Méthodes et notions essentielles

Méthode 1 : Déterminer l'image ou un antécédent d'un nombre par une fonction définie par un tableau

Exemple : On donne un **tableau de valeurs** de la fonction h. Quelle est l'**image** de 8 par la fonction h ? Trouve un **antécédent** de -125.

x	$-5{,}25$	-3	$-1{,}75$	0	2	5,5	8
$h(x)$	-358	-125	3	7	12,5	3	20

La deuxième ligne du tableau donne l'**image** de chaque nombre de la première ligne par la fonction h.

Pour trouver l'**image** de 8 : on cherche 8 sur la première ligne du tableau et on lit son **image** sur la deuxième ligne ; l'**image** de 8 est 20 et on écrit $h(8) = 20$.
On peut également noter $h : 8 \longmapsto 20$.

Pour trouver le (ou les) **antécédent(s)** de -125 : on cherche -125 sur la deuxième ligne du tableau et on lit le (ou les) **antécédent(s)** sur la première ligne ; un **antécédent** de -125 est -3 et on écrit $h(-3) = -125$ (ou $h : -3 \longmapsto -125$).

Exercice « À toi de jouer »

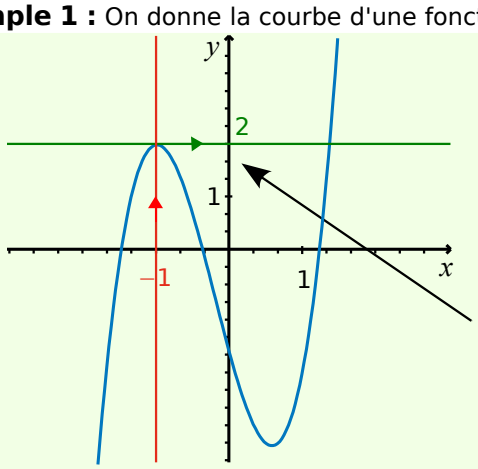
1 La fonction p est définie par le tableau suivant.

x	-10	-3	-1	0	1,5	2,5	5	6	8
$p(x)$	-5	-1	0	1,5	4,25	8	0	-3	-6

Détermine l'image de -10 puis l'image de 2,5.
Détermine le (ou les) antécédent(s) de -3 puis de 0.

Méthode 2 : Déterminer l'image ou un antécédent d'un nombre par une fonction définie par une courbe

Exemple 1 : On donne la courbe d'une fonction f. Détermine l'image de -1.



On trace la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point de coordonnées $(-1 ; 0)$.

On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses et qui passe par le point d'intersection de la courbe et de la droite précédente.

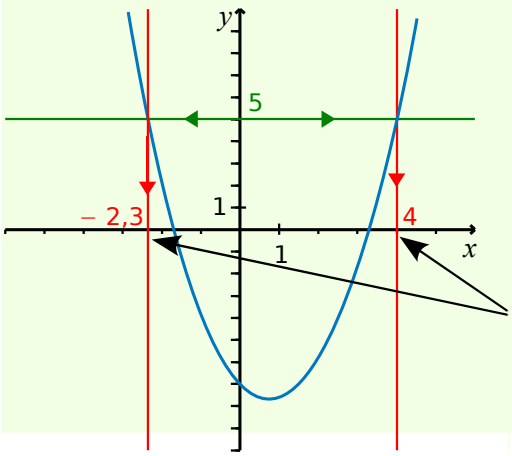
Elle coupe l'axe des ordonnées approximativement au point de coordonnées $(0 ; 2)$.

On en déduit que l'image de -1 par la fonction f est environ 2 donc $f(-1) \approx 2$.

Exercice « À toi de jouer »

2 Avec la courbe de la fonction précédente, quelle est l'image de $\frac{1}{3}$? Obtiens-tu une valeur exacte ? Quelle est l'image de 0 ? À quoi cela correspond-il graphiquement ?

Exemple 2 : On donne la courbe d'une fonction g. Détermine le (ou les) antécédent(s) de 5.



On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point de coordonnées (0 ; 5).

On trace la (ou les) droite(s) parallèle(s) à l'axe des ordonnées passant par le(s) point(s) d'intersection de la courbe et de la droite précédente.

Ces parallèles (deux, ici) coupent l'axe des abscisses approximativement aux points de coordonnées (4 ; 0) et (– 2,3 ; 0).

Donc 5 a deux antécédents par la fonction g qui sont, environ, 4 et – 2,3.

On écrit $g(4) \approx 5$ et $g(-2{,}3) \approx 5$.

Exercice « À toi de jouer »

3 À l'aide de la courbe de la fonction g, détermine le (ou les) antécédent(s) de – 4. As-tu obtenu des valeurs exactes ? Même question pour – 9.

Méthode 3 : Déterminer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule

Exemple : Soit la fonction $f : x \longmapsto 3x^2 - 7x + 12$. Quelle est l'image de – 5 ?

$2 \longmapsto 10$ par la fonction f signifie qu'au nombre 2, la fonction associe le nombre 10. On dit que 10 est l'**image** de 2 par la fonction f et on note $f(2) = 10$.

$x \longmapsto 3x^2 - 7x + 12$ signifie qu'à tout nombre, ici noté x, la fonction f associe un unique nombre qui se calcule avec cette formule : $3x^2 - 7x + 12$. On dit que l'**image** de x par la fonction f est $3x^2 - 7x + 12$ et on note aussi $f(x) = 3x^2 - 7x + 12$.

Calcul de l'image de – 5 par f avec $f(x) = 3x^2 - 7x + 12$.

$f(-5) = 3 \times (-5)^2 - 7 \times (-5) + 12$ ⟶ On remplace x par – 5.

$f(-5) = 75 + 35 + 12$ ⟶ On calcule.

$f(-5) = 122$

Donc l'image de – 5 par la fonction f est 122. On écrit aussi $f(-5) = 122$.

Exercices « À toi de jouer »

4 Soit une fonction l telle que $l(-2) = 12$ et $l(7) = 15$.

a. Peux-tu trouver l'image de – 5 ?

b. Traduis cette phrase : « L'image de – 8 par la fonction l est 15. » par une égalité.

5 La fonction h est définie par la formule $h(x) = 3x(5x^2 - 2)$.
Calcule l'image de – 2,5 ; de 20 puis de 0.