

1 Priorités opératoires

Effectue les calculs suivants en respectant les priorités opératoires :

$$\left. \begin{array}{l} A = \frac{1}{5} \times \frac{-4}{3} + \frac{7}{2} \\ B = \frac{4}{5} \div \left(-\frac{3}{7}\right) - \frac{7}{10} \\ C = \frac{13}{7} + \left(-\frac{8}{7}\right) \div \left(-\frac{4}{5}\right) \end{array} \right\} \begin{array}{l} D = \frac{7}{3} + \frac{3}{2} \times \frac{-10}{21} \\ E = \frac{5}{8} + \left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{9}{16}\right) \\ F = \frac{6}{5} - \left(-\frac{1}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \end{array}$$

2 Priorités opératoires, bis

Effectue les calculs suivants en respectant les priorités opératoires :

$$\left. \begin{array}{l} A = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{5}\right) \left(\frac{5}{4} - \frac{4}{3}\right) \\ B = \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{2}\right) \div \left(-\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) \end{array} \right\} \begin{array}{l} C = \frac{3}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} - \frac{4}{3} \\ D = \frac{4}{3} - \frac{5}{2} \div \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{3}{4} \end{array}$$

3 Extraits du Brevet

a. Soit $A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}$. Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

b. Effectuer le calcul suivant. Le résultat sera donné sous la forme d'un entier.

$$B = \left(2 + \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right).$$

4 Parenthèses et fractions

a. Calcule de deux manières différentes les expressions suivantes :

$$A = -2 \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) + \frac{3}{2} \quad B = 4 \left(\frac{3}{4} - \frac{-1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{-6}\right)$$

b. Donne l'arrondi au centième puis la troncature au centième de chaque résultat.

5 Égalités et fractions

a. L'égalité $3x^2 + 5x - 3 = 6x + 1$ est-elle vraie pour $x = \frac{4}{3}$?

b. Teste l'égalité $\frac{x-1}{2x+5} = \frac{-3x+2}{x-3}$ dans le cas où $x = -\frac{1}{4}$.

6 Calcul littéral et fractions

Calcule les expressions suivantes lorsque :

$$a = \frac{2}{3} ; b = -\frac{3}{2} ; c = \frac{-3}{4}.$$

$$\begin{array}{ll} \text{a. } 3a - b - c & \text{d. } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \\ \text{b. } -2a + 4b - 5c & \text{e. } \frac{a+c}{a-b} \\ \text{c. } 6b^2 - 3a + 5 & \end{array}$$

7 Quotient de quotients...

Calcule puis simplifie au maximum le résultat :

$$\begin{array}{ll} A = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}} & D = \frac{7}{5} + \frac{\frac{15}{2}}{\frac{2}{3}} - \frac{19}{2} \\ B = 2 + \frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{14}} & E = \frac{3 - \frac{7}{5}}{1 - \frac{9}{10}} \\ C = -\frac{3}{14} - \frac{3}{7} + 2 & F = \frac{7}{-8} + \frac{5}{4} - 1 \end{array}$$

8 Sois malin !

Calcule les expressions suivantes :

$$\begin{array}{l} A = \frac{\left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 - \frac{2}{5}\right)\left(1 - \frac{3}{5}\right)\left(1 - \frac{4}{5}\right)\left(1 - \frac{5}{5}\right)}{3 - \frac{2}{7}} \\ B = \frac{25}{8} \times \frac{\left(\frac{23}{4} - 13 \times \frac{27}{19}\right)}{\frac{23}{4} - 13 \times \frac{27}{19}} \div \frac{35}{8} \\ C = \frac{12}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5 + \frac{4}{3 + \frac{2}{1+1}}}}} \\ D = \left(2 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{2 + \frac{3}{4}} - \frac{\frac{3}{7} - \frac{8}{9}}{\frac{8}{9} - \frac{3}{7}} \\ E = \frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{2}{2}\right)\left(1 - \frac{3}{2}\right)\left(1 - \frac{4}{2}\right)\left(1 - \frac{5}{2}\right)\left(1 - \frac{6}{3}\right)}{1 - \frac{1}{2}} \end{array}$$



9 Comptes de Marseillais...

Voici un extrait de MARIUS, une oeuvre de Marcel Pagnol (Acte II) :

César : « ...hé bien pour la dixième fois, je vais t'expliquer, le picon-citron-curaçao. Approche-toi ! Tu mets d'abord un tiers de curaçao. Fais attention : un tout petit tiers. Bon. Maintenant, un tiers de citron. Un peu plus gros. Bon. Ensuite, un bon tiers de Picon. Regarde la couleur. Regarde comme c'est joli. Et à la fin un grand tiers d'eau. Voilà.

Marius : - Et ça fait quatre tiers.

César : - Exactement. J'espère que cette fois, tu as compris.

Marius : - Dans un verre, il n'y a que trois tiers.

César : - Mais imbécile, ça dépend de la grosseur des tiers !...

Marius : - Hé non, ça ne dépend pas. Même dans un arrosoir, on ne peut mettre que trois tiers.

César (trionphal) : - Alors, explique moi comment j'en ai mis quatre dans ce verre. »

a. Que penses-tu de cette scène ? Comment expliques-tu la réaction de Marius ?

b. Pourquoi est-il indiqué « César (trionphal) » à la fin du texte ?

10 À chacun sa part !

Boris a gagné au jeu « Megariche » le week-end dernier. Il décide de partager la somme avec ses amis. Il donne un huitième des gains à Marc et un sixième à Fabrice. Il propose un cinquième de ce qu'il n'a pas encore distribué à Bruno. Le reste, il le garde pour lui.

Quelle fraction du gain reste-t-il à Boris ?

11 Sens de l'amitié : oui, mais !

Anne-Cécile rend visite à plusieurs amis à son retour d'Australie. A chaque fois, ses amis lui offrent gentiment un morceau de son gâteau préféré.

Le premier jour, gourmande, elle mange un demi-gâteau chez Sophie. Le lendemain, Marie lui donne un quart de gâteau. Plus raisonnable, le troisième jour, elle prend juste un huitième de gâteau avec Mathieu et le quatrième jour, un seizième avec Franck.

Le cinquième jour, elle prend juste un trente deuxième de gâteau chez Hafid, pour lui faire plaisir.

a. Quelle proportion de gâteau a-t-elle mangée en cinq jours ?

b. En continuant ainsi, parviendra-t-elle à manger un gâteau entier ?

12 Extrait du brevet

$$A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} \qquad B = \frac{6}{5} \div \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{5} \right)$$

a. Calculer A et écrire la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

b. Calculer B et écrire la réponse sous la forme d'un entier.

13 Extrait du brevet

a. Effectuer le calcul suivant et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1}{9} + \frac{1}{12}$$

b. En électricité, pour calculer des valeurs de résistances, on utilise la formule :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Sachant que $R_1 = 9$ ohms et que $R_2 = 12$ ohms déterminer la valeur exacte de R.

14 Volume d'un tonneau

Le volume V d'un tonneau est donné par la formule suivante :

$$V = \pi L \left[\frac{d}{2} + \frac{2}{3} \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2} \right) \right]^2$$

a. Calcule le volume de ce tonneau en m^3 . Tu donneras la valeur approchée à $0,001 m^3$ par excès puis en litres à 1 litre par excès sachant que :

$$L = 1,60 \text{ m} \qquad d = 0,85 \text{ m} \qquad D = 1,34 \text{ m}$$

b. Un viticulteur décide d'utiliser ce tonneau pour faire fermenter son raisin. Combien de bouteilles de 75 cL pourra-t-il remplir pour commercialiser son vin rouge ?

15 Géométrie et fractions

La longueur et la largeur d'un rectangle ont été multipliées respectivement par $\frac{7}{5}$ et $\frac{2}{3}$.

a. Par quel nombre a été multipliée l'aire du rectangle initial (tu donneras le résultat sous la forme d'une fraction) ?

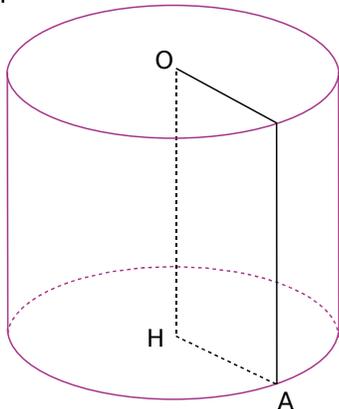
b. Par quelle fraction a été multiplié le périmètre du rectangle initial sachant que sa longueur mesure 7 cm et sa largeur mesure 4 cm ?

16 Espace et fractions

On considère le cylindre de révolution \mathcal{C} suivant de hauteur OH :

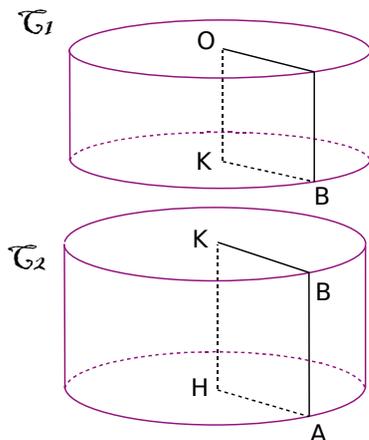
$$OH = \frac{4}{3} \text{ dm}$$

$$AH = \frac{3}{2} \text{ dm}$$



- Calcule OA en justifiant ta réponse.
- Calcule le volume V de \mathcal{C} . Tu donneras le résultat sous la forme $k\pi$ où k est un nombre entier.

On coupe le cylindre \mathcal{C} aux neuf seizièmes de sa hauteur en partant du point O. On obtient alors deux cylindres de révolution \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 , comme le montre le schéma ci-dessous (les dimensions ne sont pas respectées) :



- Quelle est la mesure de la hauteur [OK] de \mathcal{C}_1 ? Déduis-en la mesure de la hauteur [KH] de \mathcal{C}_2 .
- Quelle est la mesure du rayon de la base de \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 ?
- Calcule le volume V_1 de \mathcal{C}_1 . Tu donneras le résultat sous la forme $p\pi$ où p est une fraction la plus simple possible.
- Calcule et simplifie le rapport $\frac{V_1}{V}$.
Que remarques-tu ?

17 Années bissextiles et calendriers

Nos ancêtres s'intéressaient déjà il y a 8 000 ans au mouvement des étoiles afin de prévoir le retour des saisons.

Depuis plus de 2 000 ans, les astronomes savent que les saisons se reproduisent environ tous les 365,25 jours (on appelle année tropique cette durée de 365,25 jours).

- Quelle est la différence entre une année tropique et une année « civile » de 365 jours ? Que devient cette différence au bout de 4 ans ?
- Recopie et complète l'égalité suivante :

$$365,25 = 365 + \frac{\dots}{\dots}$$

L'astronome Sosigène conseilla donc à Jules César de suivre la règle suivante pour mettre au point le **Calendrier Julien** :

Chaque année compte 365 jours, sauf les années multiples de 4, qui durent 366 jours.

- Ces années de 366 jours sont appelées années bissextiles. Parmi les années suivantes, quelles sont les années bissextiles : 396 ; 744 ; 1492 ; 1515 ?

Les mesures et les calculs devenant de plus en plus précis, on sait maintenant qu'une année tropique dure en réalité 365,24219 jours au lieu de 365,25 jours.

- En 400 ans, combien de jours représente cette imprécision du Calendrier Julien ? Recopie et complète l'égalité suivante :

$$365,24219 \approx 365 + \frac{\dots}{\dots} - \frac{\dots}{400}$$

Cette imprécision a provoqué en seize siècles un décalage des saisons, si bien qu'en 1582, le pape Grégoire XIII décida que le jeudi 4 octobre serait immédiatement suivi par le vendredi 15 octobre ! Grégoire XIII décida aussi de corriger l'imprécision du Calendrier Julien en mettant au point le **Calendrier Grégorien** (notre calendrier actuel) :

Chaque année compte 365 jours, sauf les années multiples de 4, qui durent 366 jours.
Exceptions : les années multiples de 100 mais non multiples de 400 durent 365 jours.

- En utilisant le résultat de la question d., explique l'intérêt de faire de telles exceptions.
- En histoire, on parle toujours de la révolution d'Octobre, lorsqu'on étudie la naissance de l'URSS. Pourtant, les Russes célèbrent cet événement début novembre. Peux-tu, à partir des informations précédentes, en deviner la raison ? Tu pourras t'aider d'une encyclopédie si tu en as besoin.