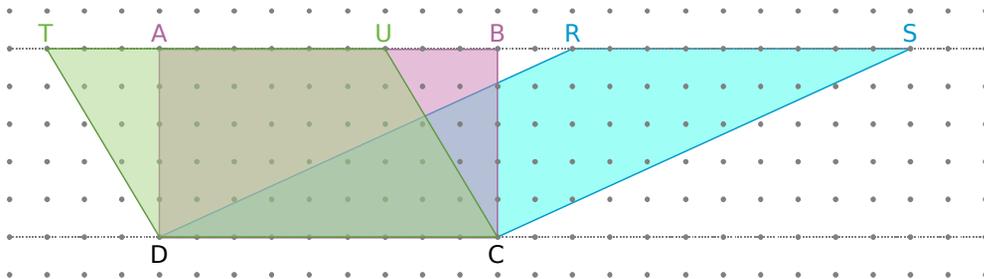


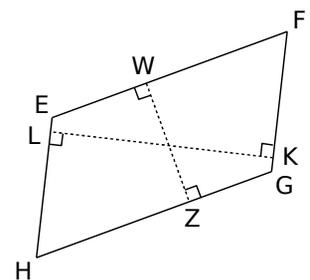
Activités

Activité 1 : Du rectangle au parallélogramme

- a.** Construis, sur une feuille, un rectangle de 10 cm de long sur 4 cm de large. Repasse en rouge les longueurs et en vert les largeurs. Calcule l'aire de ce rectangle puis découpe-le.
- b.** Avec un seul coup de ciseaux, découpe le rectangle puis recolle les morceaux pour obtenir un parallélogramme. Quelle est alors l'aire de ce parallélogramme ?
- c.** Nadir affirme : « Sur la figure suivante, les quadrilatères TUCD, ABCD et RSCD ont la même aire. ». A-t-il raison ? Justifie ta réponse.



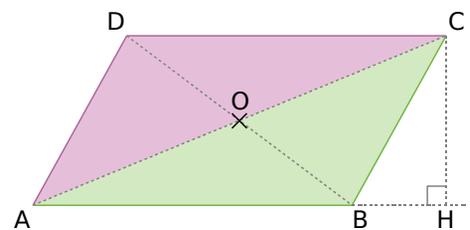
- d.** Reproduis sur ton cahier le rectangle ABCD ci-dessus puis prolonge en pointillés les droites (BC) et (AD). Place deux points E et F sur la droite (AD) pour que le parallélogramme EFBC ait la même aire que le rectangle ABCD.
- e.** À l'aide des questions précédentes, propose une ou plusieurs formules qui permettent de calculer l'aire du parallélogramme EFGH ci-contre.
- f.** Rédige une phrase pour expliciter la formule de l'aire d'un parallélogramme.



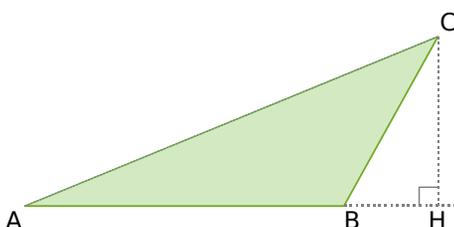
Activité 2 : Perdre sa moitié

Sur la figure ci-contre, ABCD est un parallélogramme de centre O tel que $AB = 6$ cm et $CH = 2,5$ cm.

- a.** Calcule l'aire du parallélogramme ABCD.
- b.** Quel est le symétrique du triangle rose ADC par rapport à O ? Que peux-tu en déduire pour l'aire des triangles ADC et ABC ?
- c.** Déduis-en l'aire du triangle ADC.



Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle tel que $AB = 5$ cm et $CH = 3$ cm.

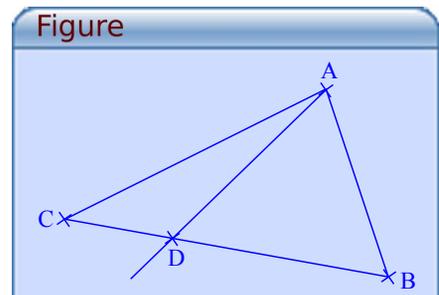


- d.** Dans le triangle ABC, que représente la droite (CH) pour le côté [AB] ?
- e.** En t'inspirant de la formule de l'aire du parallélogramme, donne une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle.
- f.** Combien y a-t-il de façons différentes de calculer l'aire d'un triangle ? Explique ta réponse.

Activités

Activité 3 : Problème de partage

a. Avec le logiciel TracenPoche, place trois points A, B et C puis construis le triangle ABC en utilisant le bouton . En utilisant le bouton , place un point D sur le segment [BC] puis trace la demi-droite [AD] à l'aide du bouton .



b. Dans la fenêtre Analyse, recopie :

Analyse

aire(ACD)=
aire(ABD)=

Appuie sur la touche F9 puis déplace le point D pour que les aires des triangles ACD et ABD soient égales.

c. Où semble se situer le point D ? Que faudrait-il afficher dans la fenêtre Analyse pour confirmer cette conjecture ?

d. À l'aide du bouton , construis la hauteur commune aux triangles ACD et ABD. Explique alors le résultat que tu as observé.

e. Où faut-il placer le point D sur le segment [BC] pour que l'aire du triangle ACD soit dix fois plus petite que celle du triangle ABC ?

Activité 4 : En découpant...

a. Trace un losange dont les diagonales mesurent 7,5 cm et 9,6 cm. Calcule son aire en le découpant de façon à obtenir une figure dont on sait calculer l'aire.

b. Peut-on appliquer la même méthode avec un cerf-volant ? Pourquoi ?

c. Halima a construit un trapèze rectangle de hauteur 4 cm et dont les deux côtés parallèles mesurent 5 cm et 8 cm. Aide-la à calculer l'aire de ce trapèze.

d. Propose une méthode pour calculer l'aire d'un quadrilatère quelconque.

Activité 5 : Aire du disque

a. Avec le logiciel TracenPoche, recopie dans la fenêtre Script :

Script

```
@options;  
grille();  
aimante();
```

Appuie sur la touche F9.

b. Place deux points O et M puis construis le cercle de centre O passant par M.

c. Dans la fenêtre Analyse, recopie :

Analyse

OM=
aire(ceOM)=

Appuie sur la touche F9.

d. Reproduis et complète le tableau suivant, en déplaçant judicieusement le point M (on arrondira les valeurs des aires au centième) :

Rayon du disque (en cm)	1	2	3	4	6	8
Aire du disque (en cm ²)						

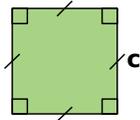
e. Quelle est l'aire d'un disque de rayon 1 cm ? Comment s'appelle ce nombre ? Que remarques-tu lorsque tu divises toutes les aires trouvées à la question **d.** par ce nombre ?

f. Essaie de trouver une formule donnant l'aire d'un disque en fonction de son rayon.

Méthodes

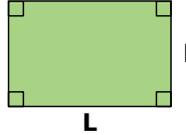
Méthode 1 : Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle ou d'un triangle rectangle

À connaître



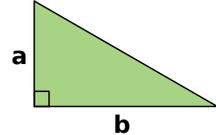
Pour calculer l'aire d'un carré, on multiplie la longueur d'un côté par elle-même :

$$A = c \times c = c^2$$



Pour calculer l'aire d'un rectangle, on multiplie la longueur du rectangle par la largeur :

$$A = L \times l$$



Pour calculer l'aire d'un triangle rectangle, on multiplie les longueurs des côtés adjacents à l'angle droit puis on divise le résultat par 2 :

$$A = \frac{a \times b}{2}$$

Remarque : Les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

À toi de jouer

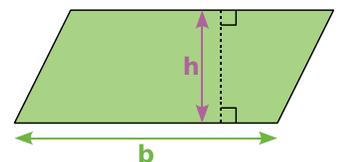
- 1 Détermine l'aire d'un carré de côté 6 cm.
- 2 Détermine l'aire d'un rectangle de longueur 3 cm et de largeur 22 mm.
- 3 Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 3 cm, AC = 4 cm et BC = 5 cm. Calcule l'aire du triangle ABC.

Méthode 2 : Calculer l'aire d'un parallélogramme

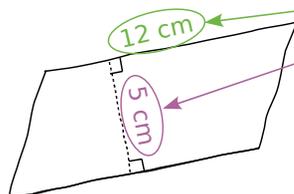
À connaître

Pour calculer l'aire d'un parallélogramme, on multiplie la **longueur d'un côté** par la **hauteur** relative à ce côté :

$$A = b \times h$$



Exemple : Détermine l'aire du parallélogramme suivant :



On repère la longueur d'un côté.

On repère la hauteur relative à ce côté.

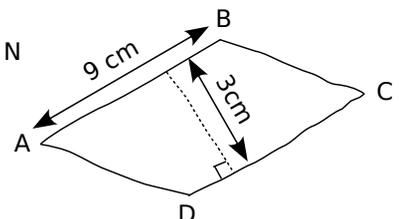
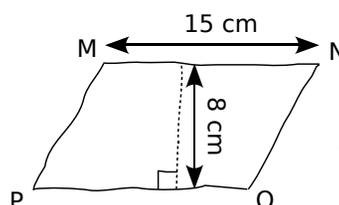
On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté :

$$A = 12 \times 5 = 60$$

L'aire du parallélogramme vaut 60 cm².

À toi de jouer

- 4 Détermine l'aire des parallélogrammes MNOP et ABCD ci-contre :



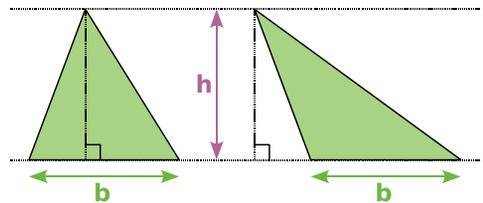
Méthodes

Méthode 3 : Calculer l'aire d'un triangle

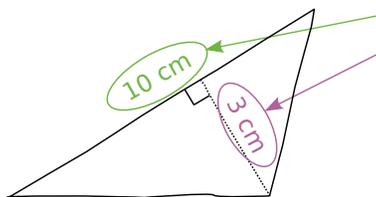
À connaître

Pour calculer l'aire d'un triangle, on multiplie la **longueur d'un côté** par la **hauteur** relative à ce côté puis on divise le résultat par 2 :

$$A = \frac{b \times h}{2}$$



Exemple : Calcule l'aire du triangle suivant :



On repère la longueur d'un côté.

On repère la hauteur relative à ce côté.

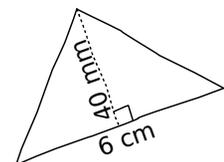
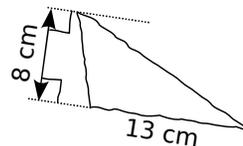
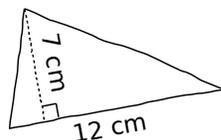
On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté puis on divise le résultat par 2 :

$$A = \frac{10 \times 3}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

L'aire du triangle vaut 15 cm².

À toi de jouer

5 Calcule l'aire des triangles ci-contre :



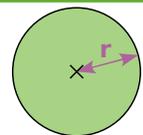
Méthode 4 : Calculer l'aire d'un disque

À connaître

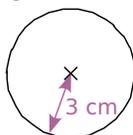
Pour calculer l'aire d'un disque, on multiplie le nombre π par le carré du **rayon** du disque :

$$A = \pi \times r^2$$

On rappelle que : $r^2 = r \times r$.



Exemple : Calcule l'aire du disque suivant :



Le disque a un rayon de 3 cm. On multiplie donc le nombre π par le nombre 3 au carré :

$$A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$$

L'aire exacte de ce disque est 9π cm².

On peut obtenir une valeur approchée de l'aire du disque :

- en utilisant la touche π de la calculatrice, on obtient 28,274... Une valeur approchée au centième près de l'aire du disque est 28,27 cm².
- en prenant 3,14 comme valeur approchée au centième près de π , on obtient 28,26 cm² comme valeur approchée de l'aire du disque.

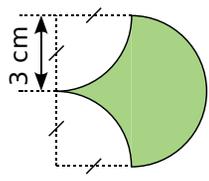
Méthodes

À toi de jouer

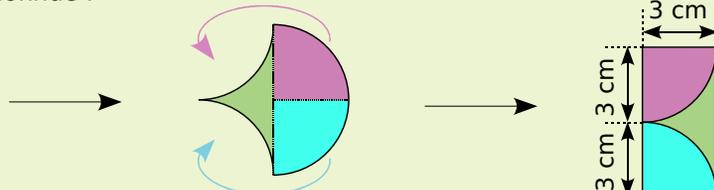
- 6** Quelle est l'aire exacte d'un disque de rayon 6 cm ? 8,7 cm ? 50 mm ?
7 Quelle est l'aire approchée au mm² près d'un disque de diamètre 8 cm ? 13 cm ?

Méthode 5 : Calculer une aire par découpage simple

Exemple 1 : Calcule l'aire de la figure suivante :



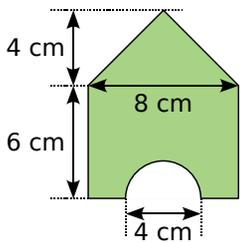
Pour calculer l'aire de cette figure, on découpe la figure en trois morceaux puis on les déplace pour reconstituer une figure connue :



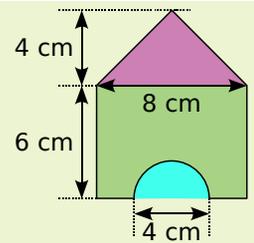
Calculer l'aire de cette figure revient donc à calculer l'aire d'un rectangle de largeur 3 cm et de longueur 6 cm : $A = 3 \times 6 = 18$.

L'aire de cette figure est 18 cm².

Exemple 2 : Calcule l'aire de la figure suivante :

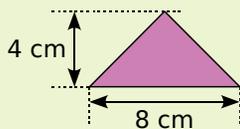


Pour calculer l'aire de cette figure, on repère des figures simples qui la constituent...



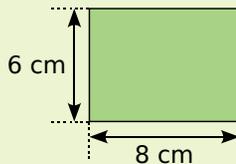
... puis on calcule l'aire de chacune des figures simples trouvées :

Un **triangle** dont un côté mesure 8 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm :



$$A_T = \frac{4 \times 8}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

Un **rectangle** de largeur 6 cm et de longueur 8 cm :



$$A_R = 6 \times 8 = 48$$

Un **demi-disque** de rayon 2 cm :



$$A_D = \frac{\pi \times 2^2}{2} = 2\pi$$

L'aire de la figure est obtenue en additionnant l'aire du **triangle** et l'aire du **rectangle** puis en retranchant au résultat l'aire du **demi-disque** :

$$A = 16 + 48 - 2\pi = 64 - 2\pi$$

L'aire exacte de cette figure est $(64 - 2\pi)$ cm².

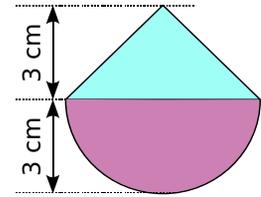
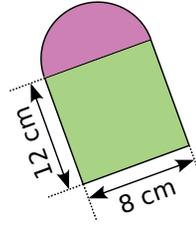
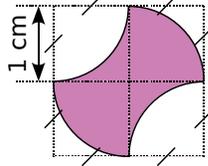
En prenant 3,14 comme valeur approchée du nombre π , on obtient $A \approx 57,72$ cm².

À toi de jouer

Méthodes

Série 1 : Quadrilatères

8 Calcule l'aire des figures suivantes :



S'entraîner

Série 3 : Disques

1 Calcule l'aire de chaque parallélogramme dont les dimensions sont données ci-dessous :

- Un côté mesure 6 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm.
- Un côté mesure 4,7 dm et la hauteur relative à ce côté mesure 7,2 cm.
- Un côté mesure 2 m et la hauteur relative à ce côté mesure 6,4 cm.

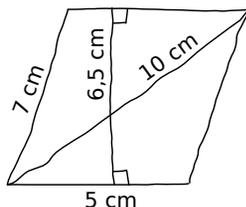
2 Pour chaque parallélogramme, calcule la longueur demandée :

- L'aire du parallélogramme est 36 cm^2 et l'un de ses côtés mesure 6 cm. Combien mesure la hauteur relative à ce côté ?
- L'aire du parallélogramme est $15,12 \text{ cm}^2$ et l'une de ses hauteurs mesure 3,6 cm. Combien mesure la base relative à cette hauteur ?

3 Complète le tableau suivant où pour chaque cas, c désigne un côté d'un parallélogramme, h la hauteur relative à ce côté et A l'aire :

c	h	A
24 cm	8 cm	...
132 m	0,5 hm	...
16 mm	...	64 mm^2
4,5 m	...	$14,4 \text{ m}^2$
...	250 cm	$7,5 \text{ m}^2$

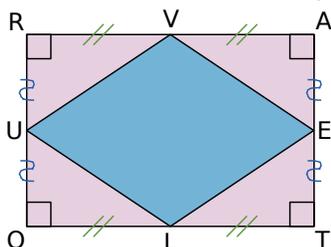
4 Calcule l'aire et le périmètre de ce parallélogramme tracé à main levée :



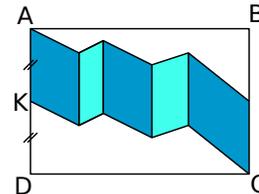
5 Construis un parallélogramme qui a un côté de 6 cm de longueur, un périmètre de 20 cm et une aire de 18 cm^2 . Justifie ta construction en indiquant tes calculs.

6 L'un dans l'autre

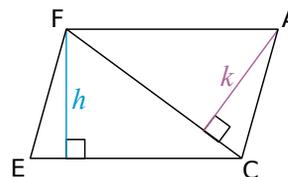
- Calcule l'aire de RATO, sachant que $RA = 8 \text{ cm}$ et $AT = 6 \text{ cm}$.
- Calcule l'aire de VELU de deux façons.



7 Le quadrilatère ABCD est un rectangle tel que $BC = 4 \text{ cm}$, $AB = 6 \text{ cm}$ et K est le milieu de [AD]. La surface colorée est formée de parallélogrammes accolés. Montre que l'aire de la surface colorée est la moitié de celle du rectangle.



8 Pile ou Face ?



Le parallélogramme FACE est tel que :

- $EC = 150 \text{ mm}$;
- $h = 67 \text{ mm}$;
- $k = 53 \text{ mm}$.

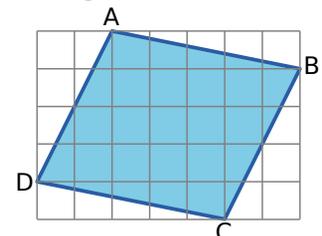
- Calcule l'aire de FACE.
- Calcule la longueur de la diagonale [FC].

9 Un peintre en bâtiment fait l'expérience suivante : il imbibe entièrement son rouleau de peinture, il le pose sur le mur, le fait rouler en lui faisant faire seulement un tour complet, puis le retire du mur.

- Quelle va être la forme de la tache de peinture ainsi réalisée ?
- Le rouleau est large de 25 cm et d'un diamètre de 8 cm. Quelle surface du mur sera alors recouverte de peinture ?
- Combien de fois, au minimum, devra-t-il réaliser ce geste pour peindre un mur long de 6 m et haut de 2,5 m ?

10 Avec ou sans quadrillage ?

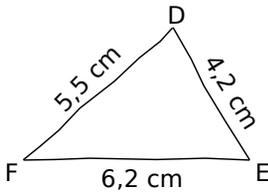
- Après avoir mesuré, propose un encadrement au dixième près du segment [AB] et de la hauteur relative à ce segment. Dédus-en un encadrement de l'aire du parallélogramme ABCD.



- Pourrais-tu trouver l'aire du parallélogramme ABCD en utilisant seulement le quadrillage de côté 0,5 cm ?
- En utilisant la question b., vérifie l'encadrement trouvé à la question a..

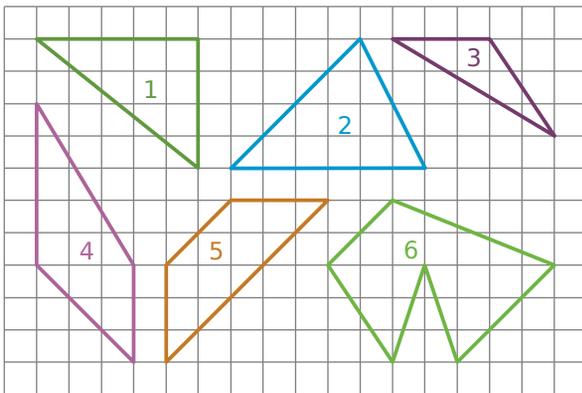
S'entraîner

- 11** Reproduis sur ton cahier la figure suivante puis trace en rouge la hauteur $[DH]$ et en vert la hauteur relative au côté $[DE]$.



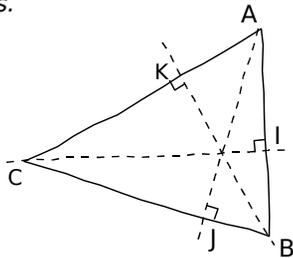
- 12** Avec un quadrillage

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire des figures suivantes en utilisant des aires de triangles.

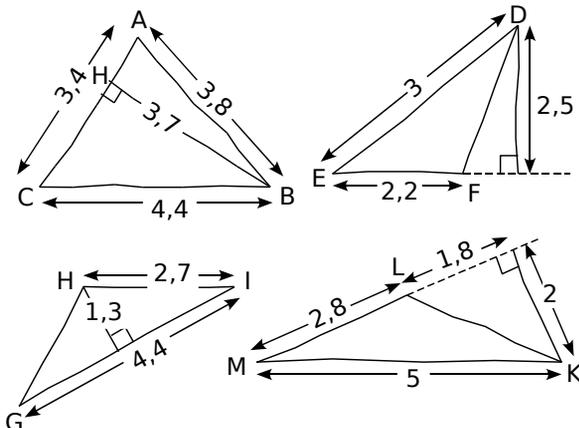


- 13** Calcule l'aire du triangle ABC ci-dessous de trois façons différentes en utilisant les informations données.

$AB = 12,5$ cm
 $BC = 20$ cm
 $AC = 19,5$ cm
 $CI = 18,72$ cm
 $AJ = 11,7$ cm
 $BK = 12$ cm

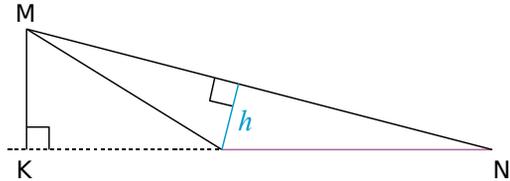


- 14** Calcule l'aire des triangles suivants. L'unité de longueur est le centimètre.

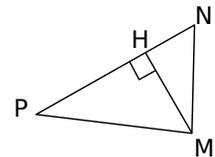


- 15** Un triangle a pour aire $16,25$ cm^2 et l'un de ses côtés mesure $6,5$ cm. Calcule la longueur de la hauteur relative à ce côté.

- 16** Sur la figure suivante, le segment $[MK]$ mesure $1,6$ cm, le segment $[MN]$ mesure $6,4$ cm et l'aire du triangle MNP est égale à $5,12$ cm^2 . Trouve la longueur du segment $[PN]$ et la longueur h .



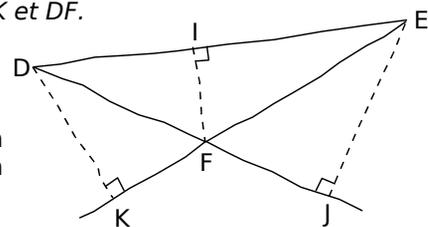
- 17** MNP est un triangle de hauteur $[MH]$. Recopie et complète ce tableau :



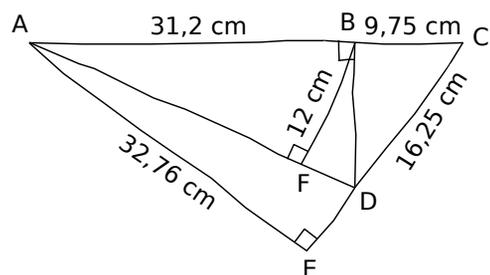
NP	MH	Aire du triangle MNP
7,2 cm	4,8 cm	...
...	3,5 m	5,6 m^2
16 cm	...	0,5 dm^2

- 18** En utilisant les données de l'énoncé, calcule l'aire du triangle DEF puis déduis-en les longueurs DK et DF .

$DE = 8$ cm
 $EF = 5$ cm
 $IF = 2,1$ cm
 $EJ = 4,2$ cm



- 19** On considère la figure suivante :



- Nomme la hauteur relative au côté $[CD]$ dans le triangle ACD .
- Déduis de la question **a.** l'aire du triangle ACD et la longueur BD .
- À l'aide d'un raisonnement semblable pour le triangle ABD , calcule AD .

S'entraîner

20 Calcule :

- L'aire exacte d'un disque de rayon 3 cm.
- Une valeur approchée au dixième près de l'aire d'un disque de rayon 35 mm.
- L'aire exacte d'un disque de diamètre 8 cm.

21 Donne la valeur exacte puis la valeur approchée au centième près de l'aire des disques suivants, où R désigne le rayon du disque et D le diamètre du disque :

- | | | |
|---------------|-----------------|-----------------|
| a. $R = 2$ cm | c. $R = 4,5$ cm | e. $D = 4,8$ dm |
| b. $D = 3$ cm | d. $R = 5,6$ cm | f. $D = 0,24$ m |

22 Recopie et complète le tableau suivant (on prendra 3,14 comme valeur approchée de π) :

Rayon	Diamètre	Périmètre	Aire
5 cm
...	2,4 dm
...	...	6,28 m	...
...	50,24 cm ²

23 Portions de disques

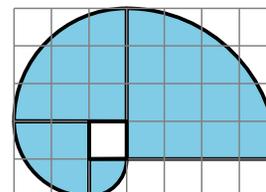
- Calcule l'aire d'un demi-disque de rayon 5,2 cm. Donne la valeur exacte puis une valeur approchée au mm² près.
- Calcule l'aire d'un quart de disque de rayon 16,4 cm. Donne la valeur exacte puis une valeur approchée au mm² près.

24 La galette

Un pâtissier doit confectionner une tarte recouverte de glaçage. Il sait qu'avec 100 g de sucre glace, il fabrique du glaçage pour une surface de 5 dm². Sachant qu'il dispose de moules à tarte circulaires de diamètres 22 cm, 26 cm ou 28 cm, quel moule devra-t-il utiliser pour 100 g de sucre ?

25 Le nautilus

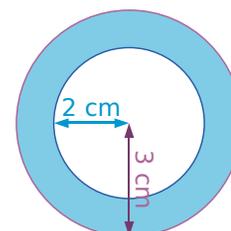
Le nautilus est un mollusque dont la coquille est spiralée et peut être schématisée de la manière suivante :



- Reproduis ce schéma dans un quadrillage à carreaux de 1 cm de côté.
- Calcule l'aire de la figure.
- Calcule le périmètre de cette figure.

26 Une couronne pour un roi

Calcule l'aire de la couronne circulaire ci-contre en arrondissant le résultat au mm² le plus proche.



27 Radio émetteur

À Mathcity, l'émetteur de « radio-centre » a une portée de 10 km.

- Calcule la superficie de la zone de réception

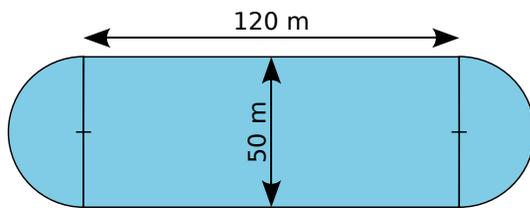
S'entraîner

au km^2 près.

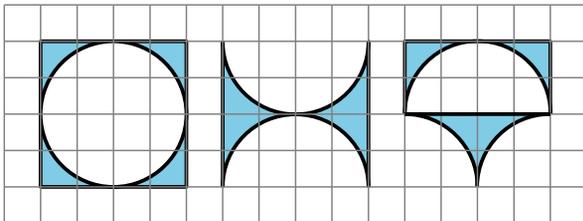
b. À partir du mois de septembre prochain, le conseil municipal instaure une taxe de 10 € par km^2 . Combien paiera « radio-centre » ?

c. La direction prévoit de changer l'émetteur pour multiplier la portée par 3. La nouvelle taxe sera-t-elle aussi multipliée par 3 ?

28 Calcule l'aire et le périmètre de ce stade :



29 Quadrillage



Reproduis les figures ci-dessus dans des carrés de 4 cm de côté puis calcule l'aire de chaque surface coloriée.

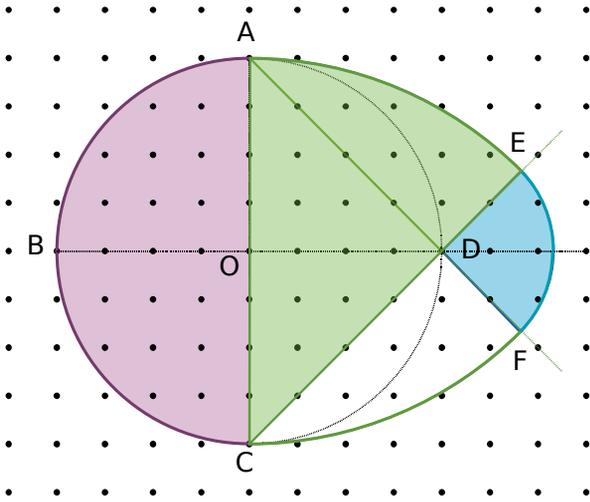
30 Pare-brise

Un pare-brise rectangulaire de 1,50 m sur 0,80 m est balayé par un essuie-glace de longueur 0,65 m. Trouve une valeur approchée du pourcentage de la surface balayée par rapport à celle du pare-brise.

Approfondir

31 Œuf de Pâques

Voici un œuf de Pâques construit sur du papier pointé. L'unité est le centimètre. Le segment [AO] mesure 4 cm.



Construction

- Reproduis cette figure sur ton cahier.
- Propose un programme de construction pour cette figure.

Les différentes parties de l'œuf

- Cherche le rayon du demi-disque rose puis calcule son aire exacte.
- Cherche le rayon du huitième de disque vert puis calcule son aire.
- Le segment [AD] mesure 5,7 cm. Cherche la longueur du segment [DF] puis calcule l'aire exacte du quart de disque bleu.

Aire de l'œuf

- Un élève dit : « Pour calculer l'aire de l'œuf, j'additionne l'aire de la partie rose, celle de la partie bleue et deux fois celle de la partie verte. ». A-t-il raison ? Explique ta réponse.
- Calcule l'aire du triangle rectangle ADC.
- Calcule alors une valeur approchée au dixième près de l'aire de l'œuf.

Un joli ruban

Marion veut entourer son œuf d'un joli ruban rose (en suivant le tour de l'œuf AEFCBA). Pour former la cocarde, elle a besoin en plus de 40 cm de ruban.

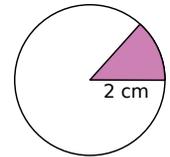


- Calcule une valeur approchée au dixième près de la longueur de ruban nécessaire pour parer l'œuf de ce joli ruban.

32 Dans chaque cas, construis tous les quadrilatères qui satisfont aux énigmes suivantes :

- Je suis un rectangle. Mes côtés ont des mesures entières. Mon aire est de 18 cm^2 et mon périmètre est supérieur à 20 cm.
- Je suis un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux deux à deux. Mon aire vaut 24 cm^2 et mon périmètre 22 cm. Mes côtés ont des mesures entières.
- Je suis un quadrilatère non croisé qui a deux côtés consécutifs égaux et qui possède ses diagonales perpendiculaires. Mon aire vaut 24 cm^2 . Mes diagonales ont des mesures entières et se coupent au quart de la plus grande diagonale.

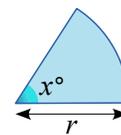
33 On considère un cercle de rayon 2 cm.



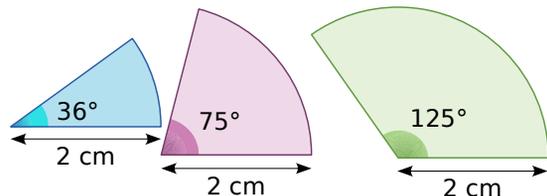
- Calcule l'aire exacte de chaque secteur circulaire dont l'angle est donné dans le tableau suivant :

Angle en degrés	360	90	45	180	120	3	1	12
Aire en cm^2								

- Calcule le coefficient de proportionnalité du tableau précédent.
- À l'aide du a., établis la formule donnant l'aire du secteur angulaire ci-dessous en faisant intervenir x , r et le nombre π .



- En utilisant la formule établie à la question c., calcule l'aire exacte des figures suivantes :



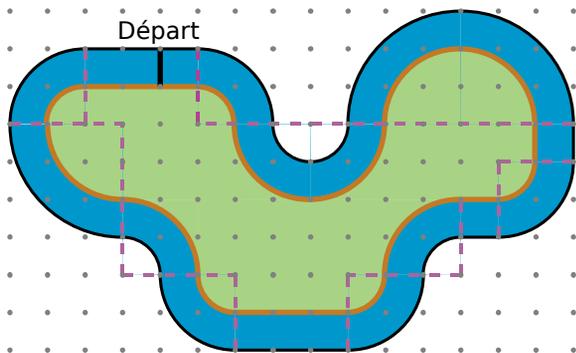
- En t'aidant des résultats de la question d., donne l'aire exacte :
 - d'un secteur angulaire de rayon 2 cm et d'angle 111° ;
 - d'un secteur angulaire de rayon 2 cm et d'angle 50° .

Travailler en groupe

1 Circuit de kart...

En piste...

On a représenté ci-dessous le plan d'un circuit de kart dont les parties courbes sont soit des quarts de cercle, soit des demi-cercles (chaque carreau a en réalité un côté de 5 m) :



- On réalise un marquage des bords de la piste. Quelle sera la longueur de la bande ocre située sur le bord intérieur du circuit ?
- Calculez la surface de gazon située au centre de la piste.
- Calculez la surface de bitume qu'il faudra pour recouvrir entièrement la piste.

Ma piste

d. Réalisez maintenant le plan d'un circuit de kart :

- qui peut être construit sur un terrain rectangulaire de 250 m de long sur 200 m de large ;
- dont la largeur de la piste est de 10 m ;
- dont les parties courbes sont des quarts de cercles ou des demi-cercles.

Pour cela, vous utiliserez du papier à petits carreaux où chaque côté d'un petit carreau représentera une longueur de 5 m.

Attention : les centres des virages doivent être des points du quadrillage.

Tour de piste...

e. Échangez le plan de votre circuit avec celui d'un autre groupe pour déterminer :

- la surface de gazon située au centre de ce circuit ;
- la surface de bitume nécessaire pour recouvrir cette piste.

Pour cela il est conseillé de repérer les différentes parties qui composent la piste.

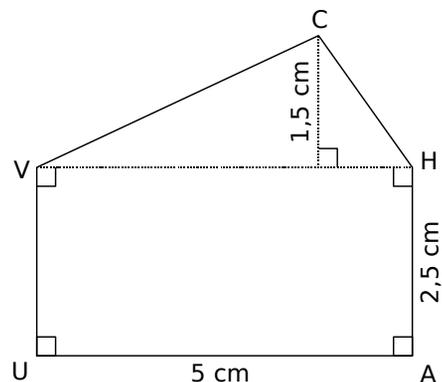
2 Du côté des bâtisseurs...

Temps 1

- Chaque membre du groupe doit construire un rectangle d'aire 21 cm^2 . Tous les rectangles du groupe doivent être différents.
- Chaque membre du groupe doit construire un parallélogramme d'aire 28 cm^2 . Tous les périmètres des parallélogrammes du groupe doivent être différents.
- Chaque membre du groupe doit construire un triangle d'aire 25 cm^2 . Tous les périmètres des triangles du groupe doivent être différents.

Temps 2

d. Déterminez l'aire du pentagone suivant :



e. Chaque membre du groupe doit construire un pentagone d'aire 45 cm^2 . Tous les pentagones du groupe doivent être différents.

Temps 3

f. Chaque membre du groupe doit construire sur une feuille quadrillée un polygone :

- ayant cinq à dix côtés ;
- composé de figures simples (vous pouvez vous aider de la question d.).

g. Chaque membre du groupe doit calculer l'aire de sa figure (qu'il gardera secrète) puis sur une nouvelle feuille quadrillée, il ne doit tracer que les contours de son polygone.

h. Échangez les figures de votre groupe avec celles d'un autre groupe puis calculez l'aire des figures reçues en les décomposant en figures simples.

i. Faites parvenir à l'autre groupe vos résultats pour les vérifier.