

Étude « théorique » d'un système

1^{re} Partie : Les bonnes formules

On considère un système de deux équations à deux inconnues x et y de façon théorique. Ici, les coefficients qui composent le système sont aussi inconnus et non nuls. On les remplace par

les lettres a, b, c, d, e et f :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

a. Dans le groupe, composez deux équipes.

La première équipe doit déterminer par quels nombres il faut multiplier les équations pour éliminer x .

La deuxième équipe doit déterminer par quels nombres il faut multiplier les équations pour éliminer y .

Les deux équipes mettent en commun leurs travaux et vérifient leurs réponses.

b. En utilisant les résultats trouvés dans la question **a.**, déterminez une « formule » permettant d'exprimer x à l'aide des coefficients a, b, c, d, e et f .

c. Déterminez de même une « formule » permettant d'exprimer y à l'aide des coefficients a, b, c, d, e et f .

2^e Partie : Test des formules sur un exemple

Soit le système $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$.

d. Résolvez le système précédent en utilisant la méthode de votre choix. Comparez vos résultats.

e. En remplaçant les coefficients a, b, c, d, e et f par les nombres qui conviennent dans les « formules » trouvées dans la **1^{re} Partie**, vérifiez que vous obtenez les bonnes valeurs pour x et pour y . (Si ce n'est pas le cas, il faut revoir les « formules » de la **1^{re} Partie**.)

3^e Partie : Cas particuliers

f. Les opérations faites pour déterminer x et y avec les « formules » sont-elles toujours possibles ? Sinon, dans quel(s) cas y a-t-il un problème ?

g. Déterminez deux systèmes vérifiant l'un de ces cas : le premier avec $c = f$ et le second avec $c \neq f$.

h. Chaque membre du groupe résout les deux systèmes en utilisant la méthode de son choix.

i. Que constatez-vous pour chacun des cas ?

4^e Partie : Avec un tableur

Vous allez programmer une feuille de calcul permettant de déterminer les solutions d'un système de deux équations à deux inconnues, en vous aidant des résultats précédents.

j. Dans un tableur, programmez une feuille de calcul comme celle ci-dessous.

| | A | B | C | D | E | F | G |
|----------|-------|-----|---|-----|-----|---|-----|
| 1 | a | x | + | b | y | = | c |
| 2 | d | x | + | e | y | = | f |
| 3 | | | | | | | |
| 4 | $x =$ | | | | | | |
| 5 | $y =$ | | | | | | |

k. Quelle formule devez-vous inscrire dans la cellule **B4** si vous voulez y faire apparaître la valeur de x ? Programmez cette formule.

l. Quelle formule devez-vous inscrire dans la cellule **B5** si vous voulez y faire apparaître la valeur de y ? Programmez cette formule.

Il faut maintenant tester si les formules que vous avez programmées sont bonnes. Pour cela, on utilise le système que vous avez résolu dans la question **d.**

m. Dans la feuille de calcul, remplacez chaque coefficient par les nombres qui conviennent. Les résultats obtenus correspondent-ils à ceux que vous avez trouvés à la question **d.** ?

n. Testez un système de votre composition.

o. Échangez ensuite ce système avec celui d'un autre groupe afin de vérifier que votre feuille de calcul donne le bon résultat.

p. Que se passe-t-il lorsque vous utilisez votre feuille de calcul avec les systèmes trouvés dans la question **g.** ?

q. En utilisant votre feuille de calcul, résolvez le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 6 \\ 6x - 9y = -5 \end{cases}$$

r. Que remarquez-vous ?

s. Chaque membre du groupe résout le système de la question **q.** avec la méthode de son choix.

t. Vérifiez vos résultats afin de déterminer la solution du système.

u. Quelle limite pouvez-vous établir à la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues à l'aide d'un tableur ?