Activité 1 : Les deux font la paire

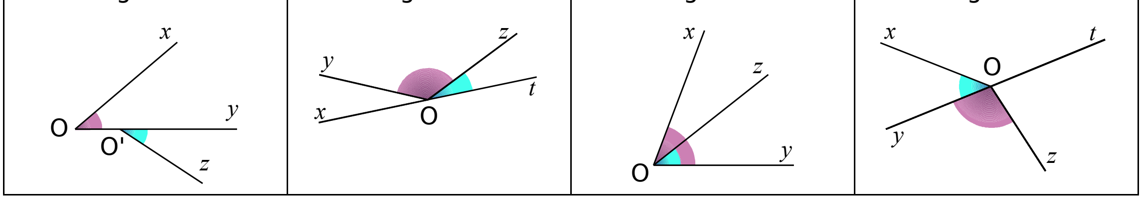


Figure 1 | Figure 2 | Figure 3 | Figure 4

a. Dans les figures 2 et 4, les angles bleu et rose sont dits **adjacents**. Ce n'est pas le cas pour les autres figures. À partir de tes observations, essaie d'expliquer à quelles conditions deux angles sont adjacents.

b. Deux angles adjacents ont-ils nécessairement la même mesure ? Justifie ta réponse.

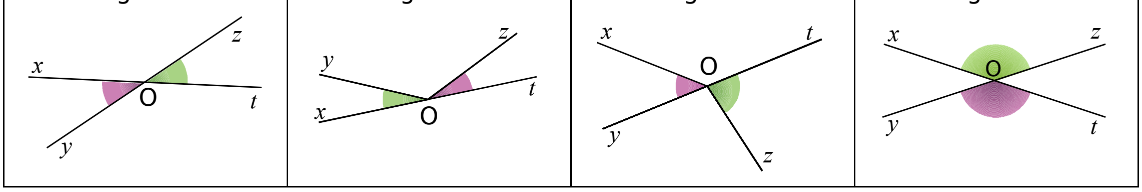


Figure 5 | Figure 6 | Figure 7 | Figure 8

c. Dans les figures 5 et 8, les angles rose et vert sont dits **opposés par le sommet**. Ce n'est pas le cas pour les autres figures. À partir de tes observations, essaie d'expliquer à quelles conditions deux angles sont opposés par le sommet.

d. Deux angles opposés par le sommet ont-ils nécessairement la même mesure ? Justifie ta réponse en utilisant une propriété sur deux angles symétriques par rapport à un point.

Activité 2 : De jolies sommes !

a. Trace un triangle ABC rectangle en A puis mesure les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$.

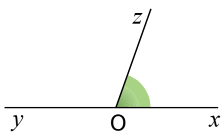
b. Marie affirme que tous les élèves de la classe ne trouveront pas nécessairement les mêmes mesures mais qu'il y a quand même une relation entre elles. Quelle est cette relation ? Justifie ta réponse.

On dit que deux angles sont complémentaires lorsque la somme des mesures est égale à 90°.

c. Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ sont-ils complémentaires ?

d. Construis deux angles complémentaires et adjacents dont l'un mesure 64°.

e. Ahmed a mesuré l'angle $\widehat{xOz}$ ci-contre et a trouvé 110°. Sa voisine lui dit que ce n'est pas possible et qu'à partir de l'erreur d'Ahmed elle pense connaître la bonne mesure. Quelle est cette mesure ? Comment a-t-elle pu la trouver ?

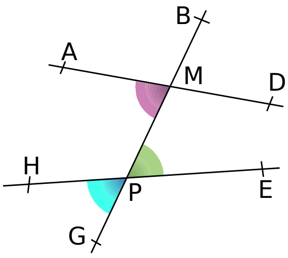


On dit que deux angles sont supplémentaires lorsque la somme des mesures est égale à 180°.

f. Les angles $\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOy}$ sont-ils supplémentaires ?

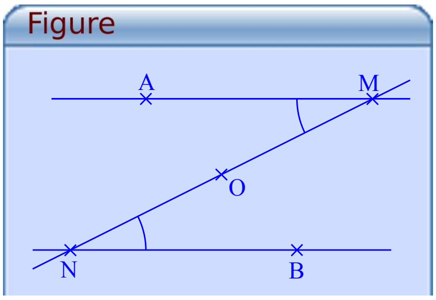
g. Construis deux angles supplémentaires et non adjacents dont l'un mesure 52°.

Activité 3 : Quand ils sont symétriques, ils sont sympathiques



a. Les angles $\widehat{AMG}$ et $\widehat{EPB}$ sont des angles alternes-internes déterminés par les droites (AD), (HE) et la sécante (BG). Cite une autre paire d'angles alternes-internes déterminés par les droites (AD), (HE) et la sécante (BG).

b. Les angles $\widehat{AMG}$ et $\widehat{HPG}$ sont des angles correspondants déterminés par les droites (AD), (HE) et la sécante (BG). Cite trois autres paires d'angles correspondants déterminés par les droites (AD), (HE) et la sécante (BG).



c. Avec le logiciel Tracenpoche, place trois points A, M et O non alignés. En utilisant le bouton , construis les points B et N symétriques respectifs des points A et M par rapport à O puis trace les droites (AM), (BN) et (MN) en utilisant le bouton .

d. Que peux-tu dire des droites (AM) et (BN) ? Justifie ta réponse.

e. Comment peux-tu qualifier les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{BNM}$?

f. Dans la fenêtre Analyse, recopie :

Analyse

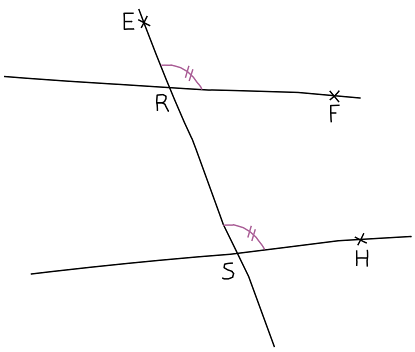
angle(AMN)=
angle(BNM)=

Appuie sur la touche F9 puis déplace le point M. Que remarques-tu ? Justifie ta remarque en utilisant une propriété sur deux angles symétriques par rapport à un point.

g. À l'aide des questions **e.** et **f.**, recopie puis complète la phrase : « Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites ... alors ils ... . ».

h. Écris une propriété identique à celle de la question **g.** pour des angles correspondants.

Activité 4 : Avec des angles correspondants égaux...



a. Sur la figure ci-contre, que dire de la paire d'angles $\widehat{ERF}$ et $\widehat{ESH}$?

b. Reproduis la figure ci-contre en choisissant la même mesure pour les angles $\widehat{ERF}$ et $\widehat{ESH}$.

c. Sur ta figure, quelle semble être la position relative des droites (RF) et (SH) ?

d. À l'aide des questions **a.** et **c.**, recopie puis complète la phrase : « Si deux angles correspondants sont ... alors les deux droites coupées par la sécante sont ... . ».

e. Écris une propriété identique à celle de la question **d.** pour les angles alternes-internes.

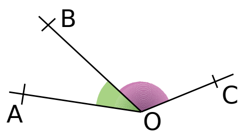
Méthode 1 : Caractériser deux angles ayant un sommet commun

À connaître

Deux angles adjacents sont deux angles qui ont un sommet commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

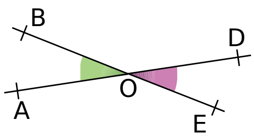
Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont un sommet commun et qui ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

Exemple 1 : Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$?



Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ ont comme sommet commun le point O, comme côté commun la demi-droite [OB) et sont situés de part et d'autre de [OB) : ils sont donc adjacents.

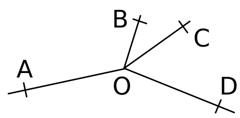
Exemple 2 : Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOE}$?



Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOE}$ ont comme sommet commun le point O et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre (A, O, D et B, O, E sont alignés) : ils sont donc opposés par le sommet.

À toi de jouer

1 Sur la figure ci-contre, nomme trois paires d'angles adjacents.



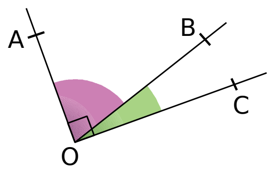
2 Que dire des angles $\widehat{VST}$ et $\widehat{ESR}$ pour un parallélogramme VERT de centre S ?

Méthode 2 : Caractériser deux angles complémentaires

À connaître

Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 90°.

Exemple : Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$?

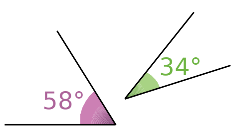


Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ forment un angle droit : la somme de leurs mesures vaut 90°. Ce sont donc des angles complémentaires.

<u>Remarque</u> : Deux angles complémentaires et adjacents forment un angle droit. Cette méthode peut donc être utilisée pour montrer que deux droites sont perpendiculaires.

À toi de jouer

3 Les angles ci-contre sont-ils complémentaires ?



4 Donne le complémentaire d'un angle de 27°.

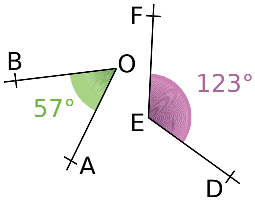
5 Que peux-tu dire des angles aigus d'un triangle rectangle ? Justifie ta réponse.

Méthode 3 : Caractériser deux angles supplémentaires

À connaître

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 180°.

Exemple : Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{FED}$?

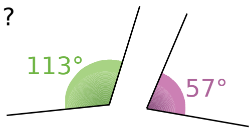


$\widehat{AOB} + \widehat{FED} = 57° + 123° = 180°$ donc les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{FED}$ sont supplémentaires.

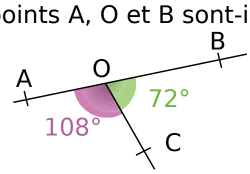
Remarque : Deux angles supplémentaires et adjacents forment un angle plat. Cette méthode peut donc être utilisée pour montrer que des points sont alignés.

À toi de jouer

6 Les angles ci-dessous sont-ils supplémentaires ?

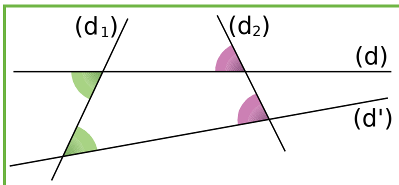


7 Les points A, O et B sont-ils alignés ?



Méthode 4 : Caractériser deux angles définis par deux droites et une sécante

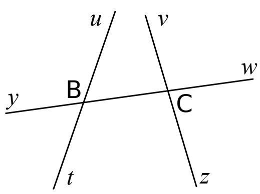
À connaître



Les angles verts sont **alternes-internes**. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_1).

Les angles roses sont **correspondants**. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_2).

Exemple : À l'aide de la figure, nomme des angles alternes-internes et correspondants.

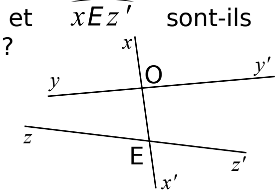


Les droites (ut), (vz) et la sécante (yw) forment :

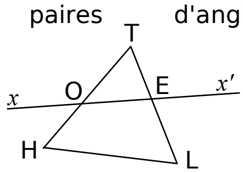
- deux paires d'angles alternes-internes qui sont : $\widehat{uBw}$ et $\widehat{zCy}$, $\widehat{vCy}$ et $\widehat{tBw}$.
- quatre paires d'angles correspondants qui sont : $\widehat{yBu}$ et $\widehat{vCy}$, $\widehat{yBt}$ et $\widehat{zCy}$, $\widehat{uBw}$ et $\widehat{vCw}$, $\widehat{tBw}$ et $\widehat{zCw}$.

À toi de jouer

8 Sur la figure ci-dessous, les angles $\widehat{yOx'}$ et $\widehat{xEz'}$ sont-ils alternes-internes ?



9 Sur la figure ci-dessous, nomme deux paires d'angles alternes-internes et quatre paires d'angles correspondants.



Méthode 5 : Calculer la mesure d'un angle

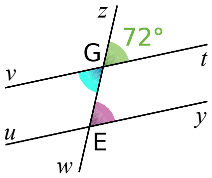
À connaître

Si deux angles sont opposés par le sommet **alors ils ont la même mesure**.

Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles **alors ils ont la même mesure**.

Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles **alors ils ont la même mesure**.

Exemple : Les droites (vt) et (uy) sont parallèles. Calcule les mesures des angles $\widehat{zEy}$ et $\widehat{vGw}$.

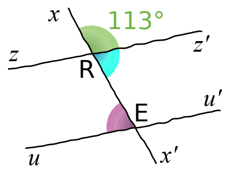


Les angles correspondants $\widehat{zGt}$ et $\widehat{zEy}$ sont déterminés par les droites (vt) et (uy) qui sont <u>parallèles</u>. Ils ont donc la même mesure. L'angle $\widehat{zEy}$ mesure donc 72°.

Les angles $\widehat{zGt}$ et $\widehat{vGw}$ sont opposés par le sommet. Ils ont donc la même mesure. L'angle $\widehat{vGw}$ mesure donc 72°.

À toi de jouer

10 Sur la figure ci-contre, les droites (zz') et (uu') sont parallèles. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{x'Rz'}$ puis celle de l'angle $\widehat{uEx}$.



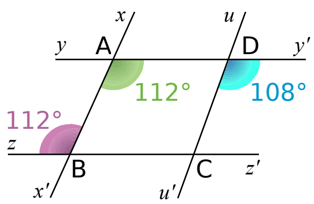
Méthode 6 : Justifier que des droites sont parallèles

À connaître

Si deux angles alternes-internes sont de même mesure **alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles**.

Si deux angles correspondants sont de même mesure **alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles**.

Exemple : Sur la figure ci-dessous, les droites (yy') et (zz') sont-elles parallèles ? Les droites (xx') et (uu') sont-elles parallèles ?



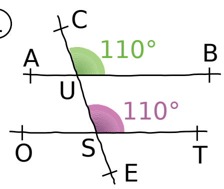
Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ déterminés par les droites (yy'), (zz') et la sécante (xx') sont alternes-internes. Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ ont la même mesure. Donc les droites (yy') et (zz') sont parallèles.

Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ déterminés par les droites (xx'), (uu') et la sécante (yy') sont correspondants. Si les droites (xx') et (uu') étaient parallèles alors les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas. Donc les droites (xx') et (uu') ne sont pas parallèles.

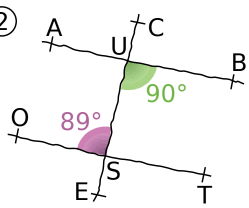
À toi de jouer

11 Dans chaque cas, indique si les droites (AB) et (OT) sont parallèles. Justifie ta réponse.

①

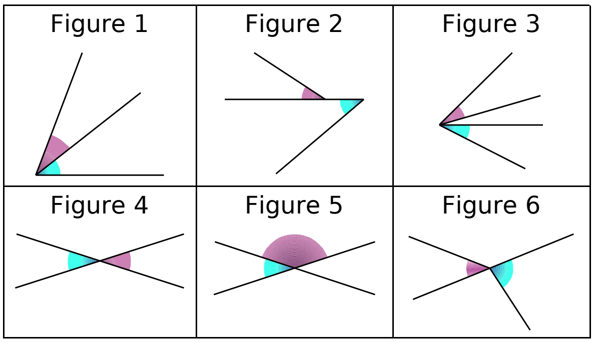


②



Série 1 : Vocabulaire

1 *Indique si les angles rose et bleu sont adjacents ou opposés par le sommet. Justifie tes réponses.*



2 *Les angles $\widehat{a}$ et $\widehat{b}$ sont deux angles complémentaires. Calcule la mesure de $\widehat{b}$ si :*

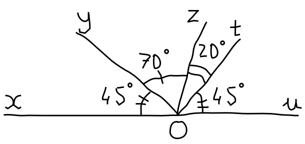
$\widehat{a} = 45°$, $\widehat{a} = 37°$, $\widehat{a} = 2°$, $\widehat{a} = 8\,\widehat{b}$.

3 *Les angles $\widehat{x}$ et $\widehat{y}$ sont deux angles supplémentaires. Calcule la mesure de $\widehat{y}$ si :*

$\widehat{x} = 103°$, $\widehat{x} = 95°$, $\widehat{x} = 56°$, $\widehat{x} = 14\,\widehat{y}$.

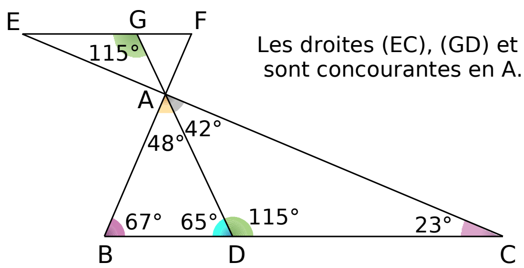
4 *Indique si les angles proposés sont adjacents, complémentaires, supplémentaires, adjacents et complémentaires, adjacents et supplémentaires. Justifie tes réponses.*

a. $\widehat{yOz}$ et $\widehat{zOt}$;
b. $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOu}$;
c. $\widehat{xOy}$ et $\widehat{tOu}$;
d. $\widehat{yOu}$ et $\widehat{tOu}$;
e. $\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOt}$;
f. $\widehat{xOt}$ et $\widehat{uOt}$.



5 *Nomme, en justifiant, deux angles de la figure, codés ou non :*

a. complémentaires et adjacents ;
b. complémentaires et non adjacents ;
c. supplémentaires et adjacents ;
d. supplémentaires et non adjacents ;
e. opposés par le sommet.

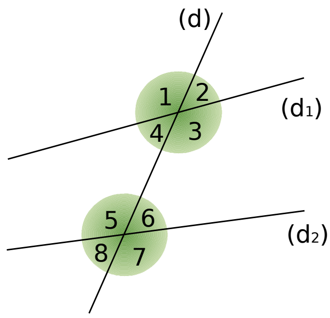


Les droites (EC), (GD) et (BF) sont concourantes en A.

6 *Deux droites coupées par une sécante*

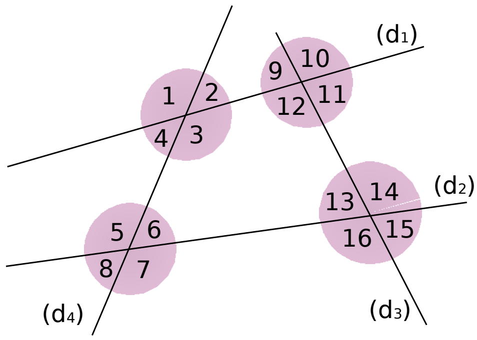
Que peut-on dire des angles :

a. 1 et 3 ?
b. 1 et 5 ?
c. 3 et 5 ?
d. 1 et 4 ?
e. 4 et 6 ?
f. 3 et 7 ?



7 *Nomme deux angles de la figure et précise le nom de la sécante correspondante :*

a. alternes-internes avec l'angle n° 3 ;
b. correspondants avec l'angle n° 10 ;
c. alternes-internes avec l'angle n° 13 ;
d. correspondants avec l'angle n° 7.

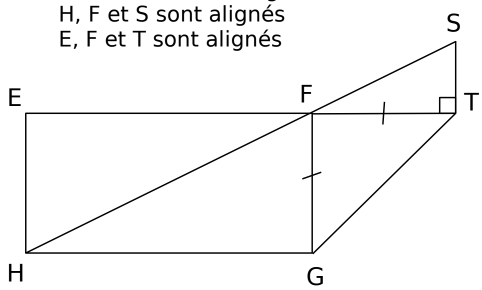


8 *Recherche de mesures d'angles*

a. Nomme deux paires d'angles de la figure :

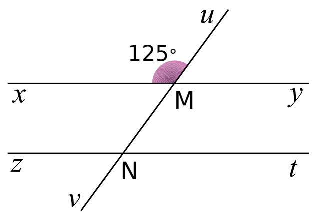
- alternes-internes aigus ;
- alternes-internes de même mesure ;
- correspondants aigus ;
- supplémentaires et non adjacents.

EFGH est un rectangle
H, F et S sont alignés
E, F et T sont alignés



b. Sachant de plus que $\widehat{EFH} = 27°$, calcule la mesure de l'angle $\widehat{SFT}$ puis celle de $\widehat{SFG}$.

9 Droites parallèles



Sur la figure ci-dessus, les droites (xy) et (zt) sont parallèles. L'angle $\widehat{xMu}$ vaut 125°.

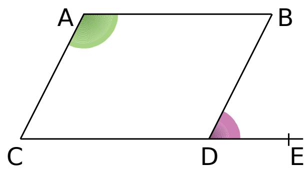
a. Donne la mesure de l'angle $\widehat{vMy}$. Justifie ta réponse.

b. Donne d'autres angles dont la mesure est de 125°. Justifie ta réponse.

10 *Angles supplémentaires*

ABDC est un parallélogramme.

C, D et E sont alignés.



a. Justifie que les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BDC}$ sont de même mesure.

b. Que dire des angles $\widehat{BDC}$ et $\widehat{BDE}$? Pourquoi ? Justifie alors que les deux angles marqués sont supplémentaires.

11 *Dans chaque cas, dire si les droites (d_1) et (d_2) sont ou non parallèles et pourquoi :*

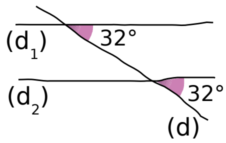


Figure 1

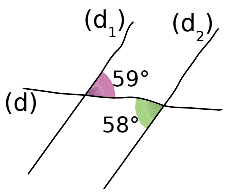
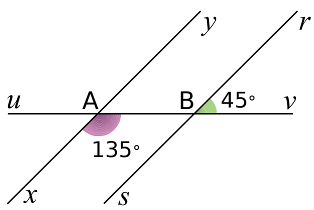


Figure 2

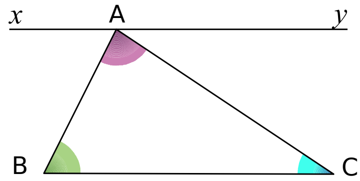
12 *Angles et droites parallèles*



a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{uBr}$.

b. Les droites (xy) et (sr) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

13 *Angles et triangle*



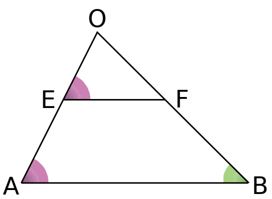
Sur la figure ci-dessus, la droite (xy) est parallèle à la droite (BC) et passe par le point A.

a. Montre que : $\widehat{xAB} = \widehat{ABC}$.

b. Montre que : $\widehat{yAC} = \widehat{ACB}$.

c. Quelle propriété connue sur les triangles peux-tu alors démontrer ?

14 *Parallèles ?*

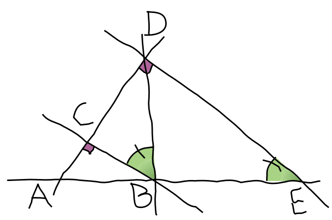


Sur la figure ci-dessus, les angles $\widehat{BAE}$ et $\widehat{FEO}$ sont égaux à 58°.

a. Que peux-tu dire des droites (EF) et (AB) ? Justifie ta réponse.

b. On sait de plus que la mesure de l'angle $\widehat{FBA}$ vaut 45°. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{OFE}$. Justifie ta réponse.

15 *La droite (BC) est la hauteur issue de B dans le triangle ABD mais quelle est l'autre nature de la demi-droite [BC) dans le triangle ABD ?*



Pour répondre à la question posée, Saïd s'aide des informations relevées sur la figure.

Voici une partie de sa copie :

$\widehat{ABC} = \widehat{BED}$ et $\widehat{CBD} = \widehat{BED}$

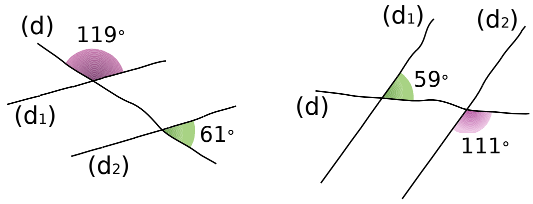
pourquoi ?

donc $\widehat{ABC} = \widehat{CBD}$ donc [BC) est la ...

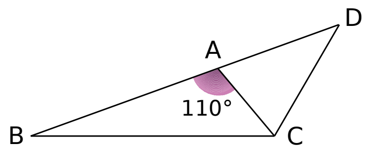
Rédige une solution en tenant compte des remarques du correcteur. Justifie ta réponse.

Approfondir

16 *Dans chaque cas, précise si les droites (d_1) et (d_2) sont ou non parallèles et pourquoi.*



17 *Triangle isocèle*



La figure ci-dessus est telle que :

- B, A et D sont des points alignés ;
- $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont supplémentaires ;
- $\widehat{BAC} = 110°$.

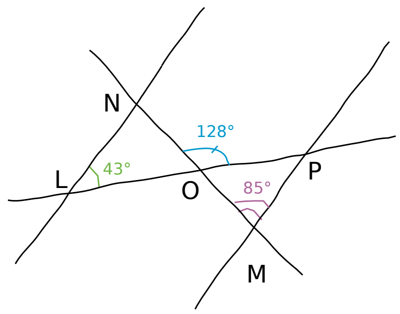
a. Montre, en justifiant, que les angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{DCA}$ sont égaux à 70°.

b. Montre alors que le triangle ADC est isocèle.

c. De plus, l'angle $\widehat{ACB}$ mesure 50°. Montre, en justifiant, que les angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{ADC}$ sont complémentaires.

d. Trouve, en justifiant, deux autres paires d'angles complémentaires.

18 *Parallèles ou non ?*



La figure est tracée à main levée.

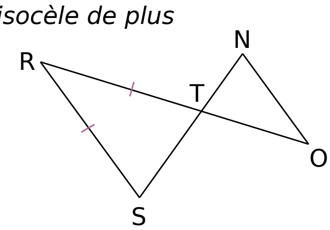
a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{LON}$.

b. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ONL}$.

c. Détermine alors si les droites (LN) et (MP) sont parallèles.

d. Sachant que les segments [LN] et [MP] sont de même longueur, détermine la nature du quadrilatère LNPM.

19 *Un isocèle de plus*

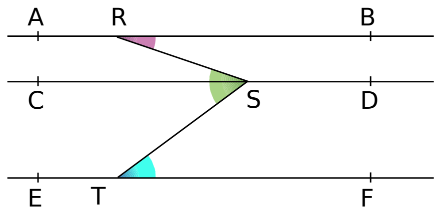


La figure ci-dessus est telle que :

- les droites (RO) et (SN) sont sécantes en T ;
- le triangle RST est isocèle en R ;
- les droites (RS) et (NO) sont parallèles.

Montre que le triangle TNO est isocèle.

20 Zig-Zag



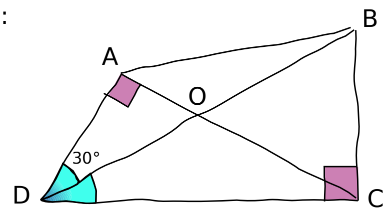
Sur la figure ci-dessus :

- les droites (AB), (CD) et (EF) sont parallèles ;
- R est un point de la droite (AB), S est un point de la droite (CD) et T est un point de la droite (EF) tels que : $\widehat{BRS} = 20°$ et $\widehat{RST} = 57°$.

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{STF}$.

21 *Nature du triangle OBC*

Voici une figure tracée à main levée sur laquelle les angles de même couleur ont la même mesure :



On recherche la nature du triangle OBC. Pour cela, réponds aux questions suivantes :

a. Que dire des angles aigus d'un triangle rectangle ?

b. En utilisant la propriété énoncée en question **a.**, calcule la mesure de l'angle $\widehat{AOD}$ puis déduis-en celle de l'angle $\widehat{BOC}$.

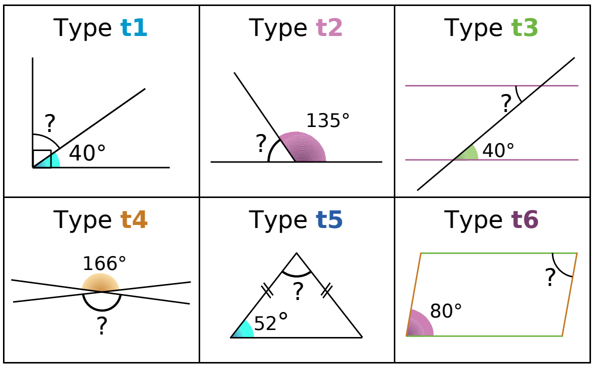
c. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{OBC}$.

d. Déduis-en la nature du triangle OBC.

Triominos avec les angles

1re étape : Calculer et justifier

a. Voici six figures. Pour chacune d'elles, calculez, en justifiant votre calcul, l'angle marqué par un point d'interrogation (les droites d'une même couleur sont parallèles).



b. Voici six énoncés. Pour chacun d'eux, répondez à la question en justifiant la réponse :

Type t7	Le complémentaire de 14° ?
Type t8	Le supplémentaire de 56° ?
Type t9	$\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ sont opposés par le sommet. $\widehat{A} = 34°$. $\widehat{B} = ?$
Type t10	Dans un triangle ABC, $\widehat{A} = 25°$, $\widehat{B} = 8°$. $\widehat{C} = ?$
Type t11	Dans un triangle EFG isocèle en F, $\widehat{F} = 46°$. $\widehat{E} = ?$
Type t12	Dans le parallélogramme HIJK, $\widehat{H} = 34°$. $\widehat{I} = ?$

2e étape : Construction des Triominos

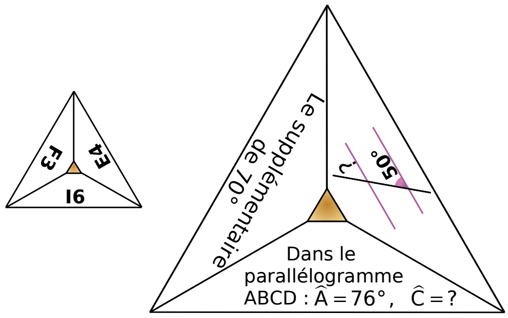
c. Voici un tableau qui va vous permettre de construire le jeu de triominos.

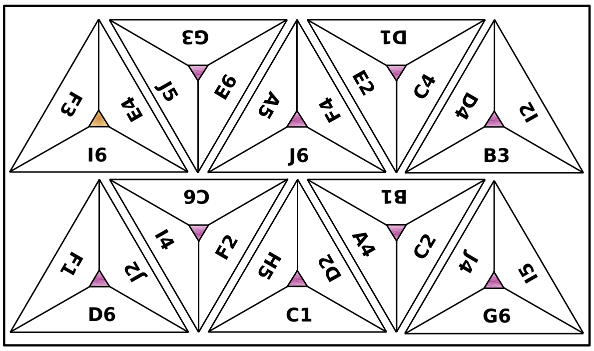
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	45°	60°	90°	65°	50°	110°	14°	166°	76°	80°
2	t1	t7	t1	t7	t1	t9	t1	t9	t1	t7
3	t2	t8	t2	t8	t2	t8	t2	t8	t2	t8
4	t3	t3	t9	t4	t3	t3	t9	t4	t3	t3
5	t5	t5	t5	t6	t6	t6	t5	t6	t5	t6
6	t11	t12	t11	t12	t10	t11	t12	t11	t12	t10

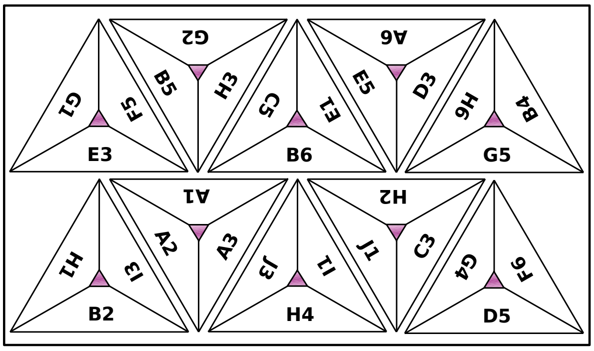
Toutes les cases d'une même colonne renvoient à l'angle indiqué en ligne 1. Par exemple, les cases F2, F3... renvoient à un angle de 110°.

Pour le type t3, vous pouvez aussi mettre des exemples d'angles correspondants.

d. Sur une feuille blanche au format A4, construisez 10 triangles équilatéraux de 9 cm de côté. Utilisez une seconde feuille pour obtenir 20 triominos au total. Complétez chacun d'eux avec les énoncés ou constructions indiqués dans le tableau de la question **c.** en respectant l'ordre donné ci-dessous. Pour vous aider, voici un exemple pour le premier triomino de la série :







3e étape : Par équipe de deux joueurs

e. Retournez tous les triominos pour former la pioche. Chaque joueur en prend quatre. Un triomino est tiré dans la pioche pour servir de départ. Chaque joueur place à son tour un triomino (les côtés qui se touchent doivent correspondre à des angles de même mesure). Si le joueur ne peut pas jouer, il passe son tour et pioche. Le premier joueur qui n'a plus de triomino est déclaré vainqueur.

Attention : Si un joueur se trompe en plaçant un triomino, il doit le reprendre et tirer un triomino supplémentaire dans la pioche, c'est alors à son adversaire de jouer...