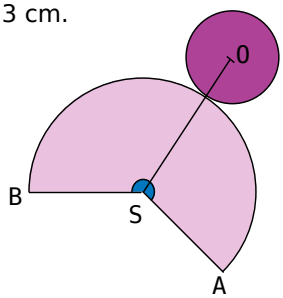
Exercices d'approfondissement

1 *Patron d'un cône de révolution*

On a représenté à main levée, le patron d'un cône de révolution. Les génératrices mesurent 5 cm. Le disque de base, de centre O, a pour rayon R = 3 cm.



a. Nomme une génératrice de ce cône. Calcule la valeur exacte du périmètre du grand cercle ayant pour rayon la longueur de cette génératrice et pour centre le point S.

b. Détermine la valeur exacte du périmètre du cercle de base.

c. Quelle est la valeur exacte de la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$? Justifie.

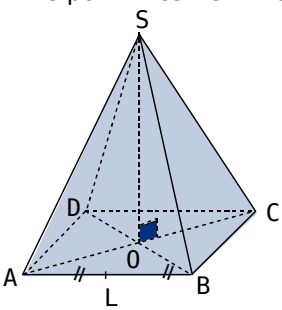
d. On admet qu'il y a proportionnalité entre la mesure de l'angle au centre $\alpha = \widehat{BSA}$ et la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ qui l'intercepte.
Calcule α en utilisant le tableau suivant :

	Longueur	Mesure de l'angle
Grand cercle		360°
Arc de cercle		α

e. À partir des résultats précédents, construis en vraie grandeur le patron de ce cône.

2 *Aire latérale d'une pyramide*

SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD telle que AB = 14 dm et SA = 25 dm. Le point L est le milieu de [AB].



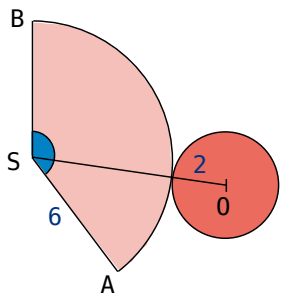
a. Calcule SL. Justifie.

b. Calcule l'aire du triangle SAB.

c. Déduis-en l'aire latérale de la pyramide puis son aire totale.

3 *Aire latérale d'un cône de révolution*

On a représenté, à main levée, le patron d'un cône de révolution.



a. Calcule le volume de ce cône arrondi au cm³.

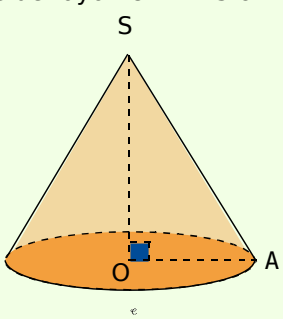
b. On admet qu'il y a proportionnalité entre l'aire d'un secteur angulaire et la mesure de l'angle au centre qu'il intercepte.
Calcule cette aire, arrondie au cm², en utilisant le tableau suivant :

	Aire	Mesure de l'angle
Grand disque		360°
Secteur angulaire		$\widehat{ASB}$ = 114°

c. Déduis-en l'aire totale de ce cône arrondie au cm².

4 *Extrait du brevet*

La figure ci-dessous représente un cône de révolution $(\mathscr{C})$ de hauteur SO = 20 cm et de base le cercle de rayon OA = 15 cm.



a. Calculer en cm³ le volume de $(\mathscr{C})$, on donnera la valeur exacte sous la forme k π, k étant un nombre entier.

b. Montrer que SA = 25 cm.

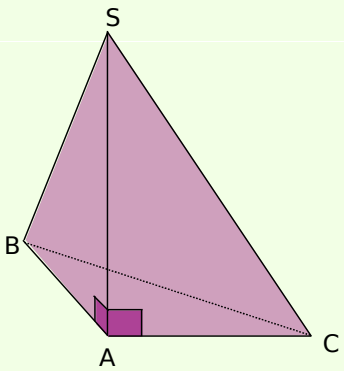
c. L'aire latérale d'un cône de révolution est donnée par la formule $\pi \times R \times SA$ (R désignant le rayon du cercle de base).
Calculer en cm² l'aire latérale de $(\mathscr{C})$.

On donnera une valeur exacte sous la forme $n\pi$ (n étant un nombre entier) puis une valeur approchée à 10^{-1} près.

Exercices d'approfondissement

5 *Extrait du brevet*

Soit la pyramide SABC de sommet S et de base ABC.
Les triangles SAB et SAC sont rectangles en A.
Les dimensions sont données en millimètres :
AS = 65 ; AB = 32 ; AC = 60 ; BC = 68.



a. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

b. Calculer le volume de la pyramide SABC.

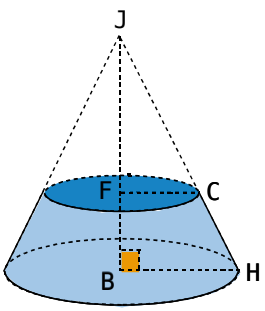
c. Tracer un patron de cette pyramide.

6 *Tronc de cône*

Un tronc de cône est déterminé par un cône $(\mathscr{C})$ duquel on retire un autre cône $(\mathscr{C}')$.

Le tronc de cône représenté ci-dessous est défini par un cône $(\mathscr{C}_1)$ de sommet J et de base le disque de rayon [BH] et par un cône $(\mathscr{C}_2)$ de sommet J et de base le disque de rayon [FC].

On sait que : BJ = 18 dm ; FJ = 14,4 dm et BH = 12,5 dm. Les droites (FC) et (BH) sont parallèles.



a. Calcule, en justifiant, la longueur FC.

b. Calcule le volume V_1 du cône $(\mathscr{C}_1)$ en fonction de π.

c. Calcule le volume V_2 du cône $(\mathscr{C}_2)$ en fonction de π.

d. Calcule le volume V_3 du tronc de cône en fonction de π. Donne la valeur arrondie au dm^3.

7 *Extrait du brevet*

Dans tout le problème, les unités employées sont le cm, le cm^2 et le cm^3.

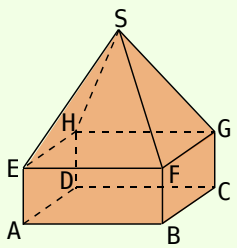
Partie I

On considère le solide représenté ci-dessous :

• ABCDEFGH est un pavé droit de base carrée ABCD avec AB = 1,5 et de hauteur AE = x ;

• SEFGH est une pyramide régulière de hauteur 4 cm.

On appelle V_1 le volume du solide représenté ci-dessous.



a. Démontrer que $V_1 = 2{,}25x + 3$.

b. Le volume V_1 est-il proportionnel à la hauteur x ? Justifier.

Partie II

On considère un cylindre de révolution dont la base est un disque d'aire 3 cm^2 et dont la hauteur variable est notée x. On appelle V_2 le volume d'un tel cylindre.

c. Exprimer le volume V_2 en fonction de x.

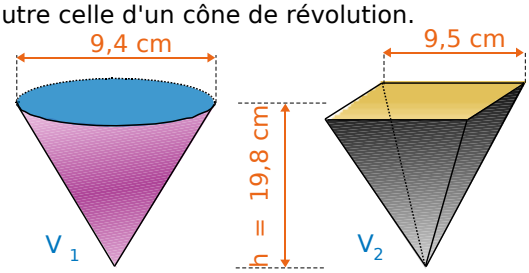
d. Le volume V_2 est-il proportionnel à la hauteur x ? Justifier.

Partie III

Pour quelle valeur de x les deux solides ont-ils le même volume ? Quel est ce volume ?

8 *Déborde ou pas ?*

On considère deux vases, l'un ayant la forme d'une pyramide régulière à base carrée et l'autre celle d'un cône de révolution.



On transvase l'eau du vase V_1 dans le vase V_2 vide, le liquide débordera-t-il ?