

Solutions d'une équation

1 Vocabulaire

$$9x + 2 = 39 \qquad 4y + 8 = y^2 + 3$$

Pour chaque équation, indique :

- l'inconnue ;
- le ou les termes comportant l'inconnue ;
- le ou les termes constants ;
- les membres de l'équation.

2 Être solution ou non ?

a. Le nombre -5 est-il solution de l'équation $5 - 4x = 19$? Et le nombre -6 ?

b. Le nombre 8 est-il solution de l'équation $5y - 3 = 2y + 2$? Et le nombre -3 ? Et $\frac{5}{3}$?

c. Parmi les nombres 5 , -3 et 2 , lesquels sont solutions de l'équation $z^2 + z - 6 = 0$?

3 Parmi les équations suivantes, quelles sont celles qui admettent pour solution celle de l'équation $7y + 5 = 3y + 8$. Justifie.

- $4y + 5 = 3y + 8$
- $7y = 3y + 4$
- $14y + 10 = 6y + 16$
- $7y - 5 = 3y + 1$

Résoudre des équations

4 Équations du type $x + a = b$

Résous les équations suivantes :

- $x + 6 = 8$
- $t - 7 = 3$
- $y + 11 = 10$
- $1 + x = -2$
- $t - 5 = -3$
- $x - 5,3 = -3,2$
- $y + 15,7 = -30$
- $-5,4 + t = 4,85$
- $x + 7 = -1,2$
- $y - 59,7 = -100$

5 Équations du type $ax = b$

Résous les équations suivantes :

- $3x = 9$
- $5y = 3$
- $4z = -7$
- $-2z = -8$
- $7x = 4$
- $-y = -7,2$
- $-y = 15,7$
- $4,4z = 0$
- $2,7x = -1,2$

6 Équations du type $ax + b = c$

Résous les équations suivantes :

- $2x - 2 = 2$
- $3z - 10 = 11$
- $1 - y = 0$
- $1 + 5x = -39$
- $2 + 3z = 9$
- $6 - y = -2,3$
- $7 - 3x = -22$
- $5 + 6z = -11$
- $-x - 9 = 11,2$
- $9,7y - 5,7 = -1,7$

7 Équations du type $ax + b = 0$

a. Résous les équations suivantes :

$$4x - 12 = 0 \qquad 4x + 1 = 0$$

$$2x - 3 = 0 \qquad 2 - 3x = 0$$

b. On considère l'équation $ax + b = 0$ où a et b sont des nombres relatifs, a étant non nul. Exprime la solution x de cette équation en fonction de a et de b .

Vérifie alors tes résultats précédents.

c. Déduis-en directement la solution de chacune des équations suivantes :

$$2x + 8 = 0 \qquad 2 - 7x = 0$$

$$3x - 1 = 0 \qquad 7x + 8 = 0$$

$$11x + 1 = 0 \qquad 2,8 - 4x = 0$$

8 Méli mélo

a. Résous les équations suivantes :

$$7x = 28 \qquad x - 7 = -28$$

$$7 + x = 28 \qquad 7 + x = -28$$

$$-7x = -28 \qquad x - 7 = 28$$

$$7x = -28 \qquad -7x = 28$$

$$7 - x = 28 \qquad 7 - x = -28$$

b. Regroupe les équations qui ont la même solution et explique pourquoi.

c. Sans faire de calculs et en justifiant, donne la solution de chacune des équations suivantes :

$$-x - 7 = 28 \qquad -x - 7 = -28$$

9 Solutions particulières

Résous les équations suivantes :

$$\text{a. } 6x = 6x + 1 \quad \text{b. } 3n = 0 \quad \text{c. } 0y = 0$$



10 Équations du type $ax + b = cx + d$

Résous les équations suivantes :

- a. $5x = 3x + 3$
- b. $8x = 12x + 4$
- c. $4 - 7y = 10y$
- d. $7x + 1 = -4 - x$
- e. $2 + 3x = 7 - 3x$
- f. $5 + 6x = -x - 9$
- g. $11x + 3 = 8x + 7$
- h. $5,5x + 1,5 = 9x + 6$
- i. $7 - 3,3x = 2x - 9,7$
- j. $5,1 - x = -8x + 1,7$

11 Plus complexe

Résous les équations suivantes :

- a. $4(x + 5) = 10x + 3$
- b. $3(x - 2) = 6(x + 4)$
- c. $7x - (5x + 3) = 5(x - 3) + 2$
- d. $7(n + 2) - 3 = 25 - (3n + 4)$
- e. $4y + 3(4y - 2) = 3(y + 1)$

Avec des fractions

12 Résous les équations suivantes :

- a. $x - \frac{5}{4} = \frac{4}{3}$
- b. $x + \frac{7}{3} = \frac{5}{7}$
- c. $x - \frac{5}{8} = \frac{3}{12}$
- d. $\frac{1}{3} - x = -\frac{2}{9}$
- e. $\frac{5}{18} - x = \frac{11}{45}$
- f. $x - \frac{12}{25} = -\frac{11}{15}$

13 Équations du type $ax = b$

Résous les équations suivantes :

- a. $\frac{z}{5} = \frac{3}{4}$
- b. $\frac{x}{7} = \frac{7}{6}$
- c. $\frac{x}{11} = -\frac{2}{13}$
- d. $\frac{x}{-8} = \frac{8}{9}$
- e. $-\frac{x}{12} = \frac{7}{3}$
- f. $\frac{7x}{2} = \frac{1}{4}$
- g. $\frac{2x}{9} = -\frac{7}{27}$
- h. $\frac{-3x}{7} = \frac{7}{8}$
- i. $\frac{-11}{9}x = \frac{-1}{5}$

14 Équations du type $ax + b = c$

Résous les équations suivantes :

- a. $\frac{7}{9}y + 5 = 8$
- b. $\frac{1}{16}x - 2 = \frac{5}{8}$
- c. $\frac{1}{4}x - \frac{3}{8} = \frac{2}{3}$
- d. $\frac{3}{7}y - \frac{5}{35} = -\frac{8}{14}$

15 Résous les équations suivantes :

- a. $\frac{x}{3} = \frac{x}{4} - \frac{6}{5}$
- b. $\frac{5x}{8} - \frac{3}{10} = \frac{7x}{40}$
- c. $\frac{2x}{7} + \frac{3}{14} = \frac{x}{7} - \frac{1}{14}$
- d. $\frac{2}{5}x - \frac{1}{9} = \frac{3}{9}x + \frac{4}{5}$

Comparaison

16 Sachant que m et n sont deux nombres tels que $m < n$, compare quand c'est possible :

- a. $m + 2$ et $n + 2$
- b. $m + 14$ et $14 + n$
- c. $m - 5$ et $n - 5$
- d. $n + 4$ et $m + 4$
- e. $m + 16$ et $n + 15,5$
- f. $m - 165$ et $n - 160$

17 Sachant que p et r sont deux nombres positifs tels que $p > r$, compare :

- a. $-p$ et $-r$
- b. $6p$ et $5r$
- c. $-\frac{p}{8}$ et $-\frac{r}{8}$
- d. $\frac{p}{15}$ et $\frac{r}{16}$

18 Que de neufs !

- a. Compare 9,99 et 9,909.
- b. Compare alors $9,99\pi$ et $9,909\pi$.

19 Sachant que a , t et s sont des nombres tels que $t \leq s$, compare les nombres suivants :

- a. $5s$ et $5t$
- b. $6t$ et $6s$
- c. $3,4s$ et $3,4t$
- d. $s + \pi$ et $t + \pi$
- e. $t + a$ et $s + a$
- f. $-5s$ et $-5t$

20 Sachant que a est un nombre tel que $a < 5$, recopie et complète :

- a. $a + 18 \dots$
- b. $a - 21 \dots$
- c. $2a \dots$
- d. $5a \dots$
- e. $-a \dots$
- f. $-11a \dots$
- g. $3a + 1 \dots$
- h. $1,5a - 8 \dots$
- i. $-9a + 5 \dots$

21 Sachant que b est un nombre tel que $b \geq 2$, recopie et complète :

- a. $b + 30 \dots$
- b. $b - 7 \dots$
- c. $4b \dots$
- d. $b + \pi \dots$
- e. $b - \sqrt{2} \dots$
- f. $0,5b \dots$

22 Compare sans calculatrice :

- a. $\frac{2}{9} + 7$ et $9 + \frac{2}{9}$ c. $\frac{7}{4} + \pi$ et $\frac{11}{8} + \pi$
 b. 4π et 5π d. $8\sqrt{3} - 1$ et $8\sqrt{3} - 2$

Encadrement

23 Valeurs approchées et arrondies

- a. Donne les valeurs approchées indiquées par la calculatrice pour : $\frac{355}{113}$, $\sqrt{10}$ et π .
 b. Donne un encadrement au dixième de $\sqrt{10}$.
 c. Donne l'arrondi au millième de $\frac{355}{113}$.
 d. Donne la valeur approchée de π à 0,001 près par défaut puis celle à 0,01 près par excès.
 e. Compare π avec $\frac{355}{113}$ puis avec $\sqrt{10}$.

24 Encadrements

- a. Donne l'encadrement de π au dixième.
 b. Déduis-en un encadrement de :
 $\pi + 1,5$ | 4π | $6\pi - 5$ | $(2 + \pi) \div 5$
 c. Donne un encadrement d'amplitude 0,01 du périmètre d'un cercle de rayon 4 cm.

25 Trouve un encadrement des expressions suivantes, sachant que $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$:

- a. $\sqrt{2} - 3$ | b. $3\sqrt{2}$ | c. $3 - 8\sqrt{2}$ | d. $\frac{-2 + \sqrt{2}}{3}$

26 Le nombre d'or Φ

L'une des deux solutions de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$ est un nombre non nul appelé « nombre d'or » et noté Φ .

- a. Montre que $\Phi^2 = \Phi + 1$.
 b. Montre que $\frac{1}{\Phi} = \Phi - 1$.
 c. Sachant que $1,618 < \Phi < 1,619$, déduis-en un encadrement de 2Φ , Φ^2 et $\frac{1}{\Phi}$.
 d. Fais des recherches sur ce nombre et trouve ses applications dans les arts.

Problèmes

27 Dans ma classe

Il y a 28 élèves. Le jour où Lucas était absent, il y avait deux fois plus de filles que de garçons. Combien y a-t-il de filles dans ma classe ?

28 Nombres consécutifs

- a. Trouve trois nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 513.
 b. Peux-tu trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 200 ? Justifie.
 c. Trouve quatre nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 1 254.
 d. Invente un problème pour trouver cinq nombres entiers consécutifs.

29 Argent de poche

Mes parents me donnent de l'argent de poche depuis que j'ai 12 ans. Mon père m'a donné la première année 5 € par semaine. Il augmente cette somme tous les ans de 5 €. Ma mère me donne le double de mon père. À quel âge aurai-je 60 € par semaine ?

30 Extrait du brevet

Un marchand dépense 75 € par semaine pour confectionner ses glaces. Sachant qu'une glace est vendue 2,50 €, combien doit-il vendre au minimum de glaces dans la semaine pour avoir un bénéfice supérieur à 76 € ?

31 Programmes de calculs

Alice et Bertrand affichent un même nombre sur chacune de leurs calculatrices.

- Alice multiplie le nombre affiché par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu.
- Bertrand multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 7 au résultat obtenu.

À la fin, ils s'aperçoivent que leurs calculatrices affichent exactement le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

32 Le nombre cherché

Joey pense à un nombre, lui ajoute 11, multiplie le tout par 3 et au résultat obtenu il retranche 3. Joey obtient 51. Quel est ce nombre de départ ?



33 Problème d'âges

Mickaël a 18 ans et son père a 46 ans. Dans combien d'années le père de Mickaël aura-t-il le double de son âge ?

34 Moyenne de Maths

Hervé a obtenu lors des trois premiers devoirs les notes suivantes : 8 ; 5 et 14. Quelle note minimale doit-il obtenir au dernier devoir pour avoir la moyenne ce trimestre ?

35 Sécurité routière

$$E_c = \frac{1}{2}MV^2$$

- M est la masse (en kg)
- V est la vitesse (en m/s)

$$E_p = Mgh$$

- $g = 9,81$ (en $N.kg^{-1}$)
- h est l'altitude (en m)

Pour évaluer les forces d'impact, on calcule l'énergie cinétique E_c (énergie liée au mouvement) et l'énergie potentielle de pesanteur E_p (énergie liée à l'altitude).

- a. Un véhicule de 900 kg roule à 60 $km.h^{-1}$. Sachant que $60 km.h^{-1} \approx 16,7 m.s^{-1}$, calcule son énergie cinétique E_c .
- b. À quelle hauteur doit être placé ce véhicule pour que son énergie potentielle E_p soit égale à l'énergie cinétique trouvée en a. ?
- c. Reprends les questions a. et b. avec un véhicule qui roule deux fois plus vite.

36 Impôts sur le revenu

Le calcul de l'impôt I pour un revenu annuel imposable R (abattement des 10 % inclus) compris entre 11 198 € et 24 872 € est basé sur

$$la\ relation\ suivante : I = \frac{14}{100}R - 857 .$$

Quel est le revenu annuel imposable R d'un individu qui paie 1 040 € d'impôts ?

37 J'ai 180 € de plus que toi.

Si je te donnais 41 € alors j'aurais deux fois plus d'argent que toi. Combien avons-nous chacun ?

38 Pièces

Avec 25 pièces toutes de 1 € et 2 €, j'ai une somme de 38 €. Combien ai-je de pièces de chaque sorte ?

39 Le concert

La grande Halle d'Auvergne peut accueillir 8 500 spectateurs. Lors d'un concert, toutes les places debout à 25 € et toutes les places assises à 44 € ont été vendues. Le montant de la recette était ce soir-là de 312 725 €. Quel était le nombre de spectateurs debout ?

40 La réunion

Dans une salle, on dispose en carré un nombre minimum de tables de façon à en réserver une pour chaque participant.

- a. Fais un dessin pour illustrer la situation.
- b. De combien de tables sera composé un côté de ce carré si le nombre de participants prévus est 24 ? 134 ?

41 Extrait du brevet

Le ciné-club d'un village propose deux tarifs : Tarif A : une carte d'adhésion pour l'année coûtant 21 euros, puis 1,5 euros par séance ; Tarif B : 5 euros par séance sans carte d'adhésion.

- a. Calculer, pour chaque tarif, le prix payé pour 8 séances.
- b. On appelle x le nombre de séances. Exprimer en fonction de x le prix payé avec le tarif A, puis avec le tarif B.
- c. Quel est le nombre de séances pour lequel le tarif A est égal au tarif B ?

Problèmes de géométrie

42 Bouteille

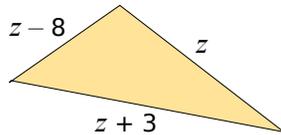
Une bouteille de forme cylindrique contient 2 litres d'eau. Le rayon de sa base mesure 10 cm. Détermine la hauteur de la bouteille. Arrondis ton résultat au dixième de centimètre.

43 On transforme un carré en un rectangle en ajoutant 4,5 cm à la longueur d'un de ses côtés et en retranchant 2 cm à la longueur d'un autre.

- a. Quelles doivent être les dimensions du carré initial pour que le double de son périmètre soit égal au périmètre du rectangle ?
- b. Quelles doivent être les dimensions du carré initial pour que son aire et celle du rectangle soient égales ?

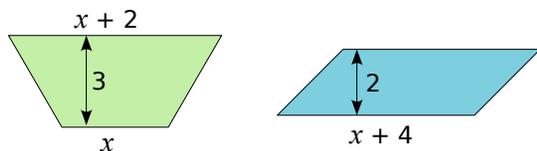
44 Périmètre d'un triangle

Trouve la valeur de z sachant que le périmètre du triangle ci-contre vaut 61. Les mesures sont dans la même unité.



45 Surfaces égales

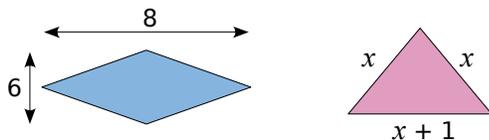
Soient le trapèze et le parallélogramme ci-dessous. Les mesures sont dans la même unité.



Quelle doit être la valeur de x pour que le trapèze ait la même surface que le parallélogramme ?

46 Histoire de périmètres

Soient le losange et le triangle isocèle ci-dessous. Les mesures sont dans la même unité.



Trouve la valeur de x telle que le périmètre du losange soit égal au double de celui du triangle.

Problèmes avec fractions

47 Trouve une fraction égale à $\frac{4}{3}$ dont la somme du numérateur et du dénominateur est égale à 63 (tu appelleras x le numérateur de la fraction recherchée).

48 Extrait du brevet

Les longueurs sont données en cm et les aires en cm^2 .

L et l désignent respectivement la longueur et la largeur d'un rectangle. On sait que l'aire de ce rectangle mesure 230,4 et que $\frac{L}{l} = \frac{5}{2}$.

- Calculer les mesures exactes de la longueur et de la largeur de ce rectangle.
- Calculer la mesure exacte du périmètre de ce rectangle.

49 Extrait du brevet

Si on retranche un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{4}{5}$, on obtient la fraction $\frac{5}{4}$.

Trouver ce nombre.

50 Extrait du brevet

On considère trois nombres notés, dans cet ordre, x , y et z . Le quart du premier est égal au cinquième du second qui est lui-même égal au sixième du troisième. De plus, la somme de ces trois nombres est égale à 600.

- Calculer y et z en fonction de x .
- En déduire la valeur de ces trois nombres.

Problèmes d'encadrement

51 Longueur d'un terrain



Le périmètre du terrain rectangulaire ci-dessus est compris entre 286 m et 288 m. Détermine un encadrement de la longueur de ce terrain.

52 La rentrée

Le prix d'un cahier est compris entre 1,40 € et 3 € et celui d'un paquet de feuilles entre 3 € et 4,50 €. Aline a besoin de cinq cahiers et de quatre paquets de feuilles pour la rentrée.

- Donne un encadrement du prix des cahiers.
- Trouve un encadrement du prix des feuilles.
- Déduis-en un encadrement du coût des fournitures achetées par Aline.

53 Bébé deviendra grand

La taille d'un bébé à la naissance est comprise entre 40 et 55 cm. La plupart des enfants grandissent de 13 à 17 cm par an les trois premières années. Détermine un encadrement de la taille en cm d'un enfant de 3 ans.