 Aux sports d'hiver

Un skieur dévale, tout schuss, une piste rectiligne représentée ci-dessous par le segment [BC] de longueur 1 200 m.

À son point de départ C, le dénivelé par rapport au bas de la piste, donné par la longueur AC, est de 200 m.

Après une chute, il est arrêté au point D sur la piste.

Le dénivelé, donné par la longueur DH, est alors de 150 m.



La figure n'est pas à l'échelle.

Calcule la longueur DB qu'il lui reste à parcourir.

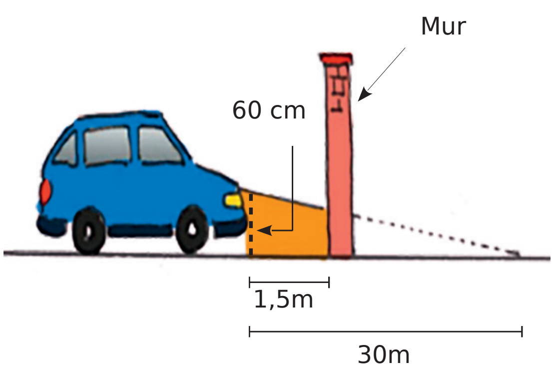
2 Sécurité routière

D'après le code de la route (Article R313 - 3) :

Les feux de croisement d'une voiture permettent d'éclairer efficacement la route, la nuit par temps clair, sur une distance minimale de 30 m.

Afin de contrôler régulièrement la portée des feux de sa voiture, Jacques veut tracer un repère sur le mur au fond de son garage.

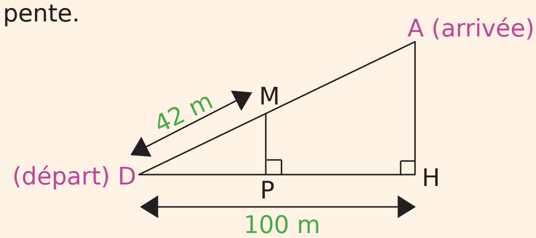
La figure n'est pas à l'échelle.



Les feux de croisement sont à 60 cm du sol. À quelle hauteur doit-il placer le repère sur son mur pour pouvoir régler correctement ses phares ?

3 (Extrait du Brevet) Le funiculaire

<u>Funiculaire :</u> chemin de fer à traction par câble pour la desserte des voies à très forte pente.



La longueur AD de la voie du funiculaire est de 125 m.

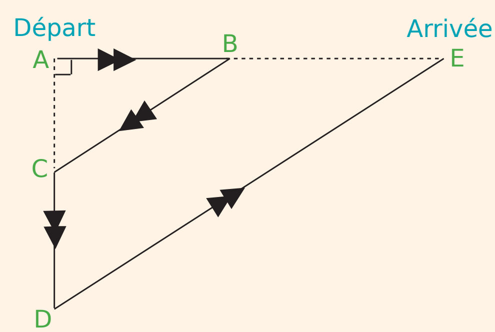
a. De quelle hauteur AH s'est-on élevé à l'arrivée ?

b. Lorsque le funiculaire a parcouru 42 m, il s'est élevé d'une hauteur MP.

- Faire un dessin à l'échelle 1/1 000.
- Que peut-on dire des droites (MP) et (AH) ? Justifier la réponse.
- Calculer MP.

4 (Extrait du Brevet) Le cross du collège

Des élèves participent à un cross. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté ci-après :



On peut y lire les indications suivantes :

AB = 400 m ; AC = 300 m ; l'angle $\widehat{CAB}$ est droit ; BE = 2AB et les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

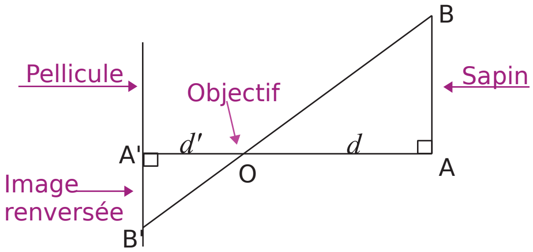
a. Calculer BC.

b. Calculer AD puis CD.

c. Calculer DE.

d. Vérifier que la longueur du parcours ABCDE est 3 000 m.

5 L'appareil photo



Voici un schéma du fonctionnement d'un appareil photographique argentique : un objet [AB] situé à une distance d de l'objectif O a une image [A'B'] située à une distance d' de O.

a. Prouve que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

b. Démontre l'égalité : $\dfrac{d}{d'} = \dfrac{AB}{A'B'}$.

c. Pour un certain appareil, $d' = 50$ mm.

d. Un sapin d'une hauteur de 12 m se trouve à 15 m de l'objectif. Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?

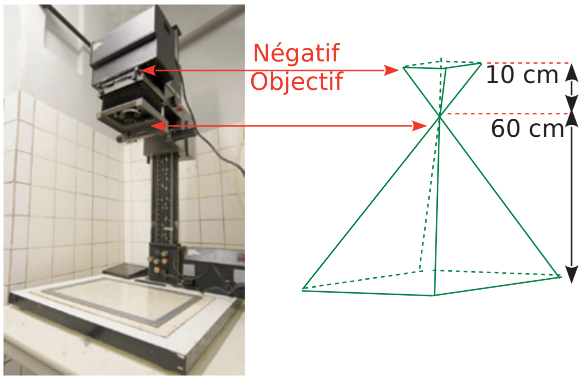
6 L'agrandisseur de photo

La photo ci-après représente un agrandisseur pour le tirage des photographies noir et blanc argentiques.

Une source de lumière est diffusée à travers le négatif et une lentille, appelée objectif. Une image agrandie du négatif est alors projetée sur un plateau.

Les deux pyramides ci-dessous représentées en perspective schématisent le faisceau de lumière.

La petite hauteur mesure 10 cm et la grande hauteur mesure 60 cm.

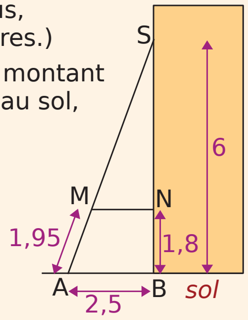


Les formats des négatifs utilisés sont 24 mm × 36 mm, 6 cm × 6 cm et 4'' × 5''. (*Le symbole '' représente l'unité de longueur anglo-saxonne, appelée inch, qui correspond environ à 2,54 cm.*)

Avec chacun des négatifs, quel agrandissement maximum peut-on obtenir ?

7 **(extrait de brevet)** Pour consolider un bâtiment, des charpentiers ont construit un contrefort en bois.

(Sur le schéma ci-dessous, les mesures sont en mètres.)



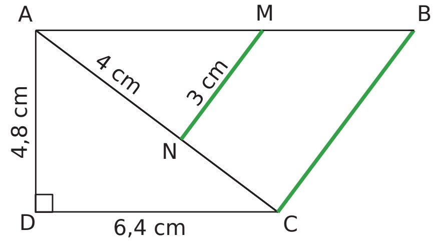
a. En considérant que le montant [BS] est perpendiculaire au sol, calculer la longueur AS.

b. Calculer les longueurs SM et SN.

c. Démontrer que la traverse [MN] est bien parallèle au sol.

Résoudre un problème

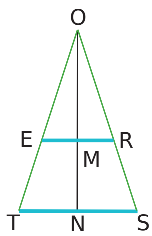
8 Sur la figure ci-dessous, les droites (MN) et (BC) sont parallèles et AB = 10 cm.



a. Calcule BC.

b. Démontre que le triangle ABC est rectangle.

9 Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, RE = 8 cm ; OM = 5 cm et ON = 25 cm. Les droites (RE) et (ST) sont parallèles. On souhaite calculer ST.



a. Montre que $\dfrac{OE}{OT} = \dfrac{OM}{ON}$.

b. Montre que $\dfrac{OE}{OT} = \dfrac{ER}{TS}$.

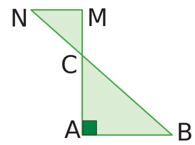
c. Que peux-tu en déduire pour $\dfrac{OM}{ON}$ et $\dfrac{ER}{TS}$?

d. Calcule ST.

9782210106345-0MEP.indb 305 24/06/16 10:42

Je résous des problèmes

10 Le triangle ABC est rectangle en A.



On donne AB = 6 cm et BC = 10 cm.
Démontre que AC = 8 cm.
On donne CM = 2,56 cm et CN = 3,2 cm.
Explique pourquoi les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

11 Dans un triangle ABC, on place un point D sur le segment [BC]. La parallèle à (AB) passant par D coupe [AC] en E et la parallèle à (AC) passant par D coupe [AB] en F.

a. Compare $\frac{AF}{AB}$ et $\frac{CD}{CB}$ puis $\frac{AE}{AC}$ et $\frac{BD}{BC}$.

b. Où faut-il placer le point D pour que les droites (EF) et (BC) soient parallèles ?

12 Construis un triangle EFG rectangle en E tel que EG = 15 cm et EF = 10 cm.

a. Calcule FG arrondie au millimètre.

b. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$ arrondie au degré.

c. La bissectrice (d) de l'angle $\widehat{EFG}$ coupe [EG] en H. Calcule FH et EH, arrondies au millimètre.

d. La parallèle à (EF) passant par G coupe (d) en K. Calcule GK arrondie au millimètre.

13 Agrandissement ou non

a. Construis deux quadrilatères ayant leurs angles respectifs de même mesure et qui pourtant ne sont pas un agrandissement (ou une réduction) l'un de l'autre.

b. Peux-tu répondre à la même question avec des triangles à la place des quadrilatères ?

14 Triangle et orthocentre

ABC est un triangle. [AA'], [BB'] et [CC'] sont les hauteurs de ce triangle et se coupent en H.

a. Démontre que les triangles HA'B' et HBA sont semblables.

b. Déduis-en HA × HA' = HB × HB'=HC × HC'

c. Démontre que les triangles ACC' et ABB' sont de même forme ainsi que les triangles AHC' et AA'B.

d. Écris les égalités correspondantes.

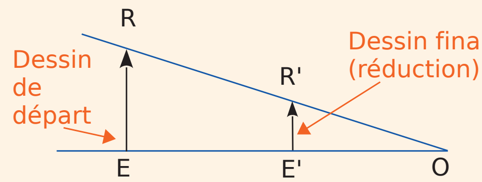
e. Déduis-en :
AC' × BA' × CB' = AB' × BC' × CA' et
AC' × BA' × CB' = k × AB × AC × BC

15 (Extrait du Brevet)

On veut réduire la taille de la flèche RE.

Pour cela, on réalise le schéma ci-après dans lequel (RE) et (R'E') sont parallèles.

Données :
RE = 8 cm ; OE' = 9 cm ; EE' = 15 cm.



a. Calculer la longueur de la flèche réduite R'E'.

b. Quel est le coefficient de réduction?

c. En utilisant le même schéma, on veut obtenir une flèche R''E'' dont la longueur est la moitié de la flèche de départ RE. À quelle distance de O sera placé le nouveau point E'' ?

16 Agrandir, réduire

a. Si tu réduis deux fois une figure puis que tu réduis à nouveau la figure obtenue trois fois, de combien auras-tu réduit la figure initiale ?

b. Un microscope grossit vingt fois. Si tu places sous ce microscope une loupe qui grossit deux fois, quel grossissement obtiens-tu ?

c. Le triangle ABC dont les mesures sont AB = 8 cm ; BC = 10 cm et AC = 6 cm est rectangle (vérifie-le !).
On augmente chacun de ses côtés de 5 cm.
Démontre de deux façons différentes que le triangle obtenu n'est pas un agrandissement du triangle ABC.

17 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] tel que AB=28 mm et CD=35 mm.

a. Place le point M de [AD] tel que AM = $\frac{3}{7}$ AD.

b. Trace la droite parallèle aux bases du trapèze. Elle coupe (BD) en P et (BC) en N.

c. Montre que les triangles MPD et ABD sont semblables.

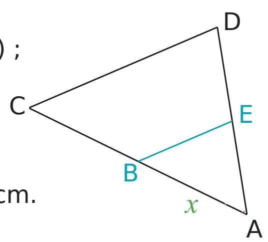
d. Montre que les triangles BPN et BDC sont semblables.

e. Calcule les longueurs MP, PN et MN.

En utilisant le calcul littéral

18 Avec x

Sur la figure ci-contre :
(CD) est parallèle à (BE) ;
BC = 5 cm ;
CD = 19 cm ;
BE = 7 cm
et on désigne par x la longueur de [AB] en cm.



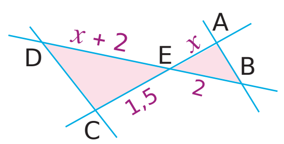
a. Calcule x.

b. Le triangle ABE est-il une réduction du triangle ACD ? Si oui, quel en est le coefficient ?

19

L'unité de longueur choisie est le mètre.

Pour $x = 2{,}5$, les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. Vrai ou faux ? Explique ta démarche.



20

RST est un triangle tel que : RS = 4 cm ; ST = 6 cm et TR = 7 cm.
M est un point du segment [RS] et la parallèle à (ST) passant par M coupe [RT] en N.

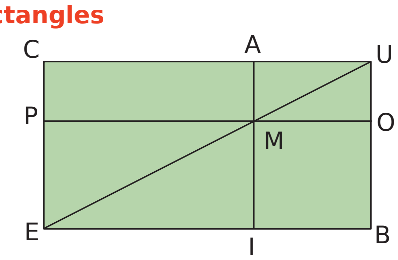
On désigne par x la longueur de [MS].

a. Calcule x pour que le triangle SMN soit isocèle en M.

b. Dans ce cas, que représente la droite (SN) dans le triangle RST ? Justifie ta réponse.

21 Des rectangles

a. Construis un rectangle CUBE.
On pose
CU = L
et CE = l.



b. Construis à la règle et au compas le point M du segment [UE] tel que UM = $\frac{2}{5}$ UE.

c. On appelle A, P, I et O les points d'intersection respectifs des droites passant par M et perpendiculaires aux droites (CU), (CE), (EB) et (BU).

d. Exprime en fonction de L ou l les longueurs MA, MI, MP et MO.

e. Compare les aires des rectangles CAMP et MOBI.

22 Thalès sans valeur numérique

Dans un triangle ABC, la hauteur issue de B coupe [AC] en D et la hauteur issue de C coupe [AB] en E. Dans le triangle ADE, la hauteur issue de D coupe [AE] en F et la hauteur issue de E coupe [AD] en G.

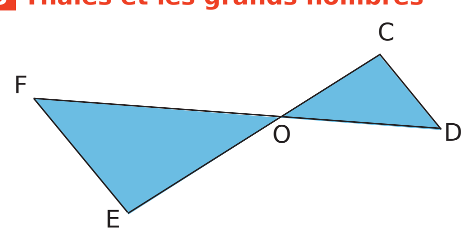
a. Démontre les égalités :

$$AD \times AE = AB \times AG = AC \times AF.$$

b. Démontre que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

En utilisant le numérique

23 Thalès et les grands nombres



Sur la figure ci-dessus, les droites (DF) et (CE) sont sécantes en O.

De plus, on donne OE = 1 203,17 ; OC = 1 056,23 ; OF = 1 264,09 et OD = 1 109,71.

Démontre que les droites (EF) et (CD) sont parallèles.

24 Périmètre égaux

1re partie : conjecturer

a. Avec un logiciel de géométrie dynamique, construis un triangle RST tel que RS = 10 cm ; RT = 14 cm et ST = 12 cm.

b. Place un point M sur [RS] et trace la droite parallèle à (ST) passant par M. Elle recoupe [RT] en N.

c. Conjecture la position du point M pour que les deux périmètres soient égaux.

2e partie : démontrer

On pose RM = x cm.

a. Exprime le périmètre du triangle RMN et du trapèze MSTN en fonction de x.

b. Conclus.

Je résous des problèmes

25 Égalité de longueurs

1re partie : conjecturer

a. Avec un logiciel de géométrie dynamique, construis ABC un triangle tel que AC = 11 cm ; AB = 7 cm et BC = 8 cm.

b. Place un point M sur le segment [BC]. La parallèle à (AC) passant par M coupe [AB] en P et la parallèle à (AB) passant par M coupe [AC] en Q.

c. Conjecture la position du point M pour que MP + MQ = 9 cm.

2e partie : démontrer

On pose BM = x.

a. Exprime MP puis MQ en fonction de x.

b. Conclus.

26 Agrandissement ou réduction ?

a. Sur ton cahier, construis un triangle DEF tel que EF = 4 cm ; $\widehat{\text{FED}} = 80°$ et $\widehat{\text{EFD}} = 60°$.

b. Sur ton cahier, construis un triangle GHI tel que GH = 10 cm ; $\widehat{\text{IGH}} = 80°$ et $\widehat{\text{GIH}} = 40°$.

c. Réalise les dessins des questions à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

d. Le triangle DEF semble-t-il être un agrandissement ou une réduction du triangle GHI ? Quel semble-être le rapport d'agrandissement/réduction ?

e. Démontre-le.

Construction à la règle et au compas

27 Construire la multiplication à la règle et au compas

Dans tout l'exercice, [Ox) et [Oy) sont deux demi-droites d'origine O et E est le point de [Ox) tel que OE = 1 cm.

a. Construis la figure. Place sur [Ox) les points A et B tels que OA = 2 cm et OB = 3 cm puis sur [Oy), place un point M. La droite parallèle à (EM) passant par A coupe [Oy) en N et la droite parallèle à (BM) passant par N coupe [Ox) en C. Vérifie que OC = 6 cm.

b. Sur une nouvelle figure, place sur [Ox) deux points A et B puis sur [Oy), place un point M. La droite parallèle à (EM) passant par A coupe [Oy) en N et la droite parallèle à (BM) passant par N coupe [Ox) en C. Démontre que OC = OB × OA.

c. Écris une méthode analogue permettant de construire le point C' tel que $\text{OC}' = \dfrac{\text{OA}}{\text{OB}}$ avec OA < OB.

d. Sur une autre figure, place un point A puis construis un point B tel que OB = OA^2.

e. Avec un logiciel de géométrie dynamique, construis une figure. Place un point A. Construis un point C tel que $\text{OC} = \sqrt{\text{OA}}$.

28 Réduire sans mesurer

a. Construis un triangle ABC tel que AB = 6 cm ; BC = 10 cm et CA = 8 cm. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie ta réponse.

b. Place un point O à l'extérieur de ABC tel que OA = 4 cm puis le point A' appartenant à la demi-droite [OA) tel que OA' = 1 cm.

Le but des questions suivantes est de construire une réduction de rapport 1/4 du triangle ABC sans utiliser la règle graduée.

c. Construis la droite parallèle à (AB) passant par le point A'. Elle coupe la droite (OB) en B'.

d. Le triangle A'B'C' est une réduction du triangle ABC. Quelle doit être la mesure de l'angle $\widehat{\text{C'A'B'}}$?

e. Déduis-en la position du point C' et construis-le sans utiliser la règle graduée.

29 Construction d'un pentagone régulier selon Dürer

Albrecht Dürer a énoncé une construction approchée d'un pentagone régulier à l'aide de cinq cercles de même rayon.

a. Recherche qui était Albrecht Dürer et la définition d'un pentagone régulier.

b. Construction à la règle non graduée et au compas

- Trace un segment [AB]. Trace le cercle ($\mathscr{C}$) de centre A passant par B et le cercle ($\mathscr{C}$') de centre B passant par A. Ces deux cercles se coupent en F et G, trace le segment [FG].

9782210106345-0MEP.indb 308 24/06/16 10:42

- Trace le cercle de centre G passant par A, il recoupe ($\mathscr{C}$) en I, ($\mathscr{C}'$) en J et le segment [FG] en K.
La droite (JK) coupe ($\mathscr{C}$) en E à l'extérieur de ($\mathscr{C}'$). La droite (IK) coupe ($\mathscr{C}'$) en C à l'extérieur de ($\mathscr{C}$).
- Trace le cercle de centre E passant par A et le cercle de centre C passant par B. Ils se coupent en D en dehors du quadrilatère ABCE. Trace en couleur le pentagone ABCDE. Semble-t-il régulier ? Justifie.

c. Réalise la construction précédente à l'aide d'un logiciel de géométrie en faisant apparaître les mesures permettant de savoir si le pentagone ABCDE est régulier. Que penses-tu de la construction ?

30 Effectue une recherche documentaire pour savoir s'il est possible de construire π à la règle et au compas.

31 Construction de $\sqrt{7}$ à la règle et au compas

ABC est un triangle rectangle en A et H le pied de la hauteur issue de A.

a. Démontre que les triangles HAC et HAB sont semblables.

b. Déduis-en que $HA^2=HB\times HC$.

c. Explique comment construire un segment de longueur $\sqrt{7}$ à la règle et au compas.

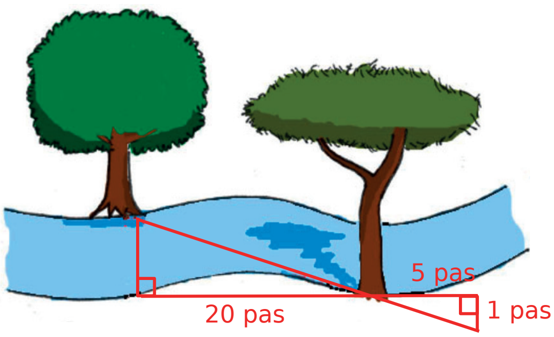
Mesurer des longueurs inaccessibles

32 Largeur d'une rivière

Par un beau dimanche ensoleillé, Julien se promène au pied de la montagne Sainte Victoire au bord de la rivière Arc.

Il se demande quelle est la largeur de cette rivière.

Il prend des repères, compte ses pas et dessine le schéma ci-contre.

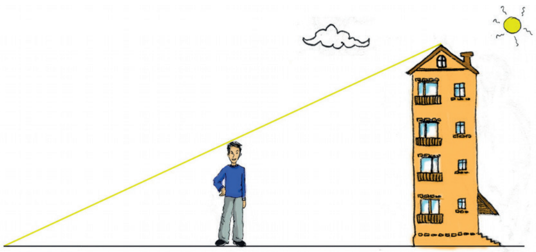


a. Quelle est, en nombre de pas, la largeur de la rivière qu'obtient approximativement Julien ?

b. Julien estime la longueur de son pas à 65 cm. Donne une valeur approximative de la largeur de cette rivière au centimètre près.

33 Hauteur de bâtiment avec sa taille

On veut calculer la hauteur d'un bâtiment ou d'un arbre que l'on ne peut pas mesurer sans instruments professionnels. Cet exercice nécessite de travailler un jour de beau temps et si possible en soleil rasant. Tu dois connaître ta taille pour faire cet exercice.



a. Constituez des groupes. Munissez-vous d'une feuille de papier, d'un décamètre ou à défaut d'une corde de longueur connue, et d'une calculatrice.

b. Dans la cour du collège ou dans la rue, repérez un bâtiment (mairie, église, beffroi, tour, etc...), ou un arbre assez haut puis repérez la position du soleil et placez-vous dans l'alignement du bâtiment et de son ombre.

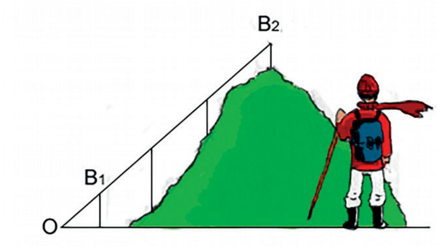
c. Faites coïncider le sommet de votre ombre avec le sommet de l'ombre du bâtiment. Mesurez alors la longueur de votre ombre et la distance entre vous et le bâtiment.

d. Calculez la hauteur du bâtiment en appliquant la propriété de proportionnalité des longueurs dans un triangle et en vous inspirant du dessin ci-dessous.

e. Recommencez l'opération pour d'autres bâtiments puis, de retour en classe, comparez vos résultats avec les autres groupes.

Je résous des problèmes

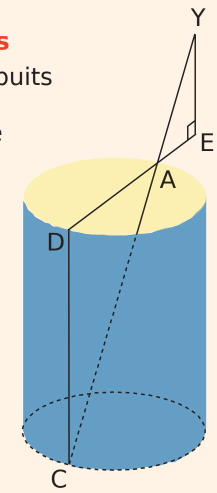
34 Hauteur d'une colline avec des bâtons



Un jeune mathématicien veut mesurer la hauteur d'une colline. Pour cela, il place un premier bâton de 2 mètres au pied de cette colline et y monte progressivement en plantant des bâtons de différentes hauteurs et en vérifiant bien leur alignement. Le dernier bâton se trouve au sommet de la colline.La corde reliant tous les bâtons peut alors être considérée comme un segment : elle est tendue du point O en passant par le point B_1 au sommet du premier bâton jusqu'au point B_2 au sommet du dernier bâton.

Le dernier bâton mesure 2,5 mètres,
$OB_1 = 4$ m et $B_1B_2 = 66$ m.
Avec ces données relevées par le jeune mathématicien, aide-le à calculer la hauteur de la colline.

35 Extrait du Brevet
La profondeur d'un puits



[AD] est un diamètre d'un puits de forme cylindrique.
Le point C est à la verticale de D, au fond du puits.

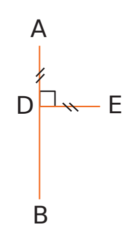
Une personne se place en un point E de la demi-droite [DA) de sorte que ses yeux soient alignés avec les points A et C.
On note Y le point correspondant aux yeux de cette personne.

On sait que AD = 1,5 m ;
EY = 1,7 m et EA = 0,6 m.

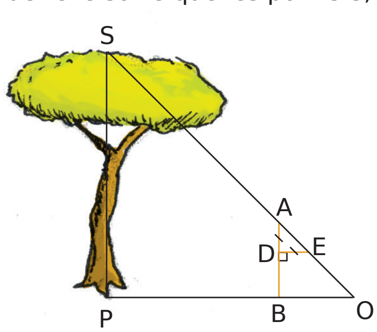
a. Démontrer que les droites (DC) et (EY) sont parallèles.

b. Calculer DC, la profondeur du puits.

36 L'instrument de Gerbert



L'instrument de Gerbert est constitué de deux bâtons [AB] et [ED] perpendiculaires tels que AD = ED.
Soit S le sommet de l'arbre. Pour mesurer sa hauteur, il faut se placer de telle sorte que les points S, A et E soient alignés.



a. On veut mesurer la hauteur SP de l'arbre (on considérera qu'il est perpendiculaire au sol).

b. L'instrument est planté verticalement, c'est-à-dire que (AB) est perpendiculaire à (OB). On sait que AD = 0,40 m ;
AB = 1,50 m et BP = 8 m.
Le triangle ADE est rectangle et isocèle en D.

Calcule la distance OB. Déduis-en la nature du triangle ABO.

c. Démontre que (AB) et (SP) sont parallèles.

d. Démontre que le triangle SPO est rectangle isocèle en P.

e. Déduis-en la hauteur SP de l'arbre.

f. Quelles sont les seules mesures utiles pour utiliser l'instrument de Gerbert, une fois bien positionné comme sur le dessin ?

g. Quel calcul doit-on faire pour trouver la hauteur de l'objet ?

37 Utiliser la triangulation

Naomie souhaite mesurer la distance qui la sépare d'un l'immeuble (I sur le schéma).

Elle pointe son doigt (en vert) dans sa direction puis se déplace le long d'une ligne droite. Son doigt ne pointe plus vers l'immeuble. Elle pivote sur elle-même pour pointer à nouveau vers l'immeuble et elle mesure l'angle de sa rotation au sol.

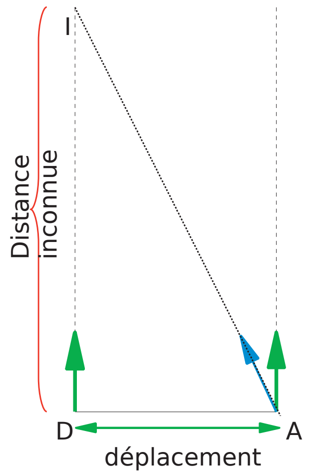
a. Reproduis le schéma.

b. On note α l'angle de la rotation. Reporte α sur ton schéma.

c. Calcule la distance inconnue en fonction de AD et de α.

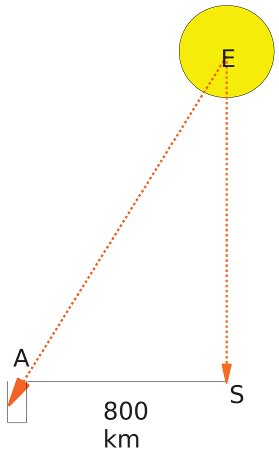
d. Quelles propriétés as-tu utilisées ?

e. Que cela suppose-t-il pour réaliser les mesures ?



Déterminer les rayons du Soleil et de la Terre

1re partie : Détermination du diamètre du soleil par la méthode d'Anaxagore



Vers l'an 434 av. J.-C. le philosophe grec Anaxagore voulait estimer la distance de la terre au soleil (noté E sur le schéma) et le diamètre du soleil qu'il voyait rond.

Des voyageurs revenant de la ville de Syène (S sur le schéma), en haute vallée du Nil (près du barrage d'Assouan) lui avaient appris que le 21 juin, jour du solstice d'été, à midi, que les objets verticaux n'avaient pas d'ombre portée.

D'autre part, il savait que dans le Delta du Nil (à l'emplacement d'Alexandrie, noté A sur le schéma), 5000 stades égyptiens (800 km environ) au nord de Syène, à la même heure, le soleil éclairait jusqu'à 16 mètres un puit large de 2 mètres.

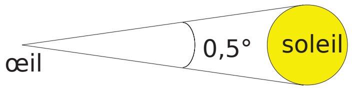
Pourquoi EAS peut-être assimilé à un triangle rectangle ?

a. Détermine l'angle $\widehat{EAS}$.

b. Détermine la distance d'Alexandrie au Soleil par la méthode d'Anaxagore.

c. Détermine cette distance sans utiliser l'angle.

d. De plus, Anaxagore mesure le diamètre apparent du soleil et trouve un angle dont la mesure est égale à 0,5°



- Calcule le diamètre voisin du soleil.
- Comment expliquer les différences entre les calculs par la méthode d'Anaxagore et les distances connues à ce jour ?

2e partie : Détermination du rayon de la Terre par la méthode d'Ératosthène

Ératosthène, deux siècles plus tard, reprend les mesures menées par Anaxagore avec deux hypothèses :
- Le Soleil est très éloigné de la Terre : les rayons du soleil sont parallèles.
- La Terre est sphérique.

Quand le soleil éclaire le fond d'un puits à Syène (notée S sur le schéma), une tour de 25 m fait une ombre de 9,1 m à Alexandrie (notée A sur le schéma).

Je résous des problèmes

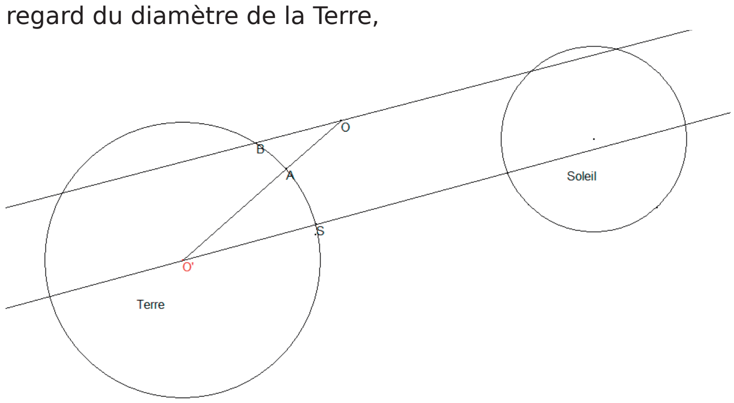
a. Reproduis le schéma et reporte les mesures connues.

b. La distance AB étant très petite au regard du diamètre de la Terre, on suppose que l'arc AB est assimilé à un segment et le triangle OAB est un triangle rectangle en A. Détermine l'angle $\widehat{BOA}$ puis $\widehat{AO'S}$.

c. On note d le diamètre de la Terre. Quelle est la mesure de l'arc de la Terre intercepté par un angle de 180° ?

d. Calcule le rayon de la Terre par la méthode d'Ératosthène.

e. Quel est le pourcentage d'erreur d'Ératosthène ?

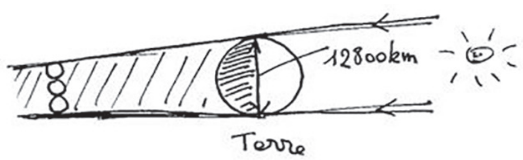


Déterminer la distance Terre-Lune

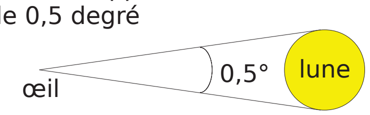
1re partie : par la méthode d'Aristarque de Samos

Aristarque de Samos, qui vit entre -210 et -230 (avant J.C) observe les mouvements périodiques de la Lune autour de la Terre. Aristarque constata que

- le diamètre apparent de la lune pouvait se reporter trois fois dans le disque sombre.



- Le diamètre apparent de la Lune est de 0,5 degré

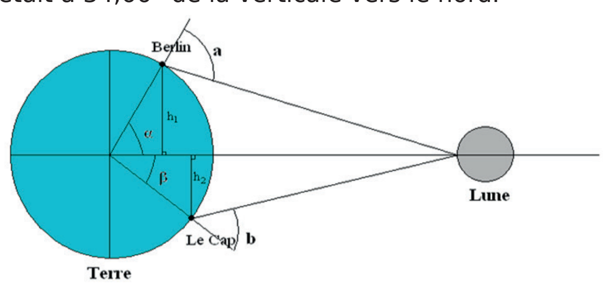


a. Calcule la distance Terre-Lune à partir des informations fournies.

b. Compare les résultats trouvés par la méthode d'Aristarque de Samos avec les valeurs connues actuellement. Comment expliquer les différences ?

2e partie : par la méthode de Lalande et La Caille

Les deux scientifiques se rendirent à deux endroits différents en 1751 pour observer la Lune au moment de son passage au méridien.
LaLande se rendit à Berlin (coordonnée : **52°31'12'' Nord** et **13°24'36'' Est)** et nota que la Lune était à 53,52° de verticale vers le Sud.
La Caille au Cap en Afrique du Sud (coordonnée : **34°21'25'' Sud** et **18°28'26'' Est)** et nota que la Lune était à 34,66° de la verticale vers le nord.



a. Calcule l'écart de longitude. En quoi est-ce important ?

b. Reproduis le schéma et reporte les mesures obtenues par observation.

c. Exprime l'angle Berlin-Lune-Le Cap en fonction de a, b, α, β.

d. Détermine la distance Berlin-Le Cap en fonction de α, β et le rayon de la Terre (notée R)
Conclus. Quand cette mesure a-t-elle été précisée ? Avec quel instrument ?

Repérage

D5

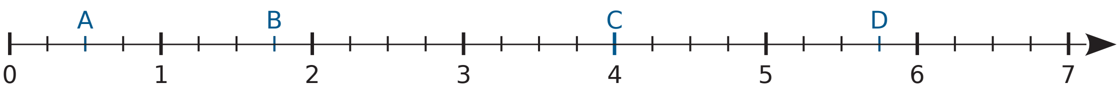
Objectifs de cycle

- **Repérage sur la demi-droite graduée**
  - Nombres entiers positifs — Niveau 1
  - Nombres positifs en écriture fractionnaire — test n° 1 — Niveau 1
  - Nombres positifs décimaux — test n° 2 — Niveau 1
- **Repérage sur la droite graduée** — tests n° 3, 4, 5 et 6 — Niveau 1
- **Repérage dans le plan** — test n° 7 — Niveau 2
- **Repérage sur la sphère** — Niveau 3

- Ce chapitre est transversal entre géométrie et nombres.
- Il regroupe les exercices de repérage sur une demi-droite avec une progressivité en fonction des nombres rencontrés. La droite graduée est étudiée avec les nombres relatifs.
- Ensuite le repérage sur le plan et la sphère sont abordés.

Activités de découverte

Activité 1 Quotients et demi-droite graduée



1. On a tracé ci-dessus une demi-droite graduée.

Donne de deux façons différentes les abscisses des points A, B, C et D.

2. Dessine une demi-droite graduée et partage l'unité en 12 parts égales.

3. Combien de ces parts faut-il prendre pour avoir $\frac{1}{6}$ de l'unité ? $\frac{1}{3}$? $\frac{1}{4}$? puis $\frac{1}{2}$?

4. Place sur cette demi-droite les points E, F, G et H d'abscisses respectives $\frac{13}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{4}$.

Activité 2 Avec des nombres relatifs

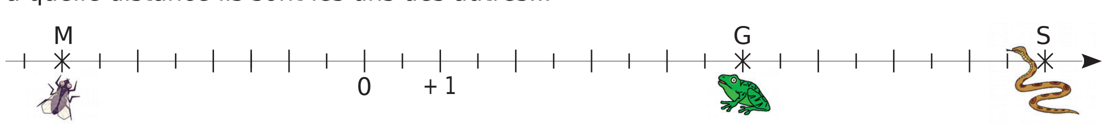
1. Trace une demi-droite graduée d'origine le point O en prenant le centimètre comme unité. Place les points A(3), B(4) et D(9).

2. Construis le point C tel que A soit le milieu du segment [BC].
Quelle est l'abscisse du point C ?

3. On veut placer le point E tel que O soit le milieu du segment [DE].
Que constates-tu ?
Comment compléter cette graduation pour résoudre complètement ce problème ?
Quelle est alors l'abscisse du point E ?

Activité 3 La bonne distance

Une grenouille se promène sur un axe gradué. D'un côté de celui-ci, elle aperçoit son mets préféré : une mouche bien grasse. De l'autre côté (ô frayeur extrême !), un serpent luisant aux crochets dégoulinants de venin. De-ci de-là, il y a de belles feuilles vertes qui masquent ou bien l'une ou bien l'autre ! La grenouille (point G), le serpent (point S) et la mouche (point M) essaient, en permanence, de savoir à quelle distance ils sont les uns des autres...



1. Cet axe est gradué en centimètres. Donne les distances GS et GM.

2. Lis puis écris les abscisses des points G, S et M.

3. Comment calculer les distances GS et GM en utilisant les abscisses de G, S et M ?

4. Recommence les questions **1.** à **3.** avec les points G(+21), M(−12) et S(14).

9782210106345-0MEP.indd 314 24/06/16 10:42

Activité 4 Manque de repères ?

On a dessiné un repère du plan sur une carte de France. L'origine de ce repère est la ville de **Clermont-Ferrand** représentée par le point **C**.

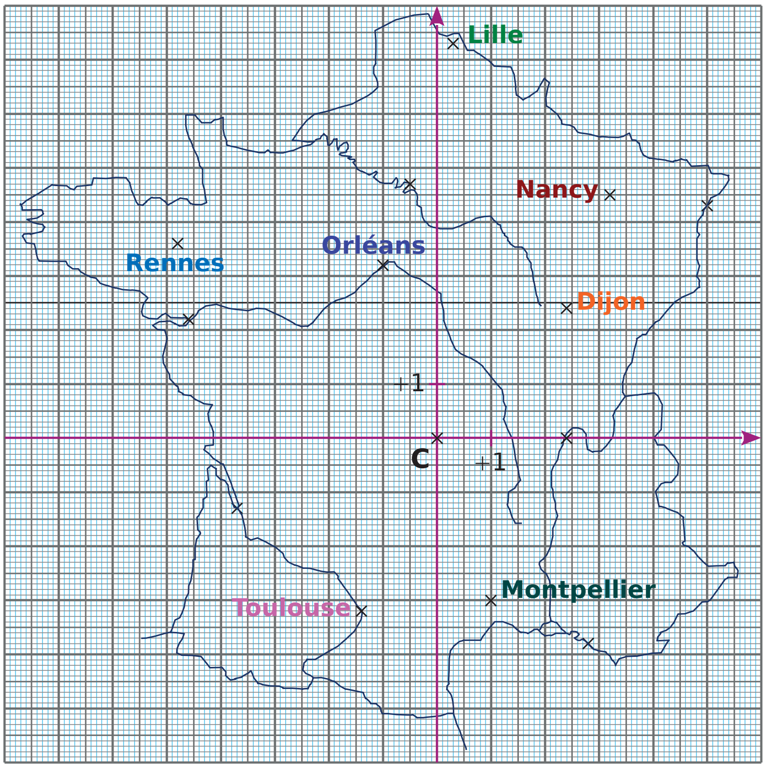
Le professeur propose de chercher les coordonnées de **Montpellier** qui permettent de la situer par rapport au point **C** dans ce repère.

Voici les réponses de trois élèves de la classe :

Dylan dit :
« Les coordonnées de **Montpellier**, c'est +1. » ;

Julia dit : « Les coordonnées de **Montpellier** sont d'abord +1 puis −3. » ;

Medhi dit :
« Les coordonnées de **Montpellier** sont d'abord −3 puis +1. ».



1. Dylan a-t-il donné suffisamment d'informations pour repérer la ville de **Montpellier** ?
   Dans un repère du plan, combien de nombres sont nécessaires pour repérer un point ?
2. Les réponses de Julia et Medhi manquent de précision. Pourquoi ?
   Réécris-les afin qu'elles soient complètes.
3. Écris les coordonnées de **Montpellier**, de **Rennes**, de **Toulouse**, de **Nancy** et d'**Orléans**.
4. Donne les noms des villes dont les coordonnées sont :
   (+2,4 ; 0) ; (+5 ; +4,3) ; (−4,6 ; +2,2) et (−3,7 ; −1,3).
5. Quand on va d'Ouest en Est, que remarques-tu concernant le premier nombre des coordonnées ? Quand on va du Nord vers le Sud, que remarques-tu concernant le deuxième nombre des coordonnées ?
6. Fabien donne les coordonnées d'une ville du quart Nord-Est : (−0,3 ; +7,3).
   Luciana lui dit qu'il y a forcément une erreur. Pourquoi ? Corrige l'erreur de Fabien et nomme la ville dont il voulait parler.

9782210106345-0MEP.indb 315 24/06/16 10:42

Cours et méthodes

1) Repérer un point sur un axe gradué

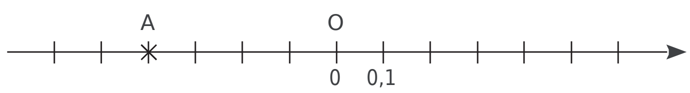
Définition

L'**abscisse** d'un point sur un axe gradué sert à repérer le point sur l'axe. C'est un nombre relatif qui indique la distance du point à l'origine (la distance à zéro).

Son signe est
- positif si le sens de l'origine vers le point est celui de l'axe,
- négatif dans le sens contraire.

» **Remarque :** à chaque point d'un axe gradué correspond un nombre relatif et à tout nombre relatif correspond un point d'un axe gradué.

» **Exemple :** Sur la droite graduée ci-dessous, l'abscisse du point A est – 0,4 et il se note A(–0,4)



2) Repérer un point dans un repère du plan

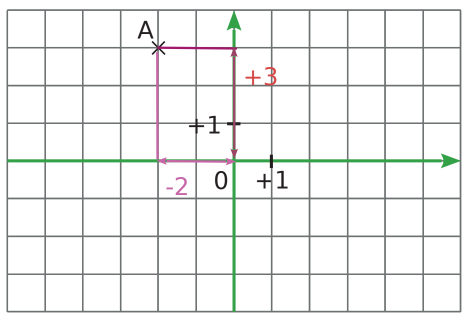
Définitions

Un **repère orthogonal** est constitué de deux axes gradués perpendiculaires et de même origine.

Il permet de repérer les points du plan par un couple de nombres.

Ce sont les **coordonnées** du point :
- en premier la coordonnée horizontale, appelée **abscisse** ;
- en deuxième la coordonnée verticale, appelée **ordonnée**.

» **Exemple :** Les coordonnées du point A sont (–2 ; +3).



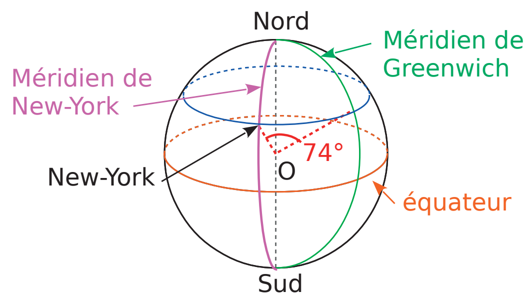
3) Repérer sur la Terre

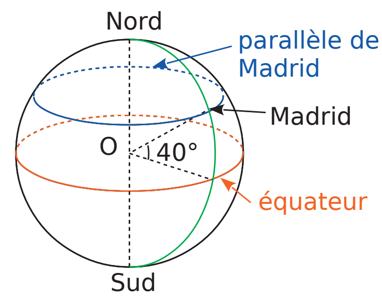
Définitions

La Terre est assimilée à une sphère.
- Les axes sont
  – un cercle : l'**équateur**
  – un demi-cercle : le méridien de **Greenwich**.

L'origine est le centre de la Terre.
- La Terre est quadrillée par des cercles **parallèles** à l'équateur et des demi-cercles, d'extrémités les pôles, appelés **méridiens**.
- L'abscisse d'un point correspond à l'angle entre le méridien de Greenwich et le méridien du point orienté Ouest ou Est. On l'appelle la **longitude**.
- L'ordonnée d'un point correspond à l'angle entre l'équateur et le parallèle du point orienté Nord ou Sud. On l'appelle la **latitude**.

» **Exemple :** La latitude de Madrid est 40°Nord, la longitude de New-York est 74°Ouest.





Je me teste

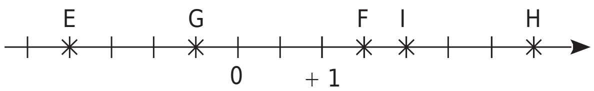
Niveau 1

1 Sur une même demi-droite graduée, place les points $C\left(\frac{3}{4}\right)$; $D\left(2-\frac{1}{4}\right)$ et $E\left(\frac{5}{2}\right)$.

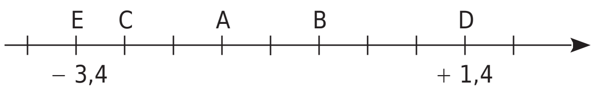
2 Sur une demi-droite graduée, place les points M d'abscisse 2,7 et N d'abscisse 5,2.

3 Trace une droite d'origine O puis gradue-la en prenant pour unité 2 cm.
Places-y les points A, B, C et D d'abscisses respectives $+3$; $-1{,}5$; $+2{,}5$ et -3.
Que peux-tu dire des abscisses de A et D ? Que peux-tu dire des points A et D ?

4 Donne l'abscisse de chacun des points E, F, G, H et I.

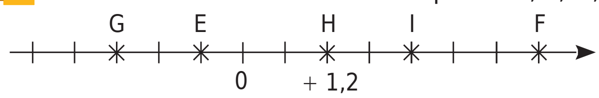


5 Réponds par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifie la réponse.



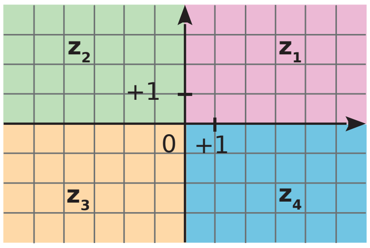
a. Il y a exactement quatre entiers relatifs compris entre les abscisses des points E et D.
b. Le point A a pour abscisse $-1{,}2$.
c. L'abscisse de B est positive.
d. L'abscisse de C est $-2{,}8$.
e. L'abscisse du milieu du segment [AB] est un nombre entier relatif positif.
f. Exactement deux points ont une abscisse positive.
g. L'origine de cet axe se situe entre les points B et D.
h. Le symétrique du point E par rapport au point d'abscisse -1 est le point D.

6 Donne l'abscisse de chacun des points E, F, G, H et I.



Niveau 2

7 Les axes de coordonnées d'un repère partagent le plan en quatre zones, notées z_1, z_2, z_3 et z_4.
Pour chacune des zones, donne le signe de chacune des coordonnées (abscisse et ordonnée) d'un point de cette zone.



➔ Voir Corrigés p. 368

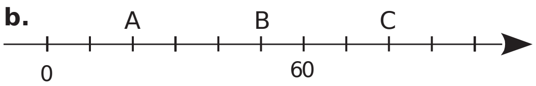
9782210106345-0MEP.indb 317 24/06/16 10:42

Je m'entraîne

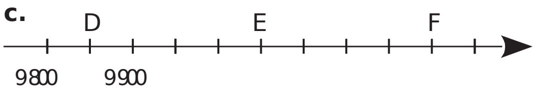
Repérer sur une droite

1 Pour chaque axe gradué, indique les abscisses des points marqués.

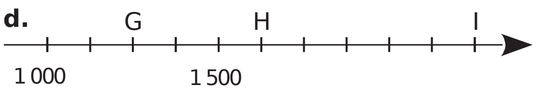
b.



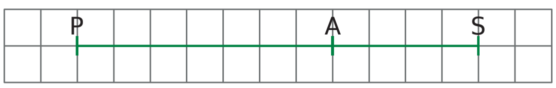
c.



d.



2 En observant cette figure, recopie puis complète chaque égalité par une fraction.



a. PA = $\frac{\dots}{\dots} \times$ PS

b. PA = $\frac{\dots}{\dots} \times$ AS

c. PS = $\frac{\dots}{\dots} \times$ AS

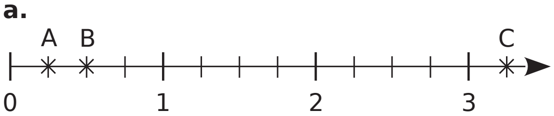
d. PS = $\frac{\dots}{\dots} \times$ PA

e. AS = $\frac{\dots}{\dots} \times$ PA

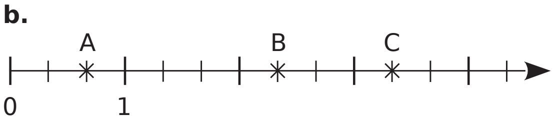
f. AS = $\frac{\dots}{\dots} \times$ PS

3 Dans chaque cas, donne, sous forme d'une fraction, l'abscisse de chacun des points A, B et C placés sur la demi-droite graduée.

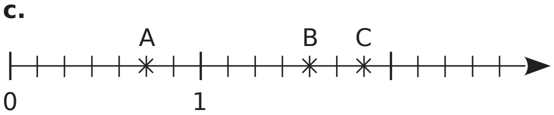
a.



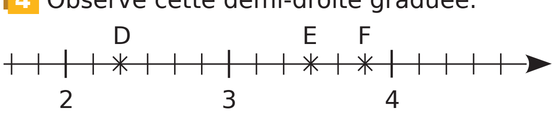
b.



c.



4 Observe cette demi-droite graduée.

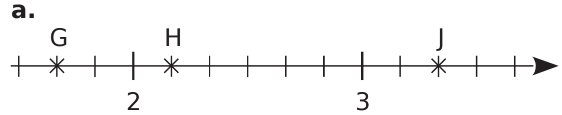


Recopie puis complète par une fraction.

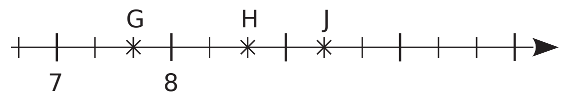
D$\left(2 + \frac{\dots}{\dots}\right)$ E$\left(3 + \frac{\dots}{\dots}\right)$ F$\left(3 + \frac{\dots}{\dots}\right)$

5 Même consigne qu'à l'exercice **3** pour les points G, H et J.

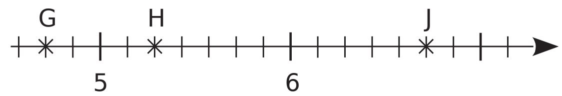
a.



b.

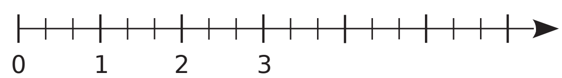


c.

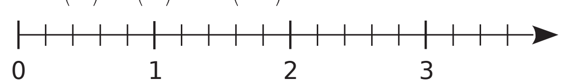


6 Reproduis chaque demi-droite graduée puis place les points indiqués.

a. A$\left(\frac{1}{3}\right)$, B$\left(\frac{8}{3}\right)$ et C$\left(\frac{16}{3}\right)$.

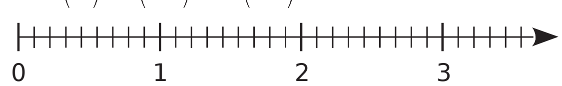


b. D$\left(\frac{2}{5}\right)$, E$\left(\frac{8}{5}\right)$ et F$\left(\frac{14}{5}\right)$.

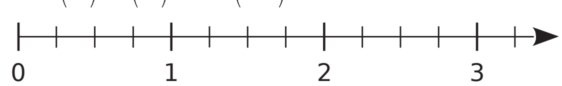


7 Même consigne qu'à l'exercice **6**.

a. G$\left(\frac{7}{9}\right)$, H$\left(\frac{17}{9}\right)$ et J$\left(\frac{30}{9}\right)$.



b. K$\left(\frac{5}{4}\right)$, L$\left(\frac{9}{4}\right)$ et M$\left(\frac{12}{4}\right)$.



8 **En changeant d'unité**

a. Trace une demi-droite graduée en prenant 7 carreaux pour une unité puis place les points suivants.

N$\left(\frac{2}{7}\right)$, P$\left(1 + \frac{3}{7}\right)$ et R$\left(1 - \frac{4}{7}\right)$.

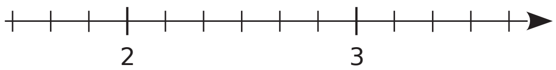
b. Trace une demi-droite graduée en prenant 3 carreaux pour une unité puis place les points suivants.

S$\left(2 + \frac{1}{3}\right)$, T$\left(6 - \frac{2}{3}\right)$ et U$\left(3 + \frac{4}{3}\right)$.

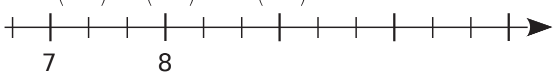
9782210106345-0MEP.indb 318 24/06/16 10:42

9 Reproduis chaque demi-droite graduée puis place les points indiqués.

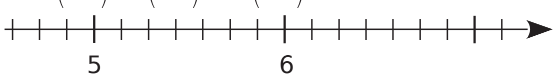
a. A$\left(\frac{11}{6}\right)$, B$\left(\frac{16}{6}\right)$ et C$\left(\frac{22}{6}\right)$.



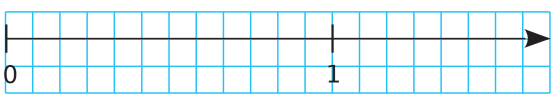
b. D$\left(\frac{20}{3}\right)$, E$\left(\frac{25}{3}\right)$ et F$\left(\frac{31}{3}\right)$.



c. G$\left(\frac{39}{7}\right)$, H$\left(\frac{42}{7}\right)$ et J$\left(\frac{50}{7}\right)$.



10 Trace une demi-droite graduée en prenant 12 carreaux pour une unité.



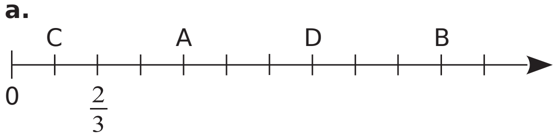
a. Combien de carreaux faut-il prendre pour avoir $\frac{1}{6}$ de l'unité ?

b. Même question pour $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ puis $\frac{1}{2}$ de l'unité.

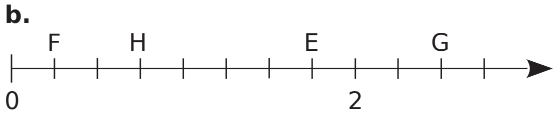
c. Sur cette demi-droite, place les points E, F, G et H d'abscisses respectives $\frac{11}{12}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{3}{2}$.

11 Donne l'abscisse de chaque point sous la forme d'une fraction ou d'un nombre entier.

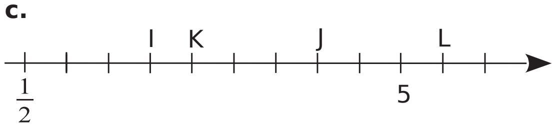
a.



b.

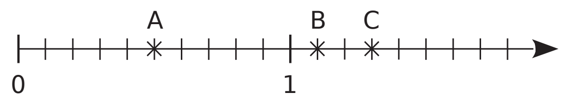


c.

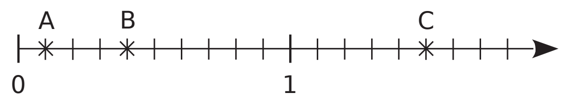


12 Dans chaque cas, donne, sous forme d'une fraction décimale, les abscisses des points A, B et C placés sur la demi-droite graduée.

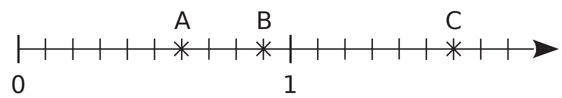
a.



b.



c.



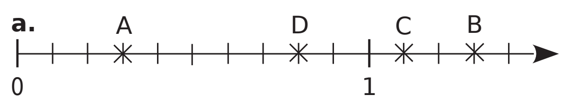
13 Sur du papier millimétré, trace une demi-droite graduée en prenant 10 cm pour une unité. Place alors les points A, B, C et D.

A → 12 dixièmes   B → 84 centièmes

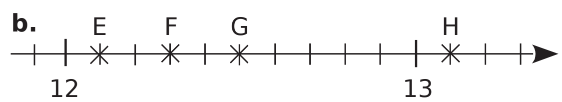
C → $\frac{5}{10}$ D → $1 + \frac{4}{10} + \frac{6}{100}$

14 Écris l'abscisse de chaque point.

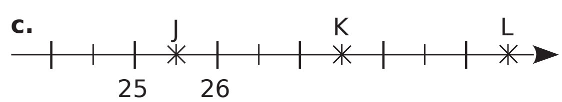
a.



b.

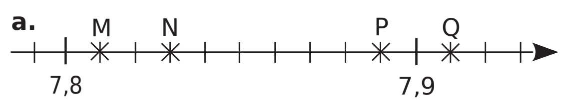


c.

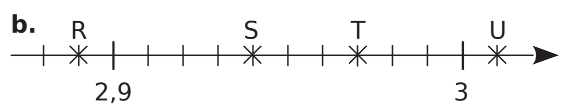


15 Même consigne qu'à l'exercice **14**.

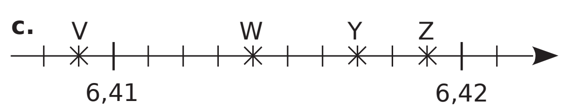
a.



b.



c.

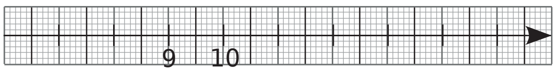


9782210106345-0MEP.indb 319 24/06/16 10:42

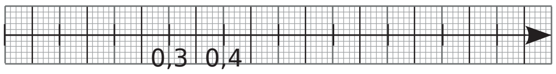
Je m'entraîne

16 Sur du papier millimétré, reproduis chaque demi-droite graduée puis places-y les points demandés.

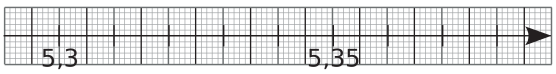
a. A(13,5) ; B(8,9) ; C(10,7) et D(15,1).



b. E(0,2) ; F(0,9) ; G(0,45) et H(0,63).



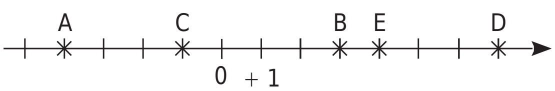
c. J(5,34) ; K(5,38) ; L(5,315) et M(5,304).



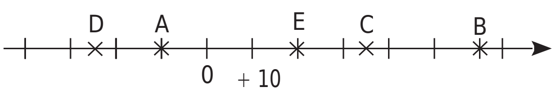
17 **Lecture sur un axe gradué**

Pour chaque cas, lis puis écris les abscisses des points A, B, C, D et E.

a.

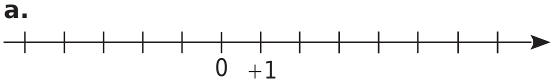


b.



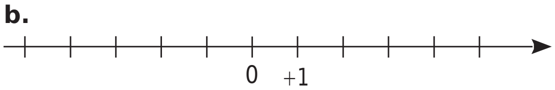
18 Reproduis les dessins de chaque droite graduée et place les points A, B, C, D et E d'abscisses données.

a.



A(−1) ; B(4) ; C(−3) ; D(3) ; E(−5).

b.



A(−2) ; B(+4) ; C(−6) ; D (+8) ; E(−8).

19 **Coordonnées du milieu**

a. Trace une droite graduée en prenant le centimètre comme unité.

b. Place sur cette droite les points suivants :

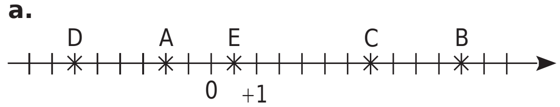
A(−5) ; B(+3) ; C(+2) ; D(−4) ; E(+5).

c. Place le milieu L du segment [AC]. Lis, puis écris l'abscisse du point L.

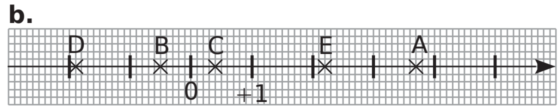
d. Place le point M tel que C soit le milieu du segment [EM]. Lis, puis écris l'abscisse du point M.

20 Pour chaque cas, lis, puis écris les abscisses des points A, B, C, D et E.

a.

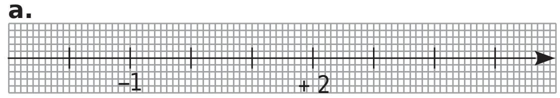


b.



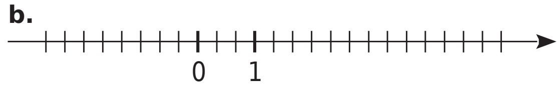
21 Reproduis chaque droite graduée et place les points A, B, C, D et E d'abscisses données.

a.



A(4) ; B(−0,5) ; C(0,8) ; D (3,4) ; E(−2,1).

b.



A $\left(\frac{1}{3}\right)$; B $\left(\frac{7}{3}\right)$; C $\left(-\frac{5}{3}\right)$; D(−2) ; E $\left(\frac{14}{3}\right)$.

22 **Points symétriques**

a. En choisissant correctement l'unité de longueur, place sur une droite graduée d'origine O, les points R, S, T, U et V d'abscisses respectives :

−0,1	0,65	−0,9	0,9	−0,3

b. Place le point M ayant pour abscisse l'opposé de l'abscisse du point V.

c. Que peux-tu dire du point O pour le segment [VM] ?

d. Place le point N symétrique du point U par rapport au point S. Lis l'abscisse du point N.

e. Plus généralement, que peux-tu dire de deux points d'abscisses opposées ?

23 **Frise chronologique**

Reproduis cette droite graduée pour que 5 cm correspondent à 1 000 ans et place les événements le plus précisément possible.

K : construction de la pyramide de Khéops, vers −2 600 ;

J : naissance de Jules César, en −100 ;

N : début du Nouvel Empire, vers −1 550 ;

C : couronnement de Charlemagne, vers 800.

24 Calculs de durées

a. Cicéron est né en l'an −23 et est mort en l'an 38. Combien de temps a-t-il vécu ?

b. Antoine est né en l'an −35 et est mort à l'âge de 57 ans. En quelle année est-il mort ?

c. L'Empire de Césarius a été créé en −330 et s'est terminé en 213. Combien de temps a-t-il duré ?

25 Échelle des temps géologiques

L'histoire de la Terre se divise en quatre éons : les trois éons précambiens de −4 500 millions d'années à −550 millions d'années, puis l'éon phanérozoïque qui s'étale jusqu'à nos jours.

a. Dessine une frise chronologique (1 cm pour 250 000 000 années) et repère, en couleur, les quatre éons.

b. Le dernier éon se décompose en quatre ères :
l'ère primaire de $-5{,}42 \times 10^8$ (années) à $-2{,}54 \times 10^8$;
l'ère secondaire de $-2{,}5 \times 10^8$ à -7×10^7 ;
l'ère tertiaire de -7×10^7 à $-1{,}8 \times 10^6$;
l'ère quaternaire de $-1{,}8 \times 10^6$ à nos jours.

Dessine un zoom du dernier éon en prenant 5 cm pour 100 000 000 années. Repère, en couleur, sur cette échelle les trois premières ères. Quelle est la durée de l'ère tertiaire ?

c. On considère, ci-dessous, les dates de quelques événements majeurs (M signifie « millions d'années ») :

−4 550 M : solidification de la croûte terrestre

−2 500 M à −2 000 M : apparition de l'oxygène

−542 M à −500 M : premières algues

−443 M à −419 M : premières plantes terrestres

−339 M à −303 M : premiers reptiles

−251 M à −203 M : premiers dinosaures

−161 M à −150 M : premiers oiseaux

−99 M à −70 M : extinction des dinosaures

−56 M à −37 M : apparition des premiers mammifères modernes

−1,8 M à −0,1 M : évolution de l'homme moderne

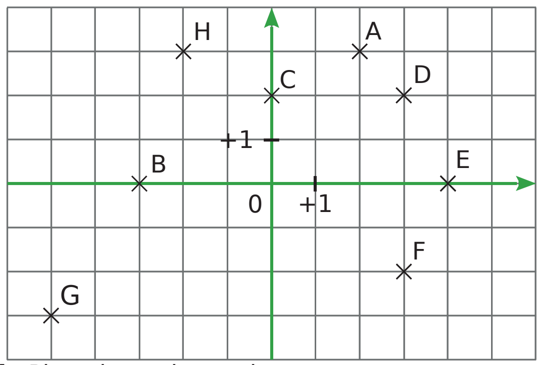
−11 400 années : sédentarisation de l'homme

Place ces évènements sur les deux frises.
Quelles difficultés rencontres-tu ?
Quel nouveau zoom proposes-tu pour repérer les derniers événements ?

Repérage dans un plan

26 Lire et écrire

a. Lis puis écris les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H ci-dessous.



b. Place les points suivants.

P(+2 ; +5) T(−5 ; −2) W(−3 ; −5)
R(+2 ; −6) U(0 ; −4) X(+2 ; +6)
S(−7 ; +4) V(+6 ; 0) Z(+1 ; −5)

27 Fusion et ébullition

	Fusion (°C)	Ébullition (°C)
Hydrogène	−259	−253
Fluor	−220	−188
Mercure	−39	357
Brome	−7	59
Éther	−116,2	34,5

a. Pour chaque composé chimique, calcule l'écart entre les températures d'ébullition et de fusion.

b. Range ces composés chimiques dans l'ordre croissant de leur écart entre les températures d'ébullition et de fusion.

28 Températures de la semaine

Jour	Maximum	Minimum
Lundi	−7	−11
Mardi	−3	−8
Mercredi	3	−8
Jeudi	5	−8
Vendredi	0	−10
Samedi	7	−7
Dimanche	3	−9

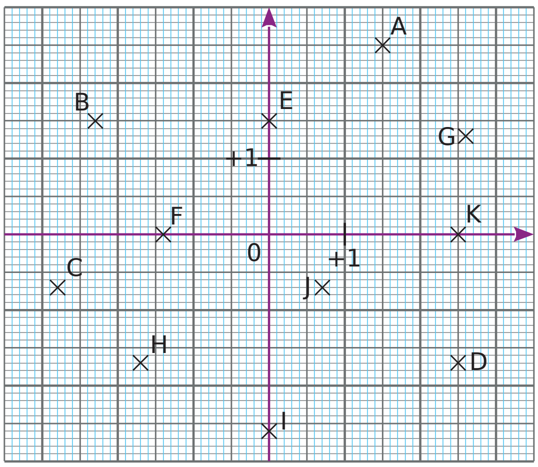
a. Pour chaque jour de la semaine, calcule l'écart de température.

b. Range les jours de la semaine dans l'ordre décroissant de leur écart de température.

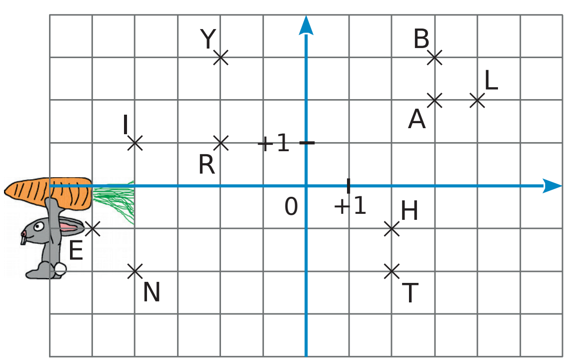
Je m'entraîne

29 Dire quelle était la température à Lille sachant que :
- l'écart avec Nancy était le même que celui avec Paris ;
- la température de Paris était la moitié de celle de Nîmes où il faisait 8°C ;
- la température de Nancy était l'opposée de celle de Nîmes.

30 Lis puis écris les coordonnées des points A à K ci-dessous.



31 Lapin et carotte



Sur la grille ci-dessus, Monsieur Lapin aimerait dessiner l'itinéraire le conduisant à la carotte. Pour ce faire, il doit :
- partir du point L ;
- passer par tous les points de la figure une et une seule fois de telle sorte que deux points consécutifs aient une des deux coordonnées commune (abscisse ou ordonnée).

a. Reproduis la figure et dessine le parcours.

b. En écrivant dans l'ordre de passage chacune des lettres rencontrées, quel mot trouves-tu ?

32 Mon beau ...

a. Sur une feuille de papier millimétré, trace un repère d'unité 10 cm pour chaque axe puis place les points suivants.

A(0 ; 0,4)	F(−0,45 ; 0)
B(−0,25 ; 0,28)	G(−0,05 ; 0)
C(−0,16 ; 0,28)	H(−0,05 ; −0,18)
D(−0,37 ; 0,16)	K(0 ; −0,18)
E(−0,25 ; 0,16)	

b. Place les points L, M, N, P, Q, R, S, T et U symétriques respectifs des points K, H, G, F, E, D, C, B et A par rapport à l'axe des ordonnées.

c. Relie les points dans l'ordre alphabétique. Si tes tracés sont exacts, tu devrais reconnaître un arbre célèbre. Quel est le nom de cet arbre ?

33 Symétrie et repère

a. Dessine un repère d'origine O ayant pour unité le centimètre.

b. Places-y les points suivants :

I(1 ; 0)	C(7 ; 3)
A(2 ; 3)	D(− 1 ; 1)
B(6 ; − 1)	E(3 ; 0).

c. Construis les points F, G, H et K symétriques respectifs de A, B, C et D par rapport à O.

d. Donne les coordonnées de F, G, H et K.

e. Que remarques-tu ?

f. Donne les coordonnées des symétriques par rapport à O des points T(4 ; − 5) et U(5 ; 0) sans les placer dans le repère.

g. Place les points M, N, P et R, symétriques respectifs des points A, B, C et D par rapport à E.

h. Donne les coordonnées de M, N, P et R.

i. La remarque du **e.** est-elle encore valable ici ? À quelle condition est-elle vérifiée ?

34 Dans un repère

a. Dessine un repère d'origine O ayant pour unité le centimètre.

b. Place dans un repère les points suivants : J(−1 ; 0), K(1 ; 1) et L(4 ; −2).

c. Place les points M et N pour que JKLM et JKMN soient des parallélogrammes.

d. Que remarques-tu ?

e. Donne les coordonnées des points M et N.

9782210106345-0MEP.indb 322 24/06/16 10:42

35 Transformations

Dans un repère orthogonal (O, I, J), où OI = OJ = 1 cm.

a. Placer les points suivants :
A(1 ; −1) B(2 ; 3) C(−2 ; 2) D(4 ; 2)

b. Place le point E tel qu'il soit l'image de C par la translation qui transforme A en D.

c. Place le point F tel qu'il soit l'image de A par la translation qui transforme D en B.

d. Que peut-on dire des segments [AD] et [FB]. ?

e. Quelle est la nature du quadrilatère CEBF ? Justifier.

36 Coordonnées entières

Dans un repère (O, I, J), on joint l'origine O au point A de coordonnées (72 ; 48).

On veut savoir combien de points dont les deux coordonnées sont entières appartiennent au segment [OA].

a. On appelle $(x ; y)$ les coordonnées d'un point du segment [OA].
Exprime y en fonction de x.

b. Pour que l'ordonnée y de ce point soit entière, que doit vérifier x ?

c. Conclus en donnant les coordonnées de tous les points, à coordonnées entières, appartenant au segment [OA].

37 Paris 1999

(O, I, J) est un repère orthogonal du plan, l'unité est le centimètre. On utilisera une feuille de papier millimétré.

a. Placer les points A(3 ; 1), B(-1 ; 4), C(-3 ; 4), D(-1 ; 3) et E(-1 ; 2).

b. Dans cette question, on ne demande aucun trait de construction ni aucune justification.

On appelle F la figure représentée par le polygone ABCDE. Tracer sur le même graphique :

- L'image F_1 de F par la rotation de centre E, d'angle 90°, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- L'image F_2 de F par la translation qui transforme C en E .

On nommera les figures F_1 et F_2 dans le repère.

38 Coordonnées mystère

a. Construis un repère et places-y les points A, B, C, D, E et F sachant que :

- les valeurs des coordonnées des six points sont parmi : 0 ; 0 ; 3 ; 4 ; −2 ; 2 ; −4 ; 1 ; −1 ; 3 ; −1 et −2 ;
- les ordonnées des six points sont toutes différentes et si on range les points dans l'ordre décroissant de leurs ordonnées, on obtient : E, B, F, C, A et D ;
- les abscisses de tous les points sauf D sont différentes et si on range les points dans l'ordre croissant de leurs abscisses, on obtient : F, B, A, E et C ;
- le point E est sur l'axe des ordonnées ;
- l'ordonnée de E est l'opposé de l'abscisse de F ;
- le point C est sur l'axe des abscisses à une distance de 3 de l'origine ;
- les deux coordonnées du point B sont opposées.

b. Que dire de la droite (CD) ?
Justifie ta réponse.

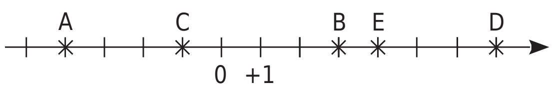
39 Milieu

a. Dans un repère, place les points suivants :
P(−2 ; 5) ; Q(4 ;−3) ; R(−4 ; 5)

b. Construis le milieu I de [PQ] et le milieu J de [QR]. Quelles sont les coordonnées de I et J ?

c. Essaie de trouver la formule qui donne les coordonnées du milieu d'un segment quand on connaît les coordonnées des extrémités. Teste ta formule sur le milieu K de [PR].

40 Distance et axe gradué



a. Observe l'axe gradué ci-dessus puis recopie et complète les calculs suivants :

AB = $x_B - x_A$ EC = $x_C - x_E$

AB = (....) − (....) EC = (....) − (....)

AB = ... unités EC = ... unités

b. En prenant exemple sur la question **a.**, calcule les distances ED, EB et AC.

c. Vérifie tes résultats à l'aide de l'axe gradué.

Je m'entraîne

41 **Axe gradué en centimètres**

a. Sur un axe gradué en centimètres, place les points A(+ 2,5), B(– 4) et C(– 2,5).

b. Calcule les distances AC et BC.

c. Place un point D à 4 cm de A. Combien y a-t-il de possibilité(s) ? Donne son (ou ses) abscisse(s).

42 Pour chaque cas, trace un axe gradué en choisissant avec soin l'unité puis calcule les longueurs demandées en écrivant l'opération adéquate.

a. A(−10), B(5) et C(−4). Calcule AB, AC et BC.

b. D(0,8), E(−1,2) et F (1,9). Calcule DE et EF.

c. G(−2 500), H(−3 000) et K(−2 800). Calcule GH et HK.

43 Pour chaque cas, calcule la distance entre les deux points donnés.

a. A et B d'abscisses respectives 8 et 14.

b. C et D d'abscisses respectives −3 et 7.

c. E et F d'abscisses respectives −5,4 et −12,6.

d. K et L d'abscisses respectives −2,15 et 2,3.

44 **Distances et milieux**

Sur un axe gradué, on donne les points A(+37), B(−67), C(−15), D(+3) et E(+44).

a. Calcule les distances AB, AC, AD, AE, BD, DE et BC.

b. Quel est le milieu du segment [AB] ? Justifie ta réponse par un calcul.

c. A est-il le milieu de [DE] ? Pourquoi ?

Repérage sur la sphère

45 **Antipodes**

Sur la Terre deux villes sont « aux antipodes » si elles sont diamétralement opposées. Voici les coordonnées des grandes villes (valeurs approchées au degré près).

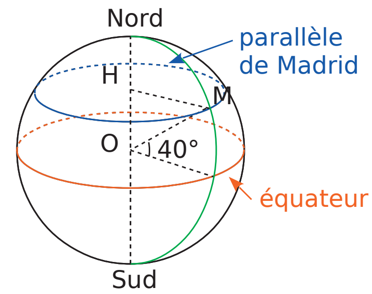
Villes	latitude en °		longitude en °	
Seoul	N	37	E	127
Shanghai	N	31	E	121
Montevideo	S	35	O	56
Buenos Aires	S	37	O	60

a. Détermine les couples de villes « antipodales »

b. Si une vile se situe à (N x°- E y°) quelles sont les coordonnées exactes du point aux antipodes ?

46 **Repérage sur la sphère terrestre**

On assimile la Terre à une sphère de centre O et de rayon 6 378 km.
La ville de Madrid est située sur le parallèle de latitude 40° Nord. H est le centre du cercle correspondant à ce parallèle.



a. Quelle est la longueur HM ? Justifie.

b. Calcule la longueur du parallèle de Madrid.

c. La longitude de Madrid est 3° Ouest. Recherche les coordonnées géographiques d'une ville de même latitude que Madrid. Calcule alors la distance séparant ces deux villes sur leur parallèle, sachant que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre.

47 **Repérage sur la sphère terrestre**

On assimile la Terre à une sphère de centre O et de rayon 6 378 km. Les coordonnées géographiques de Stockholm, Le Cap et Pécs sont données dans le tableau suivant.

Lieu	Latitude	Longitude
Le Cap	33° S	18° E
Stockholm	59° N	18° E
Pécs	46° N	18° E

a. Que remarques-tu concernant les coordonnées géographiques de ces trois villes ? Représente les données de l'énoncé par un schéma similaire à celui de l'exercice précédent où figurera le méridien de Greenwich.

b. Quel est l'angle entre Stockholm, le centre de la Terre et Le Cap ? Déduis-en la distance séparant ces deux villes sur ce méridien, sachant que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre.

c. De même, calcule la distance entre Pécs et Stockholm le long de leur méridien commun.

d. Donne les coordonnées géographiques du point de la Terre aux antipodes de Stockholm. Dans quel océan est-il situé ? Près de quel pays ?

9782210106345-0MEP.indb 324 24/06/16 10:42

Je résous des problèmes

Résoudre un problème

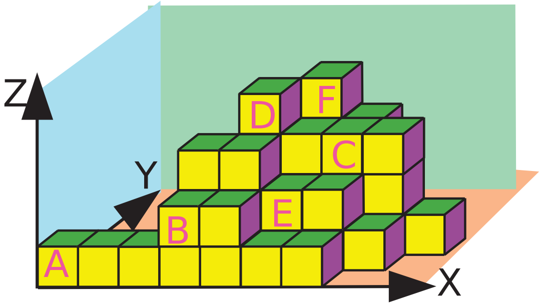
1 Repérage dans l'espace

Le solide ci-dessous est obtenu par empilement de cubes identiques. On peut repérer chaque cube par trois indications prises dans cet ordre :
X qui indique sa position en largeur
Y qui indique sa position en profondeur
Z qui indique sa position en hauteur

En observant la figure exemple, on voit que :

le cube A est en position : (1 ;1 ;1).

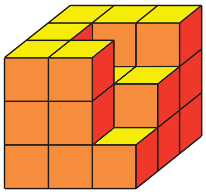
le cube B est en position : (4 ;1 ;2)



a. Donne les positions des cubes C ; D ; E et F sous la forme (X ;Y ;Z).

b. Y a-t-il un cube en position (7 ;2 ;2) ? en position (8 ;3 ;4) ?

c. Pour décrire un empilement plein ; il suffit en fait de donner la position des cubes supérieurs. Décris, de cette façon, l'empilement ci-contre.



d. Dessine en perspective l'empilement dont voici les positions des cubes supérieurs :

(1 ; 1 ; 2) (1 ; 2 ; 3 ;) (2 ; 1 ; 1) (2 ; 2 ; 1) (2 ; 3 ; 1) (3 ; 3 ; 3) (4 ; 3 ; 2).

2 Diagrammes « parlants »

Le tableau ci-dessous montre l'évolution de l'indice des prix à la consommation annuel de 2011 à 2015, pour l'ensemble des ménages français. (Produits alimentaires et boissons non alcoolisées). *(Source INSEE)*

Années	Valeurs
2011	96,50
2012	99,29
2013	100,43
2014	99,60
2015	100,00

a. Représente cette série dans le repère suivant : 1cm par année en abscisse, 1cm pour **10** en ordonnée. Que penses-tu de cette évolution des prix?

b. Représente cette série dans le repère suivant : 1cm par année en abscisse, 1cm pour **2** en ordonnée, mais l'**origine** du repère sera au point **(0 ; 80)**. Que vois-tu mieux avec ce graphique?

c. Recommence avec le repère suivant : 1cm par année en abscisse, 1cm pour **1** en ordonnée, mais l'**origine** du repère sera au point **(0 ; 90)**. Que vois-tu vraiment mieux avec ce graphique?

d. Quel graphique utiliserais-tu pour :

- convaincre que les prix augmentent ?
- convaincre que ces prix sont stables ?

3 Repérages divers

On considère les points A(1 ; 2) , B(1 ; 4) et C(4 ; 2) dans un repère orthogonal.

a. Montre que le triangle ABC est rectangle quel que soit le repère orthogonal choisi.

b. Détermine la longueur de l'hypoténuse du triangle ABC avec le théorème de Pythagore.

Premier repère :

c. On considère un repère orthogonal avec : 1 cm pour unité en abscisse et 2 cm pour unité en ordonnée.

d. Fais une figure, place les points A, B et C et mesure à la règle la longueur de l'hypoténuse du triangle ABC.

e. Cette longueur est-elle cohérente avec le résultat calculé en **b.** ?

Deuxième repère :

On considère un repère orthogonal avec : 2 cm pour unité en abscisse et 1 cm pour unité en ordonnée.

Reprendre les questions **d.** et **e.**

Troisième repère :

On considère un repère **orthonormé** (*même unité sur chaque axe*) avec : 1 cm pour unité en abscisse et 1 cm pour unité en ordonnée.

e. Reprendre les questions d. et e.

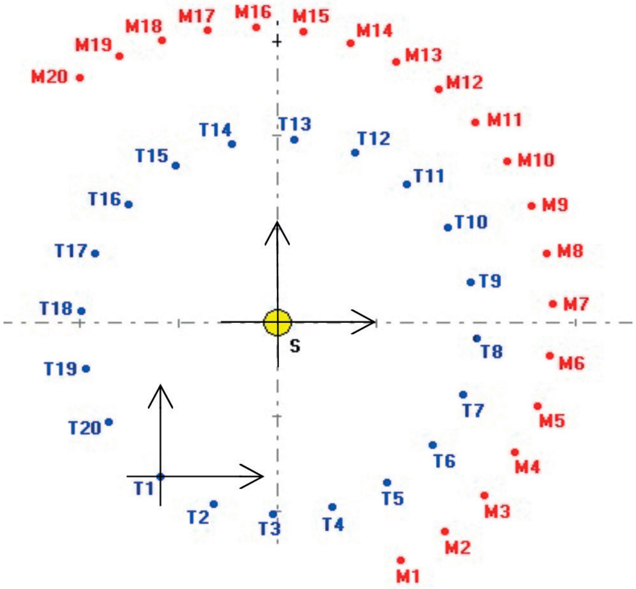
f. Quelle conclusion peut-on tirer de cet exercice sur les longueurs effectuées dans un repère ?

9782210106345-0MEP.indb 325 24/06/16 10:42

Je résous des problèmes

4 La trajectoire de mars

On considère un repère où le centre du repère est le soleil et les axes dirigés vers des étoiles lointaines considérées fixes par rapport au soleil. On note la position de la Terre (T) et de Mars(M) autour du soleil.



a. Que peut-on dire des trajectoires de la Terre et de Mars vue du Soleil ?

b. On veut maintenant connaître la trajectoire de Mars pour un observateur qui n'est pas sur le Soleil mais sur la Terre. Il s'agit donc, dans un repère où la Terre est le centre du référentiel, de placer la position de la planète Mars. Pour cela :

• Trace sur une feuille de papier calque deux droites perpendiculaires passant par le centre de la Feuille et note T l'intersection des deux droites.

• Superpose la feuille de papier calque au dessin en plaçant le point T sur la position T_1 de la Terre et en disposant les droites dessinées parallèlement aux bords du cadre du dessin ou aux axes du repère lié au Soleil. Quand le centre de la Terre est en T_1, le centre de Mars est en M_1. Marque la position M_1 de Mars sur la feuille de papier calque.

• Déplace la feuille en maintenant les deux droites parallèlement aux axes du repère lié au Soleil pour faire coïncider le point T avec la position de T_2 du centre de la Terre. Marque la position M_2 de Mars sur la feuille de papier calque.

• Recommence la même manipulation pour toutes les autres positions des centres de la Terre et de Mars.

• Relie les points

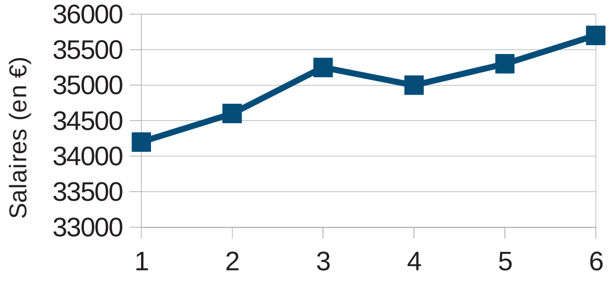
c. Comment se fait-il que le centre de Mars puisse avoir deux trajectoires différentes ?

En utilisant le numérique

5 Manipulation de repères avec un tableur

Une entreprise fournit un tableau représentant l'augmentation des salaires annuels des cadres (en €) au cours des six dernières années.

année	Salaire (€)
1	34 200
2	34 600
3	35 250
4	35 000
5	35 300
6	35 700



a. Saisis ce tableau et crée le graphique correspondant.

b. Tu peux « étirer » ce graphique en longueur ou en hauteur en utilisant les « poignées » du cadre. Si tu étires beaucoup en longueur, ou si, au contraire, tu étires beaucoup en largeur, l'impression d'augmentation est-elle la même ? Explique.

c. Qu'est-ce qui a été changé dans les repères lors de ces « étirements » ?

9782210106345-0MEP.indb 326 24/06/16 10:42

Espace

D6

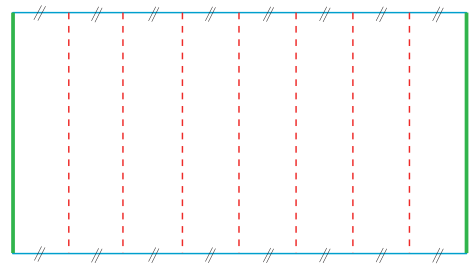
Objectifs de cycle

■ **Prisme droit et cylindre de révolution**	tests n° 1 et 2	Niveau 1
■ **Pyramide et cône de révolution**	tests n° 3 et 4	Niveau 2
■ **Sphère et boule**		Niveau 3

- Ce chapitre étudie les solides usuels, leurs représentations et leurs patrons.

Activités de découverte

Activité 1 La machine à prismes



1. Prends une feuille de papier A4 puis réalise les pliages nécessaires pour obtenir les marques en pointillés de la figure ci-contre.

2. Repasse **en rouge** les marques de pliage, **en vert** les deux largeurs de la feuille et **en bleu** ses deux longueurs.

3. Fais coïncider les bords **verts** de la feuille. On obtient ainsi un solide sans « fond » ni « couvercle ».
Quelle est la forme des deux faces de contour **bleu** appelées « bases » ?

4. Observe ton solide puis réponds aux questions suivantes :
- Combien de faces comporte ton solide (y compris les bases) ?
- Quelles sont les formes des autres faces appelées « faces latérales » ?
- Combien de sommets comporte ton solide ?
- Si tu poses ton solide sur une des deux bases, que dire des arêtes **rouges** par rapport aux bases ?

Résume chaque réponse en une seule phrase utilisant les mots : *latérales*, *parallèles*, *rectangles*, *bases*, *superposables*.

5. Quels objets de la vie courante ont la forme d'un prisme droit ?

6. En procédant de la même façon, utilise une feuille de papier A4 pour matérialiser :
- un prisme droit dont une base est un triangle équilatéral ;
- un prisme droit à base pentagonale ;
- un prisme droit à base carrée. Quel est l'autre nom de ce solide ?

7. Que dire de la forme des bases si on fait coïncider les bords **verts** de la feuille mais qu'on ne la plie pas ?

Activité 2 Du côté des boîtes de conserve...

1. Les boîtes de conserve ont souvent la forme de cylindres de révolution. Quelles sont les caractéristiques de tels solides ?

2. Lorsque tu enlèves l'étiquette d'une boîte de conserve, quelle forme a-t-elle ? Quelle est donc la forme de la surface latérale d'un cylindre de révolution ?

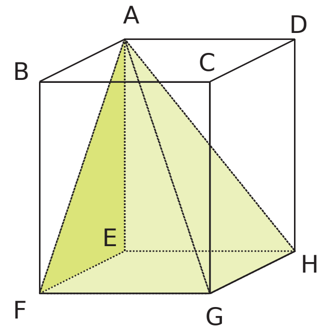
3. Si on ouvre une boîte de conserve (sans enlever les couvercles) des deux côtés et qu'on la déplie, on obtient le patron d'un cylindre de révolution. À main levée, trace un tel patron et reporte les mesures.

4. Quels autres objets de la vie courante ont la forme de cylindres de révolution ?

9782210106345-0MEP.indb 328 24/06/16 10:42

Activité 3 Patron sans calcul

On a représenté ci-contre, en couleur, une pyramide construite à partir de certains sommets du pavé droit ABCDEFGH. Le point A est le sommet de la pyramide et le quadrilatère EFGH est sa base. On veut construire un patron de cette pyramide. On donne AB = 3 cm, AE = 5 cm et AD = 4 cm.



1. Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ?
Construis-le en vraie grandeur sur une feuille de papier blanc.

2. Quelle est la nature du triangle AFE ? Du triangle AHE ?
Justifie tes réponses.
Construis les deux triangles sur ta feuille de papier blanc en partant des points E, F et H déjà placés.

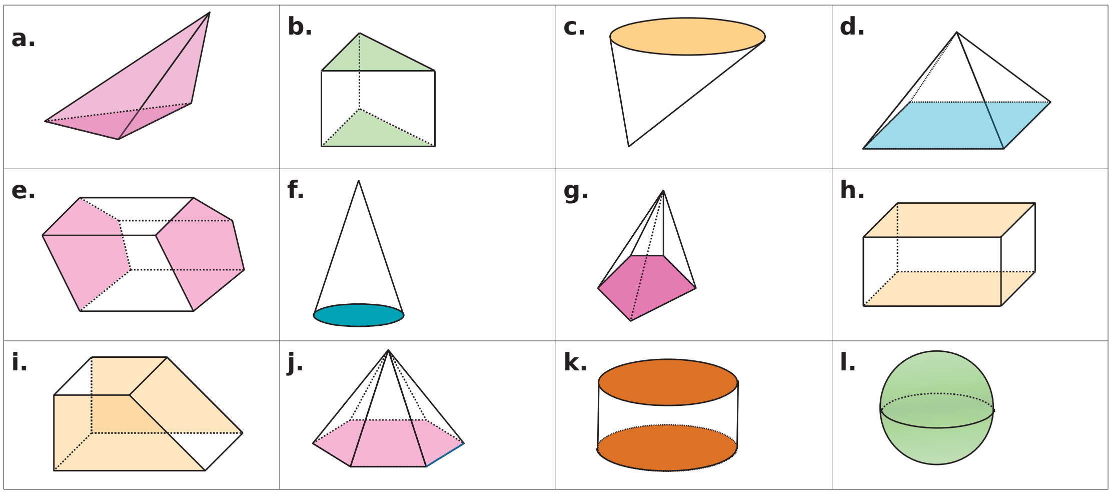
3. En utilisant la propriété de l'espace encadrée ci-dessous, détermine la nature des triangles AGH et AFG puis complète ta figure en reportant au compas les longueurs AH et AF déjà présentes sur la figure.

> Si une droite est perpendiculaire en un point à deux droites sécantes d'un plan, alors elle est perpendiculaire à toutes les droites du plan passant par ce point.

4. Découpe le patron obtenu en mettant éventuellement des languettes et vérifie qu'il s'agit bien d'un patron de la pyramide AEFGH.

Activité 4 Des solides

On a représenté ci-dessous des solides en perspective cavalière.
Propose un classement de ces solides. Explique.



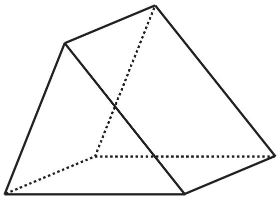
9782210106345-0MEP.indb 329 24/06/16 10:42

Cours et méthodes

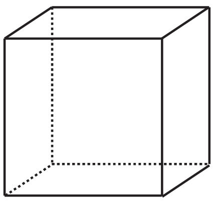
1) Étudier un prisme droit

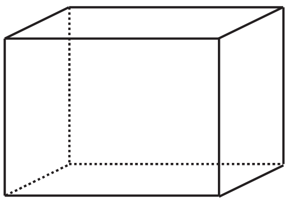
Définition

Un **prisme droit** est un solide formé de deux bases polygonales *(de même taille)* superposables, parallèles, reliées par des faces latérales rectangulaires.



» **Remarque :** Le cube est un prisme à base carrée et le pavé droit est un prisme droit à base rectangulaire.

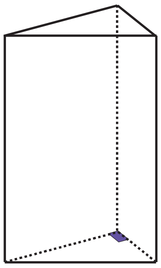




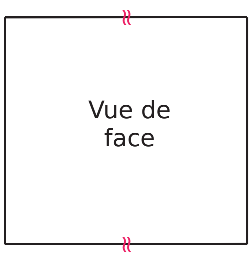
Entraîne-toi à Construire une face de prisme en vraie grandeur

Énoncé

La hauteur du prisme droit schématisé ci-contre mesure 3 cm. Sa base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 2 cm et 2,5 cm.
Trace en vraie grandeur une vue de dessous et une vue de la face avant.



Correction



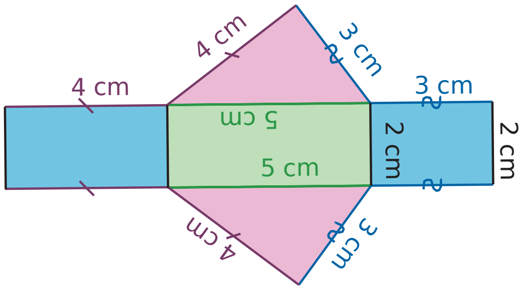
» **Remarque :** Le mesure de la largeur de la face avant correspond à l'hypoténuse de la base et se reporte au compas.

Entraîne-toi à Construire un patron de prisme

Énoncé

Construis un patron d'un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm et 3 cm, et dont la hauteur est égale à 2 cm.

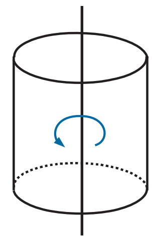
Correction



2 Étudier un cylindre de révolution

Définition

Un **cylindre de révolution** est un solide engendré par la rotation d'un rectangle autour de l'un de ses côtés.
La surface latérale est un rectangle enroulé autour de la base.



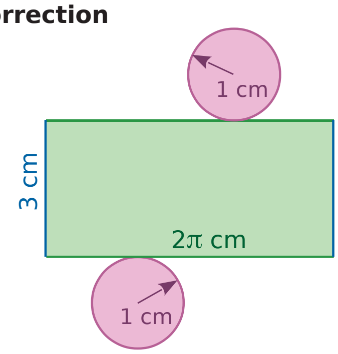
↘ Entraîne-toi à Construire un patron de cylindre

■ **Énoncé**

Construis un patron d'un cylindre de révolution de hauteur 3 cm ayant pour base un disque de rayon 1 cm.

» **Remarque :** La surface latérale est un rectangle. L'une de ses dimensions est la hauteur du cylindre, l'autre est la longueur de la base (ici, $2 \times \pi \times 1^2 \approx 6{,}28$ cm).

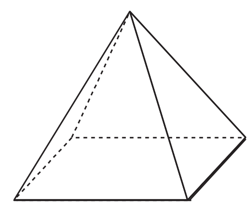
Correction



3 Étudier une pyramide

Définition

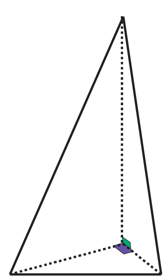
Une **pyramide** est un solide constitué d'une base polygonale.
Chaque côté de la base est relié au sommet par une face triangulaire.



↘ Entraîne-toi à Construire une face de pyramide en vraie grandeur

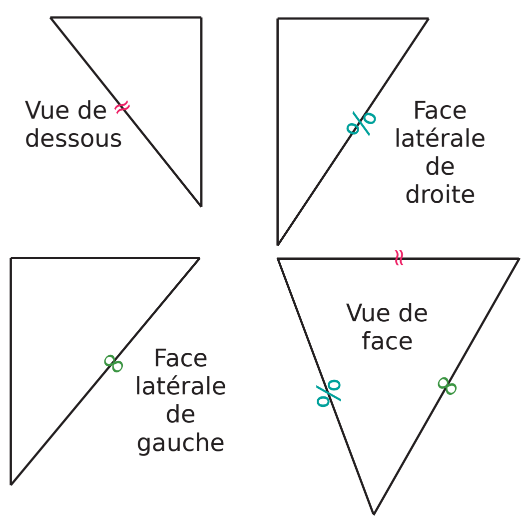
■ **Énoncé**

La hauteur de la pyramide schématisée ci-contre mesure 3 cm. Sa base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 2 cm et 2,5 cm.
Trace en vraie grandeur une vue de la face avant.



» **Remarque :** Quand le tracé d'une face nécessite des mesures non données, le tracé d'autres faces peut s'avérer nécessaire afin de reporter les longueurs au compas.

Correction



9782210106345-0MEP.indb 331 24/06/16 10:42

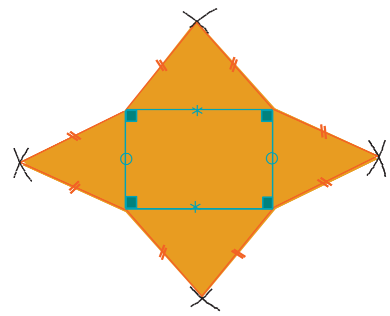
Cours et méthodes

↘ Entraîne-toi à **Construire un patron de pyramide**

Énoncé

Construis un patron d'une pyramide dont la base est un rectangle.

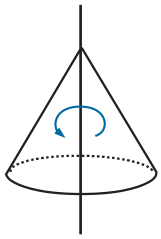
Correction



4) Étudier un cône de révolution

Définition

Un **cône de révolution** est un solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit.
La surface latérale est une portion de disque enroulée autour de la base.



↘ Entraîne-toi à **Construire un patron de cône**

Énoncé

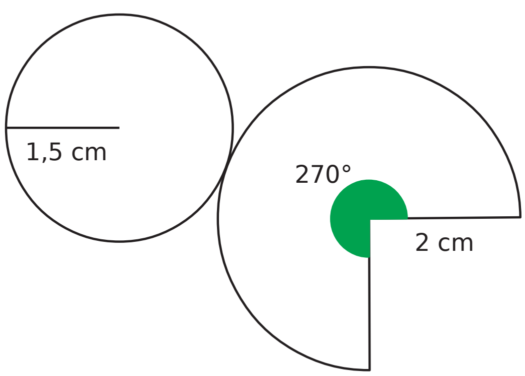
Construis un patron d'un cône dont le rayon de la base mesure 1,5 et dont une génératrice mesure 2 cm.

» **Remarque :** La surface latérale est une portion de disque. La mesure de l'angle au centre de cette portion se calcule avec un tableau de proportionnalité.

Rayon de la base=1,5	Rayon de la génératrice=2
Angle au centre de la portion	360°

Ici, 360° × 1,5 ÷ 2 = 270°

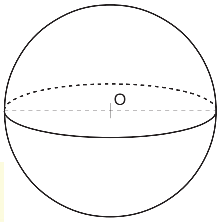
Correction



5) Étudier une sphère

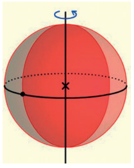
Définition

Une **sphère** de centre O est l'ensemble des points de l'espace à égale distance du point O. Cette distance s'appelle le rayon.



» **Remarques**

Une sphère n'a pas de patron. Les planisphères sont des approximations obtenues par projections.
La sphère est aussi un solide engendré par une rotation, celle d'un demi-cercle (ou d'un cercle) autour d'un diamètre.



Je me teste

Niveau 1

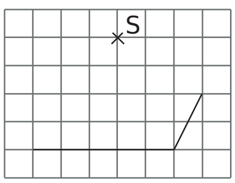
1 Dessine un patron d'un prisme droit de hauteur 3 cm ayant pour base un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 2,5 cm et AC = 4 cm.

2 Dessine un patron d'un cylindre de révolution de rayon de base 2,5 cm et de hauteur 7 cm.

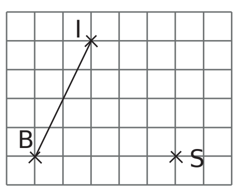
Niveau 2

3 Complète les tracés en perspective ci-après pour obtenir un solide de sommet S.

a. Une pyramide à base rectangulaire.



b. Un cône de révolution ayant pour diamètre de base le segment [IB].



4 Trace un patron de la pyramide dont la base est un carré de côté 5 cm et dont chaque arête latérale mesure 6,5 cm puis code les longueurs égales.

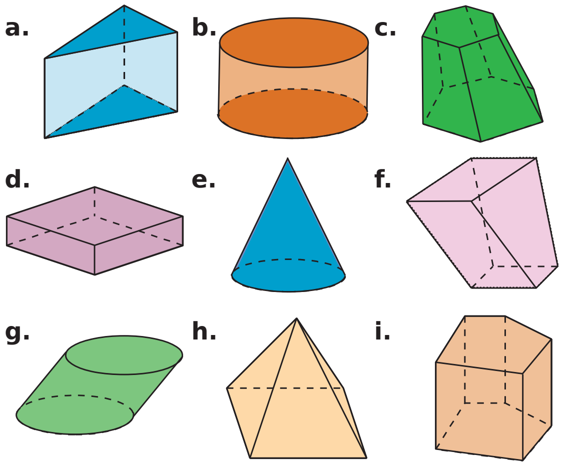
➔ Voir Corrigés p. 368

Je m'entraîne

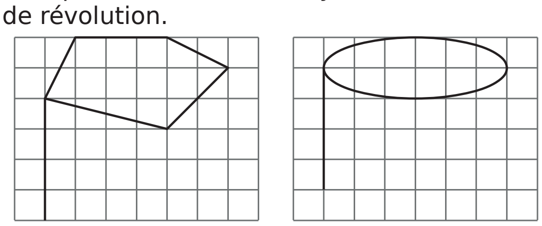
Prisme et cylindre

1 Reconnaître des solides

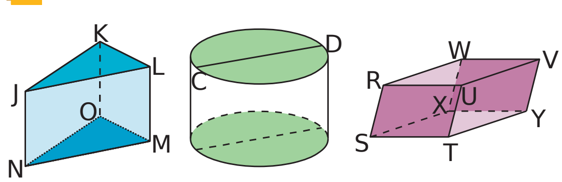
Parmi les solides suivants, quels sont ceux qui sont des cylindres de révolution ?
Des prismes droits (précise alors la nature des bases) ?
Explique tes réponses.



2 Reproduis les figures suivantes sur ton cahier puis complète-les pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution.



3 Décrire des solides



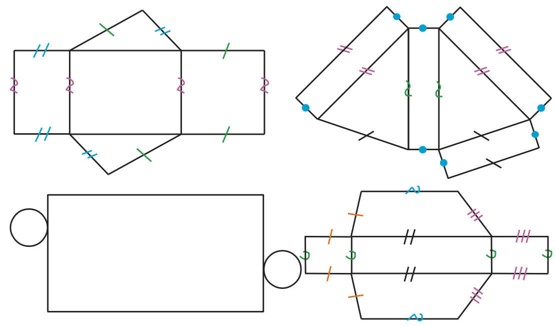
a. Observe les solides ci-dessus puis recopie et complète les phrases suivantes avec les mots :
sommet, base, diamètre, arête, face latérale, surface latérale.

- Pour le prisme droit JKLNOM, KJL est ... , [LM] est ... , KLMO est ... et L est ... .
- Le cylindre est composé de deux ... et d'une ... . [CD] est ... d'une ... .

b. Pour le prisme droit RSTUWXYV, indique les arêtes de même longueur et décris la nature des faces.

c. Dessine, à main levée, un patron du prisme RSTUWXYV et code les longueurs égales.

4 Parmi les patrons suivants, lesquels sont des patrons de prismes droits ? De cylindres ? Pour ceux qui ne le sont pas, explique pourquoi.



5 Un prisme droit ayant pour base un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 4 cm a une hauteur de 2 cm.

a. Donne la nature de chaque face du prisme puis dessine chacune d'elles en vraie grandeur.

b. Construis trois patrons non superposables de ce prisme.

c. Dessine trois représentations en perspective cavalière de ce prisme avec la face avant différente pour chacune.

d. Sur la première représentation, repasse d'une même couleur les arêtes parallèles.

e. Sur la deuxième représentation, repasse en rouge deux arêtes perpendiculaires.

f. Sur la troisième représentation, colorie en vert deux faces parallèles.

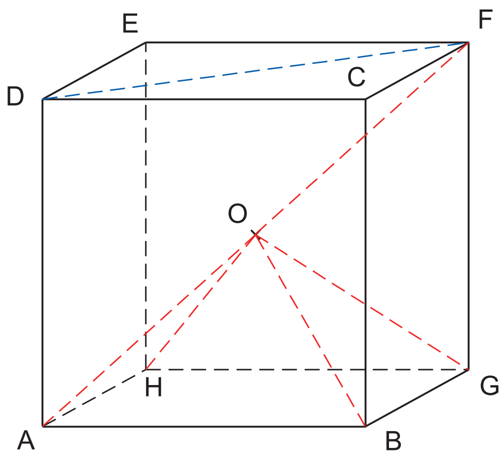
6 Un cylindre de révolution de hauteur 7 cm a pour base un disque de rayon 2 cm.

a. À main levée, dessine deux représentations différentes de ce cylindre de révolution en perspective cavalière puis inscris les longueurs données sur tes dessins.

b. Construis deux patrons non superposables de ce cylindre.

9782210106345-0MEP.indb 334 24/06/16 10:42

7 Dodécaèdre rhombique



1re partie : Calculs préliminaires

a. ABCDHGFE est un cube. O est le milieu de [AF].

Quelle est la nature du triangle DFA ? Justifie.

b. Sachant que AB = 6 cm, donne la valeur approchée par excès au mm près de DF, AF et AO.

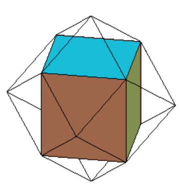
c. Explique pourquoi AO = BO = GO = HO. Quelle est la nature du solide OABGH ?

2e partie : Construisons !

a. Construis un patron de OABGH puis découpe-le et colle-le pour obtenir la pyramide.

b. Fais cinq autres exemplaires de cette pyramide.
Avec les six pièces ainsi constituées, essaye de reformer le cube ABCDEFGH.

c. Construis un patron du cube ABCDEFGH, colle chacune des pyramides sur une face du cube. Assemble ensuite le cube en plaçant les pyramides à l'extérieur.



d. Le solide obtenu s'appelle un dodécaèdre rhombique car chacune de ses faces est un losange (du grec « rhombos » qui veut dire losange).

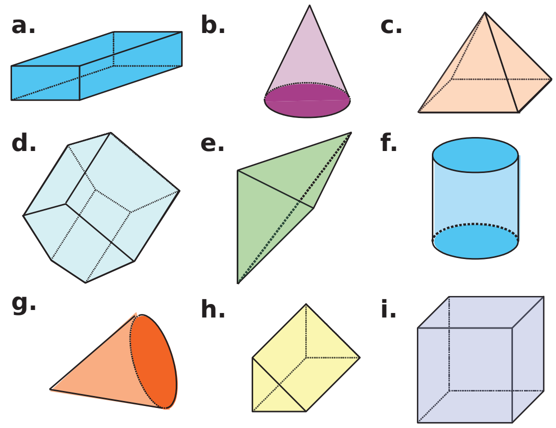
Combien a-t-il de faces ?
Quel est son volume ?

e. Construis un patron du dodécaèdre rhombique et assemble-le directement.

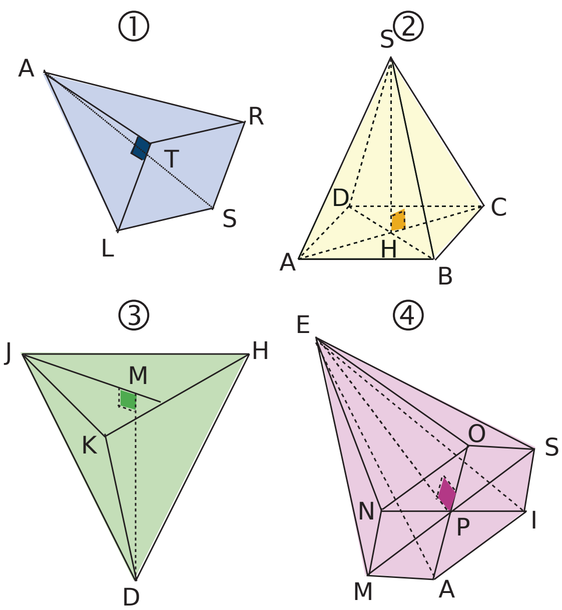
Pyramide et cône

8 Reconnaître un solide

Nomme chaque solide représenté ci-dessous.



9 Pyramides en vrac !



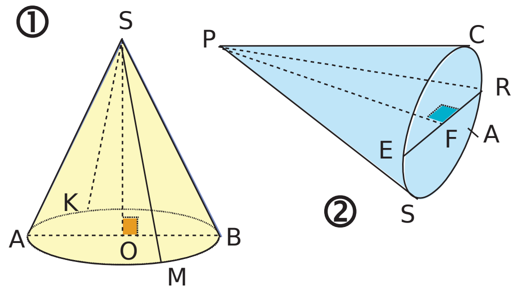
Recopie et complète le tableau ci-dessous :

	①	②	③	④
Sommet				
Nature de la base				
Nom de la base				
Hauteur				
Nombre d'arêtes				
Nombre de faces				

9782210106345-0MEP.indb 335 24/06/16 10:42

Je m'entraîne

10 Cônes de révolution en vrac !

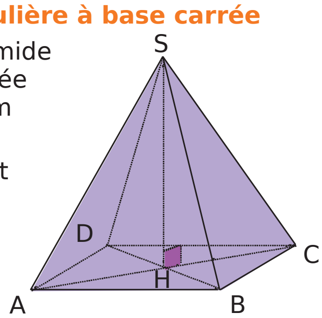


a. Pour chaque cône de révolution, nomme :
- son sommet ;
- le centre et un diamètre de sa base ;
- sa hauteur ;
- tous les segments représentant des génératrices.

b. Quelle est la nature de SKO et KSM dans le cône ① ? Et celle de PAF dans le cône ② ?

11 Pyramide régulière à base carrée

SABCD est une pyramide régulière à base carrée telle que SA = 7,3 cm et AB = 5 cm.



a. Nomme le sommet et la base de cette pyramide.

b. Que représente le segment [SH] pour la pyramide ? Justifie.

c. Indique, en centimètres, la longueur de chacune des arêtes de cette pyramide. Justifie.

d. Quelle est la nature du triangle ADC ? Justifie. Construis-le en vraie grandeur.

e. Quelle est la nature du triangle SAB ? Justifie. Construis-le en vraie grandeur.

12 Perspective cavalière et cône

Un cône de révolution de hauteur 8,2 cm a pour base un disque de rayon 3,5 cm.

À main levée, dessine une représentation de ce cône de révolution en perspective cavalière puis code ton dessin.

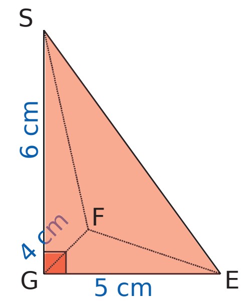
13 Perspective cavalière et pyramide

Une pyramide régulière de hauteur 7 cm a pour base un carré de côté 5 cm.

a. À main levée, dessine une représentation de cette pyramide en perspective cavalière puis code ton dessin.

b. Construis à la règle une représentation en perspective cavalière de cette pyramide.

14 Pyramide à base triangulaire



a. Donne le nom de cette pyramide.

b. Quelle est la hauteur de cette pyramide ?

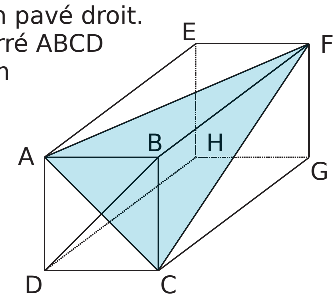
c. Quelle est la nature de la face SGF ?

d. Construis, en vraie grandeur, les faces SGF, SGE et SFE.

e. Déduis-en la construction, en vraie grandeur, de la face SFE. ⊥

15 Pyramide dans un pavé droit

ABCDEFGH est un pavé droit. Sa base est le carré ABCD tel que AB = 5 cm et AE = 8,5 cm.



a. Donne la nature du triangle FBA. Justifie.

b. Précise la hauteur de la pyramide FABC si l'on prend pour base : ABC, BFC ou ABF.

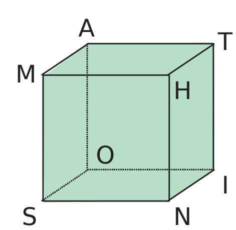
c. Quelle est la nature du triangle FAC ? Justifie.

d. Construis, en vraie grandeur, la base de la pyramide FABC de sommet F.

e. Construis, en vraie grandeur, la face ABF puis la face FAC.

16 Solides dans un cube

MATHSOIN est un cube de côté 6 cm. Pour chaque solide, donne sa nature puis construis-en une représentation en perspective cavalière.



a. NMHT

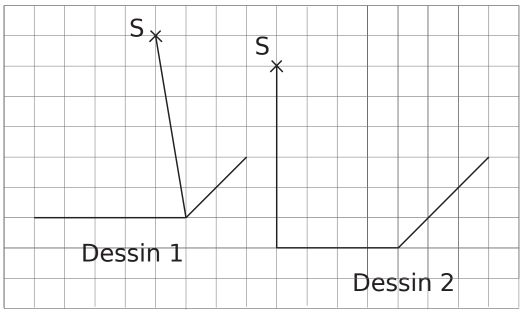
b. SOMNIH

c. ATOS

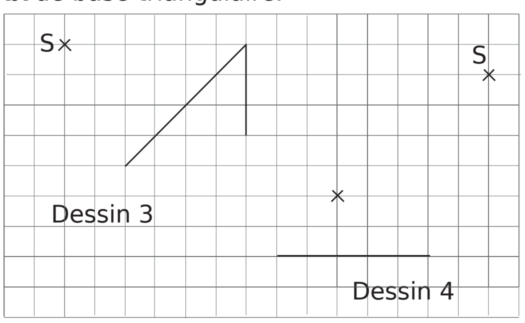
d. ASNIO

17 Reproduis et complète les dessins suivants pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'une pyramide de sommet S :

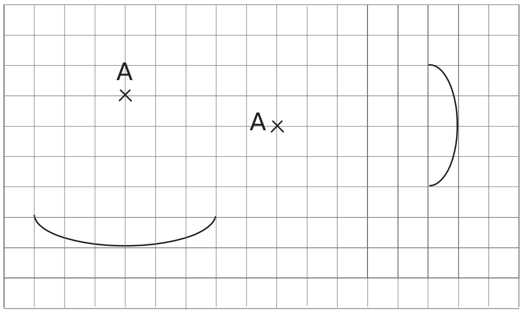
a. de base rectangulaire.



b. de base triangulaire.



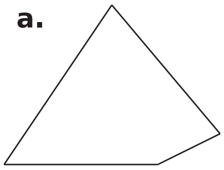
18 Reproduis et complète les dessins suivants pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'un cône de révolution de sommet A.



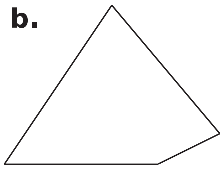
19 Reproduis et complète les dessins des pyramides suivantes pour obtenir :

a. une pyramide à base triangulaire ;
b. une pyramide à base carrée.

a.

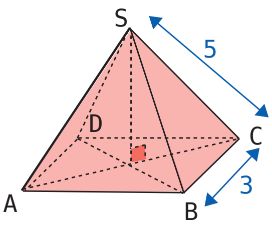


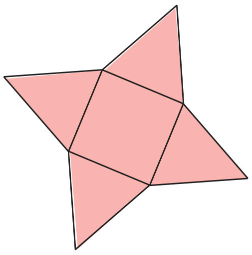
b.



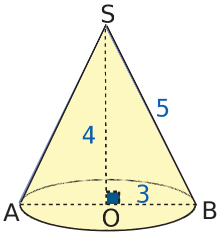
20 On a dessiné un solide en perspective cavalière puis son patron. Reproduis, à main levée, le patron. Indique dessus les points et les longueurs que tu connais et code les segments de même longueur.

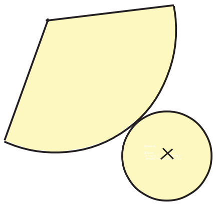
a. ABCD est un carré.





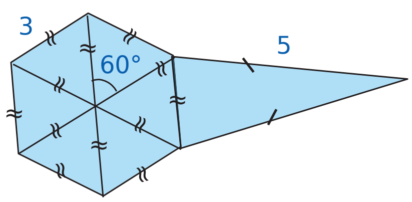
b.



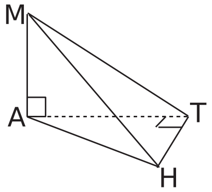


21 **Pyramide à base hexagonale**

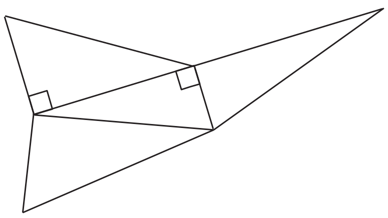
Reproduis en vraie grandeur le dessin et complète-le pour qu'il représente un patron d'une pyramide régulière à base hexagonale.



22 MATH est une pyramide telle que MA = 3 cm ; AT = 4 cm et TH = 2 cm.



a. Reproduis et reporte sur la représentation en perspective cavalière les longueurs connues.
b. Reproduis le patron et écris les noms des sommets de chaque triangle, code les segments de même longueur et indique les longueurs connues.

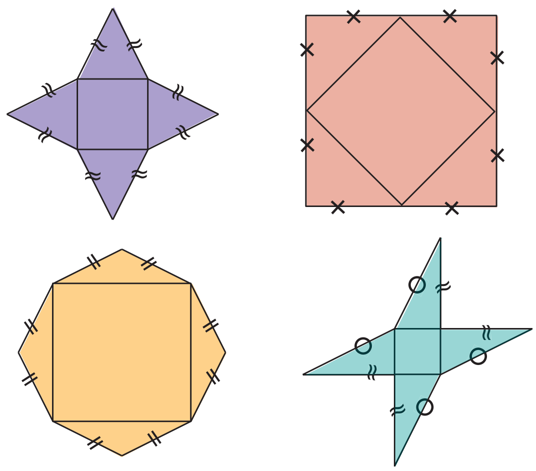


9782210106345-0MEP.indb 337 24/06/16 10:42

Je m'entraîne

23 **Pyramides à base carrée ?**

Quels sont parmi les patrons ci-dessous, ceux d'une pyramide à base carrée ?



24 **Tétraèdre régulier**

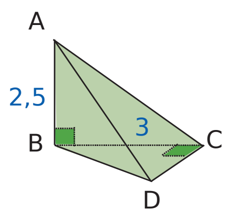
Un tétraèdre régulier est une pyramide dont toutes les faces sont des triangles équilatéraux.

Trace un patron d'un tétraèdre régulier d'arête 5,5 cm.

25 **Pyramide à base triangulaire**

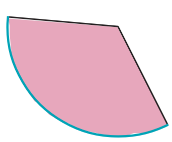
a. ABCD est une pyramide dont la base est un triangle rectangle isocèle en C telle que AB = 2,5 cm et BC = 3 cm.

b. Trace un patron de cette pyramide.



26 **Rayon de la base**

La longueur de l'arc bleu du développement d'un cône de révolution est de 28,4 cm. Donne la valeur arrondie au millimètre du rayon de sa base.



27 Un artisan confectionne des lampes coniques de 10 cm de rayon et 50 cm de hauteur.

Il les conditionne dans des boîtes en forme de parallélépipède rectangle le plus petit possible.

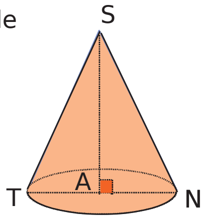
Donne les dimensions d'une boîte.

28 **Patron d'un cône de révolution**

Pour calculer la mesure de l'angle de la surface latérale d'un cône, on utilise la formule : $\hat{a} = \frac{360° \times R}{g}$ où R est le rayon du disque de base et g la longueur d'une génératrice du cône.

a. Calcule la mesure de l'angle du développement du cône représenté ci-contre où SN = 6,5 cm et AN = 2,6 cm.

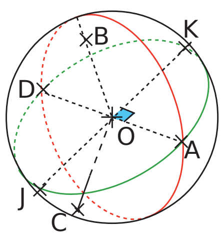
b. Trace le patron de ce cône.



Sphère et boule

29 **Définitions**

Le dessin ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, représente une sphère de centre O et de rayon 5 cm.
Les cercles rouge et vert sont des grands cercles.



a. Sur la figure, quels sont les points qui appartiennent à cette sphère ? Justifie.

b. En réalité, quelle est la longueur du segment [AD] ? Pourquoi ?

c. En réalité, quelle est la nature du triangle KAD ? Pourquoi ?

d. Calcule la longueur réelle du segment [AK].

30 **Perspective**

a. Représente en perspective une sphère de 4 cm de diamètre. On appelle O le centre de cette sphère.

b. Place sur cette sphère un point M puis un point N diamétralement opposé à M.

c. Place un point P à 2 cm du point O.

d. Indique la nature du triangle MPN. Justifie.

31 Un cornet de glace est assimilé à un cône de révolution de diamètre de base 6 cm et de hauteur 10 cm, surmonté d'une demi-boule de même diamètre.

a. Donne la hauteur totale du cornet de glace.

b. Représente ce cornet en perspective.

Algorithmique et programmation

E

Objectifs de cycle

- Introduction à la programmation — Activité 0, Activité 7, Activité 8
- Les variables — Activité 1
- Les tests — Activité 2
- Les boucles « POUR » — Activité 3
- Les boucles « TANT QUE » — Activité 4
- Événements et scripts simultanés — Activité 2
- Les tableaux, les listes — Activité 5, Activité 6
- Les fonctions et procédures

- Ce chapitre permet aux élèves de découvrir les algorithmes et la programmation. Il ne peut pas se résumer à un cours, mais il aide l'élève à progresser à travers diverses notions.
- Algorithmes : on étudiera les entrées-sorties, la notation, sans aller plus loin.
- Programmation : les élèves peuvent programmer avec les logiciels « Scratch » ou « Python », en utilisant progressivement tests, boucles et tableaux.
- Une partie spécifique au logiciel « Scratch » permet de se familiariser avec les événements et scripts simultanés.
- Les **exercices débutant par « * »** ne sont pas réalisables avec le logiciel « Scratch » au niveau où ils sont donnés.

Activités de découverte

Activité 0 Le robot et moi, comment réaliser une action simple

1. Comment fais-tu pour traverser la route ? Peut-on programmer un robot pour qu'il en fasse autant ?
2. Comment fais-tu pour sortir de la salle de classe ? Peut-on programmer un robot pour qu'il en fasse autant ?

Activité 1 Recettes et algorithmes (variables)

Un robot d'aide à la personne sait faire des recettes de cuisine s'il est bien programmé. La recette des crêpes a beaucoup de succès :

Recette pour 15 crêpes
Ingrédients
- 300 g de farine
- 3 œufs entiers
- 3 cuillères à soupe de sucre
- 2 cuillères à soupe d'huile
- 50 g de beurre fondu
- lait (environ 30 cl), à doser jusqu'à jusqu'à obtenir la consistance souhaitée

Préparation de la recette
Mettre la farine dans une terrine et former un puits. Mettre les œufs entiers, le sucre, l'huile et le beurre.
Mélanger délicatement avec un fouet en ajoutant au fur et à mesure le lait. La pâte ainsi obtenue doit avoir la consistance d'un liquide légèrement épais.
Faire chauffer une poêle anti-adhésive et y déposer quelques gouttes d'huile. Faire cuire les crêpes à feu vif.

Partie I. « Recette fixe » pour 15 crêpes

1. La préparation est-elle assez simple pour un robot ? Faut-il préciser certains points ? Comment ?
2. En supposant que le robot sache maintenant bien exécuter la recette, peut-on faire exactement :
   5 crêpes ?   10 crêpes ?   4 crêpes ?
   Quel est le nombre minimum de crêpes possible ?
3. Écris l'algorithme de réalisation de cette recette.

Tu dois afficher des messages du type « Je mets ...de farine » « Je mélange » « Je fais cuire ... de liquide ».

Partie II. « 5 crêpes par personne » (variable)

En fait, les personnes qui utilisent ce robot sont parfois seules, parfois accompagnées. Elles peuvent demander de réaliser la recette pour **un nombre quelconque de personnes**.

Programme un algorithme qui demande le nombre de personnes et qui calcule les quantités d'ingrédients nécessaires et les affiche.

9782210106345-0MEP.indb 340 24/06/16 10:42

Activité 2 Déplacer un lutin (événement extérieur)

Avec le logiciel Scratch, écris les scripts suivants :

1. Le lutin se déplace vers la droite (de 10 pas) quand la touche « flèche droite » est appuyée.

2. Complète ton script pour que le lutin se déplace aussi vers la gauche, le haut, le bas suivant la touche activée.

3. Complète ton script pour que le lutin ne sorte pas de l'écran.

Activité 3 Construction de figures (variable, boucles « pour »)

Avec un logiciel permettant de dessiner, écris un programme qui trace :

1. Un triangle quelconque (ABC avec AB = 5cm, AC =7cm, et $\widehat{BAC}$ =100°)

2. Un carré de côté 5cm.

3. Un polygone régulier de 5 côtés, puis de 8 (ou plus) côtés.

4. Un polygone régulier de 360 côtés. A quoi ressemble-t-il ?

Activité 4 Divisions entières (variable, boucles « tant que »)

On saisit deux nombres entiers A et B avec A<B. Il faut trouver q et r tels que B=Aq+r. Écris un programme qui permet de trouver q et r.

1. Par soustractions : on soustrait A à B autant de fois que possible.

2. Par additions : on ajoute A autant de fois que nécessaire.

Activité 5 Coder un message (Liste)

On veut coder un message. Pour cela, on remplace l'alphabet (A,B, ..., Z, sans majuscule, ni accent, ni espace) par chaque lettre du texte :« **bonjour je suis contente** ».
Exemple : « a la cale » devient « b ib nbio ».

1. Est-ce que cela fonctionne ? Peut-on relire le message codé ?

2. Comment améliorer le codage ?

3. Écris un algorithme codeur, puis écris un programme pour tester ton algorithme.

Activité 6 Les cadavres exquis (Liste)

Chaque élève écrit une partie de phrase sur une feuille, plie pour cacher le texte, et passe la feuille à son voisin. La phrase et composée de sujet-verbe-complément d'objet-adverbe.

1. Faire jouer les élèves sur du papier.

9782210106345-0MEP.indb 341 24/06/16 10:42

Activités de découverte

2. Écris un programme qui crée des phrases **aléatoires** du même type, à partir de listes de mots par catégorie (sujet-verbe-complément d'objet-adverbe).

Exemple de listes :

Catégories	sujet	verbe	Complément d'objet	adverbe
Indice 0	je	mange	des carottes	souvent
Indice 1	tu	habite	une maison	jamais
Indice 2	la maison	sort	le jardin	assez

Activité 7 Stratégie et programmation

Voici les règles du jeu de Nim :

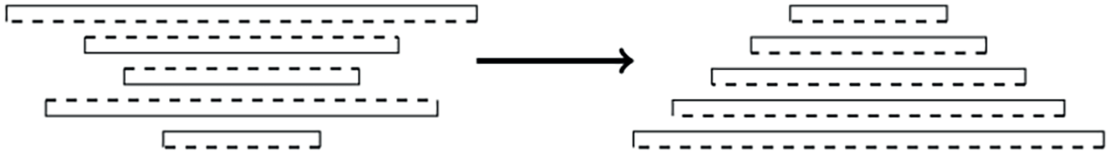
« Deux joueurs s'affrontent. On dispose de 20 allumettes (ou jetons). Chaque joueur, à son tour, peut enlever 1, 2 ou 3 allumettes. Celui qui enlève la dernière allumette gagne la partie. »

1. On expérimente. Y a-t-il une stratégie gagnante ?

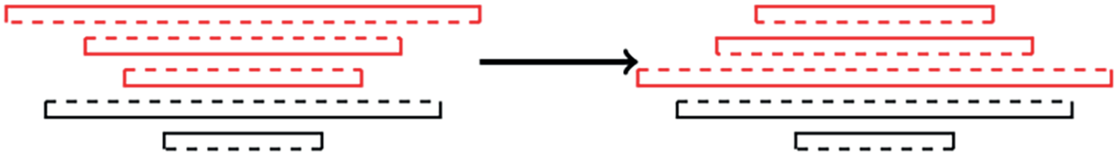
2. Écris un programme pour faire jouer le lutin « Scratch » contre toi.

Activité 8 Le crêpier psycho-rigide de SMN (sciences manuelles du numérique)

A la fin de sa journée, un crêpier dispose d'une pile de crêpes désordonnée. Le crêpier étant un peu psycho-rigide, il décide de ranger sa pile de crêpes, de la plus grande (en bas) à la plus petite (en haut), avec le coté brûlé (- - - -) caché .



Pour cette tâche, le crêpier ne peut faire qu'une seule action : glisser sa spatule entre deux crêpes et retourner le haut de la pile. Comment doit-il procéder pour trier toute la pile ?



1. Expérimente.

2. Comment amener la plus grande crêpe en haut ? Puis en bas ?

(http://people.irisa.fr/Martin.Quinson/Mediation/SMN/)

9782210106345-0MEP.indb 342 24/06/16 10:42

Cours et méthodes

1 Introduction à la programmation

A. Algorithme

Définition

Un **algorithme** est une liste ordonnée et logique d'instructions permettant de résoudre un problème.

Remarques :

- Il y a des algorithmes dans la vie courante : planter un clou, fermer à clé, visser, exécuter une recette de cuisine, monter un meuble préfabriqué ...
- Ils sont décrits en langage courant. Il peut y avoir plusieurs algorithmes différents pour effectuer une même tâche.

» **Exemple :** Planter un clou pour un droitier

- prendre le clou de la main gauche
- poser la pointe du clou à l'emplacement voulu
- prendre le marteau dans la main droite
- répéter « taper le clou avec le marteau » jusqu'à ce que le clou soit suffisamment enfoncé pour tenir seul
- retirer la main gauche
- répéter « taper le clou avec le marteau » jusqu'à ce que le clou soit complètement enfoncé

Remarques :

Un algorithme peut être traduit, grâce à un langage de programmation, en un programme exécutable par un ordinateur. Ce sera l'objet du paragraphe B. Nous nous intéressons dans ce chapitre aux algorithmes qui seront utilisés par des machines.

Règle 1

Un **algorithme** se compose de trois grandes parties :
- les informations dont on a besoin au départ ;
- la succession d'instructions à appliquer ;
- la réponse que l'on obtient à l'arrivée.

» **Exemples**

Parties	Exemple 1	Exemple 2
Informations de départ	addition de deux nombres ; nombres A et B	recherche de la position de la lettre « a » dans un mot ; un mot
Succession d'instructions	calculer A+B	rechercher la position du caractère « a » dans le mot
Réponse à l'arrivée	la somme obtenue	la position trouvée

Remarques :

- La succession d'instructions n'est pas toujours détaillée explicitement au sein de l'algorithme, mais parfois dans une autre partie, à travers ce que l'on appelle des fonctions ou des procédures (voir le paragraphe 8).
- Cela permet de découper l'algorithme en plusieurs sous-algorithmes et de le rendre plus facile à comprendre.

9782210106345-0MEP.indb 343 24/06/16 10:42

Cours et méthodes

Règle 2

Par souci de clarté, un algorithme doit éviter de comporter plusieurs fois la même série d'instructions.
Pour éviter cela on utilise, quand on le peut, les boucles (voir paragraphes 4 et 5) ou les fonctions et procédures.
On fait appel à la procédure au lieu de ré-écrire les mêmes instructions.
Cela permet aussi d'avoir des algorithmes et des programmes plus lisibles.

» **Exemple :** Pour tracer un carré de côté 3 cm

Algorithme :	Procédure « côté » : • Tracer un segment de 3 cm • Tourner de 90 ° à droite	
	Programme :	Programme plus efficace :
tracer un segment de 3 cm tourner de 90° à droite	« côté »	Répéter 4 fois « côté »
tracer un segment de 3 cm tourner de 90° à droite	« côté »	
tracer un segment de 3 cm tourner de 90° à droite	« côté »	
tracer un segment de 3 cm tourner de 90 ° à droite	« côté »	

Entraîne-toi à Écrire un algorithme Niveau 1

- qui dessine un triangle équilatéral de côté 5cm.
- qui dessine un « Z » de « côté » 4 cm et de 5,7 cm de « diagonale ».

Correction

Algorithme :	Procédure « côté » : • tracer un segment de 5 cm • tourner de 120° à droite	
	Programme :	Programme plus efficace :
tracer un segment de 5 cm tourner de 120° à droite	« côté »	Répéter 3 fois « côté »
tracer un segment de 5 cm tourner de 120° à droite	« côté »	
tracer un segment de 5 cm tourner de 120° à droite	« côté »	

Correction

Algorithme :	Fonction « segment »(*longueur*) : tracer un segment de *longueur* cm
	Programme :
tracer un segment de 4 cm tourner de 135° à droite tracer un segment de 5,7cm tourner de 135° à gauche tracer un segment de 4 cm	segment (4) tourner de 135 ° à droite segment (5,7) tourner de 135 ° à gauche segment (4)

↘ Entraîne-toi à Comprendre un algorithme

Niveau 1

Que fait l'algorithme suivant ?

Information de départ : le nombre x
Succession d'instructions :
donner à x la valeur x-3
donner à x la valeur $(x)^2$
Réponse à l'arrivée : la valeur de x

Correction

Il affiche la valeur de $(x-3)^2$ pour un nombre donné x.

B. Programmation

Remarques :

- Pour pouvoir communiquer avec les machines on utilise un langage de programmation (avec une syntaxe très précise). **Utilisateur** → algorithme → langage → ordinateur
- Pour nous aider, il existe des logiciels qui utilisent des langages plus simples (pseudo-codes) proches du langage courant. Le logiciel traduit ensuite en langage compréhensible par l'ordinateur sans que l'utilisateur ne le voie. **Utilisateur** → algorithme → pseudo-code → logiciel → langage → ordinateur

» **Exemple 1 :**

Logiciel de géométrie	Avec un tableur	Avec Scratch
Tracer [AB]	Calculer le nombre A+2	Avancer de 50 pas
Choix de l'action « tracer un segment » Clic sur le point A, Clic sur le point B.	Ecrire le nombre A en A1 Choisir la cellule A2 écrire : « =A1+2 »	Choisir la brique « avancer de 10 pas » Changer 10 par 50

Règle 3

En programmation les trois grandes parties d'un algorithme deviennent :
- les informations dont on a besoin au départ : les entrées ou la lecture
- la succession d'instructions à appliquer : le traitement
- la réponse que l'on obtient à l'arrivée : les sorties ou l'écriture

Remarques :

- Quand on dit « **lire** » ou « **écrire** » on se place du point de vue du programme ou de la machine.
- On **lit** les entrées : au clavier, à la souris (position ou clic) , à partir d'un fichier (image, texte, son), à partir d 'un capteur ... Cela arrête le programme et attend qu'une action soit réalisée par l'usager ou un autre programme afin d'obtenir une valeur.
- Le **traitement** n'est pas toujours détaillé dans le programme, mais dans une autre partie : les fonctions et procédures. Cela permet de découper un programme en plusieurs « sous programmes » et de le rendre ainsi plus facile à lire.
- Le traitement peut aussi comporter des entrées et des sorties.
- On « **écrit** » les sorties : affichage à l'écran, sur une imprimante, dans un fichier...
- Le langage algorithmique n'existe pas. C'est une convention d'écriture entre le livre, ou le professeur, et les élèves. Nous utiliserons dans la suite de ce livre un « langage algorithmique » couramment utilisé.

9782210106345-0MEP.indb 345 24/06/16 10:42

Cours et méthodes

» **Exemple 2 :** Un algorithme pour ajouter 2 à un nombre A qui vaut 4.

Langage courant	Pseudo-code		Langage de programmation
	Scratch	Langage algorithmique	Python3

nombre de départ : A
attribuer à A la valeur 4
ajouter 2
le résultat est 6
		donner à A la valeur 4
		ajouter 2 à A
		écrire A
			`A=4`
			`A=A+2`
			`print(A)`

Entraîne-toi à Programmer un algorithme Niveau 1

Programme un algorithme qui calcule 5(x + 3) pour un nombre donné x.

Correction

Langage courant	Pseudo-code		Langage de programmation
	Scratch	Langage algorithmique	Python3

choisir le nombre x
ajouter 3
multiplier le résultat par 5
le résultat est 5(x+3)
		lire le nombre x
		donner à x la valeur x+3
		donner à x la valeur 5*x
		écrire x
			`s = input('x= ')`
			`x=int(s)`
			`x=x+3`
			`x=5*x`
			`print(x)`

2 Les variables

A. Définition

Définition

Une **variable** est une information contenue dans une « boîte », que le programme va repérer par son nom. Pour avoir accès au contenu de la boîte, il suffit de la désigner par son nom. Le contenu de cette « boîte » dépend du type de variable. Il y a plusieurs types de variables:

- numérique : entier, réel — 1, -1 ou 2 sont entiers ; 0,5, π sont réels
- texte : caractère, chaîne — a ou h (caractères) « coucou » (chaîne)
- booléen — ne peut prendre que deux valeurs : vrai ou faux

» **Exemples :**

- la variable « A » peut représenter le nombre de frères et sœurs, c'est une variable numérique entière.
- la variable « Mot » peut représenter un nom, c'est une variable de type chaîne.
- la variable « VF » peut représenter un « vrai/faux », c'est une variable booléenne.

Remarques :

- Certains langages n'utilisent pas la déclaration de type. C'est le cas de Scratch et de Python.
- Attention ! Les nombres sont sans unité. L'unité dépend du logiciel utilisé.
- Pour les images, les dessins, on utilise souvent le pixel : le pixel (abréviation px) est le plus petit élément d'une image, il ne peut contenir qu'une seule couleur.

B. Affectation

Définition

Affecter une valeur à une variable, c'est donner une valeur à cette variable.

» **Exemple 1 :** Si j'affecte la valeur 3 à la variable A, la « boîte » A contiendra le nombre 3.
Ce qui signifie que j'ai 3 frères et sœurs.

Définition

On est tenté d'écrire A=3 , mais le signe « = » en programmation ne correspond pas au signe « = » en mathématiques. Il signifie qu'on attribue une valeur à une variable. C'est pourquoi on utilise une autre notation.

Écriture	Signification	Notation algorithmique
A=B	La « boîte » A reçoit la valeur qui était dans la « boîte » B	A ← B
B=A	La « boîte » B reçoit la valeur qui était dans la « boîte » A	B ← A
A=A+1	La « boîte » A reçoit sa valeur augmentée de 1	A ← A + 1

Dans la suite, nous utiliserons le symbole ← pour indiquer une affectation en « langage algorithmique ».

» **Exemple 2 :** <u>L'instruction d'affectation</u> consiste à « remplir » la « boîte » de la variable.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
A ← 4 Mot ← « coucou »	mettre A à 4 mettre Mot à coucou	`A=4` `Mot="coucou"`

» **Exemple 3 :** On peut aussi affecter à une variable la valeur d'une autre variable <u>de même type</u>.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
A ← B Mot ← Mot2	mettre A à B mettre Mot à Mot2	`A=B` `Mot=Mot2`

» **Exemple 4 :** Entrée (ou saisie) de variable. Quand on <u>lit une variable</u>, c'est l'utilisateur qui donne la valeur.

Lange algorithmique	Scratch	Python3
lire un nombre A ← nombre	demander Combien vaut A ? et attendre mettre A à réponse	`A=int(input("A = "))`

C. Agir sur les variables

Définition

Pour agir sur les variables, on utilise des opérateurs qui dépendent du type de variables.

- numériques : + - * (multiplier) / (diviser) ^ (puissance)
- texte : & + (met bout à bout deux chaînes)
- logiques (booléen): « et » « ou » « non »

On utilise aussi de nombreuses fonctions prédéfinies (Voir l'annexe numérique des fonctions usuelles).

9782210106345-0MEP.indb 347 24/06/16 10:42

» **<u>Exemple 1</u>** : la syntaxe dépend des langages ou logiciels choisis.
ENT(nombre) renvoie la partie entière du nombre : ENT(2,5) = 2
MOD(entier1,entier2) renvoie le reste dans la division entière de entier1 par entier2 :
MOD(11,2)= 1

» **<u>Exemple 2 :</u>**

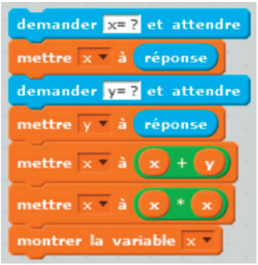
Langage algorithmique	Scratch	Python3
A ← 2(B+5) Mot ← Mot2 & « oui »		`A=2*(B+5)` `Mot=Mot2+"oui"`

↘ Entraîne-toi à Affecter des valeurs à des variables Niveau 1

Écris un programme qui calcule $(x+y)^2$ pour deux nombres donnés x et y.

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3

variable x : réel
variable y : réel
lire x
lire y
x ← x+y
x ← x²
écrire x
		`x=float(input("x="))`
		`y=float(input("y="))`
		`x=x+y`
		`x=x*x`
		`print("x=",x)`

↘ Entraîne-toi à Comprendre les différents types de variables Niveau 1

1) Que fait le programme suivant si on saisit la valeur « N » ?

variable x : caractère
lire x
écrire « vous avez saisi : » +x

Correction

Il affiche « vous avez saisi : N»

2) Que fait le programme suivant si on saisit la valeur -5 ; -3,4 ; 0 .

variable x : nombre
variable test : booléen
lire x
test = (x<0)
écrire test

Correction

Il lit le nombre x et affiche « vrai » si x<0 et « faux » sinon.

Pour -5 : vrai
Pour -3,4 : vrai
Pour 0 : faux

3) Les tests

Définition

Un **test** permet de choisir une action suivant une condition.

<u>Structures d'un test</u>

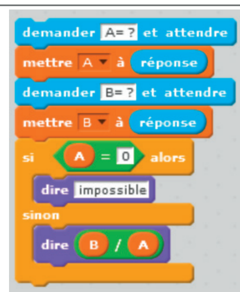
Si « condition est vraie » alors action1 fin de si
Si « condition est vraie » alors action1 Sinon action2 fin de si

9782210106345-0MEP.indb 348 24/06/16 10:42

» **Exemple 1 :** « Si j'ai faim alors je mange ».

» **Exemple 2 :** Division de B par A.

Langage algorithmique	Scratch	Python3

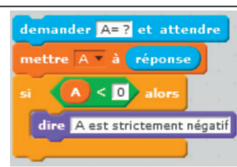
lire A et B
Si A n'est pas nul
alors
  diviser B par A
  écrire B
Sinon
  écrire « impossible »
fin de si
		`A=int(input("A = "))`
		`B=int(input("B = "))`
		`if A!=0 :`
		`    B=B/A`
		`    print(" B= ",B)`
		`else :`
		`    print("impossible")`

Remarque : Qu'est-ce qu'une condition ?

En général une condition est une comparaison, elle est vraie ou fausse. La condition peut aussi être une variable de type booléen. On peut utiliser des opérateurs : « égal à » « différent de » « plus petit que » ....
Avec Python, il n'y a pas de « fin de... » mais on utilise l'**indentation** (retrait du texte qui permet de distinguer la partie de programme qui sera exécutée si la condition est réalisée).

» **Exemple 3 :** Dire si un nombre A est strictement négatif.

Langage algorithmique	Scratch	Python3

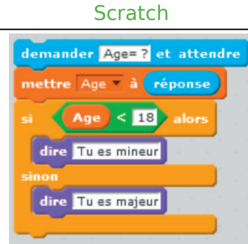
lire A
Si A<0 alors
  écrire « A est strictement négatif »
fin de si
		`A=int(input("A = "))`
		`if A<0 :`
		`    print(" A est strictement négatif")`

↘ Entraîne-toi à Utiliser un test « si... sinon... » Niveau 1

Écris un programme qui demande ton âge en années et te répond si tu es mineur ou majeur.

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3

lire age
Si age<18 alors
  écrire « Tu es mineur »
Sinon
  écrire« Tu es majeur »
fin de si
		`Age=int(input("Age = "))`
		`if Age<18 :`
		`    print("Tu es mineur")`
		`else :`
		`    print("Tu es majeur")`

↘ Entraîne-toi à Comprendre un programme utilisant un test Niveau 1

Dis ce que fait le programme suivant si N vaut 6 ; 5 ; -3 .

lire N
Si N est pair alors N ← N/2
Sinon N ← 3*N+1
fin de si
afficher N

Correction

Pour N=6 on affiche 3

Pour N=5 on affiche 16

Pour N=-3 on affiche -8

9782210106345-0MEP.indb 349 24/06/16 10:42

Cours et méthodes

4 Les boucles « POUR » ou itération

Définition

Une **itération** sert à répéter une même action.

Remarque : On connaît le nombre de fois où l'action devra être répétée.
Une fois la répétition finie, le programme continue.
On doit décrire ce que l'on appelle un « **compteur de boucle** » :

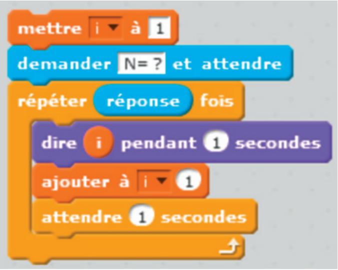
- début : premier nombre
- fin : dernier nombre
- « pas » utilisé : de combien on augmente à chaque fois (ou 1 par défaut) .

» **Exemple 1 :** afficher 5 lignes de « coucou » (Avec Scratch on affiche 5 fois la ligne)

Langage algorithmique	Scratch	Python3
Répéter 5 fois : écrire « coucou » fin de répéter		`for i in range(5) :` `    print("coucou")`

» **Exemple 2 :** Afficher tous les entiers de 1 à N (donné) Avec Scratch, le lutin « compte ».

Langage algorithmique	Scratch	Python3

lire N entier
Répéter
pour i de 1 à N :
écrire i
fin de répéter
		`N=int(input("N= "))`
		`for i in range(1,N+1) :`
		`    print(i," ",end='')`

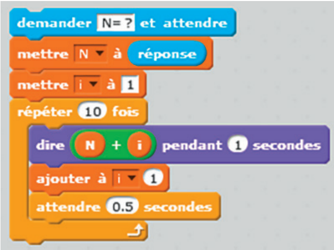
» **Exemple 3:** L'algorithme « Pour N allant de 1 à 10 pas 3 afficher N » donnera 1 puis 4 puis 7 puis 10.

Entraîne-toi à Utiliser une boucle « pour » Niveau 2

Écris un programme qui demande un nombre entier N et affiche tous les nombres de N+1 à N+10.

Correction Avec Scratch, le lutin « compte ».

Langage algorithmique	Scratch	Python3

lire N
Pour i allant de 1 à 10 (pas de 1)
écrire N+i
fin de pour
		`N=int(input("N= "))`
		`for i in range(1,11) :`
		`    print(N+i," ",end='')`

9782210106345-0MEP.indb 350 24/06/16 10:42

↘ Entraîne-toi à Comprendre un programme utilisant une boucle « pour » Niveau 2

Dis ce que fait le programme suivant si N vaut 2 ; 4 ; 1 ; 0 .

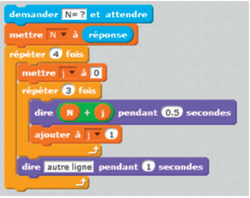
lire N entier
X =10
Répéter de 1 à N (pas de 1)
    X← 2*X
afficher X

Correction
Pour N=2 on affiche 40 (2×2×10)
Pour N=4 on affiche 160 (2×2×2×2×10)
Pour N=1 on affiche 20
Pour N=0 on affiche 10
Il affiche le nombre $2^N \times 10$

```
N= 8
8   9   10
8   9   10
8   9   10
8   9   10
```

» **Exemple 4 :** Pour afficher l'écran ci-contre à partir d'un nombre N.

Langage algorithmique	Scratch	Python3

lire N entier
Répéter de i=1 à 4 :
Répéter de j=0 à 2 :
écrire N+j,« »
fin de répéter
sauter une ligne
fin de répéter
		`N=int(input("N= "))`
		`for i in range(1,5) :`
		`    for j in range(0,3) :`
		`        print(N+j," ",end='')`
		`    print(" ")`

5 Les boucles « TANT QUE »

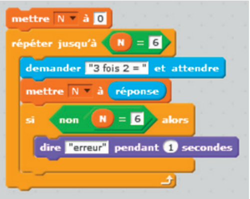
Définition

Une boucle « **Tant que** » sert à répéter une même action, jusqu'à ce qu'une condition se réalise.

Remarque : On ne sait pas à l'avance le nombre de fois que la boucle sera répétée.

» **Exemple 1 :** Demander « 3 fois 2 ». Lire la réponse N.
Tant que N est différent de 6 dire « erreur » .

Langage algorithmique	Scratch	Python3

afficher « 3 fois 2 = »
N ← 0
Tant que N ≠ 6 :
lire N
Si N ≠6
Afficher « erreur »
fin de si
fin de tant que
		`N=0`
		`while N!=6 :`
		`    N=float(input("3 fois 2 = "))`
		`    if (N!=6) :`
		`        print("erreur")`

On peut utiliser aussi cette boucle pour programmer un «faire … jusqu'à …» :

» **Exemple 2:** Lire un caractère A et l'afficher, jusqu'à ce que ce soit un « F ».

Langage algorithmique	Scratch	Python3

Répéter :
lire A
afficher A
jusqu'à ce que A soit « F »
		`A=" "`
		`while A!="F" :`
		`    A=input("A= ")`
		`    print(A)`

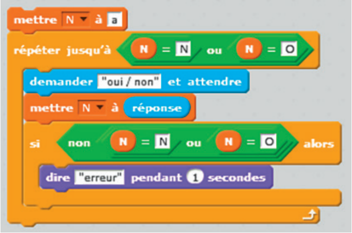
9782210106345-0MEP.indb 351 24/06/16 10:42

↘ Entraîne-toi à Utiliser une boucle « tant que » Niveau 2

Écris un programme qui demande une réponse à « oui/non » et n'accepte que « O » ou « N » comme réponse valable. Sinon, il affiche « erreur ».

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3

N ← «A »
Tant que (N n'est pas «O » ou «N ») :
afficher « oui / non »
lire N
Si (N n'est pas «O »ou «N ») :
afficher « erreur »
fin de si
fin du tant que
		`N="a"`
		`while (N!="N") & (N!="O") :`
		`    N=input(" Oui / Non = ")`
		`    if (N!="N") & (N!="O") :`
		`        print("erreur")`

↘ Entraîne-toi à Comprendre un programme utilisant « tant que » Niveau 2

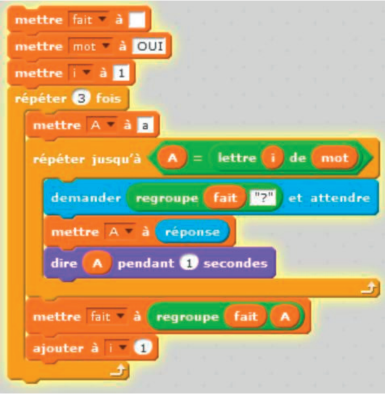
Dis ce que fait le programme suivant si N vaut 45 ; 27 ; 8 ; 10.

lire N entier
X ←10
Tant que N>=X
  N ← N-X
fin de tant que
écrire N

Correction
Pour N=45 on affiche 5
Pour N=27 on affiche 7
Pour N=8 on affiche 8
Pour N=10 on affiche 0
C'est le reste de la division euclidienne de N par 10

» **Exemple 3 :** Lire un caractère A et l'afficher, jusqu'à ce que ce soit le caractère, dans l'ordre, de « OUI »

Langage algorithmique	Scratch	Python3

Pour chaque caractère de « oui » :
 	
Répéter :
lire A
écrire A
jusqu'à ce que A soit le bon caractère
fin de pour
		`mot="OUI"`
		`fait=""`
		`for i in range(0,3):`
		`    A=" "`
		`    while A!=mot[i] :`
		`        A=input(fait+"?= ")`
		`    fait=fait+A`

6 Scripts simultanés et événements déclencheurs

Cette partie ne concerne que le logiciel Scratch.

Avec Scratch, tu peux écrire un script pour un lutin.
Ce script est lancé par un **événement déclencheur.**
L'événement est à choisir dans le menu « événement ».
Pour chaque lutin et pour l'arrière-plan on peut définir un script différent.
Ces **scripts** seront « **simultanés** » s'ils sont lancés par le même événement.

9782210106345-0MEP.indb 352 24/06/16 10:42

» **Exemple 1 :** Par exemple, si les scripts débutent tous par alors le clic sur le drapeau vert va lancer les différents scripts.

Un **événement** lance le bloc qui lui est lié. C'est à dire la série d'instructions (briques) qui est collée dessous. On peut aussi utiliser aussi différents événements à l'intérieur d'un même script.

Il suffit de séparer des blocs d'actions à exécuter en fonction de l'événement.

» **Exemple 2 :** Pour déplacer le lutin au clavier on utilise les touches « flèches » gauche et droite.

Événement

Un **événement** lance le bloc qui lui est lié. C'est à dire la série d'instructions (briques) qui est collée dessous. On peut aussi utiliser aussi différents événements à l'intérieur d'un même script. Il suffit de séparer des blocs d'actions à exécuter en fonction de l'événement. Dans ce cas, le bloc qui interrompt est exécuté, puis le bloc interrompu reprend là où il s'était arrêté.

Message

Le programme en cours d'exécution peut aussi lancer un événement, en utilisant les **messages.** Cet événement ne dépend pas d'une action extérieure (clavier, souris,...) mais de l'exécution du programme.

7 Les tableaux, les listes

Définition

Ce sont des variables particulières. Elles sont utilisées pour stocker plusieurs variables de même type.

Un **tableau** est un ensemble de valeurs portant le même nom de variable et repérées par un nombre appelé **indice**.

Pour désigner un élément du tableau, on fait figurer le nom du tableau, suivi de l'indice de l'élément, entre crochets.

Attention, dans la plupart des langages de programmation, les indices des tableaux commencent à 0, et non à 1. C'est le cas de Python3. Dans un tableau nommé T, le 1er élément est alors T[0]. Pour Scratch les indices des listes commencent à 1.

» **Exemple 1 :** Lire 6 nombres et les ranger dans Tab.

Langage algorithmique	Scratch	Python3

Pour i de 0 à 5:
lire un nombre
Tab[i] ←valeur lue
fin de pour
		`Tab = []`
		`for i in range(6):`
		`    Tab.append(int(input("tab["+str(i)+"]= ")))`

↘ Entraîne-toi à **Comprendre l'utilisation d'une liste** Niveau 3

Dis ce que fait l'algorithme suivant :

variable x : tableau de 10 caractères
x ← [a,b,c,d,e,f,g,h,i,j]
écrire x[2] +x[8]

Correction

Il affiche « ci»

9782210106345-0MEP.indb 353 24/06/16 10:43

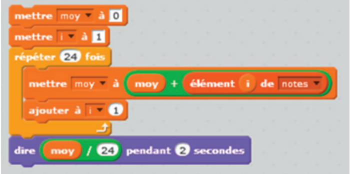
Cours et méthodes

↘ Entraîne-toi à **Utiliser une liste** Niveau 3

Écris un algorithme qui calcule la moyenne des notes de 24 élèves, données dans un tableau « notes ».

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3

moy ← 0
Pour i de 1 à 24 :
moy ← moy +notes[i]
fin de pour
 	
moy← moy/24
écrire moy
		`moy=0`
		`for i in range(24):`
		`    moy=moy+notes[i]`
		`print(notes)`
		`print("moyenne = ",moy/24)`

Définition

La partie « tableaux multidimensionnels » qui suit ne concerne pas le logiciel Scratch.

Les Tableaux multidimensionnels sont utilisés pour faciliter la lecture (damier, image) ou tableau de tableaux : ce sont des tableaux dont chaque élément est lui-même un tableau.

» **Exemple 2 :** Pour utiliser les coordonnées (x;y) d'une série de points, on peut regrouper x et y en un seul tableau T. Voici un série de 6 points :
A (5 ; 2) B (8 ; -6) C (7 ; -1) D (9 ; 3) E (0 ; -4) F (6 ; 4)

	abscisse	ordonnée			
A	5	2	T[0][0] vaut 5		T[0][1] vaut 2
B	8	-6	T[1][0] vaut 8		T[1][1] vaut -6
C	7	-1		…	
D	9	3		…	
E	0	-4		…	
F	6	4	T[5][0] vaut 6		T[5][1] vaut 4

Le premier crochet correspond à la ligne et le deuxième à la colonne : T[ligne][colonne]

» **Exemple 3 :** pour une image de 100 x 200 pixels on peut utiliser un tableau pix (dessiné ci-dessous). pix contient tous les pixels rassemblés par ligne et colonne.
pix[3][5] correspond au 6^{e} pixel de la 4^{e} ligne de pix soit « A ».

N°	0	1	2	3	4	5	6	7	…	…	…								
0	e					c													
1				m															
2		s																	
3					n	A													
4		b					P												
….																			

9782210106345-0MEP.indb 354 24/06/16 10:43

↘ Entraîne-toi à Comprendre l'utilisation d'un tableau Niveau 3

Dis ce que fait l'algorithme suivant :

variable x : tableau [10, 2] de caractères
x←[(a,b,c,d,e,f,g,h,i,j),(k,k,k,k,k,k,k,k,k,k)]
x[5,1]← x[5,0]

x[9,0]← x[5,1]

écrire x[9,0]

Correction
après x[5,1]= x[5,0]
on a x=[(a,b,c,d,e,f,g,h,i,j),(k,k,k,k,k,f,k,k,k,k)]
après x[9,0]= x[5,1]
on a x=[(a,b,c,d,e,f,g,h,i,f),(k,k,k,k,k,f,k,k,k,k)]

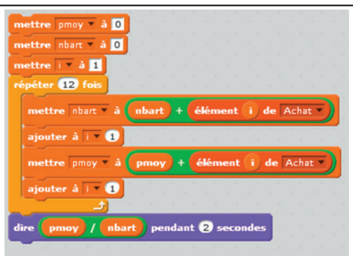
Il affiche « f »

↘ Entraîne-toi à Utiliser un tableau Niveau 3

Écris un algorithme qui calcule le prix moyen d'un article.
On dispose d'un tableau « Achat », contenant pour chaque achat (12 en tout) :
- le nombre d'articles achetés
- le montant total payé.

Correction (Avec Scratch, on peut utiliser deux listes)

Langage algorithmique	Scratch	Python3

pmoy ← 0
nbart ← 0
 	
Pour i de 1 à 12 :
  pmoy←pmoy +Achat[i][1]
  nbart←nbart +Achat[i][0]
fin de pour
 	
pmoy← pmoy/nbart
afficher pmoy
		pmoy=0
		nbart=0
		for i in range(0,12,1):
		    pmoy=pmoy+Achat[1][i]
		    nbart=nbart+Achat[0][i]
		print(Achat)
		print("moyenne = ",pmoy/nbart)

8 Les fonctions et procédures

Définition

Les **fonctions** et **procédures** sont des « morceaux de programme » que l'on peut appeler en leur indiquant des paramètres.
On réutilise souvent la même partie d'un programme. Au lieu de ré-écrire cette partie, on en fait une fonction ou une procédure.

» **Exemple 1 :**
Proc () est une procédure nommée « Proc » sans paramètre.
Fonc (par1,par2) est une fonction nommée « Fonc » avec deux paramètres.
int FONC (par1) est une fonction nommée « FONC » avec un paramètre et qui renvoie une valeur entière.

» **Exemple 2 :** Pour tracer un carré de côté 5 cm on répète 4 fois : tracer un segment de 5 cm puis tourner de 90° à droite.

Au lieu de :
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite

Cote () :
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite

Programme :
répéter 4 fois Cote()
Ici, on a une procédure sans paramètre.

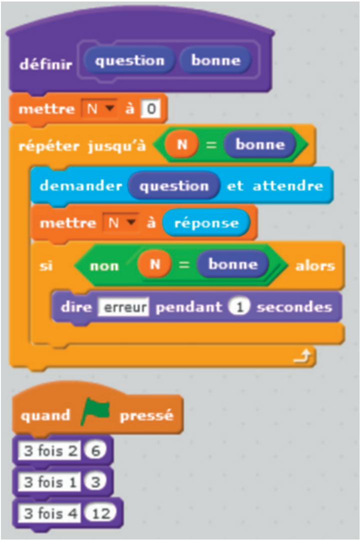
9782210106345-0MEP.indb 355 24/06/16 10:43

Cours et méthodes

» Exemple 3 :

Nous avions vu le programme : Demander « 3 fois 2 » ». Lire la réponse N. Tant que N est différent de 6 dire « erreur ».
Ce petit programme peut devenir une fonction « Dem (texte,valeur) » et on peut l'appeler avec des paramètres différents. Avec Scratch, la fonction ne peut pas « retourner » une valeur, on doit utiliser une variable.

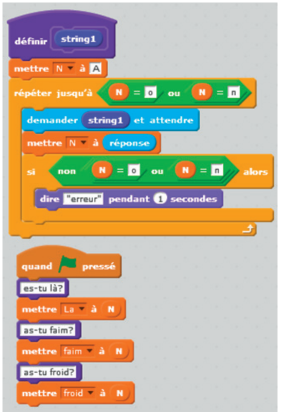
Langage algorithmique	Scratch	Python3

Dem (texte, valeur) :
écrire texte
N ← 0
Tant que N ≠ valeur :
lire N
Si N ≠valeur
écrire« erreur »
fin de si
fin de tant que
 	
Programme :
Dem («3 fois 2»,6)
Dem («3 fois 1»,3)
Dem («2 fois 4»,8)
		def Dem(texte,valeur):
		    N=0
		    while N!=valeur :
		        N=float(input(texte))
		        if (N!=valeur) :
		            print("erreur")
		    return N
		
		Dem("3 fois 2 ",6)
		Dem("3 fois 1 ",3)
		Dem("2 fois 4 ",8)

» Exemple 4 :

Nous avions vu le programme : Demande une réponse à « oui/non » et n'accepte que « O » ou « N » comme réponse valable. Sinon, affiche « erreur ».
Ce petit programme peut devenir une fonction qui renvoie la réponse à « oui/non ».
C'est très utile lors de la saisie de questionnaire.
Avec Scratch, la fonction ne peut pas « retourner » une valeur, on doit utiliser une variable.

Langage algorithmique	Scratch	Python3

Rep :
N ← «A »
Tant que (N n'est pas «O »ou «N ») :
écrire « oui / non »
lire N
Si (N n'est pas «O »ou «N ») :
écrire « erreur »
fin de si
fin de tant que
renvoyer N
 	
Programme :
écrire («es-tu là?»)
la ← Rep
écrire(«as-tu faim?»)
faim← Rep
écrire («as-tu froid?»)
froid← Rep
		def Rep():
		    N="a"
		    while (N!="N") & (N!="O") :
		        N=(input("oui / non = "))
		        if (N!="N") & (N!="O") : print("erreur")
		    return N
		
		print("es-tu là ?")
		la=Rep()
		print("as-tu faim ?")
		faim=Rep()
		print("as-tu froid ?")
		froid=Rep()

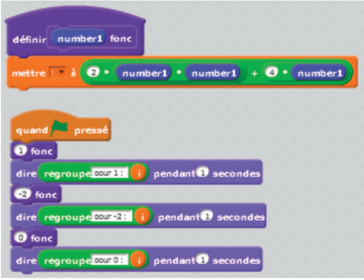
9782210106345-0MEP.indb 356 24/06/16 10:43

↘ Entraîne-toi à Utiliser une fonction qui renvoie une valeur Niveau 3

Écris une fonction qui utilise le nombre X en paramètre et renvoie le résultat :
$2X^2 + 4X$.

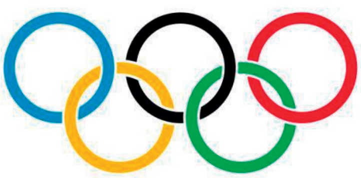
Correction Avec Scratch, la fonction ne peut pas « retourner » une valeur, on doit utiliser une variable.

Langage algorithmique	Scratch	Python3

Fonc(X) :
C ← 2*X² + 4*X
renvoyer C
 	
Programme :
écrire(Fonc(1))
écrire(Fonc(-2))
écrire(Fonc(0))
		`def Fonc(X):`
		`    C=2*X*X+4*X`
		`    return C`
		
		`print("pour 1 :",Fonc(1))`
		`print("pour -2 :",Fonc(-2))`
		`print("pour 0 :",Fonc(0))`

↘ Entraîne-toi à Utiliser une procédure Niveau 3

Écris une fonction qui utilise les nombres X, Y et C en paramètres et affiche le cercle de centre (X;Y) et de rayon 100 pixels en couleur C. L'utiliser pour tracer les anneaux olympiques



Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3

Cercle(X,Y, C) :
aller en position (X;Y)
choisir la couleur C
tracer le cercle de 100 px
 	
Programme :
Cercle(-100,0,noir)
Cercle(30,0,rouge)
Cercle(-230,0,bleu)
Cercle(-165,-80,jaune)
Cercle(-35,-80,vert)
		`from tkinter import *`
		
		`def cercle(x,y,c):`
		`    canvas.create_oval(x-50, y-50, x+50, y+50, outline=c, width=5)`
		
		`# Ouverture de fenêtre`
		`fenetre = Tk()`
		`label = Label(fenetre, text="Anneaux Olympiques")`
		`label.pack()`
		`canvas = Canvas(fenetre, width=400, height=400, background='white')`
		`canvas.pack()`
		`# Dessin`
		`cercle(200, 130, 'black')`
		`cercle(330, 130, 'red')`
		`cercle(70, 130, 'blue')`
		`cercle(135, 180, 'yellow')`
		`cercle(265, 180, 'green')`
		
		`fenetre.mainloop()`

9782210106345-0MEP.indb 357 24/06/16 10:43

Je m'entraîne

Introduction à la programmation

A. Algorithme

1 Écris un algorithme qui dessine un rectangle de longueur 10 cm et de largeur 5 cm.

2 Écris un algorithme qui dessine un « N » de côté 10 cm.

3 Que fait l'algorithme suivant ?

lire le nombre x
donner à x la valeur x+5
donner à x la valeur x-2
écrire x

4 Que fait l'algorithme suivant ?

lire le nombre x
donner à x la valeur x – 5
donner à x la valeur 3x
écrire x

B. Programmation

5 * Écris un programme qui affiche :

Bonjour, 12/4 = 3

6 Écris un programme qui affiche un nombre entier aléatoire :

- compris entre 0 et 10
- compris entre 10 et 20

Les Variables

7 Que fait l'algorithme suivant ?

lire A lire B A ← B B ← A afficher A afficher B

8 Écris un programme qui lit deux nombres A et B et les échange.

9 Écris un programme qui calcule et affiche A = $(x + y)^2 - (x - y)^2$ pour x et y deux nombres donnés.
Essaye ton programme avec plusieurs nombres. Que remarques-tu ?

10 Écris un programme qui demande un prénom P et affiche :

Bonjour P,

11 Écris un programme qui demande un prénom P et un nom N et affiche :

Bonjour P, Votre nom est N

12 Écris un programme qui lit deux nombres N et M, et affiche « vous avez demandé N fois M : » et le résultat (N*M)

13 Écris un programme qui lit une chaîne A et affiche sa longueur.

14 Écris un programme qui lit une chaîne A de 5 caractères et affiche le troisième caractère.

15 Écris un programme qui affiche deux nombres aléatoires A et B puis leur somme, leur différence, leur produit.

16 * Écris un programme qui lit deux nombres entiers A et n puis affiche la valeur de $\sqrt{A}$ et de A^n .

17 Écris un programme qui lit deux nombres entiers a et b puis affiche le développement de $(ax + b)^2$ soit : $a^2x^2 + 2abx + b^2$.

9782210106345-0MEP.indb 358 24/06/16 10:43

Les Tests

18 Corrige le programme suivant pour qu'il réponde « positif » ou « négatif ou nul » à la saisie d'un nombre entier.

```
variable x : nombre
lire x
Si (x>=0 )alors :
      écrire (« positif »)
Sinon  écrire (« négatif ou nul»)
```

19 Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche :

« vrai » si ce nombre est strictement supérieur à 3,
« faux » dans les autres cas

20 **Conditions composées**

2<x<5 doit s'écrire   (x>2) et (x<5)

Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche :
« dedans» si ce nombre est strictement compris entre 7 et 10,
« dehors » dans les autres cas

21 **Tests imbriqués**

Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche, selon la valeur saisie :

«N< 3 » ou « N=3 » ou « N>3 »

22 Écris un programme qui demande un mois de l'année en chiffres et affiche :

« début d'année » pour les mois entiers de 1 à 6
« fin d'année » pour les mois entiers de 7 à 12
« erreur » dans tous les autres cas.

23 * **Booléen**

Que fait le programme suivant ? Teste avec différentes valeurs.

```
variable x : nombre
variable test : boolean
lire x
test ← (x>0) ou (x<0)
écrire test
```

24 * Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche sa partie entière.

25 * Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche le chiffre des dixièmes.

Les Boucles « POUR »

26 * Écris un programme qui affiche 5 lignes de « bonjour ! »

27 * Écris un programme qui affiche les 5 lignes :

« ligne 1 » « ligne 2 » « ligne 3 » « ligne 4 » « ligne 5 »

28 * Écris un programme qui demande N, le nombre de fois, et affiche les N lignes de l'exercice **27**

29 Écris un programme qui demande N et qui dessine un carré de côté 10x N pixels.

30 * Écris un programme qui demande N et M, et qui affiche N lignes contenant M fois le caractère « a ».

31 * Écris un programme qui affiche :

```
0 1 2 3 4 5
1
2
3
4
5
```

32 * Écris un programme qui affiche :

```
0
 1
  2
   3
    4
     5
```

33 Corrige le programme suivant pour qu'il affiche un polygone régulier de N côtés (2 erreurs).

```
variable N : nombre entier
lire N
Si (N >=2) :
      angle ←360/(N+1)
      répéter N fois :
            tracer un segment de 20 pixels
            tourner de angle à droite
      fin du répéter
Sinon dire « erreur »
```

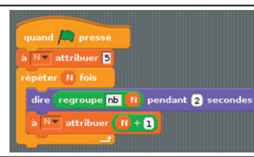

9782210106345-0MEP.indb 359 24/06/16 10:43

Je m'entraîne

34 Corrige le programme suivant pour qu'il affiche N lignes de la forme:

nb 1 nb 2 nb N	*Avec Scratch on affiche N fois la ligne.*

Langage algorithmique	Scratch	Python3

Répéter N fois :
Écrire« nb :»&N
N ←N+1
fin de répéter
		`for i in range(5) :`
		`    print("nb ",' ',str(i))`
		`    i=i+1`

Les Boucles « TANT QUE »

35 Écris un programme qui affiche une même phrase jusqu'à ce que l'on appuie sur une touche du clavier.

36 Que fait le programme suivant ?

```
Lire le nombre Pos-mur
x←0
se positionner en x
afficher un point
Tant que ((x+5)<Pos-mur)
     avancer le point de 5
     x←x+5
fin Tant que
```

37 Écris un programme qui lit deux nombres entiers A et B et divise A par B par des soustractions successives. Il devra afficher le quotient et le reste.

38 Écris un programme qui affiche une balle qui rebondit entre deux murs verticaux fixes.

39 Écris un programme qui lit un nombre décimal strictement inférieur à 100 et affiche sa partie entière, sans utiliser la fonction ENT.

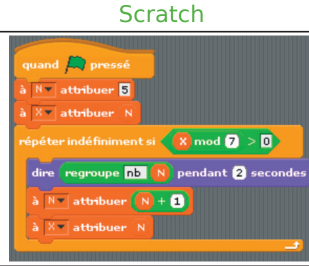
40 Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche ce nombre en écriture scientifique.

41 * Écris un programme qui affiche une balle qui rebondit sur les bords d'un rectangle.

42 Corrige le programme suivant pour qu'il affiche des lignes de la forme:

nb N nb N+1 .... nb N+m	*Avec Scratch on affiche N fois la ligne.* Le programme s'arrête quand N+m est divisible par 7

Langage algorithmique	Scratch	Python3

X ←N
Tant que
X modulo7>0 :
écrire« nb :»&N
N ←N+1
X ←N
fin de tant que
		`N=5`
		`X=N`
		`while X%7>0 :`
		`    print("nb ",' ',str(N))`
		`    N=N+1`
		`    X=N`

9782210106345-0MEP.indd 360 24/06/16 10:43

Les Tableaux, les Listes

43 On utilise une liste de 5 légumes.

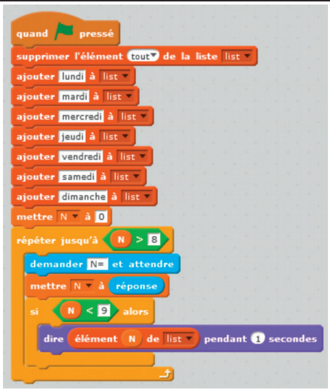
Écris un programme qui lit un nombre entier compris entre 1 et 5 et affiche le légume correspondant en lettres.

44 Écris un programme qui lit un nombre entier compris entre 1 et 12 et affiche le mois correspondant en lettres.

45 Corrige le programme suivant pour qu'il demande un nombre entre 1 et 7 et affiche le jour correspondant . Le programme s'arrête quand on saisit « 8 ».

<table>
<tr><th>Algorithme</th><th>Scratch</th><th>Python</th></tr>
<tr>
<td>N ←0

list
←[lundi,mardi,mercredi,
jeudi,vendredi,samedi,
dimanche]

Tant que N≠ 8 faire :
  Lire N
  Si N ≠ 8 faire :
    afficher list[N]
  fin de si
fin de tant que</td>
<td>
</td>
<td><pre>N=0
list= ["lundi","mardi","mercredi","jeudi",
       "vendredi","samedi","dimanche"]
while N!=8 :
    N= int(input("N= "))
    if N!=8 :
        print(list[N])</pre></td>
</tr>
</table>

46 * Écris un programme qui affiche un tableau-damier de 64 cases.

47 * Écris un programme qui affiche un tableau de 100 cases contenant les nombres de 1 à 100 .

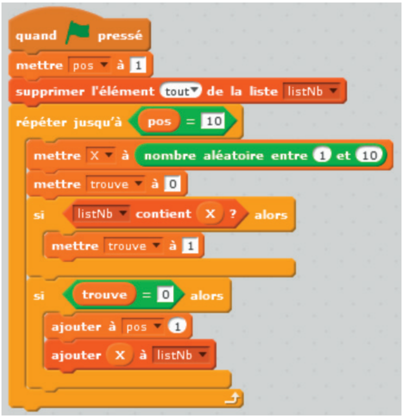
48 Corrige le programme suivant pour qu'il crée une liste de 10 nombres (de 1 à 10) de façon aléatoire.

<table>
<tr><th>Algorithme</th><th>Scratch</th><th>Python</th></tr>
<tr>
<td>pos←0

listNb
←[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]

Tant que pos < 10 faire :

  x ←alea(1,10)

  Pour i allant de 0 à pos :
    Si listNb[i] = x faire :
      trouve←true
      break
    fin de si
  fin de pour
  Si trouve=false faire :
    listNb[pos]←x
    pos←pos+1
  fin de si
fin de tant que</td>
<td>
</td>
<td><pre>import random
pos=0
listNb= [0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]
while pos<10 :
    trouve=0
    x=random.randint(1,10)
    for i in range(pos) :
        if listNb[i]==x :
            trouve=1
            break
    if trouve==0 :
        listNb[pos]=x
        pos=pos+1

for i in range(10) :
    print(str(listNb[i]))</pre></td>
</tr>
</table>

9782210106345-0MEP.indb 361 24/06/16 10:43

Je m'entraîne

49 * Écris un programme qui affiche un tableau de 25 cases contenant des nombres. Ces nombres sont utilisés pour définir la couleur des cases.

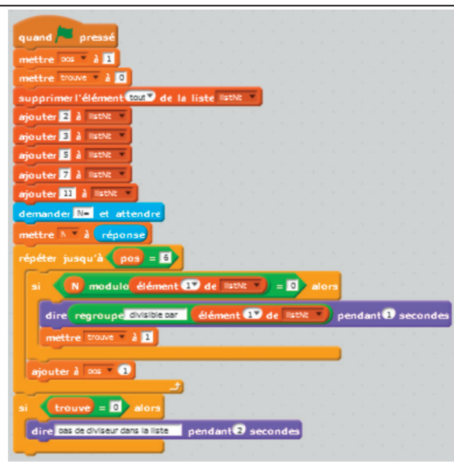
50 * Écris un programme qui affiche un tableau de jeu de bataille navale.

51 Que fait le programme suivant ?

```
Liste[ ]← (2;3;5;7)
lire entier X
i←0
Tant que ((X>1) et (i<taille(Liste)) faire :
    Si (X/Liste[i]) est entier alors :
        X←X/Liste[i]
        écrire « divisible par » Liste[i]
    sinon
        i←i+1
    fin de si
fin du tant que
```

52 Corrige l'algorithme (et le programme) suivant pour qu'il lise un nombre entier et dise si ce nombre est divisible par les nombres contenus dans la liste donnée (2,3,5,7,11). Sinon le programme affiche « pas de diviseur dans la liste ».

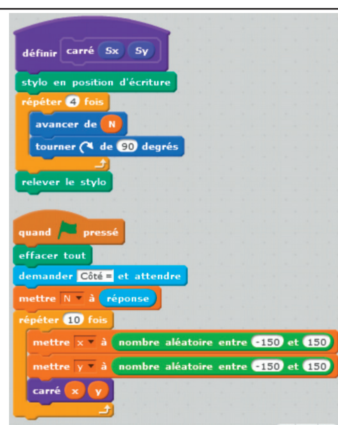
Algorithme	Scratch	Python3

pos←0
trouve←false
listNb ←[2,3,5,7,11]
lire N
Tant que pos < 5 faire :
Si N modulo listNb[i]=0 faire :
afficher (« divisible par »,listNb[i])
trouve←true
fin de si
fin de tant que
Si trouve=false faire :
afficher (« pas de diviseur dans la liste)
fin de si
		`pos=0`
		`listNb= [2,3,5,7,11]`
		`trouve=0`
		`N=int(input("N= "))`
		`while pos<5 :`
		`    if N%listNb[pos]==0 :`
		`        print("divisible par",listNb[pos])`
		`        trouve=1`
		`if trouve==0 :`
		`    print("pas de diviseur dans la liste")`

Les Fonctions et Procédures

53 Corrige le programme suivant pour qu'il affiche 10 carrés de côté N (saisi), et dont un sommet S(x;y) a une position aléatoire (l'algorithme est juste) .

Algorithme	Scratch	Python3

Fonction carré (Sx,Sy) :
se placer en (Sx,Sy)
Répéter 4 fois :
avancer de N
tourner de 90° à droite
fin de répéter
Programme :
lire N
Répéter 10 fois :
X←aléatoire(-100,100)
Y←aléatoire(-100,100)
Carré(X,Y)
fin de répéter
		`from Init42t import *`
		`from tkinter import *`
		`import random`
		
		`N=0`
		`def dessin():`
		`    x0=0`
		`    y0=0`
		`    fenetre = Tk()`
		`    label = Label(fenetre, text="Dessin")`
		`    label.pack()`
		
		`    # canvas`
		`    canvas = Canvas(fenetre, width=400, height=400, background='yellow')`
		`    # Dessin`
		`    for i in range(10):`
		`        canvas.create_rectangle(x0, y0, x0+N, y0+N, outline='blue')`
		
		`    canvas.pack()`
		`    fenetre.mainloop()`
		
		`valeur=init42t(4)`
		`for i in range(0,3) :`
		`    print(valeur[i]," ")`
		`N=valeur[1]`
		`dessin()`

9782210106345-0MEP.indb 362 24/06/16 10:43

54 Écris un programme qui affiche, disposés en cercle, 10 carrés identiques.

a. Modifie ce programme pour que les carrés soient de plus en plus grands.

b. Modifie ce programme pour que les carrés soient de deux couleurs alternées.

55 Écris un programme qui affiche des triangles équilatéraux identiques disposés en carré.

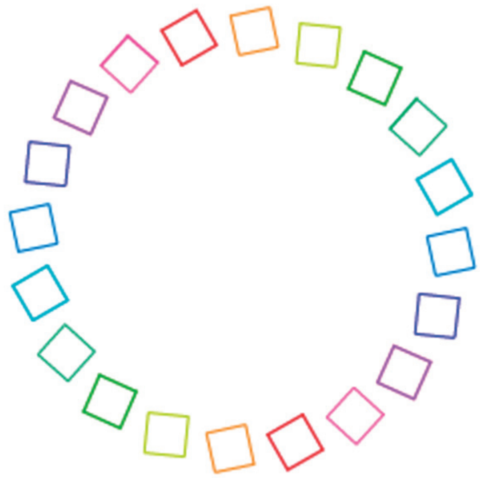
a. Modifie ce programme pour que les triangles soient de plus en plus grands.

b. Modifie ce programme pour que les triangles soient de deux couleurs alternées.

56 Écris un programme qui trie une liste de 5 nombres du plus petit au plus grand.

57 Corrige le programme suivant pour qu'il dessine ces 20 carrés :

```
Procédure carré(C)
    Prendre la couleur C
    répéter 4 fois
        tracer 20 pixels
        tourner à droite de 90°
    fin de répéter
Programme :
    C←0
    Pour i de 1 à 20 :
        carré(C)
        C←C+10
        tourner de 18° à droite
    fin de pour
```



Événements et scripts simultanés

58 Écris le script suivant :

Une balle se dirige dans les quatre directions à l'aide des flèches du clavier.

59 Écris le script suivant. Après un clic sur le drapeau, l'arrière-plan passe du blanc au bleu alternativement (clignotement) et le lutin fait un va-et-vient en continu entre deux positions.

60 Écris le script suivant. Après un clic sur le drapeau, deux lutins différents apparaissent et font des mouvements différents. Au clic sur un lutin, il change de costume.

61 Écris le script suivant. Le lutin fait un va et vient horizontal entre les bords de l'écran. Lorsque l'on clique sur l'arrière-plan, un clone du lutin est créé et il fait un va-et-vient vertical entre les bords de l'écran. On peut créer plusieurs clones.

62 Écris le script suivant :

Le lutin1 dit « bonjour » à l'appui sur la touche « b » et « au revoir » à l'appui sur la touche « a ».
Le lutin2 dit « coucou » à l'appui sur la touche « b » et « Salut ! » à l'appui sur la touche « a ».

63 Écris le script suivant. Après un clic sur le drapeau, deux lutins différents apparaissent et font des mouvements différents. Au clic sur le lutin il disparaît. A l'appui sur « espace », les deux lutins apparaissent.

64 Écris le script suivant. Le lutin1 « tourne en rond ». Il dit un nombre aléatoire entre 1 et 10 toutes les demi-secondes. Simultanément, le lutin2 fait un va-et-vient en continu entre deux positions. Lorsque le nombre aléatoire est 5, le lutin1 dit « stop » et tous les lutins s'arrêtent.

Projets

1. * Crible d'Ératosthène

Partie 1

a. Affiche un tableau 10 x 10 contenant les 100 premiers nombres entiers.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

b. Au premier clic raye les multiples de 2 sauf 2.

c. Au clic suivant raye les multiples de 5 sauf 5.

d. Au clic suivant raye les multiples de 3 sauf 3.

Explique pourquoi il n'est pas nécessaire de rayer les multiples de 4.

Cite trois nombres dont tous les multiples sont déjà rayés.

e. Au clic suivant raye les multiples de 7 sauf 7.

Partie 2

Le but est d'écrire un programme qui détermine tous les nombres premiers inférieurs à N.

On testera si un nombre X est divisible par un des nombres premiers déjà connus.

Doit-on tester tous les nombres ou peut-on en éviter ?

2. Cryptographie de César

On appelle cryptographie les méthodes pour coder les messages. Les premiers écrits stipulant l'utilisation de cryptographie datent de l'époque romaine avec l'apparition du « chiffrement de César ». On l'utilisait pour donner des ordres aux troupes afin que les ennemis ne puissent pas déchiffrer les messages et anticiper les mouvements des armées.
Un message crypté par cette méthode débutait par un nombre puis le message dont les lettres avaient été décalées de ce nombre de rang dans l'ordre alphabétique. Par exemple, le message : « 3 M'DLPH OHV PDWKV » signifie « J'AIME LES MATHS » (le 3 signifie que l'on a décalé de trois rangs et donc un A est transformé en D, un B en E, etc).

Pour la programmation, on utilise deux fonctions :

- Lettre-nombre() qui, quand on lui donne une lettre, rend le numéro de cette lettre dans l'alphabet.
- Nombre-lettre() qui, quand on lui donne un nombre entre 1 et 26, rend la lettre de l'alphabet correspondante.

Voici des extraits de ces deux fonctions :

Lettre-nombre(lettre)
  if lettre=='a' : return(1)
  if lettre=='b' : return(2)
,,,,,,,,
	Nombre-lettre(nombre)
	  if nombre==1 : return(a)
	  if nombre==2 : return(b)
	,,,,,,,,

1 Crée les deux fonctions Lettre_nombre et Nombre-lettre,

2 Crée un programme qui crypte un message avec un décalage de 3 lettres.

3 Crée un algorithme qui, quand on lui donne un texte et un nombre, crée un message crypté par le chiffrement de César.

4 Imagine une autre façon de remplacer lettre par lettre par simple décalage et crée un algorithme correspondant.

3. Bataille navale

Voici une grille de jeu :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										

Navires :

1 porte-avions (5 cases)
1 croiseur (4 cases)
1 contre-torpilleurs (3 cases)
1 sous-marin (3 cases)
1 torpilleur (2 cases)

1 Écris un programme qui place les bateaux de bataille navale dans un tableau de façon aléatoire.

2 Écris un programme qui te permet de jouer contre l'ordinateur à la bataille navale (tu tires). L'ordinateur dispose d'une grille fixée (comme au **1**) et te répond « touché, coulé ou dans l'eau ».

3 Écris un programme qui te permet de jouer à la bataille navale (l'ordinateur tire). Tu disposes d'une grille de jeu. L'ordinateur te propose des cases et tu réponds T, C ou O pour « touché, coulé ou dans l'eau ».

4 Écris un programme qui reprend les trois précédents et te permet de jouer contre l'ordinateur à la bataille navale (tu tires, puis c'est l'ordinateur, chacun son tour).

4. Calendriers pour des années allant de 1900 à 2048

1 Écris un programme qui donne le jour de la semaine pour la saisie d'une date (le format étant :jj/mm/aaaa).

2 * Écris un programme qui affiche le calendrier pour un mois donné saisi (le format étant :mm/aaaa). On peut utiliser l'exercice précédent.

3 Écris un programme qui affiche le nombre de jours écoulés entre deux dates.

5. Labyrinthes

1 Écris un programme qui affiche un labyrinthe (cases ou images) et dans lequel tu déplaces un disque à l'aide des quatre flèches du clavier. Lorsque tu touches les murs ou les bords, tu perds et reviens au départ.

2 Modifie le programme précédent : tu as au départ 5 points et perds 1 point à chaque erreur. Lorsque tu n'as plus de points, tu perds et reviens au départ.

3 Modifie le programme précédent : tu comptes le nombre de déplacements effectués et affiches le score obtenu. Le meilleur score est sauvegardé. Le but est de sortir du labyrinthe avec le score minimal.

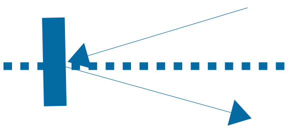
9782210106345-0MEP.indb 365 24/06/16 10:43

6. Collisions

*** Sur un mur**

1 Écris un programme qui déplace une balle suivant une trajectoire rectiligne aléatoire dans un cadre rectangulaire. La balle doit s'arrêter sur un bord.

2 Modifie ce programme pour que la balle continue après rebond sur un des bords. Le rebond se fait par symétrie par rapport à la perpendiculaire au bord, au point de contact.



3 Modifie ce programme pour faire afficher le rebond de la balle sur tous les bords du cadre.

Sur un objet

1 Écris un programme qui déplace une balle à la souris (ou au clavier) en évitant la position fixe d'un carré.

2 Modifie ce programme pour faire éviter un disque fixe.

3 Modifie ce programme pour faire éviter deux obstacles : un carré et un disque.

Pong

1 Écris un programme de « pong » à un joueur contre un mur.

2 Écris un programme de « pong » à deux joueurs.

7. Entraîne-mémoire

Un damier contenant des objets est montré pendant un temps fixe.
Le damier est ensuite vidé et le programme propose les objets un par un.
Le joueur doit cliquer sur la case contenant cet objet, il marque alors un point.
Le but est de trouver tout le damier (16 points : « gagné »).
Pour chacune des parties suivantes écris un programme.

Partie 1 Damier 4X4 avec des nombres.

Le damier contient 16 nombres aléatoires.
Si la case est trouvée, elle reste affichée.
Si c'est une erreur, on affiche la case pendant un temps bref.

Partie 2 Avec des mots.

Une liste de 16 mots est utilisée. Sa composition permet de faire évoluer la difficulté du jeu.

Partie 3 Avec des images

Une liste de 16 images est utilisée. Sa composition permet de faire évoluer la difficulté du jeu.

Partie 4 Niveau de difficulté

Pour rendre le jeu plus compliqué :

- Si la case est trouvée elle n'est pas affichée.
- Si c'est une erreur, on n'affiche rien.
- On augmente le nombre de cases.
- On minute le temps de réponse …

9782210106345-0MEP.indb 366 24/06/16 10:43

8. Statistiques

On utilisera une série statistique numérique donnée par la liste de valeurs du caractère et la liste des effectifs.

Partie 1

Les listes de départ sont données.

1 Calcule « Unite » : le plus petit écart entre deux modalités.

2 Établis la liste des fréquences.

3 Calcule et affiche la valeur moyenne de la série.

Partie 2

Écris un programme de saisie des deux listes de départ.
Reprends les questions de la partie 1.

Partie 3

Établis la liste des fréquences cumulées croissantes.

Détermine et affiche la valeur médiane de la série.

Partie 4

1 * Affiche un diagramme à barres des effectifs.(Utilise le 1 de la partie 1).

2 * Affiche un diagramme circulaire des effectifs.

3 * Reprends 1 et 2 avec les fréquences.

9. Trésor caché

Un trésor est positionné de façon aléatoire dans un cadre (écran) et non visible.

Partie 1

Le joueur clique sur une position.
Le programme répond :
    « gagné » si c'est sur le trésor.
    sinon il répond :
        « plus à gauche » ou « plus à droite »
        « plus haut » ou « plus bas ».

Écris ce programme.

Partie 2

Le joueur clique sur une position.
Le programme répond :
    « gagné » si c'est sur le trésor
    sinon il donne la distance (en pixels) entre le point cliqué et le trésor.

Écris ce programme.

10. * Animations

Trace Ball

1 Écris un programme qui anime un disque à la souris et garde la trace des 60 dernières positions.

2 Modifie ce programme pour faire afficher aussi les dernières positions avec des disques de plus en plus petits.

3 Modifie ce programme pour faire afficher les dernières positions avec des disques de couleurs proches mais différentes.

Tests corrigés

Sommaire

TEST A1

1 Ordre de grandeur

a. 802 + 41,6 ≈ 800 + 40.

L'ordre de grandeur de 802 + 41,6 est 840.

b. 96,4 × 3,01 ≈ 100 × 3.

L'ordre de grandeur de 96,4 × 3,01 est 300.

c. 1 011 × 5,56 ≈ 1 000 × 5,6.

L'ordre de grandeur de 1 011 × 5,56 est 5 600.

2 Signe de l'opération prioritaire

a. 7 + 25 × 2 – 9

b. 28 – (5 + 6 × 3)

c. 7 × [4 + (1 + 2) × 5]

3 Les calculs en cours sont soulignés

a. $\underline{18 - 3} + 5$

$= \underline{15 + 5}$

$= \mathbf{20}$

b. $45 - \underline{3 \times 7}$

$= \underline{45 - 21}$

$= \mathbf{24}$

c. $120 - (4 + \underline{5 \times 7})$

$= 120 - (\underline{4 + 35})$

$= \underline{120 - 39}$

$= \mathbf{81}$

4 Calculs

$G = \frac{15+9}{5-2}$

$G = \frac{24}{3}$

$G = \mathbf{8}$

$H = \frac{6\times4+2}{5\times2}$

$H = \frac{24+2}{10}$

$H = \frac{26}{10}$

$H = \mathbf{2{,}6}$

$K = \frac{12-(9-5)}{(7-5)\times4}$

$K = \frac{12-4}{2\times4}$

$K = \frac{8}{8}$

$K = \mathbf{1}$

$L = \frac{(6-4)\times(7-2)}{8\times5\div4}$

$L = \frac{2\times5}{40\div4}$

$L = \frac{10}{10}$

$L = \mathbf{1}$

TEST A2

1 Les signes

+ 1235 : signe **+ positif**

– 587 : signe **– négatif**

0 : n'a pas de signe

– 0,001 : signe **– négatif**

3,5 : signe **+ positif**

2 Les distances

Les distances à zéro des nombres + 5,7 ; – 5,8 ; + 64,78 et – 123,4 sont respectivement :

5,7 ; 5,8 ; 64,78 et 123,4.

3 Opposés des nombres

– 2 531 l'opposé est **2 531**

0 l'opposé est **0**

1 245 l'opposé est **– 1 245**

– 0,03 l'opposé est **0,03**

+ 0,003 l'opposé est **– 0,003**

4 Comparaison de nombres relatifs :

+ 5 < + 9 | **– 6 > – 12** | **+ 5,1 > – 5,3**

– 3 < + 8 | **– 5 > – 9** | **– 6,2 > – 6,4**

5 Ordre croissant

a. – 7 < – 5 < 0 < + 5 < + 12

b. – 24 < – 4,2 < – 4 < – 2,4 < 0 < + 2,4

c. – 3,23 < – 2,42 < – 2,4 < + 2,3 < + 2,33

6 Additions :

A = (– 11) + (– 9)

A = **– 20**

B = (+ 12) + (– 15)

B = **– 3**

C= (+ 1) + (+ 3) + (– 2)

C = (+ 4) + (– 2)

C = **+ 2**

D = (– 10,8) + (+ 2,5)

D = **– 8,3**

E = (+ 25,2) + (– 15,3)

E = **+ 9,9**

F = (– 21,15) + (+ 21,15)

F = **0**

7 De la soustraction à l'addition

a. (+ 5) – (– 6) = (+ 5) **+ (+** 6)

b. (– 3) – (+ 2) = (– 3) **+ (–** 2)

c. (+ 4) – (+ 8) = (+ 4) **+ (–** 8)

d. (– 7) – (– 3,8) = (– 7) **+ (+** 3,8)

e. (– 2,3) – (+ 7) = (– 2,3) **+ (–** 7)

f. (+ 6,1) – (– 2)= (+ 6,1) **+ (+** 2)

8 Soustractions

a. (+ 3) – (– 6)
= (+ 3) + (+ 6)
= **+ 9**

b. (– 3) – (– 3)
= (– 3) + (+ 3)
= **0**

c. (+ 7) – (+ 3)
= (+ 7) + (– 3)
= **+ 4**

d. (– 5) – (+ 12)
= (– 5) + (– 12)
= **– 17**

e. (+ 2,1) – (+ 4)
= (+ 2,1) + (– 4)
= **– 1,9**

f. (– 7) – (+ 8,25)
= (– 7) + (– 8,25)
= **– 15,25**

9 Simplifie

A = (– 5) – (– 135) + (+ 3,41) + (– 2,65)

A = **– 5+ 135 + 3,41– 2,65**

B = (+ 18) – (+ 15) + (+ 6) – (– 17) = **18– 15 + 6 + 17**

10 Trois calculs

A = (– 25) + (+ 3) – (– 25) + (– 7) + (+ 4) – (+1).

Rebecca

A = – 25 + 3 + 25 – 7 + 4 – 1

A = – 22 + 25 – 7 + 4 – 1

A = 3 – 7 + 4 – 1

A =– 1

Vincent

A = – 25 + 3 + 25 – 7 + 4 – 1

A = + 3 + 25 + 4 – 7 – 1 – 25

A = + 32 – 33

A = – 1

Esther

A = – 25 + 3 + 25 – 7 + 4 – 1

A =– 1

Le plus rapide est le calcul d'Esther.

11 Effectue les multiplications suivantes..

A = (– 7) × (– 8) = **+ 56**

B = (– 9) × 6 = **– 54**

C= – 5 × (– 11) = **+ 55**

D = – 8 × 0,5 = **– 4**

E = 10 × (– 0,8) = **– 8**

F = (– 7) × 0 = **0**

12 Calculs

A = – 25 × (– 9) × (– 4) = – 25 × 4 × 9 = – 100 × 9

A = **– 900**

B = 0,5 × 6 × (– 20) × 8 = – 0,5 × 20 × 6 × 8 =

B = – 10 × 48 = **– 480**

13 Signe des expressions

$C = \frac{56}{-74}$: **négatif**

$D = \frac{-6}{5}$: **négatif**

$E = -\frac{9}{13}$: **négatif**

$F = -\frac{7}{-45}$: **positif**

$G = -\frac{-8}{-9}$: **négatif**

14 Calcul mental

H = 45 ÷ (– 5) = **– 9**

I = (– 56) ÷ (– 8) = **+ 7**

J = – 59 ÷ (– 10) = **+ 5,9**

K = – 14 ÷ 4 = **– 3,5**

15 Effectue les calculs

$L = \underline{(-3-6)} \times \underline{(6-8)}$

$L = \underline{(-9) \times (-2)}$

$L = \mathbf{+18}$

$M = 12 - \underline{(-21) \times 7}$

$M = 12 \underline{- (-147)}$

M = $\underline{12 + 147}$

M = + 159

$N = -15 + \underline{(6-9)} \times (-4)$

$N = -15 + \underline{(-3) \times (-4)}$

$N = -15 + 12$

$N = \mathbf{-3}$

9782210106345-0MEP.indb 369 24/06/16 10:43

Tests corrigés

TEST A3

1 Complète par une fraction.

a. $6 \times \mathbf{\frac{7}{6}} = 7$

b. $12 \times \mathbf{\frac{5}{12}} = 5$

c. $18 \times \mathbf{\frac{67}{18}} = 67$

d. $7 \times \mathbf{\frac{98}{7}} = 98$

2 Donne une écriture décimale de chaque quotient ou une valeur approchée au millième.

a. $\frac{14}{11} \approx 1{,}273$ **c.** $\frac{27}{10} = 2{,}7$ **e.** $\frac{9}{8} = 1{,}125$

b. $\frac{5}{6} \approx 0{,}833$ **d.** $\frac{2}{9} \approx 0{,}222$ **f.** $\frac{3}{25} = 0{,}12$

3 Parmi les quotients suivants, quels sont ceux égaux à $\frac{5}{3}$?

a. $\frac{45}{27} = \frac{9\times5}{9\times3} = \mathbf{\frac{5}{3}}$

b. $\frac{0{,}05}{0{,}03} = \frac{0{,}05\times100}{0{,}03\times100} = \mathbf{\frac{5}{3}}$

c. $\frac{54}{33} = \frac{18\times3}{11\times3} = \frac{18}{11}$

d. $\frac{90}{54} = \frac{18\times5}{18\times3} = \mathbf{\frac{5}{3}}$

e. $\frac{40}{25} = \frac{8\times5}{5\times5} = \frac{8}{5}$

Les nombres égaux à $\mathbf{\frac{5}{3}}$ sont : $\mathbf{\frac{45}{27}}$; $\mathbf{\frac{0{,}05}{0{,}03}}$ et $\mathbf{\frac{90}{54}}$.

4 Simplifie chaque fraction au maximum.

a. $\frac{40}{90} = \frac{4\times10}{9\times10} = \mathbf{\frac{4}{9}}$

b. $\frac{18}{72} = \frac{18\times1}{18\times4} = \mathbf{\frac{1}{4}}$

c. $\frac{16}{24} = \frac{8\times2}{8\times3} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

d. $\frac{125}{75} = \frac{25\times5}{25\times3} = \mathbf{\frac{5}{3}}$

5 Range dans l'ordre croissant les nombres :

$\frac{21}{18} = \frac{21\times2}{18\times2} = \frac{42}{36}$ $\frac{5}{4} = \frac{5\times9}{4\times9} = \frac{45}{36}$

On a donc : $\frac{42}{36} < \frac{43}{36} < \frac{45}{36}$ **d'où** $\mathbf{\frac{21}{18} < \frac{43}{36} < \frac{5}{4}}$.

6 Range dans l'ordre décroissant les nombres :

inférieurs à 1 :	supérieurs à 1 :
$\frac{6}{13}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{11}{13}$	$\frac{9}{7}$; $\frac{17}{7}$

On classe les fractions par ordre décroissant en commençant par celles supérieures à 1 :

$\mathbf{\frac{17}{7} > \frac{9}{7} > \frac{11}{13} > \frac{6}{13} > \frac{2}{13}}$.

7 Calcule chacune des expressions :

$B = \frac{3}{5} + \frac{7}{20}$

$B = \frac{3\times4}{5\times4} + \frac{7}{20}$

$B = \frac{12}{20} + \frac{7}{20}$

$B = \mathbf{\frac{19}{20}}$

$C = \frac{67}{11} - 5$

$C = \frac{67}{11} - \frac{5\times11}{1\times11}$

$C = \frac{67}{11} - \frac{55}{11}$

$C = \mathbf{\frac{12}{11}}$

8 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$G = \frac{8}{37} \times \frac{37}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{8\times37\times5}{37\times3\times8} = \mathbf{\frac{5}{3}}$

$H = \frac{3{,}5}{0{,}3} \times \frac{1{,}08}{7} = \frac{7\times0{,}5\times0{,}3\times3{,}6}{0{,}3\times7} = 1{,}8 = \frac{18}{10} = \mathbf{\frac{9}{5}}$

$I = \frac{22}{18} \times \frac{6}{11} = \frac{11\times2\times6}{6\times3\times11} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

9 Fraction lue par chacun :

$R = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2\times1}{5\times2\times2} = \mathbf{\frac{1}{10}}$

$B = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1\times2}{2\times2\times5} = \mathbf{\frac{1}{10}}$

Raphaël et Benoit ont lu la même fraction du livre, c'est-à-dire $\mathbf{\frac{1}{10}}$.

10 Compare les nombres suivants.

a. $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ or $\frac{5}{12} > \frac{4}{12}$ donc $\frac{5}{12} > \frac{1}{3}$

donc $\mathbf{\frac{5}{-12} < \frac{-1}{3}}$

b. $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$ et $\frac{-5}{-4} = \frac{5}{4} = \frac{15}{12}$ or $\frac{16}{12} > \frac{15}{12}$

donc $\mathbf{\frac{4}{3} > \frac{5}{4}}$.

c. $\frac{9}{10} = \frac{54}{60}$ et $\frac{11}{12} = \frac{55}{60}$ or $\frac{54}{60} < \frac{55}{60}$

donc $\mathbf{\frac{9}{10} < \frac{11}{12}}$.

d. $\frac{19}{20} = \frac{152}{160}$ et $\frac{31}{32} = \frac{155}{160}$ or $\frac{152}{160} < \frac{155}{160}$

donc $\mathbf{\frac{19}{20} < \frac{31}{32}}$.

11 Les nombres suivants sont-ils égaux ?

a. $-\frac{-6}{-5} = \frac{-7}{6}$; $-7 \times 5 = -35$ et $6 \times (-6) = -36$

donc $\mathbf{\frac{-7}{6} \neq -\frac{-6}{-5}}$.

b. $14{,}5 \times (-20) = -290$ et $25 \times (-11{,}6) = -290$

donc $\mathbf{\frac{14{,}5}{25} = \frac{-11{,}6}{-20}}$.

12 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $1 - \frac{-7}{3} = \frac{3}{3} - \frac{-7}{3} = \frac{3-(-7)}{3} = \mathbf{\frac{10}{3}}$

b. $\frac{-2}{3} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}$

Le dénominateur commun est le plus petit multiple commun non nul à 3 ; 8 et 6 :

multiples de 3 : 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 18 ; 21 ; 24 ; 27 ; ...

multiples de 8 : 8 ; 16 ; 24 ; 32 ; ...

multiples de 6 : 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30 ; ...

$\frac{-2\times8}{3\times8} + \frac{7\times3}{8\times3} - \frac{5\times4}{6\times4} = \frac{-16}{24} + \frac{21}{24} - \frac{20}{24}$

$C = \frac{-16+21-20}{24} = \frac{-15}{24} = -\mathbf{\frac{5}{8}}$

c. $\frac{-2}{10} + \frac{7}{25} = \frac{-10}{50} + \frac{14}{50} = \frac{4}{50} = \mathbf{\frac{2}{25}}$

d. $\frac{3}{7} - \frac{7}{10} = \frac{30}{70} - \frac{49}{70} = \mathbf{\frac{-19}{70}}$

13 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $\frac{-12}{33} \times \frac{44}{-15} = \frac{4\times3\times4\times11}{3\times11\times3\times5} = \mathbf{\frac{16}{15}}$

b. $\frac{-7}{15} \times \left(-\frac{5}{21}\right) = \frac{7\times5}{3\times5\times3\times7} = \mathbf{\frac{1}{9}}$

c. $-\frac{-51}{26} \times \frac{39}{-34} = -\frac{17\times3\times13\times3}{2\times13\times17\times2} = -\mathbf{\frac{9}{4}}$

d. $3 \times \frac{7}{-3} = -\frac{3\times7}{3} = \mathbf{-7}$

14 Donne l'inverse des nombres suivants :

Inverse de – 6 : $(-6)^{-1} = -\mathbf{\frac{1}{6}}$

Inverse de 3,5 : $3{,}5^{-1} = \frac{1}{3{,}5} = \mathbf{\frac{2}{7}}$

Inverse de $\frac{-15}{4}$: $\left(\frac{-15}{4}\right)^{-1} = -\mathbf{\frac{4}{15}}$

Inverse de $\frac{1}{4}$: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{1} = \mathbf{4}$

15 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$B = \frac{-7}{3} \div \frac{-21}{6} = \frac{7}{3} \times \frac{6}{21} = \frac{7\times 6}{3\times 21} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

$C = \frac{-4}{\frac{7}{3}} = -4 \times \frac{3}{7} = \frac{-4\times 3}{7} = \mathbf{-\frac{12}{7}}$

$D = \frac{\frac{-4}{7}}{\frac{3}{-5}} = \frac{-4}{7} \times \frac{-5}{3} = \frac{4\times 5}{7\times 3} = \mathbf{\frac{20}{21}}$

TEST A4

1 Donne l'écriture décimale de

$A = 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = \mathbf{81}$

$B = (-10)^5 = (-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10)$

$B = \mathbf{-100\,000}$

$C = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{32} = \mathbf{0{,}03125}$

2 Donne le signe de chaque nombre

$C = (-15)^6$

$C = (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15)$:

il y a six facteurs négatifs donc C est **positif**.

$D = -15^6 = -(15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15)$:

donc D est **négatif**.

$E = 15^{-6} = \frac{1}{15^6}$: donc E est **positif** car il n'y a aucun facteur négatif.

$F = (15)^{-6} = \frac{1}{(15)^6} = \frac{1}{15^6}$: donc F est **positif** car il n'y a aucun facteur négatif.

$G = (-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1)$: il y a trois facteurs négatifs donc G est **négatif**.

$H = -5^{-4} = -(5^{-4}) = -\frac{1}{5^4} = -\frac{1}{5\times5\times5\times5}$: il y a un seul facteur négatif donc H est **négatif.**

3 Calcule chaque nombre.

$A = 5 \times 2^{-1} - 3^{-2}$

$A = 5 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3^2}$

$A = \frac{5}{2} - \frac{1}{9}$

$A = \frac{45}{18} - \frac{2}{18}$

$A = \frac{43}{18}$

$C = \frac{(5-2\times 3)^4}{(2-3)^5}$

$C = \frac{(5-6)^4}{(-1)^5}$

$C = \frac{(-1)^4}{-1}$

$C = -1$

$B = 3 \times (1-3)^5 - 2^2 \times (3+2)$

$B = 3 \times (-2)^5 - 2^2 \times 5$

$B = -3 \times 32 - 4 \times 5$

$B = -96 - 20$

$B = -116$

4 Donne l'écriture décimale des nombres.

$A = 32{,}48 \times 10^6 = 32{,}48 \times 1\,000\,000 = \mathbf{32\,480\,000}$

$B = 0{,}78 \times 10^2 = 0{,}78 \times 100 = \mathbf{78}$

$C = 401 \times 10^{-2} = 401 \times 0{,}01 = \mathbf{4{,}01}$

$D = 94{,}6 \times 10^{-4} = 94{,}6 \times 0{,}000\,1 = \mathbf{0{,}009\,46}$

5 Par combien faut-il multiplier ?

a. $234{,}428 \times \mathbf{10^{-5}} = 0{,}002\,344\,28$

b. $5\,000 \times \mathbf{10^{-6}} = 0{,}005$

c. $0{,}3 \times \mathbf{10^4} = 3\,000$

d. $3{,}4324 \times \mathbf{10^5} = \mathbf{343\,240}$

6 Écris sous la forme d'une seule puissance de 10 les nombres.

$C = 10^6 \times 10^{-8} = 10^{6+(-8)} = 10^{6-8} = \mathbf{10^{-2}}$

$D = (10^{-1})^{-3} = 10^{(-1)\times(-3)} = \mathbf{10^3}$

$E = \frac{10^{-2}}{10^2} = 10^{-2-2} = \mathbf{10^{-4}}$

$F = 10^2 \times 10^{-3} \times 10 = 10^2 \times 10^{-3} \times 10^1 = 10^{2-3+1} = \mathbf{10^0}$

7 Donne l'écriture scientifique des nombres suivants.

$B = 21\,600 = \mathbf{2{,}16 \times 10^4}$

$C = 0{,}012 = \mathbf{1{,}2 \times 10^{-2}}$

$D = 58{,}4 \times 10^2 = 5{,}84 \times 10^1 \times 10^2 = 5{,}84 \times 10^{1+2}$

$D = \mathbf{5{,}84 \times 10^3}$

$E = 0{,}147 \times 10^{-1} = 1{,}47 \times 10^{-1} \times 10^{-1}$

$E = 1{,}47 \times 10^{-1+(-1)} = \mathbf{1{,}47 \times 10^{-2}}$

8 Range dans l'ordre croissant les nombres suivants.

Pour comparer les nombres, on les écrit en notation scientifique :

$E = 33{,}5 \times 10^{-3} = 3{,}35 \times 10^{-2}$

$F = 7{,}2 \times 10^3 = 7{,}2 \times 10^3$

$G = 0{,}02 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-4}$

$H = 99{,}1 \times 10^{-4} = 9{,}91 \times 10^{-3}$

$2 \times 10^{-4} < 9{,}91 \times 10^{-3} < 3{,}35 \times 10^{-2} < 7{,}2 \times 10^3$

soit : G < H < E < F

9 Calcule chaque nombre et donne le résultat en notation scientifique.

$A = 45 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-26}$

$A = 45 \times 4 \times 10^{-14}$

$A = 90 \times 10^{-14}$

$A = 9 \times 10^{-13}$

$B = \frac{36 \times 10^{15}}{3 \times 10^{-17}}$

$B = \frac{36}{3} \times 10^{32}$

$B = 12 \times 10^{32}$

$B = 1{,}2 \times 10^{33}$

TEST A5

1 Divisions euclidiennes :

$$\begin{array}{r|l} 354 & 16 \\ \cline{2-2} -\;32 & \mathbf{22} \\ \cline{1-1} 34 & \\ -\;32 & \\ \cline{1-1} \mathbf{002} & \end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l} 6384 & 84 \\ \cline{2-2} -588 & \mathbf{76} \\ \cline{1-1} 50 & \\ 504 & \\ -504 & \\ \cline{1-1} \mathbf{000} & \end{array}$$

Donc

354 = 16 × 22 + 2

Donc

6 384 = 84 × 76 + 0

$851 = 19 \times 43 + 16 + 15 = 19 \times 44 + 15.$

2 Quotient et reste de la division euclidienne de 851 par 43

$851 = 19 \times 43 + 34$ et $34<43$ donc le quotient est 19 et le reste est 34

$34>19$ donc cette façon d'écrire ne convient pas,

on a $851 = 19 \times 44 + 15$.

Le quotient est 44 et le reste est 15

3 Trouve toutes les possibilités pour le chiffre manquant #, sachant que 3 et 4 divisent le nombre 2 0#4.

Si 3 divise le nombre 2 0#4, cela signifie que la somme des chiffres qui le compose est divisible par 3, ou encore : 2 + 0 + # + 4 soit 6 + # est divisible par 3.

Les valeurs possibles sont :

- 0 (car 6 + 0 = 6),
- 3 (car 6 + 3 = 9),
- 6 (car 6 + 6 = 12) et
- 9 (car 6 + 9 = 15).

Si 4 divise le nombre 2 0#4, cela signifie que le nombre formé par ses deux derniers chiffres, #4, est divisible par 4.

Les valeurs possibles sont :

- 0 (car 04 est divisible par 4),
- 2 (car 24 est divisible par 4),
- 4 (car 44 est divisible par 4),
- 6 (car 64 est divisible par 4) et
- 8 (car 84 est divisible par 4).

9782210106345-0MEP.indb 371 24/06/16 10:43

Tests corrigés

Puisque 3 **et** 4 divisent le nombre 2 0#4, il faut prendre les valeurs communes aux deux propositions précédentes, soit **0** et **6**.

Le nombre 2 0#4 peut donc être **2 004** ou **2 064**.

4 Établis la liste des diviseurs des entiers suivants : 60, 43 et 36.

$60 = 1 \times 60$; $60 = 2 \times 30$; $60 = 3 \times 20$;
$60 = 4 \times 15$; $60 = 5 \times 12$; $60 = 6 \times 10$.

Donc **les diviseurs de 60 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.**

43 est un nombre premier.

Donc **les diviseurs de 43 sont 1 et 43.**

$36 = 1 \times 36$; $36 = 2 \times 18$; $36 = 3 \times 12$;
$36 = 4 \times 9$; $36 = 6 \times 6$.

Donc les diviseurs de 36 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36.

5 Les nombres suivants sont -ils premiers ? 23 ; 79 ; 91

On essaye la division par 2; 3; 5; 7... (avec les critères de divisibilités)

Pour 23 : pas divisible par 2 , ni 3, ni 5 et $23/5 \approx 4$ (< 5). On s'arrête. **23 est premier.**

Pour 79 : pas divisible par 2 , ni 3, ni 5, ni 7, ni 11 et $79 \div 11 \approx 7$ (< 11). On s'arrête. **79 est premier.**

Pour 91 : pas divisible par 2 , ni 3, ni 5, mais divisible par 7. On s'arrête. **91 n'est pas premier.**

6 Décomposition en produit de facteurs premiers

276 est divisible par 2 : **138**

138 est divisible par 2 : **69**

69 est divisible par 3 : 23 qui est premier donc $\mathbf{276 = 2^2 \times 3 \times 23}$

161 est divisible par 7 : 23qui est premier donc $\mathbf{161 = 7 \times 23}$

7 Rendre des fractions irréductibles.

$$\frac{48}{60} = \frac{6 \times 8}{6 \times 10} = \frac{8}{10} = \frac{2 \times 4}{2 \times 5} = \mathbf{\frac{4}{5}}.$$

En décomposant 246 et 161 en produit de facteurs premiers (comme au N°6) on obtient :

$276 = 2^2 \times 3 \times 23$ et $161 = 7 \times 23$

On peut donc simplifier par 23.

Donc $\frac{276}{161} = \frac{12 \times 23}{7 \times 23} = \mathbf{\frac{12}{7}}.$

TEST A6

1 Simplifie les expressions en supprimant les signes × lorsque c'est possible.

$A = b \times a$

$A = \mathbf{ba}$

$B = 5 \times x \times x \times x$

$B = \mathbf{5x^3}$

$C = (3{,}7 \times y - 1{,}5 \times z + 0{,}4 \times 3{,}5) \times 9$

$C = \mathbf{9(3{,}7y - 1{,}5z + 0{,}4 \times 3{,}5)}$

2 Replace les signes × dans chacune des expressions suivantes.

$A = 12ac + 35ab - 40bc$

$A = 12 \times a \times c + 35 \times a \times b - 40 \times b \times c$

$B = 1{,}2abc$

$B = 1{,}2 \times a \times b \times c$

$C = 5{,}6(x^2 - 2{,}5y + 32)$

$C = 5{,}6 \times (x \times x - 2{,}5 \times y + 32)$

3 Réduis, si possible, les expressions suivantes :

a. $x + x = \mathbf{2x}$

b. $x \times x = \mathbf{x^2}$

c. $2x + x = \mathbf{3x}$

d. $3x + 2$ rien

e. $2x \times x = \mathbf{2x^2}$

f. $x^2 + x$ rien

g. $0 \times x = \mathbf{0}$

h. $1 + 2x$ rien

i. $0 + x = \mathbf{x}$

j. $5x \times 6x = \mathbf{30x^2}$

k. $4 \times x \times 5 = \mathbf{20x}$

l. $x \times x + x = \mathbf{x^2 + x}$

4 Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes.

$A = x^2 - (4xy - 5y - 4x)$

$A = x^2 + (-4xy) + (+5y) + (+4x)$

$A = \mathbf{x^2 - 4xy + 5y + 4x}$

$B = (2a + 5b - 4) - (a^2 - b^2 + 1)$

$B = 2a + 5b - 4 + (-a^2) + (+b^2) + (-1)$

$B = \mathbf{2a + 5b - 4 - a^2 + b^2 - 1}$

$C = -(2x - 5) + (5 - 2x)$

$C = (-2x) + (+5) + (+5) + (-2x)$

$C = \mathbf{-2x + 5 + 5 - 2x}$

5 Réduis les expressions suivantes.

$A = 3a - (6 + 7a^2) + 4a - 5 = 3a - 6 - 7a^2 + 4a - 5$

$A = \mathbf{-7a^2 + 7a - 11}$

$B = 4x(3x - 6) - (2x - 1)(3 + 5x)$

$B = 4x \times 3x - 4x \times 6 - (2x \times 3 + 2x \times 5x - 1 \times 3 - 1 \times 5x)$

$B = 12x^2 - 24x - 6x - 10x^2 + 3 + 5x$

$B = \mathbf{2x^2 - 25x + 3}$

6 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $x = 2$ puis pour $x = 6$.

Pour $x = 2$:

$A = 3x(x + 5)$
$A = 3 \times 2 \times (2 + 5)$
$A = 6 \times 7$
$A = \mathbf{42}$

$B = 7x - x^2$
$B = 7 \times 2 - 2 \times 2$
$B = 14 - 4$
$B = \mathbf{10}$

$C = x^3 + 3x^2 - x$
$C = 2 \times 2 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 - 2$
$C = 8 + 12 - 2$
$C = \mathbf{18}$

Pour $x = 6$:

$A = 3x(x + 5)$
$A = 3 \times 6 \times (6 + 5)$
$A = 18 \times 11$
$A = \mathbf{198}$

$B = 7x - x^2$
$B = 7 \times 6 - 6 \times 6$
$B = 42 - 36$
$B = \mathbf{6}$

$C = x^3 + 3x^2 - x$
$C = 6 \times 6 \times 6 + 3 \times 6 \times 6 - 6$
$C = 216 + 108 - 6$
$C = \mathbf{318}$

7 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $a = 3$ et $b = 5$.

$A = 4a + 5b - 56$
$A = 4 \times 3 + 5 \times 5 - 56$
$A = 12 + 25 - 56$
$A = \mathbf{-19}$

$B = a^3 + b^2 + 7ab$
$B = 3 \times 3 \times 3 + 5 \times 5 + 7 \times 3 \times 5$
$B = 27 + 25 + 105$
$B = \mathbf{157}$

$C = 2(5a + 3b + 1)$
$C = 2(5 \times 3 + 3 \times 5 + 1)$
$C = 2(15 + 15 + 1)$
$C = 2 \times 31$
$C = \mathbf{62}$

8 Calcule les expressions suivantes :

$A = 6t - 8$ pour $t = -3$

$A = 6(-3) - 8 = -18 - 8 \mathbf{= -26}$

$B = -3x + 7$ pour $x = -2$;

$B = -3(-2) + 7 = 6 + 7 \mathbf{= 13}$

$C = -3y^2 - 8y - 5$ Pour $y = -3$.

$C = -3(-3)^2 - 8(-3) - 5$

$C = -3 \times 9 + 24 - 5$

$C = -27 + 19 \mathbf{= -8}$

9782210106345-0MEP.indb 372 24/06/16 10:43

9 Calcul de l'expression B écrite sous trois formes différentes :
L'expression qui permet d'arriver au résultat en faisant le moins d'opérations est en couleur.

Pour x =	La forme initiale	La forme réduite	La forme factorisée
Pour $x = 5$	$B = (x - 5)^2 + 8x - 40$ $= (5 - 5)^2 + 8\times 5 - 40$ $= 0 + 40 - 40$ $= 0$	$B = x^2 - 2x - 15$ $= 5^2 - 2\times 5 - 15$ $= 25 - 10 - 15$ $= 0$	**$B = (x - 5)(x + 3)$ $= (5 - 5)(5 + 3)$ $= 0$**
Pour $x = 0$	$B = (x - 5)^2 + 8x - 40$ $= (0 - 5)^2 + 8\times 0 - 40$ $= 25 + 0 - 40$ $= -15$	**$B = x^2 - 2x - 15$ $= 0^2 - 2\times 0 - 15$ $= 0 - 0 - 15$ $= -15$**	$B = (x - 5)(x + 3)$ $= (0 - 5)(0 + 3)$ $= (-5)(3)$ $= -15$
Pour $x = -3$	$B = (x - 5)^2 + 8x - 40$ $= (-3 - 5)^2 + 8 \times (-3) - 40$ $= (-8)^2 - 24 - 40$ $= 64 - 64$ $= 0$	$B = x^2 - 2x - 15$ $= (-3)^2 - 2\times(-3) - 15$ $= 9 + 6 - 15$ $= 0$	**$B = (x - 5)(x + 3)$ $= (-3 - 5)(-3 + 3)$ $= (-8)(0)$ $= 0$**

10 Parmi les nombres entiers de 0 à 10, lesquels rendent vraie l'égalité $4(x + 3) = 6x + 2$?

x	$4(x + 3)$	$6x + 2$	x est-il solution ?
0	$4(0 + 3) = 12$	$6 \times 0 + 2 = 2$	NON
1	$4(1 + 3) = 16$	$6 \times 1 + 2 = 8$	NON
2	$4(2 + 3) = 20$	$6 \times 2 + 2 = 14$	NON
3	$4(3 + 3) = 24$	$6 \times 3 + 2 = 20$	NON
4	$4(4 + 3) = 28$	$6 \times 4 + 2 = 26$	NON
5	$4(5 + 3) = 32$	$6 \times 5 + 2 = 32$	**OUI**
6	$4(6 + 3) = 36$	$6 \times 6 + 2 = 38$	NON
7	$4(7 + 3) = 40$	$6 \times 7 + 2 = 44$	NON
8	$4(8 + 3) = 44$	$6 \times 8 + 2 = 50$	NON
9	$4(9 + 3) = 48$	$6 \times 9 + 2 = 56$	NON
10	$4(10 + 3) = 52$	$6 \times 10 + 2 = 62$	NON

11 Les nombres 3, – 2 et 5 sont-ils solutions de l'équation $x^2 + 4 = 3x + 14$?

x	$x^2 + 4$	$3x + 14$	x est-il solution ?
3	$3^2 + 4 = 13$	$3 \times 3 + 14 = 23$	**NON**
–2	$(-2)^2 + 4 = 8$	$3 \times (-2) + 14 = 8$	**OUI**
5	$5^2 + 4 = 29$	$3 \times 5 + 14 = 29$	**OUI**

12 Parmi -2 ; 0 ; $\frac{1}{2}$ et 3, lesquels sont solutions de l'inéquation $3x - 2 \leqslant 5x - 3$?

Si $x = -2$:
calculons le premier membre :
$3 \times (-2) - 2 = -6 - 2 = -8$
calculons le second membre :
$5 \times (-2) - 3 = -10 - 3 = -13$
$-8 > -13$ **donc -2 n'est pas solution de cette inéquation.**

Si $x = 0$:
calculons le premier membre : $3 \times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$
calculons le second membre : $5 \times 0 - 3 = 0 - 3 = -3$
$-2 > -3$ **donc 0 n'est pas solution de cette inéquation.**

Si $x = \frac{1}{2}$:

calculons le premier membre : $3 \times \frac{1}{2} - 2 = 1{,}5 - 2 = -0{,}5$

calculons le second membre : $5 \times \frac{1}{2} - 3 = 2{,}5 - 3 = -0{,}5$

$-0{,}5 \leqslant -0{,}5$ donc $\frac{1}{2}$ est une solution de cette inéquation.

Si $x = 3$:
calculons le premier membre : $3 \times 3 - 2 = 9 - 2 = 7$
calculons le second membre : $5 \times 3 - 3 = 15 - 3 = 12$
$7 \leqslant 12$ donc 3 est solution de cette inéquation.

13 De quelles inéquations, parmi les suivantes, le nombre $-\frac{2}{3}$ est-il solution ?

$7x + 3 > 2x - 2$

Membre de gauche : $7 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 3 = \frac{-14}{3} + \frac{9}{3} = \frac{-5}{3}$

Membre de droite : $2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 2 = \frac{-4}{3} - \frac{6}{3} = \frac{-10}{3}$

$\frac{-5}{3} > \frac{-10}{3}$ donc $-\frac{2}{3}$ est solution de l'inéquation $7x + 3 > 2x - 2$.

$2x - 5 \geqslant x + 8$

Membre de gauche : $2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 5 = \frac{-4}{3} - \frac{15}{3} = \frac{-19}{3}$

Membre de droite : $+ 8 = \frac{-2}{3} + \frac{24}{3} = \frac{22}{3}$

$\frac{-19}{3} \leqslant \frac{22}{3}$ donc $-\frac{2}{3}$ n'est pas une solution de l'inéquation $2x - 5 \geqslant x + 8$.

$x - 9 \leqslant -3x + 2$

Membre de gauche : $-\frac{2}{3} - 9 = \frac{-2}{3} - \frac{27}{3} = \frac{-29}{3}$

Membre de droite : $-3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 2 = \frac{6}{3} + 2 = 2 + 2 = 4$

$\frac{-29}{3} \leqslant 4$ donc $-\frac{2}{3}$ est une solution de l'inéquation $x - 9 \leqslant -3x + 2$.

$-2x + 3 < 9$

Membre de gauche : $-2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 3 = \frac{4}{3} + \frac{9}{3} = \frac{13}{3}$

$\frac{13}{3} < 9$ donc $-\frac{2}{3}$ est solution de l'inéquation $-2x + 3 < 9$.

TEST A7

1 Factoriser

$A = 10x - 8 = \underline{2} \times 5x - \underline{2} \times 4 = 2(5x - 4)$
$B = 6y^5 - 8y^2 = \underline{2 \times y^2} \times 3 \times y^3 - \underline{2 \times y^2} \times 4$
$B = 2y^2(3y^3 - 4)$
$C = 3x^2 + 4x = \underline{x} \times 3x + \underline{x} \times 4 = x(3x + 4)$

Tests corrigés

2 Factoriser bis

D $= 6x - 5x^2 = x \times 6 - x \times 5x = x(6 - 5x)$

E $= 7uv + 21u^2 = 7u \times v + 7u \times 3u = 7u(v + 3u)$

F $= 2(3x - 2) - 9x(3x - 2) = (3x - 2)(2 - 9x)$

G $= 5a - 25 = 5 \times a - 5 \times 5 = 5(a - 5)$

3 Écrire sous la forme $a(x + 7)$.

A $= 4x + 28 = \underline{4} \times x + \underline{4} \times 7 = 4(x + 7)$

B $= \frac{2}{3}x + \frac{14}{3} = \frac{2}{3} \times x + \frac{2}{3} \times 7 = \frac{2}{3}(x + 7)$

C $= 0{,}5x + 3{,}5 = \underline{0{,}5} \times x + \underline{0{,}5} \times 7 = 0{,}5(x + 7)$

D $= -5x - 35 = \underline{-5} \times x + \underline{-5} \times 7 = -5(x + 7)$

4 Facteur commun.

E $= 3x^2 + 5xy = \boldsymbol{x} \times 3 \times x + \boldsymbol{x} \times 5 \times y$

F $= 25ab - 10a^2 + 30a$

F $= \mathbf{5 \times \boldsymbol{a}} \times 5 \times b - \mathbf{5 \times \boldsymbol{a}} \times 2 \times a + \mathbf{5 \times \boldsymbol{a}} \times 6$

G $= 4x(5 + 3x) + 7(5 + 3x)$

G $= 4x \times \mathbf{(5 + 3x)} + 7 \times \mathbf{(5 + 3x)}$

5 Factorise M

M $= \underline{(x + 2)}(x - 4) + \underline{(x + 2)}(x - 5)$

M $= (x + 2)[(x - 4) + (x - 5)]$

M $= (x + 2)(x - 4 + x - 5)$

M $= (x + 2)(2x - 9)$

6 Complète :

A $= x(3 + 2x) = x \times \mathbf{3} + \boldsymbol{x} \times 2x = 3x + 2x^2$

7 Développe :

A$=5(x + 3) = 5 \times x + 5 \times 3 = 5x + 15$

8 Complète :

B $= 3a(4b - \mathbf{5a}) = \mathbf{12ab} - 15a^2$

C $= 5x(3y - \mathbf{4}) = \mathbf{15}xy - 20x$

9 Développe les expressions suivantes.

D $= 3(a - 6b + 9) = 3 \times a - 3 \times 6b + 3 \times 9$

D $= 3a - 18b + 27$

E $= -2t(5t - 4) = -2t \times 5t - (-2t) \times 4 = -10t^2 + 8t$

10 Développe

A $= (x + 7)(4y - 5)$

A $= x \times 4y - x \times 5 + 7 \times 4y - 7 \times 5$

A $= 4xy - 5x + 28y - 35$

B $= (a + b)(x - y) = ax - ay + bx - by$

C $= \left(\frac{x}{2} - 5\right)\left(2z - \frac{3}{2}\right)$

C $= \frac{x}{2} \times 2z + \frac{x}{2} \times \frac{-3}{2} - 5 \times 2z - 5 \times \frac{-3}{2}$

C $= xz - \frac{3x}{4} - 10z + \frac{15}{2}$

11 Factorise avec une identité remarquable.

D $= 16x^2 + 24x + 9 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2 = (4x + 3)^2$

E $= 49x^2 - 70x + 25 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 5 + 5^2 = (7x - 5)^2$

F $= x^2 - 81 = x^2 - 9^2 = (x - 9)(x + 9)$

12 Développe et réduis.

A $= (x + 6)^2 = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2 = x^2 + 12x + 36$

B $= (x - y)^2 = x^2 - 2 \times x \times y + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$

C $= (3a + 1)^2 = (3a)^2 + 2 \times 3a \times 1 + 1^2 = 9a^2 + 6a + 1$

D $= (6x - 5)^2 = (6x)^2 - 2 \times 6x \times 5 + 5^2 = 36x^2 - 60x + 25$

E $= (z + 3)(z - 3) = z^2 - 3^2 = z^2 - 9$

F $= (4x + 7y)(4x - 7y) = (4x)^2 - (7y)^2 = 16x^2 - 49y^2$

TEST de A8

1 Résous les équations suivantes.

a. $6x = 24$ donc $x = \frac{24}{6}$ et $x = 6$

b. $8 + x = 51$ donc $x = 51 - 8$ et $x = 43$

2 Résous les équations suivantes.

a. $3x + 5 = 4$

$3x = 4 - 5$

$3x = -1$

$x = \frac{-1}{3}$

b. $7x + 8 = 14x$

$7x - 14x = -8$

$-7x = -8$

$x = \frac{-8}{-7} = \frac{8}{7}$

c. $5x + 3 = 7 + 5x$

$5x - 5x = 7 - 3$

$0x = 4$

La solution de l'équation $3x + 5 = 4$ est $\frac{-1}{3}$.

La solution de l'équation $7x + 8 = 14x$ est $\frac{8}{7}$.

L'équation $5x + 3 = 7 + 5x$ *n'a pas de solution.*

3 Simplifie les équations suivantes puis résous-les.

a. $7(2x + 3) - 23 = -x + 5(2x + 1)$

$14x + 21 - 23 = -x + 10x + 5$

$14x - 2 = 9x + 5$

$14x - 9x = 5 + 2$

$5x = 7$

$x = \frac{7}{5}$ La solution de cette équation est $\frac{7}{5}$.

b. $\frac{x}{3} + 2 = \frac{5x}{6} - 1$

$\frac{2x}{6} + \frac{12}{6} = \frac{5x}{6} - \frac{6}{6}$

$2x + 12 = 5x - 6$

$2x - 5x = -6 - 12$

$-3x = -18$

$x = \frac{-18}{-3} = 6$

La solution de cette équation est 6.

c. $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 2$

$x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 2$

$x^2 + 3x + 2 = x^2 + 2$

$x^2 - x^2 + 3x = 2 - 2$

$3x = 0$

$x = \frac{0}{3} = 0$

La solution de cette équation est 0.

4 Résous les équations produit suivantes.

a. $(x - 4)(x + 9) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$x - 4 = 0$ ou $(x + 9) = 0$

$x = 4$ $x = -9$

Les solutions de l'équation sont donc -9 et 4.

b. $(4x - 1)(9x - 2) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$4x - 1 = 0$ ou $9x - 2 = 0$

$x = \frac{1}{4}$ $x = \frac{2}{9}$

Les solutions de l'équation sont donc $\frac{2}{9}$ et $\frac{1}{4}$.

c. $(3x + 2)^2 = 0$ soit $(3x + 2) \times (3x + 2) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$3x + 2 = 0$ ou $3x + 2 = 0$

c'est-à-dire $x = \frac{-2}{3}$. La solution de l'équation est donc $\frac{-2}{3}$.

5 Résous les inéquations d'inconnue x suivantes.

$7x + 3 > 2x - 2$

$5x > -5$

$\boldsymbol{x > -1}$

$-5x - 9 \leqslant -x + 2$

$-4x \leqslant 11$

$x \geqslant \frac{-11}{4}$

$2x - 5 \geqslant 4x + 8$

$-2x \geqslant 13$

$x \leqslant \frac{-13}{2}$

$-2x + 3 < -9$

$-2x < -12$

$\boldsymbol{x > 6}$

6 Que vaut le nombre x si...

Le triple de la différence de x et de 7 est : $3 \times (x - 7)$.

La moitié de la somme de x et de 1 est : $\frac{x+1}{2}$.

D'où l'équation : $3 \times (x - 7) = \frac{x+1}{2}$.

$3x - 21 = \frac{x+1}{2}$

$\frac{6x-42}{2} = \frac{x+1}{2}$

$6x - 42 = x + 1$

$6x - x = 1 + 42$

$5x = 43$ — **Le nombre qui vérifie les conditions**

$x = \frac{43}{5}$ — **de l'énoncé est $\frac{43}{5}$ soit 8,6.**

7 J'ai deux ans de plus que Julie et Marc a le double de mon âge.

Soit x mon âge.

Julie a 2 ans de moins que moi. Elle a : $x - 2$

Marc a le double de mon âge. Il a : $2 \times x = 2x$.

À nous trois, nous avons 110 ans :

$x + (x - 2) + 2x = 110$

$x + x - 2 + 2x = 110$

$4x - 2 = 110$

$4x = 110 + 2$

$4x = 112$

$x = \frac{112}{4} = 28$ — **J'ai donc 28 ans.**

8 Parallélogramme et rectangle de même aire.

Le parallélogramme a pour aire :

$A = 7\times (4x - 5)$

Le rectangle a pour aire :

$B = (3x + 1)\times (4x - 5)$

On veut A = B donc $7\times (4x - 5) = (3x + 1)\times (4x - 5)$

soit $7\times (4x - 5) - (3x + 1)\times (4x - 5) = 0$

On factorise : $(4x - 5)\ (7 - (3x + 1)) = 0$

$(4x - 5)\ (7 - 3x - 1) = 0$

$(4x - 5)\ (6 - 3x) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$4x - 5 = 0$ ou $6 - 3x = 0$

$4x = 5$ ou $-3x = -6$

$x = \frac{5}{4}$ ou $x = 2$

Si $x = \frac{5}{4}$ le parallélogramme et le rectangle ont une base nulle, ils ont une aire nulle.

Il faut donc que **$x = 2$ pour avoir des aires égales** (non nulles)

9 Après avoir ajouté 5 au triple d'un nombre, on obtient un nombre négatif. Que peux-tu dire du nombre choisi au départ ?

Soit x le nombre choisi.

Son triple est $3x$ et si on ajoute 5 on a : $3x + 5$

donc $3x + 5 < 0$

$3x < -5$ et donc $x < \frac{-5}{3}$

Le nombre choisi était **strictement inférieur à $\frac{-5}{3}$**

TEST B1

1 Tableaux de proportionnalité

a.

1	**4**	6	**17**
3	12	**18**	51

b.

2,5	5	**15**	50
3	6	18	**60**

c.

1	2	**10**	3,5
4,5	9	45	**15,75**

2 Recette

a. 6 ÷ 2 = 3 et 420 ÷ 3 = 140 donc il faut **140 g** de riz pour 2 personnes.

6 + 2 = 8 et 420 + 140 = 560 donc il faut **560 g** de riz pour 8 personnes.

b. 140 ÷ 2 + 560 = 630 et 2 ÷ 2 + 8 = 9 donc 630 g de riz pourront nourrir **9 personnes**.

2 100 ÷ 420 = 5 et 6 × 5 = 30 donc 2,1 kg (2 100 g) pourront nourrir **30 personnes**.

3 Masse du jaune d'œuf

Première méthode :

La masse de coquille est $60 \times \frac{10}{100} = 6$ g.

La masse de blanc est $60 \times \frac{60}{100} = 36$ g.

Donc la masse de jaune est 60 – (6 + 36) = **18 g.**

Deuxième méthode :

Le jaune représente $\frac{100}{100} - \left(\frac{10}{100} + \frac{60}{100}\right)$

$= \frac{30}{100}$ de la masse totale.

Donc la masse de jaune est 60 × $\frac{30}{100}$ = 18 g.

4 Pourcentage de coqs

Poulets	600	100
Coqs	240	t

Déterminons le coefficient de proportionnalité k :

$k = 240 \div 600 = 0{,}4$.

D'où $t = 100 \times 0{,}4 = 40$.

Donc il y a 40 % de coqs parmi les poulets.

5 Dimensions sur le plan

L'échelle 1/50 signifie que 50 cm dans la réalité sont représentés par 1 cm sur le plan.

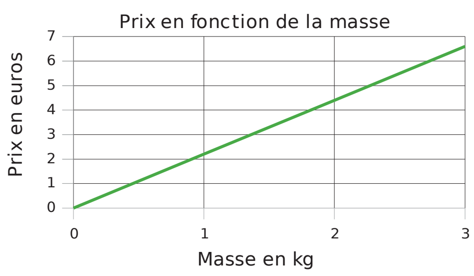
		Longueur	largeur
Dimensions réelles (en cm)	50	550	380
Dimensions sur le plan (en cm)	1	**11**	**7,6**

÷ 50

Sur le plan la chambre est représentée par un rectangle de **11 cm** de longueur sur **7,6 cm** de largeur.

6 Représente une situation de proportionnalité.

Nous sommes dans une situation de proportionnalité donc la représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère. Pour tracer cette droite, il nous suffit d'un autre point. L'énoncé nous donne ses coordonnées car « le kilogramme de clémentines est vendu 2,20 € ». La droite passera donc par le point de coordonnées (1 ; 2,2). On obtient la représentation graphique suivante *(les unités ne sont pas respectées pour des raisons de mise en page).*



9782210106345-0MEP.indb 375 24/06/16 10:44

Tests corrigés

7 Situations proportionnelles ?
En observant les deux courbes, on remarque qu'elles sont formées par des points qui ne sont pas alignés avec l'origine du repère.
a. L'alcoolémie n'est donc pas proportionnelle au temps
b. La distance d'arrêt n'est pas proportionnelle à la vitesse.

8 Cacao et pourcentage.
a. 70% de cacao signifie que pour 100 g, il y a 70 g de cacao.
85% de cacao signifie que pour 100 g, il y a 85 g de cacao. On en déduit immédiatement que dans une tablette de 200 g, il y a 85 × 2 = 170 g de cacao. Au total, il y a donc : **70 + 170 = 240 g** de cacao pour 300 g de chocolat.
b. Utilisons un tableau de proportionnalité pour déterminer le pourcentage de cacao dans ce mélange.

Masse de cacao en g	240	p
Masse totale en g	300	100

On « passe » de la deuxième colonne à la troisième en divisant par 3. Donc $p = \frac{240}{3} = 80$.
Le pourcentage de cacao dans le nouveau mélange est de 80%.

9 Prix TTC de l'ordinateur.
Méthode 1 : Ajouter 20 % au prix HT revient à le multiplier par 1,20.
450 × 1,20 = 540
Méthode 2 : Le montant de la TVA est de 450 × 0,20 = 90
Le prix TTC sera donc 450 +90 = 540
Donc le prix TTC est de **540 €**

10 Pourcentage d'augmentation
Méthode 1 : Pour passer de 32 € à 44,5 € on multiplie par $\frac{44{,}5}{32} = 1{,}390625$
Cela représente une augmentation de 0,390625 .
Méthode 2 : l'augmentation de prix est de 44,5 – 32 = 12,5
On a augmenté de 12,5 sur 32 au départ, donc de $\frac{12{,}5}{32} = 0{,}390625$.
Soit une augmentation d'**environ 39%**

TEST B2

1 À l'école maternelle.
À l'école Jean Moulin :

Enfants	Grands	Moyens	Petits	Total
Effectif	36	54	30	120
Fréquence	0,3	0,45	0,25	1
Fréquence en pourcentage	30	45	25	100

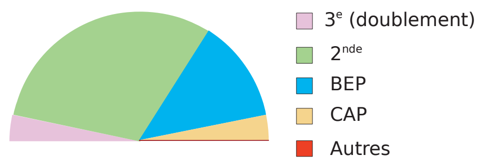
À l'école Alphonse Daudet :

Enfants	Grands	Moyens	Petits	Total
Effectif	63	72	45	180
Fréquence	0,35	0,4	0,25	1
Fréquence en pourcentage	35	40	25	100

2 Orientation des élèves de 3^{e}.

Orientation vers	Effectif	Angle (en °)
3^{e} (doublement)	38 898	11,9
2nde	362 573	110,6
BEP	151 736	46,3
CAP	36 626	11,2
Autres	456	0,1
Total	590 289	360

Orientation des élèves de 3^{e}



Remarque : l'orientation « Autres » étant représentée par un secteur d'angle de 0,1°, celui-ci est représenté par un trait fin.

3 Production moyenne de blé tendre.
a. Pour calculer la production moyenne de blé tendre en France entre 2000 et 2004, il faut ajouter les productions annuelles et diviser par le nombre total d'années (ici 5) :
$$M = \frac{35{,}7 + 30{,}2 + 37{,}3 + 29 + 35{,}6}{5} = \mathbf{33{,}56}$$
La production moyenne de blé tendre en France entre 2000 et 2004 a donc été de 33,56 millions de tonnes.
b. Pour déterminer la production moyenne de maïs en France entre 2002 et 2004, il faut ajouter les productions annuelles des trois années concernées (2002, 2003 et 2004) et diviser par le nombre total d'année (ici 3) :
$$M = \frac{16{,}4 + 12 + 16{,}4}{3} \approx \mathbf{14{,}93}$$
La production moyenne de maïs en France entre 2002 et 2004 a donc été d'environ 14,93 millions de tonnes.

4 Revenu moyen.
Pour déterminer quel était, en moyenne, le revenu annuel d'un couple avec un enfant entre 2002 et 2004, on calcule :
$$M = \frac{38\,040 + 37\,359 + 37\,551}{3} = \mathbf{37\,650\ euros}.$$
Le revenu annuel moyen d'un couple avec un enfant est de 37 650 euros.

5 Membres d'un club d'échec à Caen.
a. Complétons le tableau à partir du graphique :

Âge en années	13	14	15	16	17	18
Effectif	5	6	7	5	6	3

b. Calculons l'âge moyen des membres de ce club d'échec en multipliant chaque âge par l'effectif correspondant et en divisant par le nombre total de membres (ici 5 + 6 + 7 + 5 + 6 + 3 soit 32) :
$$M = \frac{13 \times 5 + 14 \times 6 + 15 \times 7 + 16 \times 5 + 17 \times 6 + 18 \times 3}{32}$$
$$M = \frac{490}{32} \approx \mathbf{15{,}3}$$
L'âge moyen des membres est donc de 15,3 ans environ.

6 Caractéristiques d'une série statistique (Tour de France 2008).
La liste contient 21 valeurs.
On range ces distances par ordre croissant : 29 ; 53 ; 143 ; 154 ; 157 ; 158 ; 163 ; 165 ; 166 ; 168 ; 174 ; 182 ; 182 ; 195 ; 195 ; 195 ; 197 ; 210 ; 216 ; 222 ; 230.
La médiane sera donc la 11^{e} valeur (10 + 1 + 10), soit ici 174 km. Cela signifie qu'il y a eu autant d'étapes du Tour de France 2008 qui comptaient plus de 174 km que d'étapes qui en comptaient moins.
L'étendue est la différence entre la plus longue étape (230 km) et la plus courte (29 km), soit : 230 − 29 = 201 km.

9782210106345-0MEP.indb 376 24/06/16 10:44

7 Un dé coloré.

a. Probabilité d'obtenir le vert : $\frac{1}{6}$

b. Probabilité d'obtenir le jaune : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

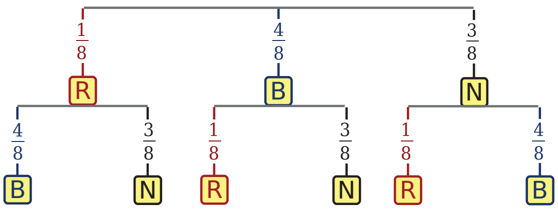
c. Probabilité d'obtenir le bleu : $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

8 Lunettes et Cantine.

Probabilité qu'il porte des lunettes : $\frac{6}{25} = \frac{24}{100}$ ou 25 %

Probabilité qu'il mange à la cantine : $\frac{10}{25} = \frac{40}{100}$ ou 40 %

9 Calcul de probabilité.



On peut résumer avec un arbre de probabilités :
Au total, la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes vaut :

$$\frac{1}{8}\times\left(\frac{4}{8}+\frac{3}{8}\right)+\frac{4}{8}\times\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{8}\right)+\frac{3}{8}\times\left(\frac{1}{8}+\frac{4}{8}\right)$$

$$=\frac{1}{8}\times\frac{7}{8}+\frac{4}{8}\times\frac{4}{8}+\frac{3}{8}\times\frac{5}{8}=\frac{7}{64}+\frac{16}{64}+\frac{15}{64}=\frac{38}{64}=\frac{19}{32}.$$

Détails de la première branche de l'arbre

Le nombre total de boules est 8.
La probabilité de tirer la boule rouge au premier tirage est de $\frac{1}{8}$.
Si la boule rouge est tirée au premier tirage, alors il faut obtenir une boule bleue ou noire au second tirage.
La probabilité de tirer une boule bleue ou noire est de $\frac{4+3}{8} = \frac{7}{8}$.
Ainsi, la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes dont la première est rouge vaut :
$\frac{1}{8}\times\frac{7}{8} = \frac{7}{64}$.

TEST B3

1 Déterminer si une fonction est linéaire ou affine

a. $f(x) = x^2 - 2$: est écrit sous sa forme développée et réduite. Ce n'est ni une fonction affine ni une fonction linéaire à cause du « x^2 » contenu dans l'expression développée.

b. $g(x) = 8 - 9x$: $g(x)$ peut s'écrire sous la forme $ax + b$ avec $a = -9$ et $b = 8$. Il s'agit donc d'une fonction affine. Cette fonction n'est pas linéaire.

c. $h(x) = \frac{3}{5}x$: $h(x)$ peut s'écrire sous la forme ax avec $a = \frac{3}{5}$. Il s'agit donc d'une fonction linéaire. Elle est donc également affine.

d. $k(x) = (13 - 8x)^2 - 64x^2 = 169 - 208x + 64x^2 - 64x^2 = -208x + 169$. $k(x)$ peut s'écrire sous la forme $ax + b$ avec $a = -208$ et $b = 169$. Il s'agit donc d'une fonction affine. Cette fonction n'est pas linéaire.

e. $l(x) = \frac{2}{x}$: $l(x)$ ne peut pas s'écrire sous la forme $ax + b$. Il ne s'agit donc ni d'une fonction affine ni d'une fonction linéaire.

2 Calcule l'image de $-2{,}5$; de 20 puis de 0 par la fonction h.
L'image de $-2{,}5$ par h s'écrit $h(-2{,}5)$ et vaut :
$h(-2{,}5) = 3 \times (-2{,}5) \times [5 \times (-2{,}5)^2 - 2]$
$= -7{,}5 \times (5 \times 6{,}25 - 2) = -7{,}5 \times (31{,}25 - 2)$
$= -7{,}5 \times 29{,}25 = -219{,}375$
L'image de 20 par h s'écrit $h(20)$ et vaut :
$h(20) = 3 \times 20 \times (5 \times 20^2 - 2) = 60 \times (5 \times 400 - 2)$
$= 60 \times 1\,998 = 119\,880$
L'image de 0 par h s'écrit $h(0)$ et vaut :
$h(0) = 3 \times (0) \times [5 \times 0^2 - 2] = 0$

3 Calculer l'image d'un nombre par une fonction ?
a. L'erreur consiste à penser que :
$l(-5) = l(-2) + l(7) = 12 + 15 = 27$.
Or, ceci serait vrai si l était une fonction linéaire. L'énoncé ne le précise pas.
On ne peut donc pas déterminer l'image de -5 par l.
b. $l(8) = 10$.

4 Détermine l'image de -4 par la fonction affine h définie par $h(x) = -8x + 3$.
$h(-4) = -8 \times (-4) + 3 = 32 + 3 = 35$
L'image de -4 par la fonction h est 35.

5 Détermine l'antécédent de -6 par la fonction affine h définie par $h(x) = -x + 3$.
On cherche le nombre x qui a pour image -6 par la fonction h. L'image de x est $h(x)$ donc on résout l'équation $h(x) = -6$, c'est-à-dire :
$-x + 3 = -6$, soit $-x = -6 - 3$, soit $-x = -9$, soit $x = 9$.
L'antécédent de -6 par h est donc 9.

6 La fonction p est définie par le tableau suivant.
a. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que l'image de -10 est -5 et que l'image de 2,5 est 8.
b. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que l'antécédent de -3 est 6 .
c. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que les antécédents de 0 sont -1 et 5 .

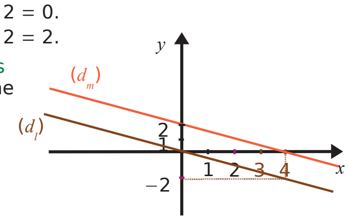
7 Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie pour x compris entre -4 et 4.
a. Graphiquement, on lit que l'image de -3 par f vaut approximativement $-0{,}4$ d'où $f(-3) \simeq -0{,}4$.
De même : $f(2) \simeq -0{,}8$.
b. Graphiquement, on lit que les antécédents de -2 par f sont approximativement -1 et 1 ; les antécédents de $-3{,}2$ par f sont approximativement $-0{,}5$ et 0,5.

8 Le graphique ci-dessous représente une fonction g pour x compris entre -1 et 8,8.
a. Graphiquement, on lit que l'image de 2 par g vaut approximativement -1 d'où $g(2) \simeq -1$.
De même : $g(-1) \simeq 3{,}5$.
b. Graphiquement, on lit que les antécédents de 0 par g sont 0,5 ; 4,5 et 6,5 ; celui de 2 par g est $-0{,}5$.

9 Trace les représentations graphiques des fonctions l et m définies par $l(x) = -0{,}5x$ et $m(x) = -0{,}5x + 2$. Que constates-tu ?
l est linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.
On calcule l'image d'un nombre.
- Pour $x = 4$, $l(4) = -0{,}5 \times 4 = -2$.

m est affine donc sa représentation graphique est une droite.
On calcule l'image de deux nombres.
- Pour $x = 4$, $m(4) = -0{,}5 \times 4 + 2 = 0$.
- Pour $x = 0$, $m(0) = -0{,}5 \times 0 + 2 = 2$.

On constate que les deux droites sont parallèles (elles ont le même coefficient directeur $-0{,}5$).



9782210106345-0MEP.indb 377 24/06/16 10:44

Tests corrigés

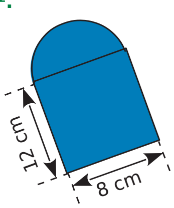
10 Comment tracer précisément la représentation graphique de la fonction qui, à x, associe $0{,}75x$?
Pour tracer précisément la représentation graphique de cette fonction, il faut trouver un point aux coordonnées « simples » (entières par exemple).
Puisqu'il s'agit d'une fonction linéaire, il suffit donc de prendre une seule valeur et d'en calculer l'image.
Or $0{,}75 = \frac{3}{4}$.
Il faut donc choisir une valeur de x multiple de 4 et calculer son image.
Par exemple, en choisissant $x = 8$, on trouve que l'image de 8 vaut $8 \times \frac{3}{4} = 6$.
Il suffit donc de placer le point de coordonnées (8 ; 6).

TEST C

1 Détermine l'aire des parallélogrammes MNOP et ABCD ci-contre.
$\mathcal{A}_{MNOP} = 15 \times 8 = 120$.
Donc l'aire du parallélogramme MNOP est **120 cm²**.
$\mathcal{A}_{ABCD} = 9 \times 3 = 27$.
Donc l'aire du parallélogramme ABCD est **27 cm²**.

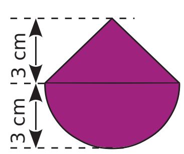
2 Calcule l'aire de chaque triangle ci-contre.
$\mathcal{A}_1 = \frac{7\times12}{2} = \frac{7\times2\times6}{2} = 7 \times 6 = 42$
Donc l'aire du triangle ① est 42 cm².
40 mm = 4 cm.
$\mathcal{A}_2 = \frac{4\times6}{2} = \frac{2\times2\times6}{2} = 2 \times 6 = 12$
Donc l'aire du triangle ② est 12 cm².
$\mathcal{A}_3 = \frac{8\times13}{2} = \frac{2\times4\times13}{2} = 4 \times 13 = 52$
Donc l'aire du triangle ③ est 52 cm².

3 Aire par découpage.
La figure ci-contre est composée d'un demi-disque de rayon 4 cm et d'un rectangle de largeur 8 cm et de longueur 12 cm.



$\mathcal{A}_{rectangle} = 12 \times 8 = 96$
$\mathcal{A}_{demi\text{-}disque} = \frac{\pi\times4^2}{2} = \frac{\pi\times16}{2} = 8\pi$
$\mathcal{A}_{figure} = \mathcal{A}_{demi\text{-}disque} + \mathcal{A}_{rectangle} = 8\pi + 96$
L'aire exacte de cette figure est (8π + 96) cm².

La figure ci-contre est composée d'un demi-disque de rayon 3 cm et d'un triangle de base 6 cm et dont la hauteur relative mesure 3 cm.



$\mathcal{A}_{triangle} = \frac{6\times3}{2} = 9$
$\mathcal{A}_{demi\text{-}disque} = \frac{\pi\times3^2}{2} = \frac{\pi\times9}{2} = 4{,}5\pi$
$\mathcal{A}_{figure} = \mathcal{A}_{demi\text{-}disque} + \mathcal{A}_{rectangle} = 4{,}5\pi + 9$
L'aire exacte de cette figure est (4,5π + 9) cm².

4 Volume d'un prisme droit.
Pour calculer le volume d'un prisme droit, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur.
$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{base} \times h = 5 \times 3 \times 8 = 120$
Le volume de ce prisme droit vaut 120 cm³.

5 Volume d'un cylindre de révolution.
Pour calculer le volume d'un cylindre de révolution, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur.
$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{base} \times h = \pi \times 5^2 \times 4{,}5 = 112{,}5\pi$ cm²
Le volume de ce cylindre de révolution vaut 112,5π cm³. Son arrondi à l'unité est 353 cm³.

6 Calcule du volume d'une pyramide.
Aire de la base : $\frac{L \times l}{2} = \frac{4{,}5\times6}{2} = 13{,}5$ m².
Volume : $\frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{13{,}5\times10}{3}$
donc le volume de la pyramide est **45 m³**.

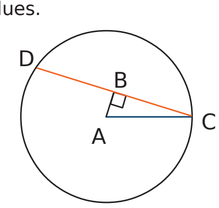
7 Calcule du volume d'un cône de révolution.
rayon = diamètre : 2 = 8 cm : 2 = 4 cm.
Volume : $\frac{\pi\times r^2\times h}{3} = \frac{\pi\times4^2\times12}{3} = 64\,\pi$ cm³.
Donc le volume du cône est **64 π cm³**.

8 Aire exacte d'une sphère .
$A = 4 \times \pi \times R^2 = 4 \times \pi \times 6{,}2^2$
$A = 153{,}76\pi$ cm² valeur exacte
$A \approx 483$ cm² valeur arrondie au cm².

9 Volume exact d'une boule.
$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 9^3$
$V = 972\pi$ cm³ valeur exacte
$V \approx 3\,053{,}628$ cm³, soit 3 054 628 mm³ valeur arrondie au mm³.

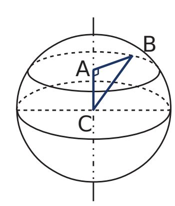
10 Section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête.
a. La face ABFE est un rectangle de dimensions AB = 5 cm et EA = 8 cm.
La section AFGD est un rectangle de dimensions AD = 6 cm et AF qui est la longueur de la diagonale du rectangle ABFE. (Il suffit donc d'utiliser le compas pour reporter la longueur obtenue dans la première figure.)
b. La section AFGD est parallèle à l'arête [EH] donc AFGD est un rectangle de dimensions AD = 6 cm et AF.
La face ABFE du pavé droit est un rectangle donc le triangle AFE est rectangle en E.
D'après le théorème de Pythagore :
$AF^2 = AE^2 + EF^2$ soit
$AF^2 = 8^2 + 5^2 = 81 + 25 = 106$. D'où $AF = \sqrt{106}$.
Les dimensions du rectangle AFGD sont 6 cm et $\sqrt{106}$ cm.
L'aire du rectangle AFGD est :
$AF \times AG = \sqrt{106} \times 6 \approx 61{,}8$ cm² (arrondi au dixième).

11 Section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe.
La largeur de la section est 8 cm, donc DC = 8 cm.
Dans le triangle ACD isocèle en A, la hauteur issue de A et la médiane issue de A sont confondues.
Donc [AB] est une médiane, d'où B est le milieu de [DC].
On en déduit que BC = 4 cm.
La distance entre l'axe et la section est 3 cm, donc AB = 3 cm.
Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :



$AC^2 = AB^2 + BC^2$ soit
$AC^2 = 3^2 + 4^2$.
$AC^2 = 9 + 16 = 25$ soit $AC = \sqrt{25} = 5$.
Le rayon de la base de ce cylindre est 5 cm.

12 Section d'une sphère par un plan
La section d'une sphère par un plan est **un cercle**.
On appelle C le centre de la sphère, A le centre de la section et B un point de la section.
Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$7^2 = AB^2 + 5^2$
$AB^2 = 49 - 25$
$AB^2 = 24$
$AB = \sqrt{24} \approx 4{,}9$ cm.
On trace un cercle de rayon 4,9 cm.



9782210106345-0MEP.indb 378 24/06/16 10:44

13 Volume réduit.

Le coefficient de réduction est $\frac{3}{4}$.

Le volume est donc multiplié par $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$.

$12{,}8 \times \frac{27}{64} = 5{,}4$.

Le volume de jus de fruit est donc de 5,4 cL.

14 Mihail et ses deux pyramides

Le coefficient de réduction est $\frac{1}{2}$.

Les aires sont donc multipliées par $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

La surface de papier n'est donc pas deux fois plus petite mais quatre fois plus petite.

Les volumes sont donc multipliés par $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Le volume de l'objet obtenu n'est donc pas deux fois plus petit mais huit fois plus petit.

15 La vitesse de propagation du son.
340 m/s = 0,340 km/s car 340 m = 0,340 km
1 h = 3 600 s donc :
$0{,}340 \times 3\,600 = 1\,224$
La vitesse de propagation du son dans l'air est donc de 1 224 km/h.

16 Masse volumique de l'air
La masse volumique de l'air vaut 1,2 kg·m^{-3}, ce qui signifie que 1 m^3 d'air a une masse de 1,2 kg.

Ainsi, $1{,}2\ \text{kg·m}^{-3} = \frac{1{,}2\ \text{kg}}{1\ \text{m}^3}$.

1,2 kg = 1 200 g et 1 m^3 = 1 000 000 cm^3 donc :

$1{,}2\ \text{kg·m}^{-3} = \frac{1\,200\ \text{g}}{1\,000\,000\ \text{cm}^3} = 0{,}001\,2\ \text{g·cm}^{-3}$

La masse volumique de l'air au niveau de la mer vaut donc 0,001 2 g·cm^{-3}.

17 Vitesse de rotation
20 000 tours/min signifie qu'en une minute, la partie rotative du moteur effectue 20 000 tours.
1 min = 60 s donc :

$20\,000\ \text{tours/min} = \frac{20\,000\ \text{tours}}{1\ \text{min}} = \frac{20\,000\ \text{tours}}{60\ \text{s}}$

≈ 333 tours/s

TEST D1

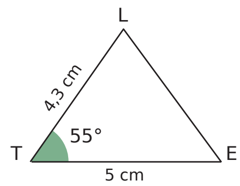
1 Vocabulaire
a. Les droites (AB) et (AD) semblent sécantes non perpendiculaires.
b. Les droites (AB) et (BC) semblent perpendiculaires.
c. Les droites (GE) et (FA) semblent parallèles.
d. Les droites (AB) et (CF) semblent parallèles.
e. Les droites (BC) et (GE) semblent sécantes non perpendiculaires .

2 Inégalités
Dans le triangle MLA :
ML < MA + AL, **LA < LM + MA** et **AM < AL + LM**.

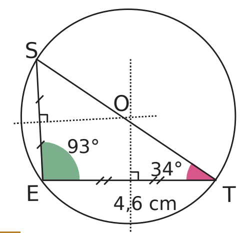
3 Constructible ?
3,4 + 3,7 = 7,1 et 7 < 7,1.
Donc le triangle THE est constructible.

4 Constructible ?
3 + 4 = 7 et 9 > 7.
Donc le triangle SEL n'est pas constructible.

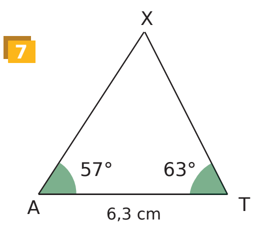
5 Échelle 1/2



6 Échelle 1/2



7



8 Constructible ?
$\widehat{DOG} + \widehat{OGD} + \widehat{GDO}$
$= 72° + 37° + 73° = 182°$
Or la somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180° donc le triangle DOG n'est pas constructible.

9 Mesure
La somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180°.
$\widehat{RAT} + \widehat{ATR} = 34° + 23° = 57°$.
Donc $\widehat{TRA} = 180° - 57° = 123°$.

10 Mesures dans un triangle isocèle
Le triangle EBC est isocèle en B donc $\widehat{BEC} = \widehat{BCE}$.
Alors $\widehat{BEC} = \widehat{BCE} = (180° - 107°)$ $\div 2 =$ **36,5°**.

11 Mesures dans un triangle équilatéral
Un triangle équilatéral ABC a trois angles de même mesure donc
$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 180° \div 3 =$ **60°**.

12 Alternes-internes ?
Oui, les angles $\widehat{yOx'}$ et $\widehat{xEz'}$ sont des angles alternes-internes déterminés par les droites (yy') et (zz') et la sécante (xx').

13 Paires d'angles
Les paires d'angles **alternes-internes** sont :
$\widehat{HOE}$ **et** $\widehat{TEO}$ ainsi que $\widehat{TOE}$ **et** $\widehat{LEO}$ déterminés par les droites (TH) et (TL) et la sécante (xx').

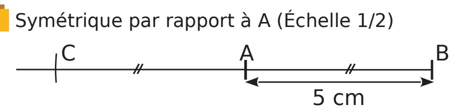
14 Droites parallèles ?
Cas n°1 : Les angles $\widehat{CUB}$ et $\widehat{CST}$ déterminés par les droites (AB) et (OT) et la sécante (CE) sont correspondants. Les angles $\widehat{CUB}$ et $\widehat{CST}$ ont la même mesure. **Donc les droites (AB) et (OT) sont parallèles.**

Cas n°2 : Les angles $\widehat{BUE}$ et $\widehat{CSO}$ déterminés par les droites (AB) et (OT) et la sécante (CE) sont alternes-internes. Si les droites (AB) et (OT) étaient parallèles alors les angles $\widehat{BUE}$ et $\widehat{CSO}$ seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas.
Donc les droites (AB) et (OT) ne sont pas parallèles.

15 Calcul de mesure
Les angles alternes-internes $\widehat{xRz'}$ et $\widehat{x'Rz'}$ sont adjacents et supplémentaires donc
$\widehat{x'Rz'} = 180° - 113° =$ **67°**.
Les angles $\widehat{uEx}$ et $\widehat{x'Rz'}$ sont déterminés par les droites (zz') et (uu') qui sont parallèles. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{uEx}$ mesure donc **67°**.

TEST D2

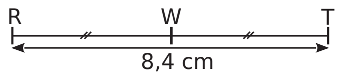
1 Symétrique par rapport à A (Échelle 1/2)



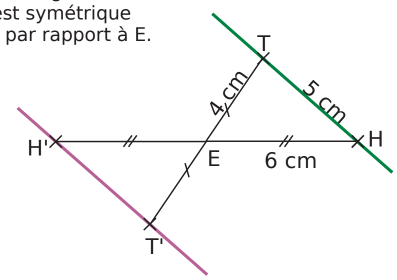
9782210106345-0MEP.indb 379 24/06/16 10:44

Tests corrigés

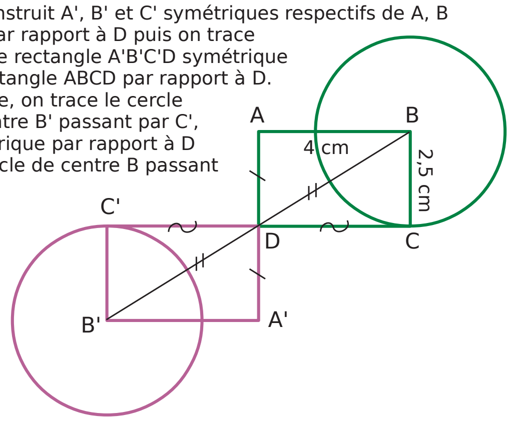
2 Symétrique par rapport à W (Échelle 1/2)
W est le milieu du segment [RT].



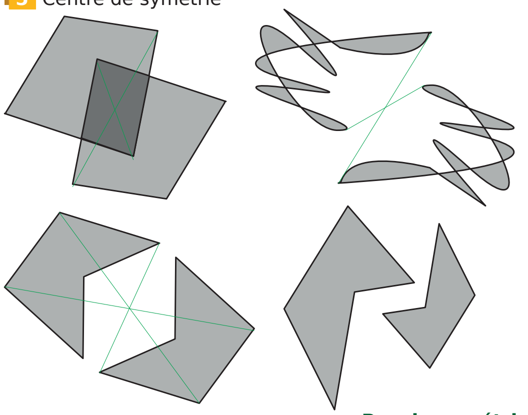
3 Construis un triangle THE (Échelle 1/3)
La droite (T'H') est symétrique de la droite (TH) par rapport à E.



4 Trace un rectangle ABCD (Échelle 1/2)
On construit A', B' et C' symétriques respectifs de A, B et C par rapport à D puis on trace alors le rectangle A'B'C'D symétrique du rectangle ABCD par rapport à D.
Ensuite, on trace le cercle de centre B' passant par C', symétrique par rapport à D du cercle de centre B passant par C.



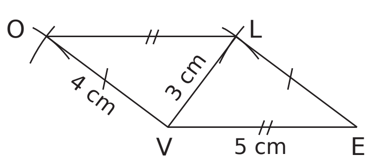
5 Centre de symétrie



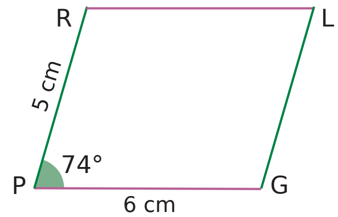
Pas de symétrie

Le centre de symétrie est le point d'intersection des segments verts .

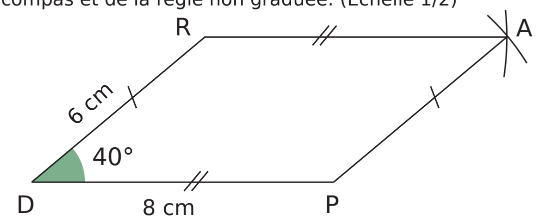
6 Construis le parallélogramme VOLE (construction au compas et à la règle (Échelle 1/2))
Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée.
Tout d'abord, on trace un triangle VEL, puis à l'aide du compas, on place le point O.



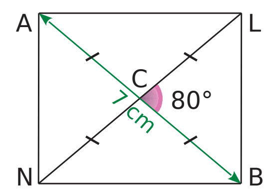
7 Construis le parallélogramme PRLG (en utilisant le parallélisme).
Les côtés de même couleur sont parallèles : utilisation de la règle et de l'équerre.
(Échelle 1/2)



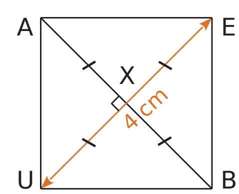
8 Construis le parallélogramme DRAP (en utilisant les longueurs).
Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée. (Échelle 1/2)



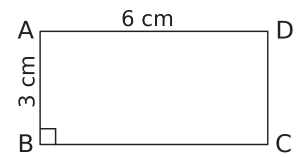
9 Construis un rectangle BLAN de centre C (Échelle 1/2).
Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu
donc CL = CB = CA = CN
= 7 ÷ 2 = 3,5 cm.
On trace le triangle isocèle BCL puis le rectangle BLAN.



10 Un carré BEAU de centre X.
BEAU est un carré, donc ses diagonales sont de même longueur, se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires, d'où :
XA = XB et $\widehat{AXU}$ = 90°.
AUX est un triangle ayant deux côtés de même longueur et un angle droit, c'est donc **un triangle rectangle isocèle en X**.

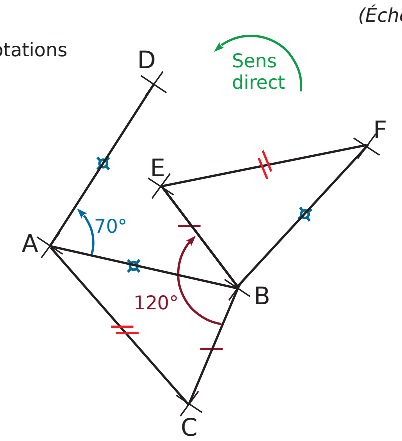


11 Parallélogramme ABCD
ABCD est un parallélogramme ayant un angle droit donc **ABCD est un rectangle**.



(Échelle 1/2)

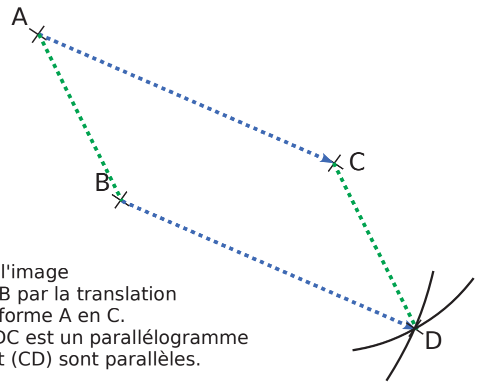
12 Rotations



9782210106345-0MEP.indb 380 24/06/16 10:44

13 Translation

a. figures ci-dessous.



b. D est l'image du point B par la translation qui transforme A en C. donc ABDC est un parallélogramme et (AB) et (CD) sont parallèles.

14 Triangles égaux.

a. Démontrer que BMA et CNA sont deux triangles égaux.
ABC est isocèle en A donc AB=AC
M est le milieu de [AC] donc AM=AC÷2
N est le milieu de [AB] donc AN=AB÷2
Donc AM=AN
De plus, A, M, C d'une part et A, N, B d'autre part sont alignés, donc $\widehat{NAC}$ et $\widehat{MAB}$ désigne le même angle.
Les triangles BMA et CNA ont un angle et ses deux côtés de même mesure, ils sont donc égaux.

b. Démontrer que BM=CN.
Ces deux triangles sont égaux, ils ont donc leurs trois côtés deux à deux de même mesure donc BM=CN

TEST D3

1 Racines carrées

$\sqrt{0} = 0$
$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{7{,}3^2} = 7{,}3$
$\sqrt{16} = 4$
$\sqrt{\pi} \times \sqrt{\pi} = \pi$

2 écriture décimale

$F = \sqrt{3} \approx 1{,}732$
$G = \dfrac{\sqrt{529}}{23} = \dfrac{23}{23} = 1$
$H = 5\sqrt{0{,}81} = 4{,}5$

3 Douze premiers carrés parfaits

$0^2 = 0$; $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$; $6^2 = 36$; $7^2 = 49$; $8^2 = 64$; $9^2 = 81$; $10^2 = 100$; $11^2 = 121$.

4 Longueur d'un côté d'un triangle rectangle

Le triangle TER est rectangle en T, son hypoténuse est le côté [ER].
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$ER^2 = ET^2 + TR^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$
$ER = \sqrt{52}$ m (valeur exacte)
$ER \approx$ **7,21 m** (valeur arrondie à 1 cm près)

5 Longueur d'un côté d'un triangle rectangle (bis)

Le triangle ARC est rectangle en A, son hypoténuse est le côté [RC].
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$RC^2 = RA^2 + AC^2$
$13^2 = 5^2 + AC^2$
$169 = 25 + AC^2$
$AC^2 = 169 - 25 = 144$
$AC = \sqrt{144}$ = **12 m**
La valeur obtenue est une valeur exacte car $12^2 = 144$.

6 Un triangle non rectangle

Dans le triangle DEF, le côté le plus long est [DF].
$DF^2 = 15^2 = 225$
$DE^2 + EF^2 = 11^2 + 13^2 = 121 + 169 = 290$
On constate que $DF^2 \neq DE^2 + EF^2$
Or si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, **le triangle DEF n'est pas rectangle**.

7 Démontre qu'un triangle est rectangle.

Dans le triangle XYZ, le côté le plus long est [YZ].
$YZ^2 = 40^2 = 1600$
$YX^2 + XZ^2 = 32^2 + 24^2 = 1024 + 576 = 1600$
On constate que $YZ^2 = YX^2 + XZ^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle XYZ est rectangle en X**.

8 Triangle rectangle

On écrit les données dans la même unité :
UV = 20 dm = 200 cm ; UW = 2,1 m = 210 cm
et VW = 290 cm.
Dans le triangle UVW, le côté le plus long est [VW].
$VW^2 = 290^2 = 84\,100$
$VU^2 + UW^2 = 200^2 + 210^2 = 40\,000 + 44\,100 = 84\,100$
On constate que $VW^2 = VU^2 + UW^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle UVW est rectangle en U**.

9 Angles et longueurs

Le triangle ENT est rectangle en E donc :

$\cos \widehat{TNE} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{TNE}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{NE}{NT}$;

$\sin \widehat{TNE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{TNE}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{ET}{NT}$;

$\tan \widehat{TNE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{TNE}}{\text{côté adjacent à } \widehat{TNE}} = \dfrac{ET}{NE}$.

10 Angles et longueurs (bis)

Le triangle NOE est rectangle en O donc :

$\dfrac{NO}{NE} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ONE}}{\text{hypoténuse}} = \cos \widehat{ONE}$

ou encore $\dfrac{NO}{NE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{NEO}}{\text{hypoténuse}} = \sin \widehat{NEO}$

$\dfrac{OE}{ON} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{EON}}{\text{côté adjacent à } \widehat{EON}} = \tan \widehat{ENO}$

$\dfrac{EO}{EN} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{NEO}}{\text{hypoténuse}} = \cos \widehat{NEO}$

ou encore $\dfrac{EO}{EN} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{ONE}}{\text{hypoténuse}} = \sin \widehat{ONE}$

$\dfrac{ON}{OE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{NEO}}{\text{côté adjacent à } \widehat{NEO}} = \tan \widehat{NEO}$

11 Calculer des longueurs

Dans le triangle NIV rectangle en N :
- [VN] est le côté opposé à l'angle $\widehat{VIN}$;
- [NI] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{VIN}$.

On utilise donc la tangente de l'angle $\widehat{VIN}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$\tan \widehat{VIN} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{VIN}}{\text{côté adjacent à } \widehat{VIN}} = \dfrac{VN}{NI}$ soit $NI = \dfrac{VN}{\tan \widehat{VIN}}$

$NI = \dfrac{4}{\tan 12°} \approx 18{,}82$ m (valeur arrondie au centimètre).

12 Calculer des longueurs (bis)

Dans le triangle AUE rectangle en U :
- [AE] est l'hypoténuse ;
- [UE] est le côté opposé à l'angle $\widehat{EAU}$.

On utilise donc le sinus de l'angle $\widehat{EAU}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$\sin \widehat{EAU} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{EAU}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{EU}{EA}$

$EU = EA \times \sin \widehat{EAU} = 10 \times \sin 19°$
$EU \approx 3{,}3$ cm (valeur arrondie au millimètre).

9782210106345-0MEP.indb 381 24/06/16 10:45

Tests corrigés

13 Calculer des longueurs (ter)
Dans le triangle VLR rectangle en V :
- [LR] est l'hypoténuse ;
- [VR] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{VRL}$.

On utilise donc le cosinus de l'angle $\widehat{VRL}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$\cos \widehat{VRL} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{VRL}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{RV}{RL}$

$RV = RL \times \cos \widehat{VRL} = 8{,}7 \times \cos 72°$
$RV \approx 2{,}7$ cm (valeur arrondie au millimètre).

14 Calculer la mesure d'un angle
Dans le triangle EXO rectangle en X :
- [OE] est l'hypoténuse ;
- [EX] est le côté opposé à l'angle $\widehat{EOX}$.

On utilise donc le sinus de l'angle $\widehat{EOX}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$\sin \widehat{EOX} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{EOX}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{EX}{EO} = \dfrac{3}{7}$

et donc $\widehat{EOX} = \sin^{-1}(3/7) \approx 25°$ (arrondi au degré).
Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires, donc :
$\widehat{XEO} = 90° - \widehat{EOX} \approx 90° - 25° \approx 65°$ (arrondi au degré).

15 Calculer la mesure d'un angle (bis)
Dans le triangle JUS rectangle en U :
a. [US] est le côté opposé à l'angle $\widehat{UJS}$;
b. [JU] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UJS}$.
On utilise donc la tangente de l'angle $\widehat{UJS}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$\tan \widehat{UJS} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{UJS}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UJS}} = \dfrac{US}{JU} = \dfrac{4{,}8}{6{,}4} = \dfrac{3}{4}$

et donc $\widehat{UJS} = \tan^{-1}\left(\dfrac{3}{4}\right) \approx 37°$ (arrondi au degré).

TEST D4

1 Calcul de longueurs
On sait que dans le triangle DST :
E est un point de [DS], F un point de [DT] et les droites (EF) et (ST) sont parallèles.
D'après la propriété de proportionnalité des longueurs : $\dfrac{DE}{DS} = \dfrac{DF}{DT} = \dfrac{EF}{ST}$ soit, en remplaçant par les longueurs connues : $\dfrac{DE}{6{,}3} = \dfrac{1{,}8}{DT} = \dfrac{2{,}9}{8{,}7}$.

En utilisant l'égalité $\dfrac{1{,}8}{DT} = \dfrac{2{,}9}{8{,}7}$, on obtient

$DT = \dfrac{1{,}8 \times 8{,}7}{2{,}9}$ soit **DT = 5,4 cm**.

De même, l'égalité $\dfrac{DE}{6{,}3} = \dfrac{2{,}9}{8{,}7}$ aboutit à

$DE = 6{,}3 \times \dfrac{2{,}9}{8{,}7}$ soit **DE = 2,1 cm**.

2 Calculer une longueur
Les droites (SM) et (HT) sont sécantes en A.
Les droites (MT) et (SH) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{AM}{AS} = \dfrac{AT}{AH} = \dfrac{MT}{SH}$ $\dfrac{AT}{AH} = \dfrac{MT}{SH}$ soit $\dfrac{3}{10} = \dfrac{x}{17{,}5}$

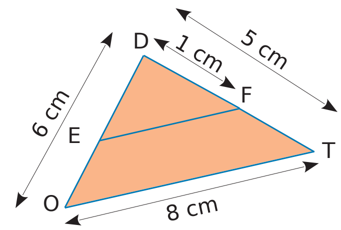
soit $10 \times x = 3 \times 17{,}5$ $x = \dfrac{3 \times 17{,}5}{10} = 5{,}25$

Les droites (RK) et (OS) sont sécantes en C.
Les droites (RO) et (SK) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{CR}{CK} = \dfrac{CO}{CS} = \dfrac{RO}{SK}$ $\dfrac{CR}{CK} = \dfrac{CO}{CS}$ soit $\dfrac{3}{7} = \dfrac{y}{10{,}5}$

soit $7 \times y = 3 \times 10{,}5$ $y = \dfrac{3 \times 10{,}5}{7} = 4{,}5$

On ne peut pas calculer z car on ne sait pas si les droites (OH) et (IK) sont parallèles.

3 Calculer une longueur (bis)
Les droites (OE) et (TF) sont sécantes en D.
Les droites (OT) et (EF) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{DE}{DO} = \dfrac{DF}{DT} = \dfrac{EF}{OT}$,
soit $\dfrac{DE}{6} = \dfrac{1}{5} = \dfrac{EF}{8}$.



$5 \times DE = 1 \times 6$
$DE = \dfrac{1 \times 6}{5} = 1{,}2$ cm

$5 \times EF = 1 \times 8$
$EF = \dfrac{1 \times 8}{5} = 1{,}6$ cm

4 Montrer que deux droites sont parallèles
a. Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.
D'une part, $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{3}{3+5} = \dfrac{3}{8} = 0{,}375$.

D'autre part, $\dfrac{AC}{AN} = \dfrac{6{,}75}{6{,}75 + 11{,}25} = \dfrac{6{,}75}{18} = 0{,}375$.

On constate que $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN}$. De plus les point A, B, M d'une part et les points A, C, N d'autre part sont alignés et dans le même ordre. Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

b. Les droites (LM) et (NT) sont sécantes en J.
D'une part, $\dfrac{JL}{JM} = \dfrac{3{,}15}{7} = 0{,}45$.

D'autre part, $\dfrac{JN}{JT} = \dfrac{9}{20} = 0{,}45$.

On constate que $\dfrac{JL}{JM} = \dfrac{JN}{JT}$. De plus, les points L, J, M d'une part et les points N, J, T d'autre part sont alignés et dans le même ordre. Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (LN) et (TM) sont parallèles.

5 Dimensions d'un triangle.
Le triangle BEC étant une réduction de rapport 0,75 du triangle TOP, il suffit de multiplier la dimension des côtés de TOP par 0,75 pour obtenir celles de BEC. On obtient donc que BEC a pour dimensions : **3,6 × 0,75 = 2,7 cm ; 5,2 × 0,75 = 3,9 cm ; 7,2 × 0,75 = 5,4 cm.**

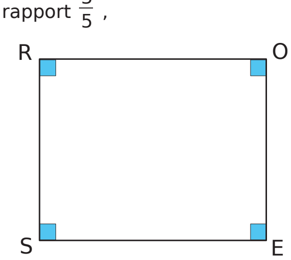
6 Dimensions d'un agrandissement.
Dans un agrandissement de rapport 2,5, il suffit de multiplier les longueurs par 2,5. L'agrandissement de PA aura pour mesure 3 × 2,5 = **7,5 cm**.

7 Nature d'une réduction.
Une réduction conserve la mesure des angles.
ROSE est une réduction du rectangle BLEU. Donc ROSE aura quatre angles droits.
ROSE sera donc aussi un rectangle.

Dans un agrandissement de rapport $\dfrac{3}{5}$, il suffit de multiplier les longueurs par $\dfrac{3}{5}$.
Donc les dimensions du rectangle ROSE sont :

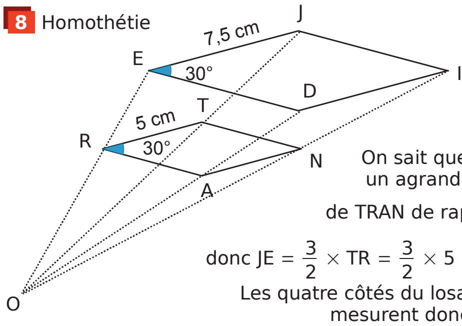
$RO = 5 \times \dfrac{3}{5}$ = **3 cm**

$OS = 4 \times \dfrac{3}{5}$ = **2,4 cm**



9782210106345-0MEP.indb 382 24/06/16 10:45

8 Homothétie



On sait que JEDI est un agrandissement de TRAN de rapport $\frac{3}{2}$,

donc $JE = \frac{3}{2} \times TR = \frac{3}{2} \times 5 = 7{,}5$ cm.

Les quatre côtés du losange JEDI mesurent donc 7,5 cm.

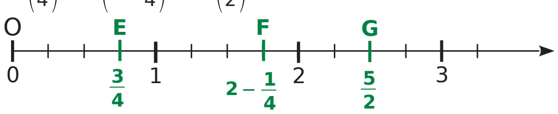
9 Triangles semblables

Dans ABC : $\widehat{ABC} = 70°$ et $\widehat{BAC} = 90°$ donc $\widehat{ACB} = 90\text{-}70 = 20°$.
Dans DEF : $\widehat{EDF} = 20°$ et $\widehat{DEF} = 90°$ donc $\widehat{EFD} = 90\text{-}20 = 70°$.
Les triangles ABC et DEF ont leurs angles deux à deux égaux, ils sont donc semblables.

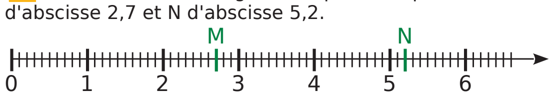
On a : $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{ED} = \frac{BC}{FD}$

TEST D5

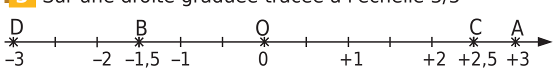
1 Sur une même demi-droite graduée, place les points $C\left(\frac{3}{4}\right)$; $D\left(2 - \frac{1}{4}\right)$ et $E\left(\frac{5}{2}\right)$.



2 Sur une demi-droite graduée, place les points M d'abscisse 2,7 et N d'abscisse 5,2.



3 Sur une droite graduée tracée à l'échelle 3/5

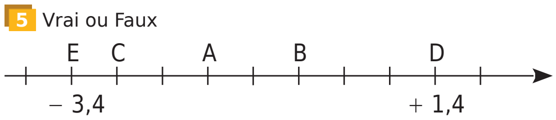


Les **abscisses** des points A et D sont **opposées** donc les **points** A et D sont **symétriques** par rapport à l'origine du repère.

4 Lecture d'abscisses

Les abscisses des points E, F, G, H et I sont respectivement : **– 2 ; 1,5 ; – 0,5 ; 3,5 et 2**.

5 Vrai ou Faux



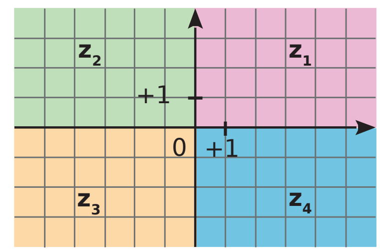
a. Il y a exactement quatre entiers relatifs compris entre les abscisses des points E et D. **FAUX**
b. Le point A a pour abscisse – 1,2. **FAUX**
c. L'abscisse de B est positive. **FAUX**
d. L'abscisse de C est – 2,8. **VRAI**
e. L'abscisse du milieu du segment [AB] est un nombre entier relatif positif. **FAUX**
f. Exactement deux points ont une abscisse positive. **FAUX**
g. L'origine de cet axe se situe entre les points B et D. **VRAI**
h. Le symétrique du point E par rapport au point d'abscisse – 1 est le point D. **VRAI**

6 Lecture d'abscisses

Les abscisses des points E, F, G, H et I sont respectivement : **– 0,6 ; 4,2 ; – 1,8 ; 1,2 et 2,4**.

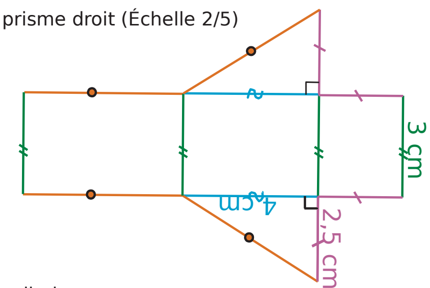
7 Signes de coordonnées

On note (x ; y) ces coordonnées :
Pour z_1 : $x>0$ et $y>0$
Pour z_2 : $x<0$ et $y>0$
Pour z_3 : $x<0$ et $y<0$
Pour z_4 : $x>0$ et $y<0$

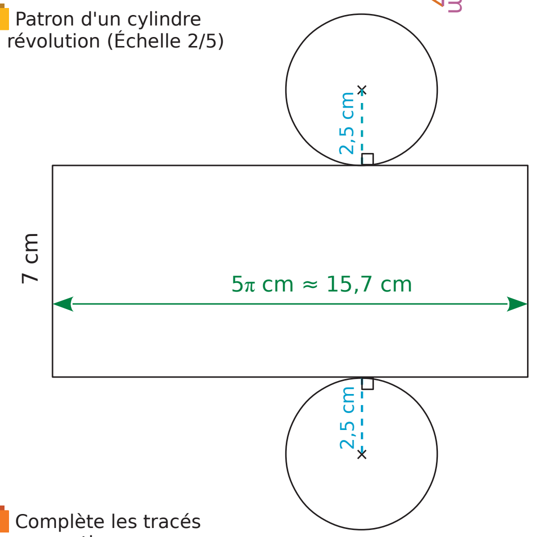


TEST D6

1 Patron d'un prisme droit (Échelle 2/5)

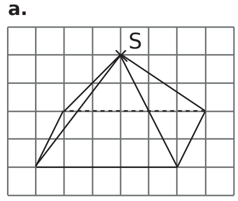


2 Patron d'un cylindre de révolution (Échelle 2/5)

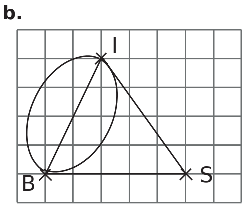


3 Complète les tracés en perspective.

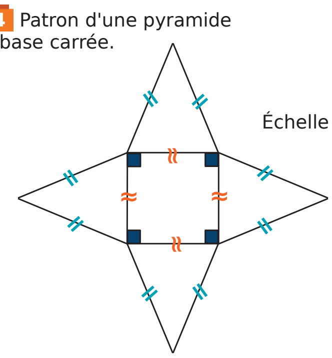
a.



b.



4 Patron d'une pyramide à base carrée.



9782210106345-0MEP.indb 383 24/06/16 10:45

ISBN : 978-2-210-10634-5

Dépôt légal : avril 2016 – N° éditeur :

Achevé d'imprimer :