Méthodes et notions essentielles

Méthode 1 : Écrire les relations liant angles et longueurs

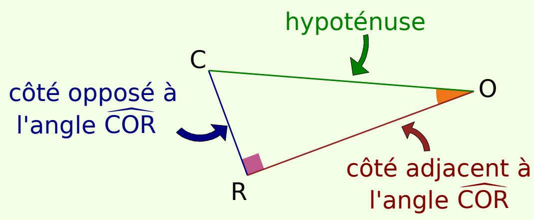
À connaître

Dans un **triangle rectangle**,

- **le cosinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- **le sinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- **la tangente d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent à cet angle.

Remarques : Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1.
La tangente d'un angle aigu est un nombre supérieur à 0.

Exemple : Le triangle COR est rectangle en R. Écris les formules donnant le cosinus et le sinus de l'angle $\widehat{COR}$ puis la formule donnant la tangente de l'angle $\widehat{RCO}$.



Le triangle COR est rectangle en R donc

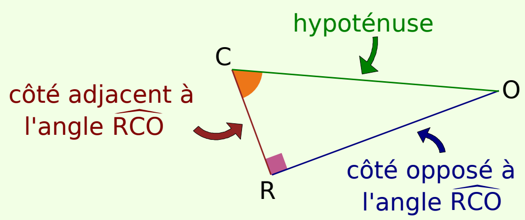
$\cos \widehat{COR} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{COR}}{\text{hypoténuse}}$

$\cos \widehat{COR} = \dfrac{RO}{CO}$

et

$\sin \widehat{COR} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{COR}}{\text{hypoténuse}}$

$\sin \widehat{COR} = \dfrac{RC}{CO}$.



Le triangle COR est rectangle en R donc

$\tan \widehat{RCO} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}}$

$\tan \widehat{RCO} = \dfrac{RO}{RC}$.

Exercices « À toi de jouer »

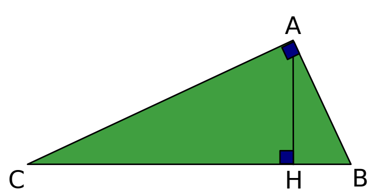
1 ENT est un triangle rectangle en E. Écris les rapports de longueurs donnant $\cos \widehat{TNE}$, $\sin \widehat{TNE}$ et $\tan \widehat{TNE}$.

2 NOE est un triangle rectangle en O. Pour chacun des rapports suivants, précise s'il s'agit du cosinus, du sinus ou de la tangente d'un des angles aigus du triangle NOE : $\dfrac{NO}{NE}$; $\dfrac{OE}{ON}$; $\dfrac{EO}{EN}$ et $\dfrac{ON}{OE}$. Tu préciseras lequel.

3 Sur la figure ci-contre, H est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC rectangle en A.

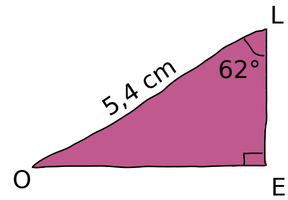
a. Écris de deux façons différentes les rapports de longueurs donnant $\cos \widehat{ACB}$, $\sin \widehat{ACB}$ et $\tan \widehat{ACB}$.

b. Recommence avec l'angle $\widehat{ABC}$.



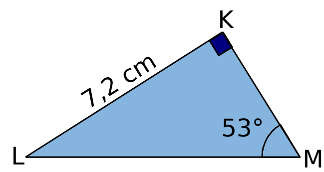
Méthode 2 : Calculer des longueurs

Exemple 1 : On considère un triangle LEO rectangle en E tel que LO = 5,4 cm et $\widehat{ELO} = 62°$.
Calcule la longueur du côté [EL] arrondie au millimètre.



Dans le triangle LEO rectangle en E, [LO] est l'hypoténuse ; [EL] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ELO}$. On doit utiliser le cosinus de l'angle $\widehat{ELO}$.	→	On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.
$\cos \widehat{ELO} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ELO}}{\text{hypoténuse}}$ $\cos \widehat{ELO} = \dfrac{EL}{LO}$	→	On écrit le cosinus de l'angle connu. (La longueur cherchée doit apparaître dans le rapport.)
$EL = LO \times \cos \widehat{ELO}$	→	On applique la règle des produits en croix.
$EL = 5{,}4 \times \cos 62°$	→	On saisit 5,4 × COS 62.
$EL \approx 2{,}5$ cm.	→	EL est inférieure à LO. Le résultat est cohérent.

Exemple 2 : On considère KLM un triangle rectangle en K tel que KL = 7,2 cm et $\widehat{LMK} = 53°$.
Calcule la longueur du côté [LM] arrondie au millimètre.



Dans le triangle KLM rectangle en K, [LK] est le côté opposé à l'angle $\widehat{LMK}$; [LM] est l'hypoténuse. On doit utiliser le sinus de l'angle $\widehat{LMK}$.	→	On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.
$\sin \widehat{LMK} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{LMK}}{\text{hypoténuse}}$ $\sin \widehat{LMK} = \dfrac{KL}{LM}$	→	On écrit le sinus de l'angle connu. (La longueur cherchée doit apparaître dans le rapport.)
$LM = \dfrac{KL}{\sin \widehat{LMK}}$	→	On applique la règle des produits en croix.
$LM = \dfrac{7{,}2}{\sin 53°}$	→	On saisit 7,2 ÷ SIN 53.
$LM \approx 9$ cm.	→	LM est supérieure à KL. Le résultat est cohérent.

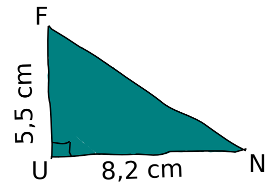
Exercices « À toi de jouer »

4 Le triangle NIV est rectangle en N ; VN = 4 m et l'angle $\widehat{VIN}$ mesure 12°.
Calcule la longueur NI arrondie au centimètre.

5 Le triangle AUE est rectangle en U ; AE = 10 cm et $\widehat{EAU} = 19°$.
Donne la valeur arrondie au millimètre de la longueur du côté [UE].

6 Le triangle VLR est rectangle en V ; LR = 8,7 cm et $\widehat{VRL} = 72°$.
Donne la valeur arrondie au millimètre de la longueur du côté [VR].

Méthode 3 : Calculer la mesure d'un angle



Exemple : Soit FUN un triangle rectangle en U tel que UN = 8,2 cm et UF = 5,5 cm.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{UNF}$ arrondie au degré.

Dans le triangle FUN rectangle en U,
[FU] est le côté opposé à l'angle $\widehat{UNF}$;
[UN] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UNF}$.
On doit utiliser la tangente de l'angle $\widehat{UNF}$.

→ On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.

$\tan \widehat{UNF} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{UNF}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UNF}}$

$\tan \widehat{UNF} = \dfrac{UF}{UN}$

→ On écrit la tangente de l'angle recherché.

$\tan \widehat{UNF} = \dfrac{5,5}{8,2}$

$\widehat{UNF} \approx 34°$.

→ On saisit 2nde ou SHIFT puis TAN⁻¹ (5,5 ÷ 8,2).

Exercices « À toi de jouer »

7 Le triangle EXO est rectangle en X tel que EX = 3 cm et OE = 7 cm.
Calcule les valeurs arrondies au degré de la mesure des angles $\widehat{EOX}$ et $\widehat{XEO}$.

8 Le triangle JUS est rectangle en U. Calcule la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{UJS}$ sachant que UJ = 6,4 cm et US = 4,8 cm.

Méthode 4 : Utiliser les formules de trigonométrie

À connaître

Pour tout angle aigu $\widehat{A}$, $(\cos \widehat{A})^2 + (\sin \widehat{A})^2 = 1$ et $\tan \widehat{A} = \dfrac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}}$.

Remarque : La première formule peut aussi s'écrire $\cos^2 \widehat{A} + \sin^2 \widehat{A} = 1$.

Exemple : Calcule la valeur exacte de $\sin \widehat{A}$ et $\tan \widehat{A}$ sachant que $\widehat{A}$ est un angle aigu tel que $\cos \widehat{A} = 0,8$.

- $\cos^2 \widehat{A} + \sin^2 \widehat{A} = 1$ donc $\sin^2 \widehat{A} = 1 - \cos^2 \widehat{A} = 1 - 0,8^2 = 1 - 0,64 = 0,36$.
  Le sinus d'un angle aigu est un nombre positif donc $\sin \widehat{A} = \sqrt{0,36} = 0,6$.
- $\tan \widehat{A} = \dfrac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}} = \dfrac{0,6}{0,8} = 0,75$.

Exercice « À toi de jouer »

9 Calcule la valeur exacte de $\cos \widehat{B}$ et $\tan \widehat{B}$ sachant que $\widehat{B}$ est un angle aigu tel que $\sin \widehat{B} = \dfrac{5}{13}$.