

## ☐ Multiples, diviseurs

### 1 *Vocabulaire*

Réponds aux questions suivantes en justifiant.

- a. 4 est-il un diviseur de 28 ?
- b. 32 est-il un multiple de 6 ?
- c. 4 divise-t-il 18 ?
- d. 35 est-il divisible par 5 ?

2 Dans chaque cas, écris quatre phrases utilisant les nombres et l'un des mots suivants : diviseur, multiple, divisible, divise.

- a. 70 et 210    b. 186 et 15    c. 192 et 48

### 3 *Critères de divisibilité*

Parmi les nombres 12 ; 30 ; 27 ; 246 ; 325 ; 4 238 et 6 139, indique ceux qui sont divisibles :

- a. par 2    b. par 3    c. par 5    d. par 9

4 On s'intéresse aux nombres de trois chiffres de la forme  $\overline{65u}$  où  $u$  représente le chiffre des unités.

Quelles sont les valeurs possibles de  $u$  pour obtenir :

- a. un multiple de 2 ?
- b. un nombre divisible par 9 ?

### 5 *Liste*

a. Trouve tous les nombres divisibles par 7 compris entre 220 et 260.

b. Parmi ces nombres, quels sont ceux qui sont divisibles par 4 ?

### 6 *Énigme*

Trouve tous les nombres de trois chiffres divisibles à la fois par 3 et par 5 et dont le chiffre des centaines est 7.

7 Écris la liste de tous les diviseurs de :

- a. 32    b. 67    c. 81    d. 144

### 8 *Pair*

Explique pourquoi le produit de deux entiers consécutifs est toujours pair.

### 9 *Séminaire*

Lors d'un séminaire, 324 personnes doivent se répartir dans divers ateliers. Tous les ateliers doivent avoir le même effectif, compris entre 30 et 60 personnes. Quelles sont les différentes possibilités ?

### 10 *Nombres parfaits*

a. Écris la liste de tous les diviseurs de 6.

b. Calcule la somme de tous ces diviseurs à l'exception de 6.

c. Que remarques-tu ?

On appelle nombre parfait tout entier qui a cette particularité.

d. Vérifie que 496 est un nombre parfait.

e. Trouve tous les nombres parfaits compris entre 20 et 30.

### 11 *Multiples de 18*

a. Donne une écriture littérale des multiples de 18.

b. Démontre que si un entier est multiple de 18 alors il est aussi multiple de 3 et de 6.

c. La réciproque est-elle vraie ? Justifie.

### 12 *Multiples de 15*

a. Démontre que si un entier est multiple de 15 alors il est aussi multiple de 3 et de 5.

b. La réciproque semble-t-elle vraie ?

## ☐ Division euclidienne

### 13 *Posée, en ligne*

a. Donne le quotient et le reste de la division euclidienne de :

- 63 par 4 ;                      • 3 245 par 135 ;
- 218 par 12 ;                      • 32 par 50.

b. Dans chaque cas, écris l'égalité  $a = bq + r$ , où  $q$  et  $r$  sont des entiers naturels et  $r < b$ .

### 14 *À la recherche du reste*

Dans la division euclidienne de 2 654 par 12, le quotient est 221. Sans effectuer la division, détermine le reste.



### 15 À la recherche du dividende

Dans une division euclidienne, le diviseur est 14, le quotient est 18 et le reste est 5. Quel est le dividende ?

### 16 On donne l'égalité $168 = 15 \times 11 + 3$ .

Sans faire de division, détermine le quotient et le reste de la division euclidienne de 168 par 15 puis de la division euclidienne de 168 par 11.

### 17 On donne l'égalité $325 = 78 \times 4 + 13$ .

a. Sans faire de division, détermine le quotient et le reste de la division euclidienne de 325 par 78 ?

b. 78 est-il le quotient de la division euclidienne de 325 par 4 ? Justifie.

### 18 À la bibliothèque

Dans une bibliothèque, il y a 360 livres qu'il faut ranger sur des étagères contenant 22 livres chacune. Combien faut-il d'étagères pour ranger tous ces livres ?

### 19 Le tour du monde

Dans le roman de Jules Verne, Philéas Fogg doit faire le tour du monde en 80 jours.

a. Combien cela représente-t-il de semaines ?

b. S'il part un jeudi, quel jour reviendra-t-il ?

## Diviseurs communs, PGCD

### 20 Liste des diviseurs communs et PGCD

Dans chaque cas, écris la liste des diviseurs communs aux deux nombres et entoure leur PGCD.

a. 24 et 36      c. 72 et 1      e. 42 et 168

b. 20 et 63      d. 434 et 98      f. 124 et 0

21 Dans une partie de cartes, 180 jetons noirs et 120 jetons blancs doivent être tous répartis entre les joueurs. Tous les joueurs doivent avoir le même nombre de jetons noirs et le même nombre de jetons blancs.

a. Peut-il y avoir vingt joueurs ? Neuf joueurs ?

b. Combien peut-il y avoir de joueurs ? Donne toutes les possibilités.

### 22 Chez le fleuriste

Un fleuriste dispose de 30 marguerites et de 24 tulipes. Il veut composer des bouquets contenant le même nombre de fleurs de chaque sorte en utilisant toutes ses fleurs. On veut calculer le nombre maximum de bouquets qu'il peut réaliser.



a. Explique pourquoi le nombre de bouquets doit être un diviseur commun à 30 et 24. Lequel de ces diviseurs communs choisir ? Combien de bouquets peut-il réaliser au maximum ?

b. Quelle est alors la composition de chaque bouquet ?

### 23 Méthode des soustractions successives

En utilisant la méthode des soustractions successives, détermine le PGCD des deux nombres.

a. 76 et 21

c. 182 et 78

b. 120 et 48

d. 117 et 153

### 24 Méthode des divisions successives

En utilisant la méthode des divisions successives, détermine le PGCD des deux nombres.

a. 182 et 42

c. 1 053 et 325

b. 534 et 235

d. 1 980 et 2 340

### 25 Comparaison

a. Calcule le PGCD de 138 et 63 en utilisant la méthode des divisions successives.

b. Combien d'étapes nécessite la méthode des soustractions successives ?

### 26 Au choix

Détermine le PGCD des nombres en utilisant la méthode qui te semble la plus appropriée.

a. 682 et 352

c. 140 et 84

b. 248 et 124

d. 1 470 et 2 310

### 27 Extrait du Brevet

Un pâtissier dispose de 411 framboises et de 685 fraises. Afin de préparer des tartelettes, il désire répartir ces fruits en les utilisant tous et en obtenant le maximum de tartelettes identiques. Calculer le nombre de tartelettes et indiquer leur composition.



## 28 Tournage

Lors du tournage d'un film, le réalisateur dispose de 651 figurants habillés en noir et de 465 figurants habillés en rouge. Il doit former des équipes constituées de figurants vêtus de rouge et de figurants vêtus de noir de la manière suivante : dans chaque groupe, il doit y avoir le même nombre de figurants habillés en rouge ; dans chaque groupe, il doit y avoir le même nombre de figurants habillés en noir ; le nombre d'équipes doit être maximal. Quelle sera la composition d'une équipe ?

## 29 Exposition

Un photographe doit réaliser une exposition en présentant ses œuvres (photos de paysage et portraits) sur des panneaux. Tous les panneaux doivent contenir le même nombre de photos de paysage et le même nombre de portraits. Il doit exposer 224 photos de paysage et 288 portraits.

- Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes ses photos ? Justifie.
- Combien mettra-t-il alors de photos de paysage et de portraits sur chaque panneau ?

## 30 Nombres croisés

Recopie et complète la grille à l'aide des nombres que tu trouveras grâce aux définitions.

	A	B	C	D
I				
II				
III				
IV				

Horizontalement

- PGCD (125 ; 250).
- Ce nombre est un multiple de 9.
- Le chiffre des unités d'un nombre divisible par 10. Ce nombre est divisible par 5.
- Le reste de la division euclidienne de 121 par 8. Le quotient dans celle de 245 par 112.

Verticalement

- Le plus petit multiple de 24 à trois chiffres.
- Le quotient de la division euclidienne de 274 par 10. Diviseur commun à tous les entiers.
- PGCD (1 542 ; 3 598).
- 3 est un diviseur de ce nombre.

## 31 Carrelage

Dans une salle de bain, on veut recouvrir le mur se trouvant au-dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible. Détermine la longueur, en centimètres, du côté d'un carreau de faïence sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur. Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

## Nombres

### premiers entre eux

## 32 Définition

- Liste les diviseurs communs à 42 et 65.
- Déduis-en que 42 et 65 sont premiers entre eux.

## 33 Définition (bis)

- Calcule le PGCD de 195 et 364.
- 195 et 364 sont-ils premiers entre eux ?

## 34 Dans chaque cas, sans calculer le PGCD, indique pourquoi les deux entiers donnés ne sont pas premiers entre eux.

- 98 et 114
- 125 et 75
- 27 et 63

## 35 Ces nombres sont-ils premiers entre eux ?

- 212 et 324
- 667 et 103
- 837 et 1 085
- 645 et 1 375

## 36 Listes

- Écris la liste des nombres entiers naturels inférieurs à 24 qui sont premiers avec 24.
- Écris la liste des nombres entiers naturels inférieurs à 31 qui sont premiers avec 31.

## 37 Pairs, impairs

- Peux-tu trouver deux nombres entiers pairs premiers entre eux ? Justifie.
- Peux-tu trouver deux nombres entiers impairs premiers entre eux ? Justifie.
- Peux-tu trouver un nombre entier pair et un nombre entier impair qui ne sont pas premiers entre eux ? Justifie.



## Simplification de fractions

### 38 Avec des diviseurs communs

On considère la fraction  $\frac{540}{720}$ .

- Quel(s) diviseur(s) commun(s) ont le numérateur et le dénominateur de la fraction ?
- Simplifie la fraction pour obtenir une fraction irréductible.

### 39 En décomposant

- Écris 168 et 132 sous forme d'un produit de facteurs entiers positifs les plus petits possibles.
- Rends la fraction  $\frac{168}{132}$  irréductible en utilisant ces décompositions.

### 40 Avec le PGCD

- Calcule le PGCD de 462 et 65.
- Que peux-tu en déduire pour les nombres 462 et 65 ? Pour la fraction  $\frac{462}{65}$  ?

### 41 Avec le PGCD (bis)

- Calcule le PGCD de 3 276 et 3 510 et simplifie la fraction  $\frac{3\ 276}{3\ 510}$ .
- Vérifie que le numérateur et le dénominateur obtenus sont premiers entre eux. Que peux-tu en déduire pour la fraction obtenue ?

### 42 Extrait du Brevet

- Pour chaque nombre : 1 035 ; 774 ; 322, indiquer s'il est divisible par 2, par 5, par 9.
- Les fractions  $\frac{774}{1\ 035}$  et  $\frac{322}{774}$  sont-elles irréductibles ? Pourquoi ?
- Calculer le PGCD de 322 et 1 035. La fraction  $\frac{322}{1\ 035}$  est-elle irréductible ?

### 43 Rends les fractions suivantes irréductibles.

- |                      |                      |                         |                            |
|----------------------|----------------------|-------------------------|----------------------------|
| a. $\frac{18}{24}$   | c. $\frac{120}{150}$ | e. $\frac{45}{63}$      | g. $\frac{357}{561}$       |
| b. $\frac{540}{288}$ | d. $\frac{630}{924}$ | f. $\frac{1\ 540}{693}$ | h. $\frac{1\ 080}{1\ 260}$ |

## Opérations en écriture fractionnaire

44 Soit  $A = \frac{4}{9} + \frac{5}{12}$ .

- Écris la liste des premiers multiples de 9.
- Écris la liste des premiers multiples de 12.
- Déduis-en le plus petit multiple commun à ces deux nombres et le plus petit dénominateur commun à  $\frac{4}{9}$  et  $\frac{5}{12}$ .
- Calcule A et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

45 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$B = \frac{5}{18} + \frac{2}{27} \quad \left| \quad C = \frac{12}{10} + \frac{14}{35} \quad \left| \quad D = \frac{3}{14} + \frac{5}{21}$$

### 46 Extrait du Brevet

On pose  $M = \frac{20\ 755}{9\ 488} - \frac{3}{8}$ .

- Calculer le plus grand diviseur commun D de 20 755 et 9 488.
- Écrire, en détaillant les calculs, le nombre M sous la forme d'une fraction irréductible.
- Le nombre M est-il décimal ? Est-il rationnel ? Justifier.

47 Calcule en simplifiant avant d'effectuer les produits et donne le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{3}{14} \times \frac{7}{15} \quad \left| \quad B = \frac{6}{32} \times \frac{8}{3} \quad \left| \quad C = \frac{15}{17} \times \frac{34}{25}$$

48 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre décimal.

$$\left. \begin{array}{l} A = \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{8}{21} \\ B = \left( \frac{3}{4} - \frac{5}{6} \right) \times \frac{3}{2} \\ C = 11 \div \left( \frac{2}{3} - \frac{5}{2} \right) \end{array} \right\} \begin{array}{l} D = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24} \\ E = \left( \frac{11}{7} - \frac{2}{5} \right) \times \frac{24}{7} \\ F = \frac{25}{15} \times \left( \frac{1}{18} + \frac{1}{24} \right) \end{array}$$