

Méthode 1 : Utiliser les notations a^n et a^{-n}

À connaître

Pour tout nombre relatif a non nul et tout nombre entier n positif non nul :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \text{ et } a^{-n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}} = \frac{1}{a^n}.$$

En particulier : $a^1 = a$ et $a^{-1} = \frac{1}{a}$. Par convention : $a^0 = 1$.

Exemple 1 : Donne l'écriture décimale des nombres : 2^4 et 10^{-3} .

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16 \quad \left| \quad 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0,001.$$

Exemple 2 : Donne l'écriture décimale des nombres : $3^2 \times 3^3$ et $\frac{2^3}{2^5}$.

$$3^2 \times 3^3 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) = 3^5 = 243 \quad \left| \quad \frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

À toi de jouer

1 Donne l'écriture décimale des nombres : $A = 3^4$; $B = (-10)^5$; $C = 2^{-5}$.

2 Donne l'écriture décimale des nombres : $D = \frac{7^5}{7^3}$; $E = (5 \times 3)^2$; $F = 2^7 \times 5^7$.

Méthode 2 : Appliquer les définitions pour des calculs simples

Exemple 1 : Donne l'écriture décimale du nombre $A = 4^3 + 250 \times 2^{-1} - 7$.

$A = 4^3 + 250 \times 2^{-1} - 7$	
$A = 64 + 250 \times \frac{1}{2} - 7$	→ On calcule les puissances, qui sont prioritaires, en utilisant leur définition.
$A = 64 + 125 - 7$	→ On effectue ensuite la multiplication.
$A = 182$	→ On termine par l'addition et la soustraction.

Exemple 2 : Donne l'écriture décimale du nombre $B = (3 - 1)^3 - (3 \times 4)^2$.

$B = (3 - 1)^3 - (3 \times 4)^2$	
$B = 2^3 - 12^2$	→ On effectue d'abord les calculs entre parenthèses.
$B = 2 \times 2 \times 2 - 12 \times 12$	→ On applique la définition des puissances.
$B = 8 - 144$	→ On effectue ensuite les multiplications prioritaires.
$B = -136$	→ On termine par la soustraction.

À toi de jouer

3 Calcule : $C = 3 + 5 \times 2^3$; $D = 3 - 5 + 2^3$; $E = 3 + (5 \times 2)^3$; $F = (3 - 5) \times 2^3$.

Méthode 3 : Déterminer les signes des puissances...

À connaître

Pour tout nombre entier relatif n ,

- Si a est **positif** alors a^n est **positif**.
- Si a est **négatif** alors a^n est **positif** lorsque l'**exposant** n est **pair**, et **négatif** lorsque l'**exposant** n est **impair**.

Exemple : Quel est le signe de $A = (-3)^4$ et de $B = (-2)^{-5}$?

- Comme -3 est négatif et l'exposant 4 est pair, **A est un nombre positif**.
- Comme -2 est négatif et l'exposant -5 est impair, **B est un nombre négatif**.

À toi de jouer

4 Donne le signe de chacune des expressions suivantes :

$$C = (-15)^6$$

$$E = 15^{-6}$$

$$G = (-1)^3$$

$$I = 12^{-2}$$

$$D = -15^6$$

$$F = (15)^{-6}$$

$$H = -5^{-4}$$

$$J = -(-3)^{-2}$$

Méthode 4 : Multiplier par une puissance de 10

À connaître

Pour tout nombre entier positif n :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_n = \underbrace{10 \dots 0}_n ; 10^{-n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_n \text{ et } 10^0 = 1.$$

Multiplier un nombre par 10^n revient à décaler la virgule de **n rangs vers la droite** (on complète par des zéros si nécessaire).

Multiplier un nombre par 10^{-n} revient à décaler la virgule de **n rangs vers la gauche** (on complète par des zéros si nécessaire).

Remarque : **Multiplier** par 10^{-n} revient à **diviser** par 10^n .

Exemple 1 : Donne l'écriture décimale des nombres $208,641 \times 10^2$ et $37,1 \times 10^{-3}$.

$$208,641 \times 10^2 = 208,641 \times 100 = 20\,864,1 \quad | \quad 37,1 \times 10^{-3} = 37,1 \times 0,001 = 0,037\,1$$

Exemple 2 : Par combien faut-il multiplier 7,532 pour obtenir 75 320 ; par combien faut-il multiplier 7 pour obtenir 0,007 ?

- Pour passer de 7,532 à 75 320, on décale la virgule de 4 rangs à droite donc il faut multiplier 7,532 par 10^4 pour obtenir 75 320.
- Pour passer de 7 à 0,007, on décale la virgule de 3 rangs vers la gauche donc il faut multiplier 7 par 10^{-3} pour obtenir 0,007.

À toi de jouer

5 Donne l'écriture décimale des nombres :

$$A = 32,48 \times 10^6 ; B = 0,78 \times 10^2 ; C = 401 \times 10^{-2} ; D = 94,6 \times 10^{-4}.$$

6 Par combien faut-il multiplier :

a. 234,428 pour obtenir 0,002 344 28 ?

c. 0,3 pour obtenir 3 000 ?

b. 5 000 pour obtenir 0,005 ?

d. 3,4324 pour obtenir 343 240 ?

Méthode 5 : Appliquer les règles sur les puissances de 10

À connaître

Pour tous nombres entiers relatifs m et p :

$10^m \times 10^p = 10^{m+p}$ règle du **produit** de deux puissances de 10

$\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$ règle du **quotient** de deux puissances de 10

$(10^m)^p = 10^{m \times p}$ règle des **puissances** de puissance de 10

Exemple 1 : Donne l'écriture décimale du nombre $A = 10^4 \times 10^3$.

$$A = 10^4 \times 10^3 = 10^{4+3} = 10^7 = 10\,000\,000$$

Exemple 2 : Écris le nombre $B = \frac{10}{10^{-3}}$ sous la forme d'une seule puissance de 10.

$$B = \frac{10^1}{10^{-3}} \longrightarrow \text{On remarque que } 10 = 10^1.$$

$$B = 10^{1 - (-3)} \longrightarrow \text{On applique la règle du quotient de deux puissances de 10 (attention aux signes moins !).}$$

$$B = 10^4 \longrightarrow \text{On donne l'écriture demandée par l'énoncé.}$$

À toi de jouer

7 Écris sous la forme d'une seule puissance de 10 les expressions suivantes :

$$C = 10^6 \times 10^{-8}; \quad D = (10^{-1})^{-3}; \quad E = \frac{10^{-2}}{10^2}; \quad F = 10^2 \times 10^{-3} \times 10.$$

Méthode 6 : Écrire en notation scientifique

À connaître

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre décimal dont la distance à zéro est comprise entre 1 et 10 (10 exclu), c'est à dire **ayant un seul chiffre non nul avant la virgule**, et où n est un nombre **entier relatif**.

Le nombre a est appelé : **mantisse**.

Exemple : Écris le nombre $A = 6\,430$ en notation scientifique.

$$A = 6\,430$$

$$A = 6,43 \times 10^3 \longrightarrow \text{On déplace la virgule de manière à obtenir un nombre ayant un seul chiffre non nul avant la virgule puis on multiplie par la puissance de 10 de manière à avoir égalité.}$$

L'écriture scientifique de A est donc **$6,43 \times 10^3$** .

À toi de jouer

8 Donne l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$B = 21\,600; \quad C = 0,012; \quad D = 58,4 \times 10^2; \quad E = 0,147 \times 10^{-1}.$$

Méthode 7 : Multiplier ou diviser avec des puissances de 10

À connaître

Dans un calcul ne comportant que des multiplications et divisions, on **regroupe** les nombres écrits sous la forme de **puissances de 10** d'un côté et **les autres nombres** de l'autre côté puis on calcule avec les règles habituelles.

Exemple :

Donne l'écriture décimale du nombre $A = \frac{14 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^6}{2 \times 10^4}$.

$$A = \frac{14 \times 5}{2} \times \frac{10^{-3} \times 10^6}{10^4} \longrightarrow \text{On regroupe les puissances de 10.}$$

$$A = 35 \times \frac{10^{-3+6}}{10^4} \longrightarrow \text{On calcule l'écriture fractionnaire et on applique la règle du produit de deux puissances de 10 (voir la méthode 5).}$$

$$A = 35 \times \frac{10^3}{10^4}$$

$$A = 35 \times 10^{3-4} \longrightarrow \text{On applique la règle du quotient de deux puissances de 10 (voir la méthode 5).}$$

$$A = 35 \times 10^{-1}$$

$$A = 3,5 \longrightarrow \text{On donne l'écriture demandée par l'énoncé.}$$

L'écriture décimale de A est donc **3,5**.

À toi de jouer

9 Calcule et donne le résultat en écriture décimale puis en écriture scientifique de :

$$B = \frac{5 \times 10^2 \times 9 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-6}} \quad \left| \quad C = \frac{3 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-2}}{8 \times 10^4} \quad \left| \quad D = \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times 10^{-5}}{15 \times 10^2}$$

Méthode 8 : Comparer en utilisant l'écriture scientifique

À connaître

Pour **comparer** deux nombres, on peut comparer leurs **ordres de grandeur** à l'aide de leurs **écritures scientifiques**.

En cas d'égalité des exposants, on compare alors les mantisses.

Exemple : Compare $A = 1,7 \times 10^3$ et $B = 2,5 \times 10^{-2}$ puis compare $C = 12,4 \times 10^3$ et $D = 3,1 \times 10^4$.

• L'ordre de grandeur de A est 10^3 alors que B est de l'ordre de 10^{-2} . Donc **A > B**.

• On écrit C en notation scientifique : $C = 1,24 \times 10 \times 10^3 = 1,24 \times 10^4$.
L'ordre de grandeur de C est donc 10^4 tout comme l'ordre de grandeur de D.
Mais comme $1,24 < 3,1$, alors $1,24 \times 10^4 < 3,1 \times 10^4$ et donc **C < D**.

À toi de jouer

10 Range dans l'ordre croissant les nombres suivants :

$$E = 33,5 \times 10^{-3} ; F = 7,2 \times 10^3 ; G = 0,02 \times 10^{-2} ; H = 99,1 \times 10^{-4}$$