

Méthode 1 : Reconnaître des écritures fractionnaires égales

À connaître

Un quotient ne change pas quand on **multiplie** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre** non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \text{ où } a, b \text{ et } k \text{ sont des nombres, avec } b \neq 0 \text{ et } k \neq 0.$$

Exemple 1 : Montre que $\frac{5}{7}$ et $\frac{40}{56}$ représentent un même nombre.

On sait que $5 \times 8 = 40$ et que $7 \times 8 = 56$.

En multipliant le numérateur et le dénominateur par le même nombre, on obtient

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 8}{7 \times 8} = \frac{40}{56}, \text{ ce qui signifie que } \frac{5}{7} \text{ et } \frac{40}{56} \text{ représentent le même nombre.}$$

Exemple 2 : Parmi $\frac{21}{27}$; $\frac{56}{81}$; $\frac{0,7}{0,9}$; $\frac{48}{63}$ et $\frac{23,1}{29,7}$, relève les nombres égaux à $\frac{7}{9}$.

$$\bullet \frac{7}{9} = \frac{7 \times 3}{9 \times 3} = \frac{21}{27} \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{21}{27}.$$

$$\bullet \frac{0,7}{0,9} = \frac{0,7 \times 10}{0,9 \times 10} = \frac{7}{9} \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{0,7}{0,9}.$$

$$\bullet \text{ On remarque que } 7 \times 8 = 56 \text{ et que } 9 \times 8 = 72 \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{7 \times 8}{9 \times 8} = \frac{56}{72} \text{ et } \frac{7}{9} \neq \frac{56}{81}.$$

$$\bullet \text{ On remarque que } 9 \times 7 = 63 \text{ et que } 7 \times 7 = 49 \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{7 \times 7}{9 \times 7} = \frac{49}{63} \text{ et } \frac{7}{9} \neq \frac{48}{63}.$$

$$\bullet \text{ On détermine le nombre qui multiplié par } 7 \text{ donne } 23,1. \text{ Ce nombre est } \frac{23,1}{7}.$$

En effectuant la division, on trouve $23,1 \div 7 = 3,3$.

$$\text{Or } 9 \times 3,3 = 29,7 \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{7 \times 3,3}{9 \times 3,3} = \frac{23,1}{29,7}.$$

Les écritures fractionnaires de la liste égales à $\frac{7}{9}$ sont donc $\frac{21}{27}$; $\frac{0,7}{0,9}$; $\frac{23,1}{29,7}$.

Exemple 3 : Trouve une fraction plus simple égale à $\frac{48}{60}$.

On utilise les critères de divisibilité connus et les tables de multiplication.

• Le chiffre des unités de 48 est 8 et celui de 60 est 0 donc 48 et 60 sont divisibles par 2. Ainsi $\frac{48}{60} = \frac{2 \times 24}{2 \times 30} = \frac{24}{30}$. (On dit qu'on a **simplifié** la fraction $\frac{48}{60}$ par 2.)

• On remarque que 24 et 30 sont des multiples de 6. On peut donc encore simplifier la fraction par 6. Ainsi $\frac{24}{30} = \frac{6 \times 4}{6 \times 5} = \frac{4}{5}$.

Une fraction plus "simple" égale à $\frac{48}{60}$ est donc par exemple $\frac{24}{30}$ ou encore $\frac{4}{5}$.

$\frac{4}{5}$ n'est plus simplifiable. C'est la fraction la plus simple égale à $\frac{48}{60}$.

Exercices « À toi de jouer »

1 Parmi les nombres $\frac{45}{27}$; $\frac{0,05}{0,03}$; $\frac{54}{33}$; $\frac{90}{54}$ et $\frac{40}{25}$, relève ceux qui sont égaux à $\frac{5}{3}$.

2 Trouve une fraction égale à chaque fraction de la liste : $\frac{40}{90}$; $\frac{18}{72}$; $\frac{16}{24}$ et $\frac{125}{75}$.

Méthode 2 : Prendre une fraction d'une quantité

À connaître

Pour multiplier un nombre décimal a par une fraction $\frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$),

- on calcule le quotient $b \div c$ puis on multiplie le résultat par a ;
- ou on calcule le produit $a \times b$ puis on divise le résultat par c ;
- ou on calcule le quotient $a \div c$ puis on multiplie le résultat par b .

Remarque : Peu importe la méthode, on divise toujours par le dénominateur de la fraction.

Exemple 1 : Calcule $45 \times \frac{4}{5}$.

- $45 \times \left(\frac{4}{5}\right) = 45 \times (4 \div 5) = 45 \times 0,8 = 36$
- ou $45 \times \frac{4}{5} = \frac{45 \times 4}{5} = \frac{180}{5} = 36$
- ou $45 \times \frac{4}{5} = \frac{45}{5} \times 4 = 9 \times 4 = 36$

Remarque : La dernière méthode semble ici plus rapide car les calculs peuvent se faire aisément de tête.

À connaître

Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier la fraction par la quantité.

Exemple 2 : Amélie a dépensé les cinq septièmes de ses économies qui s'élevaient à 14,70 €. Calcule le montant de sa dépense.

Calculer les cinq septièmes de 14,7, c'est multiplier $\frac{5}{7}$ par 14,7.

$$\frac{5}{7} \times 14,7 = \frac{14,7}{7} \times 5 = 2,1 \times 5 = 10,5. \text{ (C'est ici la méthode la plus simple.)}$$

Amélie a donc dépensé 10,50 €.

Exemple 3 : 36 % des 425 élèves d'un collège sont externes. Combien d'élèves de ce collège sont externes ?

Prendre 36 % de 425, c'est multiplier $\frac{36}{100}$ par 425.

$$\frac{36}{100} \times 425 = \frac{36 \times 425}{100} = \frac{15\,300}{100} = 153.$$

Il y a donc 153 élèves externes dans ce collège.

Exercices « À toi de jouer »

3 Calcule. a. $5,6 \times \frac{10}{7}$ b. $45 \times \frac{9}{5}$ c. $4,6 \times \frac{18}{9}$

4 Les deux tiers des 60 salariés d'une entreprise sont des ouvriers, un quart sont des techniciens et les autres sont des cadres. Détermine le nombre de salariés dans chacune des catégories.

5 Lundi, sur 23 kg de raisin récoltés, le vigneron a dû en jeter 12 %. Quelle masse de raisin a-t-il jetée lundi ?