

1 Table des PGCD

Le but de ce travail en groupe est de construire une table des PGCD puis de mettre en évidence, à l'aide de cette table, certaines propriétés du PGCD.

Une table des PGCD est comparable à une table de multiplication, à la différence que pour une case donnée la valeur contenue est le PGCD des deux nombres considérés et pas leur produit.

Voilà un exemple de table des PGCD :

PGCD ($a ; b$)		valeur de a				
		1	2	3	4	5
valeur de b	1	1	1	1	1	1
	2	1	2	1	2	1
	3	1	1	3	1	1
	4	1	2	1	4	1
	5	1	1	1	1	5

La case grisée contient le nombre 2 car 2 est le PGCD de 4 et 2.

1^{re} Partie : Construction d'une table des PGCD

a. Dans la table précédente, les valeurs de a et de b sont comprises entre 1 et 5. Sur une feuille, chacun d'entre vous construit un tableau suffisamment grand pour que a et b puissent être compris entre 1 et 20. Puis, chacun complète le tableau pour a et b compris entre 1 et 10.

b. Dans le groupe, mettez en commun vos résultats et corrigez ensemble s'il y a des erreurs puis terminez de compléter la table.

2^e Partie : Quelques propriétés du PGCD

c. On remarque que la première ligne ne comporte que des 1. Expliquez pourquoi.

d. En observant la table, trouvez d'autres régularités et rédigez une explication pour chacune d'elles.

3^e Partie : Mise en commun

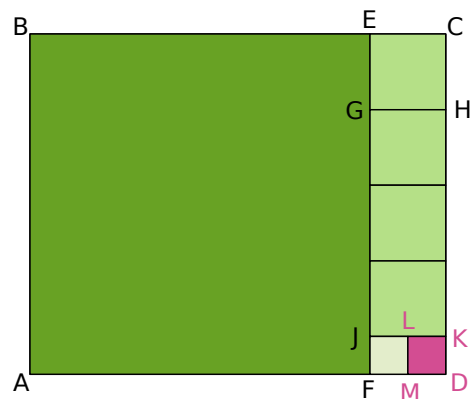
Chaque groupe désigne un rapporteur qui présente à la classe les propriétés trouvées et les explications correspondantes.

2 Méthode géométrique de calcul du PGCD

1^{re} Partie : Découverte de la méthode

Dans cette partie, nous allons illustrer le calcul du PGCD de 18 et 22 par une figure géométrique.

On commence par construire un rectangle ABCD tel que $AB = 18$ et $BC = 22$. On construit ensuite le carré ABEF. Dans la surface restante, le rectangle ECDF, on peut placer quatre carrés de côté EC. On construit ensuite le carré JLMF et on constate que la surface restante est l'intérieur d'un carré : LKDM.



a. Chaque membre du groupe reproduit cette figure en choisissant un carreau ou 1 cm comme unité.

b. Chaque membre calcule, par la méthode des soustractions successives, le PGCD de 18 et 22.

c. Quels nombres, apparaissant dans la méthode des soustractions successives, correspondent à des longueurs sur la figure ?

d. À quelle longueur correspond le PGCD de 18 et 22 ?

2^e Partie : Quelques autres exemples

e. Chaque membre détermine le PGCD de 12 et 45 par la méthode géométrique (sur une feuille à petits carreaux).

f. Chaque membre vérifie son résultat en calculant le PGCD de 12 et 45 par la méthode des soustractions successives.

g. Chaque membre choisit un nombre entre 10 et 20 et un autre nombre entre 40 et 50. Il donne ses deux nombres à son voisin de droite qui doit déterminer leur PGCD par la méthode géométrique (sur une feuille à petits carreaux).

h. Chaque membre prend ensuite la figure de son voisin de gauche et vérifie que la figure est correcte en calculant le PGCD des deux nombres par la méthode des soustractions successives.