Méthode 1 : Identifier une situation de proportionnalité

À connaître

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque l'une s'obtient en multipliant (ou en divisant) l'autre par un même nombre non nul.
Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**. Il peut être décimal ou fractionnaire.

Exemple : Le carburant pour un motoculteur est un mélange de super et d'huile où les doses d'huile et d'essence sont proportionnelles : il faut 2 doses d'huile pour 3 doses de super. Détermine le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir la dose de super en fonction de la dose d'huile.

Données du problème

Dose d'huile (en L)	2	...
Dose de super (en L)	3	...

$\times k$

Le nombre k vérifie : $2 \times k = 3$

Donc : $k = \dfrac{3}{2}$

k est le quotient de 3 par 2

Ainsi : $k = 1{,}5$

Le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir la dose de super en fonction de la dose d'huile est 1,5.

Remarque : Soit h le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir la dose d'huile en fonction de la dose de super :

Données du problème

Dose d'huile (en L)	2	...
Dose de super (en L)	3	...

$\times h$

Le nombre h vérifie : $3 \times h = 2$

Donc : $h = \dfrac{2}{3}$

h est le quotient de 2 par 3

Donc Dose d'huile $= \dfrac{2}{3} \times$ Dose de super

À connaître

Pour vérifier si **deux grandeurs** sont **proportionnelles**, on peut s'assurer qu'elles évoluent toutes les deux dans les mêmes proportions.

Exemple : Les tarifs des remontées mécaniques d'une station de ski sont les suivants : 25 € la journée, 45 € les deux jours et 120 € les 6 jours. Le prix à payer est-il proportionnel à la durée ?

Si le prix à payer était proportionnel à la durée, en payant 25 € la journée, on devrait payer le double pour deux jours, soit 50 € et 6 fois plus pour six jours, soit 150 €.

Comme ce n'est pas le cas, le prix à payer n'est pas proportionnel à la durée.

À toi de jouer

1 Un architecte réalise un plan en prenant 2 cm pour représenter 5 m en réalité. Par quel nombre faut-il multiplier les dimensions du plan en centimètres pour obtenir celles de la réalité en mètres ?

2 Un commerçant vend ses croissants à 0,65 € l'unité ou à 5,00 € le paquet de 10. Cette situation ne relève pas d'une situation de proportionnalité. Explique pourquoi.

Méthode 2 : Remplir un tableau de proportionnalité

Soit on utilise le coefficient de proportionnalité.

Exemple 1 : On reprend l'exercice du mélange huile/super pour le motoculteur. Quelle quantité de super faut-il rajouter si l'on verse d'abord 4,5 L d'huile ?

On a vu dans le paragraphe précédent : Dose de super = 1,5 × Dose d'huile

Dose d'huile (en L)	2	4,5
Dose de super (en L)	3	x

×**1,5**

On multiplie par le coefficient de proportionnalité et on obtient :

x = 4,5 × **1,5** = 6,75

À toi de jouer

3 Un skipper doit acheter plusieurs bouts. Il choisit un cordage à 3,50 € le mètre. Combien coûte un bout de 5 m ? De 3,5 m ? De 23 m ? De 36 m ?

4 Le pouvoir couvrant d'une peinture est de 5 L pour 15 m². Calcule les surfaces que l'on a recouvertes en utilisant 2 L, 13 L, 15 L et 32 L de cette peinture.

Soit on utilise des relations entre les différentes valeurs des grandeurs

On utilise cette méthode lorsque le coefficient de proportionnalité n'est pas un nombre décimal, ou pour simplifier les calculs.

Exemple 2 : La prime annuelle d'un vendeur est proportionnelle au montant des ventes qu'il a réalisées pendant l'année. Le directeur du magasin utilise le tableau suivant pour verser les primes à ses vendeurs.

Ventes (en €)	2 000	8 000		18 000	20 000	38 000
Primes (en €)		500	1 000	1 125	1 250	

Aide-le à compléter les cases colorées.

Les ventes sont divisées par 4 …

… donc les ventes doublent.

Les montants s'additionnent …

Ventes (en €)	2 000	8 000	**16 000**	18 000	20 000	38 000
Primes (en €)	**125**	500	1 000	1 125	1 250	**2 375**

… donc les primes sont divisées par 4.

La prime double …

… donc les primes s'additionnent.

À toi de jouer

5 Dans une recette, les quantités d'ingrédients sont proportionnelles au nombre de personnes qui mangent. Il faut 420 g de riz pour 6 personnes.

a. Quelle quantité de riz faut-il pour 2 personnes ? Pour 8 personnes ?

b. Combien de personnes pourrai-je nourrir avec 630 g de riz ? Et avec 2,1 kg de riz ?

6 Recopie puis complète les tableaux de proportionnalité suivants. Tu indiqueras la méthode que tu as choisie pour chacun des tableaux et pourquoi ?

a.

1		6	
3	12		51

b.

2,5	5		50
	6	18	

c.

1	2		3,5
	9	45	

Méthode 3 : Reconnaître un tableau de proportionnalité

À connaître

Un tableau de nombres relève d'une situation de proportionnalité si un même coefficient (non nul) multiplicateur s'applique dans **tout** le tableau. On parle alors de **coefficient de proportionnalité**.

Exemple : Ces tableaux de nombres sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

5	8	14	19	24
12	19,2	33,6	45,6	57,6

12	18	32	27	54
8	12	20	18	36

On a : $5 \times \mathbf{2,4} = 12$ (on obtient 2,4 en effectuant le quotient de 12 par 5) et on vérifie que cela convient pour les autres valeurs :

$8 \times \mathbf{2,4} = 19,2$ $\quad$ $14 \times \mathbf{2,4} = 33,6$

$19 \times \mathbf{2,4} = 45,6$ $\quad$ $24 \times \mathbf{2,4} = 57,6$

On obtient bien les valeurs du tableau, c'est un tableau de proportionnalité.

On calcule les quotients :

$\frac{12}{8} = 1,5$ $\quad$ $\frac{18}{12} = 1,5$ $\quad$ $\frac{\mathbf{32}}{\mathbf{20}} = 1,6$

On a trouvé un quotient différent des deux précédents, il est donc inutile de calculer les suivants. Ce n'est donc pas un tableau de proportionnalité.

À toi de jouer

7 Ces tableaux sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a.

3,4	7,5	9	11,6
6,8	15	18,9	23,2

b.

7	11	18	24
9,1	12,1	19,8	26,4

Méthode 4 : Résoudre des problèmes d'échelles

À connaître

Les dimensions sur un plan (ou sur une carte) sont proportionnelles aux dimensions réelles. **L'échelle** du plan (ou de la carte) est le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir les dimensions sur le plan en fonction des dimensions réelles.

Il s'exprime souvent sous forme fractionnaire : $\frac{\textit{dimensions sur le plan}}{\textit{dimensions réelles}}$.

(Les dimensions étant exprimées dans la même unité.)

Exemple : Sur une maquette à l'échelle 1/48, quelle est la taille réelle d'une pièce longue de 12 cm sur la maquette ? Et la taille sur la maquette d'une pièce de 7,2 m de long dans la réalité ?

L'échelle 1/48 s'interprète par : 1 cm sur le plan représente 48 cm dans la réalité. Cela se traduit aussi par le tableau de proportionnalité suivant :

Dimensions sur la maquette (en cm)	1	12	15
Dimensions réelles (en cm)	48	576	720

×48

On exprime toutes les données du problème en centimètres :

7,2 m = 720 cm

La taille réelle d'une pièce longue de 12 cm sur la maquette est 576 cm (ou 5,76 m).
La taille sur la maquette d'une pièce de 7,2 m de long dans la réalité est 15 cm.

À toi de jouer

8 Elies réalise le plan de sa chambre (rectangle de 5,5 m sur 3,8 m) à l'échelle 1/50. Calcule ses dimensions sur le plan.

Méthode 5 : Travailler avec un mouvement uniforme

À connaître

On peut exprimer une durée à l'aide de nombres décimaux ou de fractions de durées : $1 \text{ min} = \dfrac{1}{60}$ h et $1 \text{ s} = \dfrac{1}{60}$ min.

Exemple : Exprime en heure décimale les durées suivantes : 15 min et 90 min.

$15 \text{ min} = \dfrac{15}{60}$ h soit 0,25 h.

$90 \text{ min} = \dfrac{90}{60}$ h soit 1,5 h.

À connaître

Lorsqu'on se déplace à allure constante, on parle de **mouvement uniforme**.
Dans ce cas, la distance parcourue est proportionnelle à la durée.

Remarque : Le coefficient de proportionnalité est la vitesse.

Exemple : Un avion vole à allure constante et a parcouru 780 km en une heure. Quelle distance parcourra-t-il en 2 h ? en 1 h 30 min ?

Puisque l'avion vole à allure constante, le mouvement est uniforme. La distance parcourue est donc proportionnelle à la durée du vol. En 2 h, il couvrira ainsi une distance **deux fois** plus grande : 780 km **×** **2** = 1 560 km.

Puisque : 1 h 30 min = **1,5** h, l'avion parcourra : 780 km **×** **1,5** = 1 170 km.

À toi de jouer

9 Un véhicule automatisé d'une chaîne de production se déplace continuellement à la vitesse de 2 km par heure. Quelle distance parcourt-il en 2 h 15 min ? 6 h 50 min ? 12 min ? 42 min ?

Méthode 6 : Utiliser des pourcentages

Exemple : Dans un collège, trois élèves sur cinq possèdent un vélo. Quel pourcentage des élèves du collège possèdent un vélo ?

Cette situation revient à déterminer le nombre t dans le tableau de proportionnalité suivant :

Élèves qui ont un vélo	3	t
Élèves du collège	5	100

$\times \dfrac{3}{5}$

Donc $t = 100 \times \dfrac{3}{5} = 60$.

Il y a donc 60 % des élèves qui ont un vélo dans ce collège.

Remarque : On peut aussi déterminer t en utilisant les propriétés sur les colonnes, en remarquant que $100 = 5 \times 20$ donc $t = 3 \times 20 = 60$.

À toi de jouer

10 Sur 600 poulets, 240 sont des coqs. Quel est le pourcentage de coqs parmi les poulets ?