Travailler en groupe

1 *Formules d'Al-Kashi*

1re Partie : Un peu de recherche

a. Recherchez dans un dictionnaire, une encyclopédie ou sur Internet, des informations sur les mathématiciens Al-Kashi et Pythagore.

b. Al-Kashi est célèbre pour les formules suivantes qui portent son nom.

> « Dans un triangle ABC, on a
> $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos \widehat{BAC}$,
> $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times \cos \widehat{ABC}$,
> $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \times AC \times BC \times \cos \widehat{ACB}$. »

Expliquez pourquoi chacune de ces formules porte aussi le nom de « théorème de Pythagore généralisé ».

c. Préparez avec ces informations un panneau ou un diaporama.

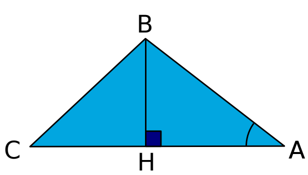
2e Partie : Quelques tests

a. Chaque membre du groupe construit un triangle ABC tel que AB = 6 cm et AC = 5 cm. Pour le premier, $\widehat{BAC} = 45°$; pour le deuxième, $\widehat{BAC} = 60°$ et pour le troisième, $\widehat{BAC} = 30°$.

b. À l'aide des formules d'Al-Kashi et des valeurs remarquables de cos 30° ; cos 45° et cos 60°, calculez la valeur exacte de BC dans chacun des trois triangles.
Calculez ensuite les valeurs arrondies au centième de chacun des résultats.

3e Partie : Démonstration

Sur la figure ci-dessous, [BH] est la hauteur issue de B dans le triangle ABC.



a. Pourquoi peut-on utiliser les formules de trigonométrie dans les triangles ABH et BCH ?

b. Calculez HA en fonction de l'angle $\widehat{BAC}$ et de AB.

c. Déduisez-en une expression de CH en fonction de l'angle $\widehat{BAC}$, de AB et de AC.

d. En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABH, calculez une expression de BH^2.

e. En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle BCH, calculez une expression de BC^2.

f. En utilisant les identités remarquables, réduisez l'expression de BC^2 et retrouvez la première formule d'Al-Kashi (donnée dans la première partie).

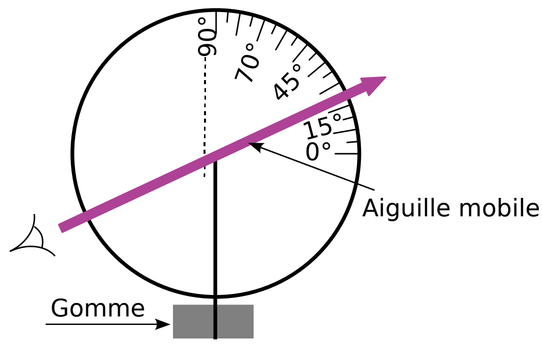
2 *Triangulation*

1re Partie : Fabrication d'un viseur

a. Dans une feuille de carton rigide, découpez un disque de rayon 10 cm.

b. En son centre, avec une attache parisienne, fixez une aiguille plus longue que le diamètre du cercle et un fil au bout duquel vous nouerez une petite gomme.

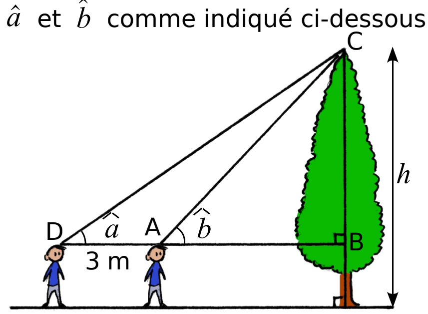
c. Sur un quart du cercle, graduez tous les degrés (Inspirez vous du modèle ci-dessous.). Tracez un diamètre au niveau de la graduation 90°. (Il servira à positionner le viseur verticalement au moment de prendre des mesures sur le terrain.)



2e Partie : Sur le terrain

a. Choisissez un objet à mesurer (clocher, arbre...). Munissez-vous du viseur et d'un mètre.

b. À l'aide du viseur, prenez les deux mesures d'angles $\hat{a}$ et $\hat{b}$ comme indiqué ci-dessous.



3e Partie : Interprétation des observations

a. Dans le triangle ABC, exprimez la longueur AB en fonction de BC et de $\hat{b}$. Déduisez-en la longueur DB en fonction de BC et de $\hat{b}$.

b. Dans le triangle BCD, exprimez tan $\hat{a}$.
Vous venez d'obtenir une équation d'inconnue BC. Résolvez cette équation.

c. Utilisez les données obtenues avec le viseur pour calculer la longueur BC.
Déduisez-en une valeur approchée de la hauteur h.