

1 Montage et démontage de fonctions

1^{re} Partie : Montage

Véronique fait un « montage de fonctions » grâce à la suite d'instructions :
 « Prendre le nombre x , l'élever au carré, multiplier le résultat par 3, soustraire 5 et diviser le résultat par 4. » pour obtenir une fonction f .

Elle a noté le schéma suivant :

$$x \xrightarrow{\uparrow 2} x^2 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 \xrightarrow{- 5} 3x^2 - 5 \xrightarrow{\div 4} \frac{3x^2 - 5}{4}$$

Elle obtient finalement la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{3x^2 - 5}{4}$$

De même, Samir a obtenu la fonction g définie

par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{-x+6}}$ par le montage :

$$x \xrightarrow{(-)} -x \xrightarrow{+ 6} -x + 6 \xrightarrow{\sqrt{\dots}} \sqrt{-x + 6} \xrightarrow{1/\dots} \frac{1}{\sqrt{-x + 6}}$$

Ce qui correspond aux instructions :

« Prendre le nombre x , prendre son opposé, ajouter 6, prendre la racine carrée, prendre l'inverse. ».

a. Écris l'expression de la fonction résultant de chacun des deux montages suivants :

$$x \xrightarrow{\uparrow 2} \dots \xrightarrow{\times (-3)} \dots \xrightarrow{+ 4} \dots$$

« Prendre le nombre x , l'élever au carré, prendre l'opposé du résultat, diviser par 4, prendre l'inverse ».

b. Quel est le montage qui correspond aux fonctions définies ci-dessous ?

$$f(x) = \frac{1}{3\left(\frac{1}{x} - 5\right)} \text{ et } g(x) = \sqrt{8 - x^2}$$

2^e Partie : Démontage

Regroupez-vous par deux.

Chaque élève écrit sur une feuille quatre montages de fonctions : deux avec des instructions en toutes lettres et deux grâce à un schéma.

Dans chaque groupe, échangez alors vos feuilles et devinez quelles fonctions ont été montées par votre camarade. Enfin, échangez à nouveau pour vérifier entre vous.

3^e Partie : Devinette de fonctions

En salle informatique, regroupez-vous par quatre autour d'un ordinateur.

Deux élèves jouent le rôle des « **inventeurs de fonction** » : écrivez sur une feuille l'expression d'une fonction simple qui est obtenue par un montage en deux étapes et programmez ensuite un tableur pour pouvoir donner la valeur d'images de nombres par cette fonction.

Les deux autres élèves sont les « **chercheurs de fonction** » : vous devez deviner quelle est cette fonction. Pour cela, vous pouvez soit demander quelle est l'image d'un nombre de votre choix, soit proposer une fonction.

Une fois la fonction devinée, échangez les rôles.

Le groupe qui gagne est celui qui a « deviné » la fonction en posant le moins de questions.

2 Résolution graphique d'équations

1^{re} Partie : Omar Khayyam

Recherchez des renseignements à propos d'Omar Khayyam (quand et où a-t-il vécu, qu'a-t-il fait,...).

Préparez un document pour présenter le résultat de vos recherches à vos camarades.

Omar Khayyam proposa des résolutions géométriques des équations du second degré. Dans la suite, nous allons aussi résoudre certaines équations de manière graphique.

2^e Partie : Un exemple

On veut résoudre graphiquement l'équation $x^2 - 1,5x - 7 = 0$. Justifiez que résoudre cette équation revient à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ avec $f(x) = x^2$ et $g(x) = 1,5x + 7$.

a. Dans un même repère orthogonal, tracez les représentations graphiques de ces deux fonctions.

b. Lisez les abscisses des points d'intersection et justifiez que ce sont des solutions (éventuellement approchées) de l'équation initiale.

3^e Partie : Inventons une équation

c. Par groupe de quatre élèves, choisissez deux nombres entiers entre -10 et 10 et inventez une équation ayant ces deux nombres comme solutions (idée : produits nuls...).
 Présentez cette équation sous forme réduite.

d. Échangez entre différents groupes vos équations et essayez de les résoudre en utilisant la méthode vue précédemment.

e. Vérifiez ensuite entre groupes si les résultats sont corrects.