

Méthode 1 : Utiliser la définition du quotient

À connaître

La **fraction** $\frac{a}{b}$ est le quotient de l'entier a par l'entier b (avec $b \neq 0$), c'est-à-dire le **nombre** qui multiplié par b donne a . Ainsi : $\frac{a}{b} = a \div b$ et $b \times \frac{a}{b} = a$.

Exemple 1 : Trouve le facteur manquant dans $4 \times \dots = 5$.

Le nombre qui multiplié par 4 donne 5 est $\frac{5}{4}$. C'est le quotient de 5 par 4 : on peut en chercher une écriture décimale en effectuant la division de 5 par 4.

$$\begin{array}{r} 5 \\ 10 \\ 20 \\ 0 \end{array} \left| \begin{array}{r} 4 \\ \hline 1,25 \end{array} \right. \longrightarrow$$

On partage 5 unités en 4 ; le quotient comportera 1 unité.

Il reste 1 unité, soit 10 dixièmes, à partager en 4 ; le quotient comportera 2 dixièmes.

Il reste 2 dixièmes, soit 20 centièmes, à partager en 4 ; le quotient comportera 5 centièmes.

Ainsi $5 \div 4 = 1,25$.

Finalement, $5 \div 4 = \frac{5}{4} = 1,25$ et $4 \times \frac{5}{4} = 5$ ou $4 \times 1,25 = 5$.

Exemple 2 : Trouve le facteur manquant dans $9 \times \dots = 7$.

Le nombre qui multiplié par 9 donne 7 est $\frac{7}{9}$. C'est le quotient de 7 par 9 : on peut en chercher une écriture décimale en effectuant la division de 7 par 9.

$$\begin{array}{r} 7 \\ 70 \\ 70 \\ 7 \end{array} \left| \begin{array}{r} 9 \\ \hline 0,77 \end{array} \right. \longrightarrow$$

On doit partager 7 unités en 9, on obtient 0 unité ; le quotient ne comportera pas d'unité.

Il reste 7 unités, soit 70 dixièmes, à partager en 9.

$7 \times 9 < 70 < 8 \times 9$ donc le quotient comportera 7 dixièmes.

$70 = 7 \times 9 + 7$ donc il reste 7 dixièmes, soit 70 centièmes, à partager en 9 ; le quotient comportera 7 centièmes.

Il reste une nouvelle fois 7 centièmes à partager...

La division ne « s'arrête » pas : le quotient de 7 par 9 n'a pas d'écriture décimale exacte, on ne peut en donner que des valeurs décimales approchées. Par exemple, 0,77 est une valeur approchée par défaut au centième près de ce quotient.

La valeur exacte de ce quotient ne peut donc être donnée que sous la forme d'une écriture fractionnaire : $7 \div 9 = \frac{7}{9}$.

$\frac{7}{9}$ est donc le facteur manquant dans $9 \times \dots = 7$. Ainsi, $9 \times \frac{7}{9} = 7$. (On peut aussi le vérifier avec le calcul suivant : $9 \times \frac{7}{9} = 9 \times 7 \times \frac{1}{9} = 7 \times 9 \times \frac{1}{9} = 7 \times \frac{9}{9} = 7 \times 1 = 7$.)

Remarque : Effectuer une multiplication « n'agrandit pas » toujours le résultat. Ici, en multipliant 9 par $\frac{7}{9}$, on obtient un produit inférieur à 9.

Exemple 3 : Théo a acheté 27 L de peinture pour un montant total de 104 €. Quel est le prix d'un litre de cette peinture ? Tu donneras une valeur approchée au centime près.

$$\begin{array}{r}
 104 \\
 - 81 \\
 \hline
 230 \\
 - 216 \\
 \hline
 140 \\
 - 135 \\
 \hline
 050 \\
 - 27 \\
 \hline
 023
 \end{array}
 \quad \left| \quad \begin{array}{r}
 27 \\
 \hline
 3,851
 \end{array} \longrightarrow$$

On effectue la division de 104 par 27 de la même façon que dans les exemples précédents.

Le quotient de 104 par 27 n'a pas d'écriture décimale exacte. (On retrouve comme reste 23 et donc à nouveau les mêmes décimales 8, 5 et 1 dans le quotient si on poursuit la division.) 3,85 est une valeur approchée par défaut au centième près de ce quotient.

La valeur exacte de ce quotient ne peut être donnée que sous la forme d'une écriture fractionnaire : $104 \div 27 = \frac{104}{27}$.

Le prix d'un litre de peinture est $\frac{104}{27}$ € ; une valeur approchée au centime près est 3,85 €.

Exercice « À toi de jouer »

1 Quel est le facteur manquant dans chacune des multiplications à trous suivantes ?

$7 \times \dots = 89 ;$

$8 \times \dots = 5 ;$

$2 \times \dots = 1 ;$

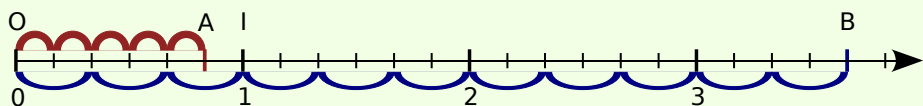
$5 \times \dots = 58.$

Méthode 2 : Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée

Exemple : Place sur une même demi-droite graduée les points A et B d'abscisses respectives $\frac{5}{6}$ et $\frac{11}{3}$.

On choisit une longueur unité OI que l'on partage en six parts égales. Chacune de ces parts correspond donc à $\frac{1}{6}$ de l'unité.

- Pour placer le point A, on utilise $\frac{5}{6} = 5 \times \frac{1}{6}$ et on reporte donc cinq **sixièmes** à partir du point O.



- Pour placer le point B, on remarque que deux parts correspondent à $\frac{1}{3}$ de l'unité et on utilise $\frac{11}{3} = 11 \times \frac{1}{3}$. On reporte donc 11 **tiers** à partir du point O.

On peut aussi utiliser le fait que $\frac{11}{3} = \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = 3 + \frac{2}{3}$ et donc reporter deux **tiers** après 3 pour placer le point B.

Exercice « À toi de jouer »

2 Sur une même demi-droite graduée, place les points E $\left(\frac{3}{4}\right)$; F $\left(2 - \frac{1}{4}\right)$ et G $\left(\frac{5}{2}\right)$.