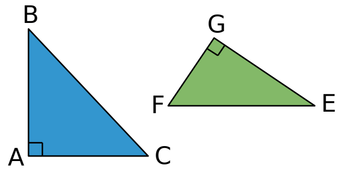
# Exercices d'entraînement

## Triangle rectangle et cercle

**1** *Vocabulaire*

On considère les triangles rectangles suivants :



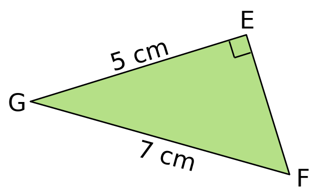

IJK est un triangle rectangle tel que : IJ = 12 cm ; IK = 13 cm et JK = 5 cm.

**a.** Écris trois phrases avec l'expression « ... est rectangle en .... . ».

**b.** Écris trois phrases avec l'expression « ... est l'hypoténuse de ... . ».

**c.** Pour chaque triangle, précise où se situe le centre de son cercle circonscrit et calcule son rayon.

**2** *Médiane*




**a.** Construis ce triangle puis la médiane issue du sommet E et celle issue du sommet F.

**b.** Construis son cercle circonscrit et calcule son rayon.

**3** *À partir d'un rectangle*

BIEN est un rectangle de centre M.

**a.** Que représente le point M pour le segment [EB] ? Justifie.

**b.** Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle BIE ? Pourquoi ?

**c.** Pourquoi N appartient-il aussi à ce cercle ?

**4** *À partir d'un triangle isocèle*

**a.** Trace un triangle ART isocèle en A. On appelle S le milieu de [RT].

**b.** Montre que le triangle TAS est rectangle en S.

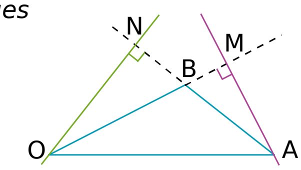
**c.** Montre que les cercles ($\mathscr{C}$) de diamètre [AR] et ($\mathscr{C}$') de diamètre [AT] se coupent en A et S.

**5** Construis un cercle ($\mathscr{C}$) de centre I et de rayon 5 cm. Place un point P sur ($\mathscr{C}$) et trace un diamètre [MN] de ($\mathscr{C}$).

Quelle est la nature du triangle MNP ? Pourquoi ?

**6** *Points cocycliques*

BO = 4 cm ;
OA = 6 cm ;
BA = 3 cm.




**a.** Fais une figure en vraie grandeur.

**b.** Démontre que le point M appartient au cercle de diamètre [OA].

**c.** Démontre que les points M, O, N et A sont sur un même cercle dont tu préciseras le centre et le rayon.

**7** ($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O. A et M sont deux points de ($\mathscr{C}$) non diamétralement opposés. La perpendiculaire en M à (AM) recoupe ($\mathscr{C}$) en B.

**a.** Fais une figure.

**b.** Démontre que O est le milieu de [AB].

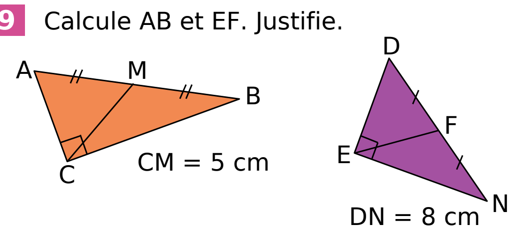
**c.** N est un autre point du cercle. Démontre que ANB est un triangle rectangle.

**8** R, I et O sont trois points alignés dans cet ordre. ($\mathscr{C}$) est le cercle de diamètre [RI] et ($\mathscr{C}$') est le cercle de diamètre [IO]. Soit A un point de ($\mathscr{C}$) différent de I et R. La droite (AI) coupe ($\mathscr{C}$') en B.

**a.** Fais une figure.

**b.** Démontre que les droites (RA) et (BO) sont parallèles.

**9** Calcule AB et EF. Justifie.




**10** *A partir d'un triangle rectangle*

Soit IBC un triangle rectangle en C. Soit M le milieu de [IB].

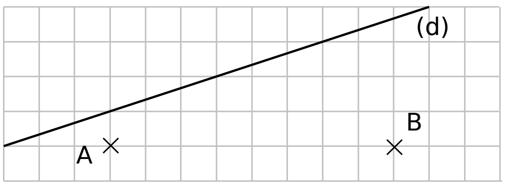
Quelle est la nature du triangle MIC ? Justifie ta réponse.

**11** *A partir d'un losange*

ABCD est un losange de centre O et de périmètre 20 cm. I est le milieu du côté [AB]. Calcule OI. Justifie.

# Exercices d'entraînement

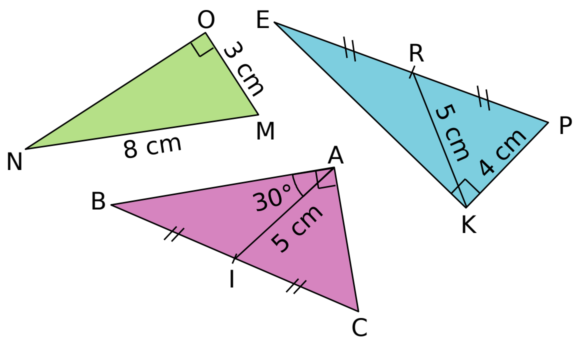
**12** *Avec un quadrillage*




**a.** Reproduis la figure ci-dessus sur du papier quadrillé.

**b.** Place sur la droite (d) les points M et N tels que les triangles AMB et ANB soient rectangles respectivement en M et N. Justifie.

**13** *Triangles rectangles à gogo*




**a.** Construis ces triangles sans utiliser l'équerre.

**b.** Décris et justifie ta construction dans chacun des cas.

**14** *Triangles encerclés*

Pour chaque question, trace un cercle de rayon 3 cm puis inscris dans celui-ci un triangle :

**a.** isocèle ;

**b.** équilatéral ;

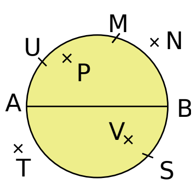
**c.** rectangle ;

**d.** rectangle isocèle.

Explique chacune de tes constructions.

**15** [AB] est un diamètre du cercle.

**a.** Indique les triangles rectangles d'hypoténuse [AB].
Cite la propriété du cours que tu utilises.




**b.** Explique pourquoi le triangle APB ne peut pas être dans ta liste précédente.

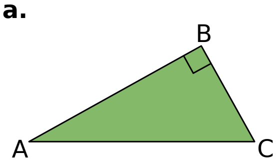
## Théorème de Pythagore

**16** *Écrire la relation*

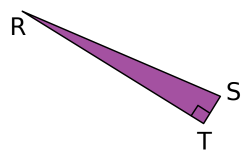
Pour chacun des triangles suivants, recopie et complète la phrase : « Le triangle ..... est rectangle en ..., son hypoténuse est .... donc d'après le théorème de Pythagore :

...² = ...² + ...² ».

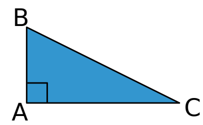
**a.**




**b.**




**c.**



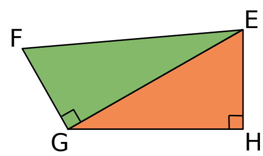

**d.** XYZ tel que :

(XY) ⊥ (YZ).

**e.** MNP avec :

$\widehat{MNP} = 90°$.

**17** *Relations*



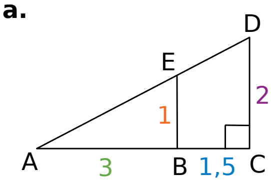

En utilisant les données de la figure ci-dessus, recopie et complète les égalités suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| EF² = ...² + ...² | FG² = ...² – ...² | EG² = ...² – ...² |
| EG² = ...² + ...² | GH² = ... | EH² = ... |

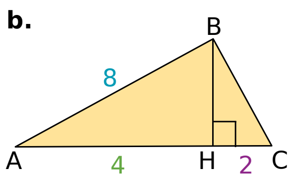
**18** *Le théorème, dans quel triangle ?*

Pour chacune des figures suivantes, indique en expliquant ta réponse, les triangles dans lesquels le théorème de Pythagore peut s'appliquer et quelle(s) longueur(s) tu peux alors calculer (les mesures données sont en cm).

**a.**

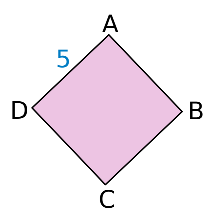



**b.**



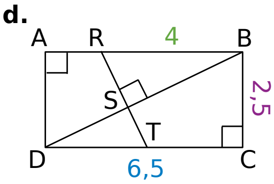

A, H et C sont alignés.

**c.**




ABCD est un carré.

**d.**



**19** *Carré, racine carrée*

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 3 cm et AC = 1 cm.

**a.** Joseph a écrit : « *$BC^2 = 6 + 2$ ; $BC^2 = 8$ donc $BC = 4$ cm* ».

Indique et analyse ses erreurs.

**b.** Calcule $BC^2$ puis en utilisant la touche racine carrée $\boxed{\sqrt{\ }}$ de ta calculatrice, donne la valeur de BC approchée par défaut au millimètre près.

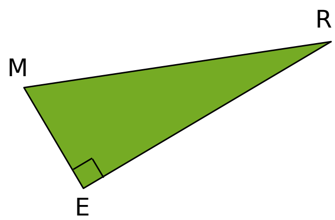
**20** Soit un triangle EDF rectangle en D.

**a.** Écris l'égalité de Pythagore pour ce triangle.

**b.** On donne : EF = 450 mm et DF = 360 mm. Calcule $ED^2$ puis, en utilisant la touche racine carrée de ta calculatrice, la longueur ED.

**c.** Calcule DF avec EF = 4,5 dm et ED = 2,7 dm.

**21** MER est un triangle rectangle en E.




**a.** Écris l'égalité de Pythagore pour ce triangle.

**b.** Le tableau suivant présente plusieurs cas de dimensions du triangle MER.

Recopie et complète-le en écrivant le détail de tes calculs (tu arrondiras au dixième si nécessaire) :

| | n°1 | n°2 | n°3 | n°4 | n°5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **MR** | ... | ... | 5,3 cm | 9,1 cm | 7 m |
| **RE** | 15 cm | 7,7 cm | ... | 9 cm | ... m |
| **ME** | 8 cm | 36 dm | 2,8 cm | ... | 53 cm |

**22** ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 48 mm et AC = 64 mm.

**a.** Construis ce triangle en vraie grandeur.

**b.** Quelle longueur peux-tu calculer avec le théorème de Pythagore ?

Calcule cette longueur en rédigeant. Vérifie la cohérence de ton calcul sur ta figure.

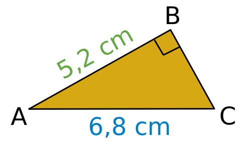
**c.** Reprends les questions précédentes avec le triangle MOT rectangle en M tel que TO = 7,4 cm et MT = 2,4 cm.

**23** *Je rédige et je calcule*

**a.** Le triangle MNP est rectangle en M avec MN = 5,2 m et MP = 4,8 m.
Calcule la valeur de NP arrondie au dixième.

**b.** Calcule RT dans le triangle RST, rectangle en T tel que : ST = 60 mm et RS = 10,9 cm.

**c.** Calcule BC. Donne la valeur approchée par excès au centième près.




**24** Calcule la valeur arrondie au millimètre de :

**a.** la longueur de la diagonale d'un carré de côté 5 cm ;

**b.** la longueur de la diagonale d'un rectangle dont les dimensions sont 8,6 cm et 5,3 cm ;

**c.** la longueur du côté d'un carré de diagonale 100 m.

**25** *Saut d'obstacle*

Théo veut franchir, avec une échelle, un mur de 3,50 m de haut devant lequel se trouve un fossé rempli d'eau, d'une largeur de 1,15 m.

**a.** Fais un schéma de la situation.

**b.** Il doit poser l'échelle sur le sommet du mur. Quelle doit être la longueur minimum de cette échelle ? Arrondis au cm.

**26** *Jardinage*

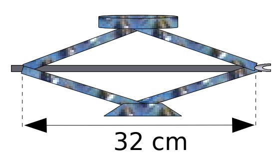
Un massif de fleurs a la forme d'un triangle rectangle et le jardinier veut l'entourer d'une clôture. Au moment de l'acheter, il s'aperçoit qu'il a oublié de mesurer un des côtés de l'angle droit.
Les deux seules mesures dont il dispose sont, en mètres : 6,75 et 10,59.

**a.** A-t-il besoin d'aller mesurer le côté manquant ?

**b.** Aide-le à calculer la longueur de la clôture qu'il doit acheter.

**27** *Le cric*

Le cric d'une voiture a la forme d'un losange de 21 cm de côté.
À quelle hauteur soulève-t-il la voiture lorsque la diagonale horizontale mesure 32 cm ? Arrondis au mm.



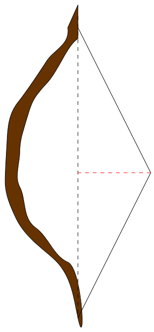
# Exercices d'entraînement

**28** *L'arc pour enfant*

La corde élastique a une longueur de 60 cm au repos.

**a.** Quelle est la nouvelle longueur de la corde si on l'écarte de 11 cm en la tirant par son milieu ? Arrondis au cm.

**b.** Il est conseillé de ne pas tirer la corde de plus de 8 cm. Quel est, en cm, l'écartement maximal conseillé ?

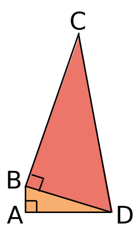


**29** Sur la figure ci-contre :

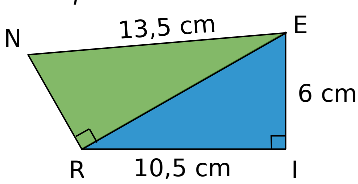
AB = 1,5 cm ; AD = 6 cm et BC = 12 cm.

**a.** Calcule la valeur arrondie au mm de BD.

**b.** Calcule, en justifiant, la valeur exacte de DC.




**30** *Dans un quadrilatère*




Démontre que NR = EI. Justifie toutes les étapes.

**31** TSF est un triangle isocèle en S tel que ST = 4,5 cm et TF = 5,4 cm.

**a.** Calcule la longueur de la hauteur relative à la base [TF].

**b.** Déduis-en l'aire de ce triangle.

**32** Calcule la mesure, approchée par excès au dixième près, de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté 7 cm. Déduis-en son aire.

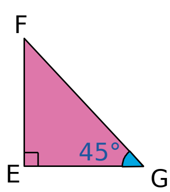
**33** *Avec des angles*

Le triangle EFG est rectangle en E :

EG = 7 cm et $\widehat{FGE}$ = 45°.

**a.** Calcule la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$ .

**b.** Calcule, en justifiant, EF et FG (tu arrondiras au mm).




**34** *Rectangle ou non ?*

**a.** Le triangle XYZ est tel que XY = 29,8 cm ; YZ = 28,1 cm ; XZ = 10,2 cm.

Explique pourquoi il n'est pas rectangle.

**b.** Soit le triangle ALE tel que : AL = 13,1 cm ; LE = 11,2 cm ; EA = 6,6 cm.

Construis ce triangle en vraie grandeur.

Est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

## Réciproque du théorème de Pythagore

**35** Soit le triangle MNP tel que MN = 3 cm ; NP = 5 cm et PM = 4 cm.

**a.** Construis ce triangle en vraie grandeur.

**b.** En utilisant ton équerre, peux-tu affirmer que ce triangle est rectangle ?

**c.** Fais les calculs nécessaires pour pouvoir conclure. Écris le théorème utilisé.

**36** Donne tous les triangles rectangles dont les mesures des côtés sont parmi les valeurs suivantes :

6 cm ; 8,2 cm ; 10 cm ; 1,8 cm ; 5 cm ; 8 cm.

**37** Dans chacun des cas ci-dessous :

- Identifie le plus long côté du triangle EFG.
- Calcule, d'une part, le carré de la longueur de ce côté.
- Calcule, d'autre part, la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
- Compare les résultats obtenus et conclus.

**a.** EF = 4,5 cm ; FG = 6 cm ; EG = 7,5 cm.

**b.** EF = 3,6 cm ; FG = 6 cm ; EG = 7 cm.

**c.** FG =64 mm ; EF = 72 mm ; EG = 65.

**d.** EF = 3,2 dam ; FG = 25,6 m ; EG = 19,2 m.

**38** *Apprendre à rédiger*

Dans chacun des cas suivants, démontre que le triangle ABC est un triangle rectangle. Précise à chaque fois en quel point.

**a.** AB = 52 cm ; AC = 39 cm et BC = 65 cm.

**b.** AB = 3,25 m ; AC = 3,97 m et BC = 2,28 m.

**c.** AC = 8,9 dm ; AB = 3,9 dm et CB = 80 cm.

**d.** CB = 33 mm ; AC = 65 mm et AB = 56 mm.

# Exercices d'entraînement

## 39 *Jouer au professeur !*

Voici l'énoncé d'un problème :

> ABC est un triangle tel que BC = 25 cm ; AB = 24 cm et AC = 7 cm. Démontre que le triangle ABC est un triangle rectangle.

Quentin a rédigé sur sa copie le texte :

Je sais que dans le triangle ABC, [BC] est le plus long côté donc :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$25^2 = 24^2 + 7^2$

$625 = 576 + 49$

$625 = 625$

Comme $BC^2 = AB^2 + AC^2$, le triangle ABC est bien rectangle en A.

**a.** Explique pourquoi le raisonnement de Quentin est faux.

**b.** Recopie la démonstration de Quentin en la corrigeant.

## 40 *Comparaison*

Voici ce que l'on peut voir sur une copie :

« *$AB^2 = 3{,}64^2$*

*$AB^2 = 13{,}2496$*

*$AC^2 + BC^2 = 0{,}27^2 + 3{,}65^2$*

*$AC^2 + BC^2 = 0{,}0729 + 13{,}3225$*

*$AC^2 + BC^2 = 13{,}3954$*

*Donc $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$. D'après le théorème de Pythagore, ABC n'est pas rectangle.* »

Est-ce juste ? Justifie ta réponse et corrige cette copie le cas échéant.

## 41

Le triangle OUI est tel que : UI = 5 cm ; UO = 1,4 cm et OI = 4,8 cm.

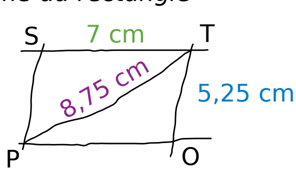
**a.** Construis ce triangle en vraie grandeur.

**b.** Par la symétrie de centre O, construis les points T et N symétriques respectifs des points U et I.

**c.** Quelle semble être la nature de NUIT ? Démontre ta conjecture.

## 42 *Du parallélogramme au rectangle*

On considère le parallélogramme STOP ci-contre dessiné à main levée.

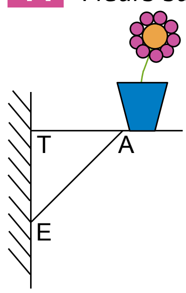



Démontre que le parallélogramme STOP est un rectangle.

## 43 *Du parallélogramme au losange*

LOSA est un parallélogramme tel que : LO = 58 mm ; LS = 80 mm et OA = 84 mm.
Démontre que LOSA est un losange.

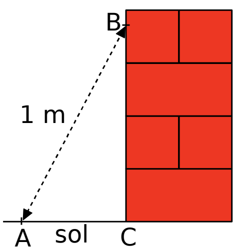
## 44 *Fleurs sur une étagère*




Sur un mur vertical, Arnaud a installé une étagère pour y poser des pots de fleurs.
Les mesures qu'il a utilisées sont les suivantes :
AT = 42 cm ; AE = 58 cm et TE = 40 cm.

L'étagère d'Arnaud est-elle horizontale ? Justifie.

## 45 *Construction d'un mur*




Pour apprendre son métier, un apprenti maçon a monté un mur en briques de 0,90 m de hauteur. Son patron arrive pour vérifier son travail : il marque un point B sur le mur à 80 cm du sol et un point A à 60 cm du pied du mur. Il mesure alors la distance entre les points A et B et il obtient 1 m.

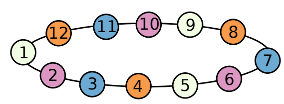
L'apprenti a-t-il bien construit son mur perpendiculaire au sol ? Justifie.

## 46 *Droites perpendiculaires*

Deux droites $(d_1)$ et $(d_2)$ sont sécantes en O ;
M est un point de $(d_1)$ tel que : OM = 11,9 cm et
N est un point de $(d_2)$ tel que : ON = 12 cm.
On sait d'autre part que : MN = 16,9 cm.

Démontre que les droites $(d_1)$ et $(d_2)$ sont perpendiculaires.

## 47 *Le collier de Clémence*




Clémence possède un collier qui contient 12 perles espacées régulièrement. Elle affirme pouvoir vérifier à l'aide de son collier qu'un triangle est rectangle. Pour cela, elle a besoin de former un triangle et de tendre son collier. Elle numérote ses perles de 1 à 12.

**a.** Dessine le collier de Clémence dans une position qui lui permet d'obtenir un angle droit.

**b.** Explique et justifie ton choix.