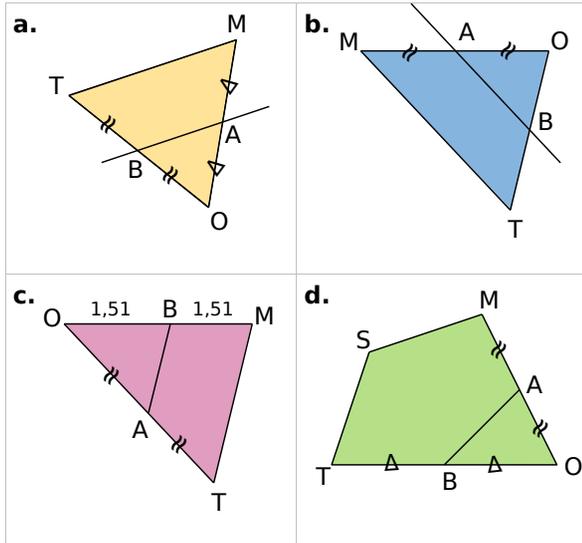
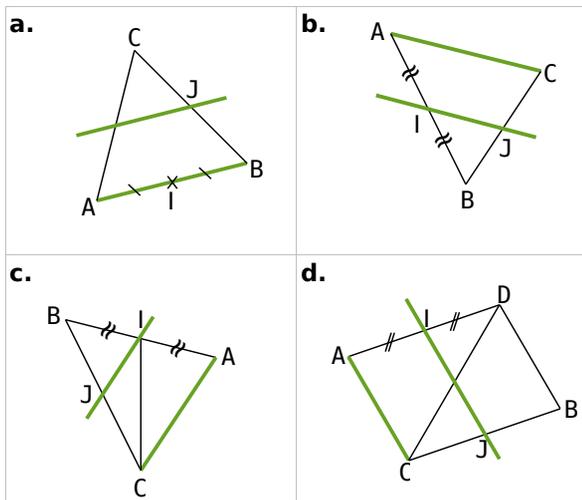


Théorèmes des milieux

1 Dans quelle(s) figure(s) peux-tu démontrer que les droites (AB) et (MT) sont parallèles ? Justifie tes réponses.



2 Dans quelle(s) figure(s) peux-tu démontrer que le point J est le milieu de [BC] ? Justifie tes réponses.
Les droites vertes sont parallèles.



3 Construis le triangle TOC tel que $TO = 5,8 \text{ cm}$; $TC = 4,3 \text{ cm}$ et $\widehat{CTO} = 55^\circ$.
Place les points A et B milieux respectifs des côtés [OT] et [OC].

Calcule la longueur AB en justifiant clairement la démarche utilisée.

4 Dans chaque cas, en t'aidant d'un dessin à main levée, recopie et complète les démonstrations suivantes :

a. Dans le triangle HLP, on sait que E est le milieu de [HL] et S est le milieu de [HP].
Or si dans un triangle une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté.
Donc ...

b. Dans le triangle AMI, on sait que T est le milieu de [AM] et ...
Or si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.
Donc U est le milieu de [AI].

c. Dans le triangle POT, on sait que I est le milieu de [PO] et N est le milieu de [PT].
Or si ...
Donc $IN = \frac{OT}{2}$.

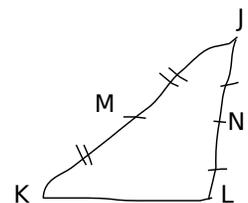
5 Anita doit montrer que le point R est le milieu du segment [CD]. Voici ce qu'elle a écrit :

« Dans le triangle ECD, on sait que P est le milieu de [CE], que R est un point de [CD] et que (PR) et (ED) sont parallèles.
Or si dans un triangle une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté. Donc R est le milieu de [CD]. »

Que penses-tu du raisonnement d'Anita ?
Corrige-le si tu estimes que cela est nécessaire.

6 Observe le dessin de Paul. Dans le triangle KJL, il veut montrer que les droites (KL) et (MN) sont parallèles.

À l'aide du codage du dessin, rédige une démonstration.



7 RST est un triangle tel que $RS = 8 \text{ cm}$, $RT = 6 \text{ cm}$ et $TS = 7 \text{ cm}$. P est le milieu de [RT] et F est le milieu de [TS].

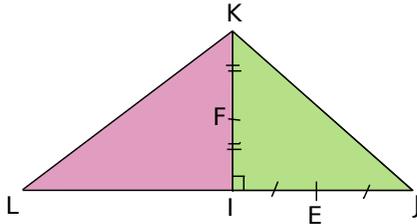
a. Fais un dessin à main levée et code-le.

b. Montre que (RS) et (PF) sont parallèles.

c. Calcule PF en justifiant la démarche utilisée.



8 Le professeur a donné un exercice à faire à la maison avec le dessin suivant mais Rafiq n'a pas eu le temps de tout noter et a juste écrit à côté de son dessin : (FE) ? FE ?



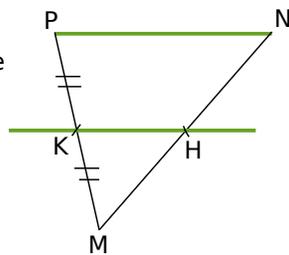
- a. Saurais-tu retrouver les questions posées par le professeur ?
- b. À toi maintenant de résoudre cet exercice.

9 AOR est un triangle rectangle en O tel que $AO = 5$ cm et $OR = 3,5$ cm. Soit L le milieu de [AO] et S le milieu de [AR].

- a. Fais un dessin en vraie grandeur et code-le.
- b. Montre que (LS) est parallèle à (OR).
- c. Déduis-en que (LS) est perpendiculaire à (AO).

10 Les droites vertes sont parallèles.

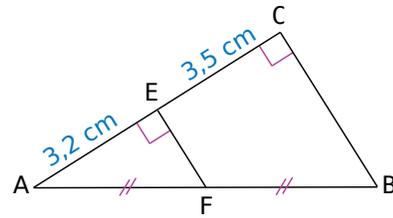
Démontre que H est le milieu de [MN].



11 ABC est un triangle tel que $AC = 6$ cm ; $AB = 4$ cm et $BC = 3,5$ cm. ACD est le triangle tel que $AD = 5$ cm ; $CD = 4$ cm et B et D ne sont pas du même côté de la droite (AC). E est le milieu de [AB] et F est le milieu de [AC]. La parallèle à (CD) passant par F coupe (AD) en G.

- a. Fais un dessin en vraie grandeur et code-le.
- b. Montre que (EF) est parallèle à (BC).
- c. Montre que G est le milieu de [AD].
- d. Montre que (EG) et (BD) sont parallèles.
- e. Calcule les longueurs EF et FG. Justifie.
- f. Calcule le périmètre de AEFG.

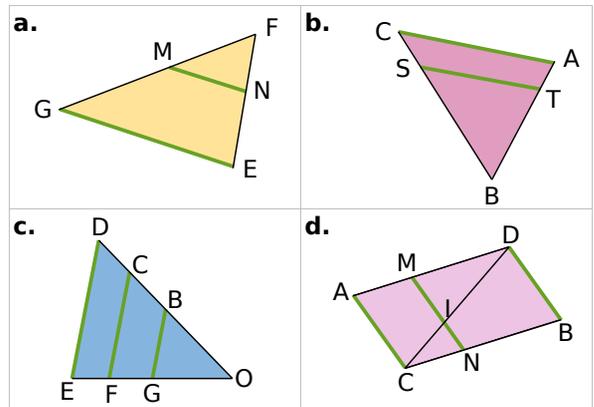
12 Jonathan a construit la figure suivante :



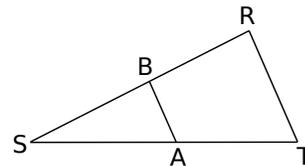
Explique pourquoi sa figure est fautive.

Proportionnalité dans le triangle

13 Écris toutes les égalités des rapports de longueurs dans chacun des cas suivants. Les droites vertes sont parallèles.



14 Sur la figure ci-dessous, les droites (AB) et (TR) sont parallèles. On donne $SA = 4$ cm ; $ST = 15$ cm ; $AB = 2,4$ cm et $SR = 7,5$ cm.



- a. Reporte les données sur un croquis.
- b. Pour calculer SB et RT, recopie et complète :
Dans le triangle ... , on sait que $A \in [ST]$, $B \in [SR]$ et $(AB) \parallel (TR)$ donc d'après la proportionnalité des longueurs dans un triangle :
 $\frac{SA}{ST} = \frac{SB}{SR} = \frac{AB}{TR}$ soit $\frac{4}{15} = \frac{SB}{7,5} = \frac{2,4}{TR}$.
Termine la démonstration pour calculer SB et RT (*aide : méthode 4*).

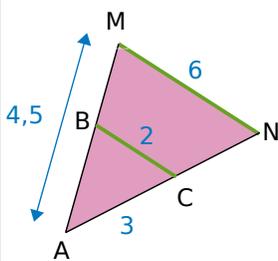
Exercices d'entraînement

15 Construis le triangle OAB tel que $OA = 6$ cm ; $OB = 9$ cm et $AB = 4,5$ cm. Place sur $[OA]$ le point E tel que $OE = 5$ cm. La parallèle à la droite (AB) passant par E coupe (OB) en F.

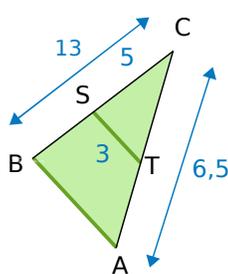
- Trace en couleur les droites parallèles. Écris les égalités des rapports de longueurs
- Calcule EF et OF.

16 Dans chacun des cas suivants, les droites vertes sont parallèles.

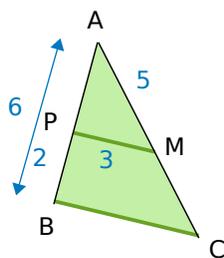
a. Calcule AN et AB.



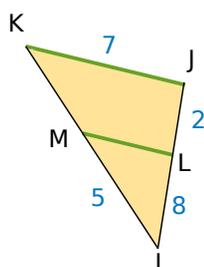
b. Calcule CT et AB.



c. Calcule AC et BC.



d. Calcule IK, MK et LM.



17 Soit un parallélogramme SAIN tel que $SA = 2,8$ cm ; $SN = 4$ cm et $\widehat{ASN} = 40^\circ$. Le point M appartient à $[NS]$ tel que $NM = 7$ cm. La droite (MA) coupe la droite (NI) en T.

- Construis la figure.
- Calcule NT.
- Déduis-en IT.

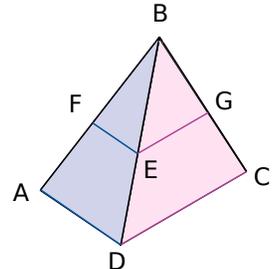
18 Construis un triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 4$ cm ; $BC = 3$ cm et $AC = 5$ cm. Sur la demi-droite $[BA)$, place le point E tel que $BE = 8,8$ cm.

Trace la droite parallèle à (AC) passant par E, elle recoupe la droite (BC) en F.

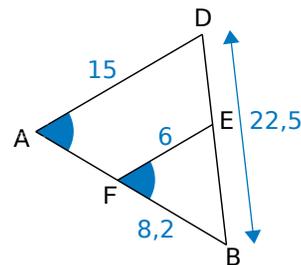
- Calcule EF.
- Calcule BF.

19 Sur la figure ci-dessous : $EF = 3$ cm ; $BG = 4$ cm et $GC = 2$ cm. Les droites (FE) et (AD) sont parallèles et les droites (EG) et (DC) sont parallèles.

- Calcule $\frac{BE}{BD}$.
- Déduis-en AD.



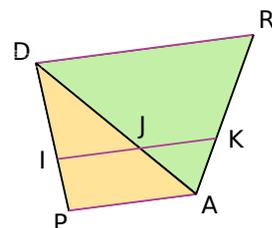
20 On considère la figure ci-dessous telle que $\widehat{DAB} = \widehat{EFB}$. Calcule BE et AB.



21 Construis un parallélogramme ABCD tel que $AB = 6$ cm ; $AD = 4$ cm et $BD = 5$ cm. Place un point O sur $[BD]$ tel que $BO = 2$ cm. Construis la parallèle à (AB) passant par O, elle coupe la droite (BC) en P.

- Calcule BP.
- Calcule OP.

22 On considère le trapèze DRAP tel que : (AP) soit parallèle à (DR) et à (IJ), $AP = 32$ mm ; $DR = 48$ mm ; $DA = 45$ mm ; $DI = 15$ mm et $IP = 5$ mm. Les points I, J et K sont alignés.



- Calcule IJ.
- Calcule DJ.
- Calcule la valeur exacte de $\frac{AJ}{AD}$.
- Déduis-en JK.



23 Construis le triangle FOT tel que FO = 6 cm ; OT = 8 cm et FT = 5,6 cm.

Place le point R sur [FO] tel que $FR = \frac{5}{4} FO$.

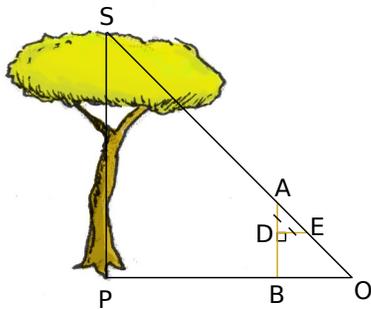
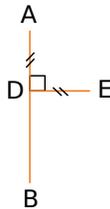
La parallèle à la droite (OT) passant par R coupe (FT) en E.

- Calcule RE.
- Calcule TE.

24 Mesurer des hauteurs inaccessibles

L'instrument de Gerbert est constitué de deux bâtons [AB] et [ED] perpendiculaires tels que AD = ED.

Soit S le sommet de l'arbre. Pour mesurer sa hauteur, il faut se placer de telle sorte que les points S, A et E soient alignés.



On veut mesurer la hauteur SP de l'arbre (on considérera qu'il est perpendiculaire au sol).

L'instrument est planté verticalement, c'est-à-dire que (AB) est perpendiculaire à (OB). On sait que AD = 0,40 m ; AB = 1,50 m et BP = 8 m. Le triangle ADE est rectangle et isocèle en D.

- Calcule la distance OB. Déduis-en la nature du triangle ABO.
- Démontre que (AB) et (SP) sont parallèles.
- Démontre que le triangle SPO est rectangle isocèle en P.
- Déduis-en la hauteur SP de l'arbre.
- Quels sont les seules mesures utiles pour utiliser l'instrument de Gerbert, une fois bien positionné comme sur le dessin ?
- Quel calcul doit-on faire pour trouver la hauteur de l'objet ?

Agrandissements et réductions

25 Reconnaître une situation de réduction ou d'agrandissement

Parmi les images ci-dessous, quelles sont celles qui sont des réductions, des agrandissements de l'arbre ci-contre et celles qui ne sont ni l'une ni l'autre ?



Fig 1



Fig 2



Fig 3

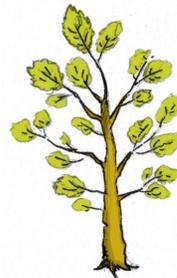


Fig 4

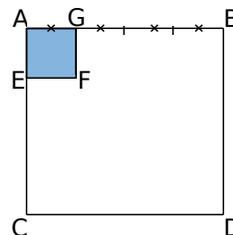


Fig 5

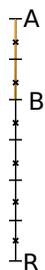
26 Agrandissement ou réduction de figures

Rédige dans chaque cas, deux phrases : une avec les mots « ... est un agrandissement de rapport ... de ... » et l'autre avec « ... est une réduction de rapport ... de ... ».

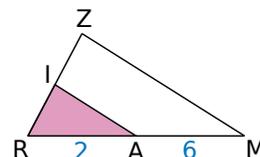
a. AGFE et ABDC sont des carrés.



b.



c. Les droites (AI) et (MZ) sont parallèles.



27 Agrandissement ou réduction ?

- a.** Sur ton cahier, construis un triangle DEF tel que $EF = 4$ cm ; $\widehat{FED} = 80^\circ$ et $\widehat{EFD} = 60^\circ$.
- b.** Sur ton cahier, construis un triangle GHI tel que $GH = 10$ cm ; $\widehat{IGH} = 80^\circ$ et $\widehat{GIH} = 40^\circ$.
- c.** Réalise les dessins des questions **a.** et **b.** avec le logiciel Tracenpoche. Dans la fenêtre *Analyse*, saisis le texte ci-dessous puis appuie sur la touche F9.

```

Analyse
calc(DE/GI)=
calc(EF/GH)=
calc(DF/IH)=
    
```

Le triangle DEF semble-t-il être un agrandissement ou une réduction du triangle GHI ? Si c'est le cas, que représentent les nombres calculés dans la fenêtre *Analyse* ?

28 Agrandissement ou non

- a.** Construis un parallélogramme ABCD tel que $AB = 3$ cm ; $BC = 5$ cm et $\widehat{ABC} = 55^\circ$.
- b.** Construis un parallélogramme EFGH tel que $EF = 2AB$; $FG = 2BC$ et qui soit un agrandissement du parallélogramme ABCD de rapport 2. Écris la propriété utilisée.
- c.** Construis un parallélogramme IJKL tel que $IJ = 2AB$; $JK = 2BC$ et qui ne soit pas un agrandissement de ABCD. Explique pourquoi ce n'est pas un agrandissement.

29 Agrandissement ou non (bis)

- a.** Construis deux quadrilatères ayant leurs angles respectifs de même mesure et qui pourtant ne sont pas un agrandissement (ou une réduction) l'un de l'autre.
- b.** Peux-tu répondre à la même question avec des triangles à la place des quadrilatères ?

30 Agrandissement et parallélisme

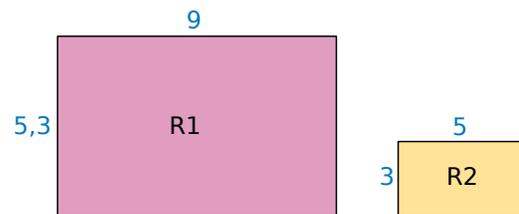
- a.** Construis un triangle ABC tel que $AB = 3,4$ cm ; $AC = 4,5$ cm et $BC = 7$ cm.
- b.** Construis un triangle CDE qui soit un agrandissement de rapport 2 du triangle ABC et tel que D appartienne à la demi-droite [CA) et E appartienne à la demi-droite [CB).
- c.** Démontre que (DE) et (AB) sont parallèles.

31 Réduction et trapèze

- a.** Construis un trapèze ABCD rectangle en D tel que (AB) soit parallèle à (CD), $AB = 3,9$ cm ; $CD = 6,6$ cm et $AD = 4,5$ cm.
- b.** Construis une figure qui soit une réduction de rapport $\frac{2}{3}$ du trapèze ABCD.
- c.** Quelle est la nature du quadrilatère obtenu ? Justifie ta réponse.

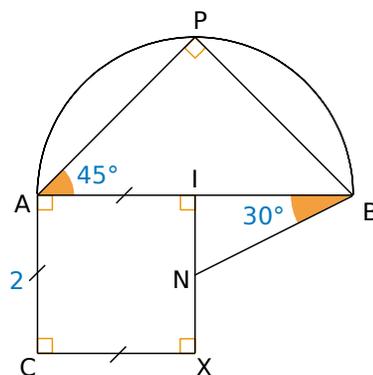
32 Réduction ?

Soit deux rectangles R1 et R2. Le rectangle R2 est-il une réduction du rectangle R1 ? Justifie ta réponse.



33 Construction et agrandissement

Construis un agrandissement de rapport $\frac{11}{5}$ du dessin ci-contre. Explique ta démarche. L'unité de longueur est le centimètre.



34 Constructions et démonstration

- a.** Construis un triangle ABC quelconque. Place un point O extérieur à ABC. Sur la demi-droite [OA), place le point A' tel que $OA' = 3OA$. Trace la parallèle à (AB) passant par A', elle coupe (OB) en B'. Construis la parallèle à (AC) passant par A', elle coupe (OC) en C'.
- b.** Que peux-tu dire du triangle A'B'C' par rapport au triangle ABC ? Démontre-le.