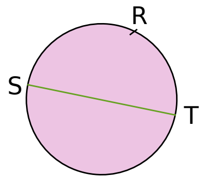
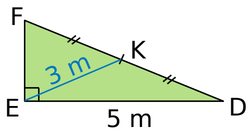
Exercices d'approfondissement

1 [ST] est un diamètre du cercle ; RS = 5,4 cm et ST = 7,2 cm.
Calcule RT en justifiant (tu arrondiras au mm).



2 Calcule, en justifiant, la valeur approchée par défaut de EF au centième près.



3 *Points cocycliques ?*

Le triangle ROD est tel que RD = 8,5 cm ; RO = 1,3 cm et DO = 8,4 cm.

a. Fais une figure en vraie grandeur. Ce triangle est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

b. Place un point N tel que RN = 7,7 cm et DN = 3,6 cm.
Les points R, O, N et D sont-ils sur un même cercle ? Justifie ta réponse.

4 ABC est un triangle rectangle en B tel que : AB = 5 cm et AC = 8 cm.

a. Calcule BC (arrondis au mm).

b. D est un point tel que : CD = 20 cm et BD = 19 cm. D est-il unique ?

c. Montre que le triangle BCD est rectangle. Précise en quel point.

d. Déduis-en que les points A, B et D sont alignés.

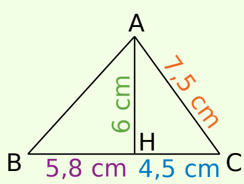
5 *Extrait du brevet*

ABC est un triangle tel que : AC = 7,5 cm ; BH = 5,8 cm ; CH = 4,5 cm et AH = 6 cm, avec H ∈ [BC].

a. Faire une figure en vraie grandeur.

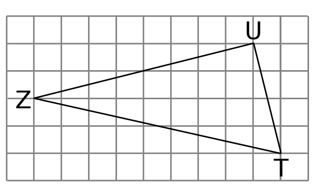
b. Démontrer que ACH est rectangle en H.

c. Calculer le périmètre et l'aire du triangle ABC.



6 *Quadrillage*

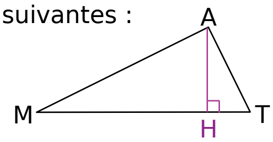
Le triangle ZUT est-il rectangle ?
Si oui, précise en quel point et justifie ta réponse.



7 *Attention aux valeurs utilisées !*

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur, les points M, H et T sont alignés et on dispose des longueurs suivantes :

AH = 46 mm ;
HT = 23 mm ;
MH = 92 mm.



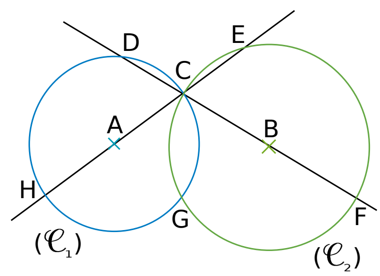
a. Calcule la longueur AT puis la longueur AM.

b. Démontre que le triangle MAT est rectangle en A.

c. Calcule l'aire du triangle MAT de deux façons différentes.

8 *Avec l'intersection de deux cercles*

On considère deux cercles $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ de centres respectifs A et B. Les points C et G sont leurs deux points d'intersection.
La droite (AC) recoupe le cercle $(\mathscr{C}_1)$ en H et le cercle $(\mathscr{C}_2)$ en E.
La droite (BC) recoupe $(\mathscr{C}_1)$ en D et $(\mathscr{C}_2)$ en F.



a. Démontre que les droites (HG) et (GC) sont perpendiculaires. De même, que peux-tu dire des droites (GF) et (GC) ?

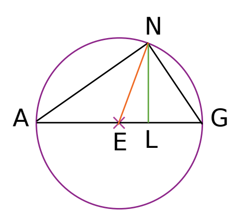
b. Démontre que les points H, G et F sont alignés.

c. Quelle est la nature de HDF ? Justifie.

d. Démontre que les points D, E, F et H sont cocycliques, c'est à dire situés sur un même cercle (tu préciseras un diamètre de ce cercle).

9 *Avec des angles*

[AG] est un diamètre du cercle circonscrit au triangle ANG, [NE] est une médiane et [NL] une hauteur de ce triangle.



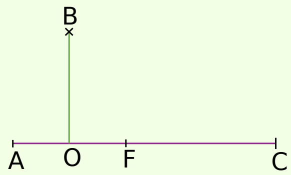
On sait d'autre part que : $\widehat{AGN} = 55°$.

Donne, en justifiant, la mesure de chacun des angles suivants :
$\widehat{LNG}$; $\widehat{GAN}$; $\widehat{ANE}$; $\widehat{AEN}$; $\widehat{NEL}$.

Exercices d'approfondissement

10 *Extrait du brevet*

Les points A, O, F et C sont alignés.
AC = 15 cm ; AO = OF = 3 cm ; BO = 6 cm.
Les droites (AC) et (BO) sont perpendiculaires.



a. Construire la figure en vraie grandeur.

b. Montrer que AB² = 45 et que BC² = 180.

c. Montrer que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

d. Tracer le cercle de diamètre [FC], il coupe (BC) en H.

e. Montrer que le triangle FHC est rectangle.

f. Montrer que les droites (AB) et (FH) sont parallèles.

11 *Histoire de cercles*

[AB] est un segment de 6 cm de longueur et O est son milieu. M et N sont deux points tels que OBM soit un triangle équilatéral et B est le milieu de [ON].

a. Fais la figure en vraie grandeur.

b. Montre que OMN est un triangle rectangle.

c. Calcule la valeur arrondie de MN au centième de cm.

d. Construis le cercle circonscrit à chacun des triangles AMB et OMN.
On note L le deuxième point d'intersection de ces cercles.

e. Montre que OMBL est un losange.

12 *Extrait du brevet*

ABC est un triangle tel que AB = 4,2 cm ; AC = 5,6 cm et BC = 7 cm.

a. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

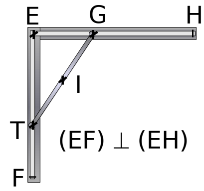
b. Calculer son aire.

c. On sait que si R est le rayon du cercle circonscrit à un triangle dont les côtés ont pour longueurs a, b, c données en cm, l'aire de ce triangle est égale à $\frac{abc}{4\text{R}}$.
En utilisant cette formule, calculer le rayon du cercle circonscrit à ABC.

d. Pouvait-on prévoir ce résultat ? Justifier.

13 *La tige*

La tige [TG] mesure 10 cm. Elle se déplace lorsque T glisse le long de [EF] et G le long de [EH].



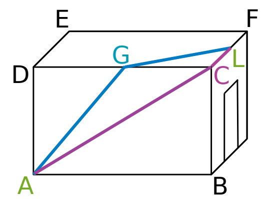
a. Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle GET ?

b. Quelle figure décrit le point I, milieu de [TG], lorsque la tige [TG] se déplace ?

14 *Longueur de câble*

Une pièce d'une maison a la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont : AB = 5 m ; BC = 2,5 m et DE = 4 m.

Un bricoleur doit amener un câble du point A au point L, milieu de [CF].
Il hésite entre les deux possibilités marquées en couleur sur la figure, sachant que G est le milieu de [DC] :



en bleu, de A vers G puis de G vers L ;
en violet, de A vers C puis de C vers L.

a. Dans lequel des deux cas utilisera-t-il le moins de câble ? Justifie.

b. Construis sur une même figure, à l'échelle 1/100, les faces ABCD et CDEF.
Représente les deux possibilités pour le passage du câble.

c. Le bricoleur veut utiliser le moins de câble possible. Sur la figure précédente, représente le passage du câble de longueur minimum. Justifie ton tracé et calcule cette longueur.

15 *Agrandissement, réduction*

a. Démontre que le triangle AMI tel que : AM = 6 cm ; MI = 10 cm et AI = 8 cm est rectangle.

b. On multiplie les trois mesures du triangle par 0,8 pour avoir le triangle A'M'I'. Le triangle obtenu est-il rectangle ? Même question si les mesures de AMI sont multipliées par 3.

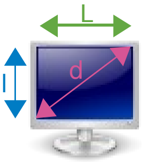
c. Soit un triangle rectangle dont les mesures, dans une même unité, sont notées a, b et c. On suppose que : $a > b > c$.
Quelle relation a-t-on entre a, b et c ?

d. Démontre que, si on multiplie a, b et c par un même nombre positif non nul k, le triangle obtenu est encore rectangle.

Exercices d'approfondissement

16 *Le bon format*

Pour répertorier ses moniteurs, un brocanteur relève leurs caractéristiques, notamment leurs longueurs et leurs largeurs :
$L_1 = 30{,}6$ cm et $l_1 = 23$ cm ;
$L_2 = 34{,}6$ cm et $l_2 = 26$ cm.
Or, dans son logiciel, la taille des moniteurs est répertoriée selon la diagonale des écrans en pouces.



a. Sachant qu'un pouce (noté 1") vaut 2,54 cm, retrouve les tailles d_1 et d_2 des moniteurs, en pouces, arrondies à l'unité.

b. Le brocanteur va recevoir un nouveau moniteur de 21". Il veut retrouver ses dimensions l et L. Son employé lui dit : « C'est simple car il n'existe qu'un seul rectangle de diagonale donnée. ». Prouve qu'il a tort.
On sait d'autre part que :
$L = \frac{4}{3}l$ (tu pourras utiliser $\frac{4}{3} \approx 1{,}33$).
Trouve alors les valeurs l et L.

c. Aide le brocanteur à créer un fichier "Calculateur de dimensions" avec un tableur pour renseigner :
1) la largeur l et la longueur L en cm et on obtiendrait la diagonale d en cm puis en pouces ;
2) la diagonale d en pouces et on obtiendrait les dimensions l et L en cm d'un moniteur 4/3.

d. Trouve les dimensions en cm de l'écran 13,3'' d'un ordinateur ultraportable puis la taille en pouces d'un écran de 29 cm par 38,6 cm.

17 *Lieu de points*

Avec un logiciel de géométrie de ton choix, construis deux points A et O puis le cercle ($\mathscr{C}$) de centre O qui passe par A. Place un point B sur le cercle ($\mathscr{C}$) et construis le segment [AB]. Place le point M milieu du segment [AB].
Fais apparaître la figure que décrit le point M lorsque le point B parcourt le cercle ($\mathscr{C}$).
Démontre le résultat obtenu.

18

Soit un segment [AB] de longueur 8 cm.

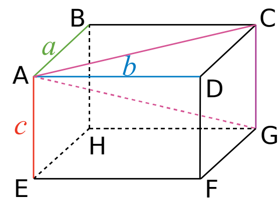
a. M est un point vérifiant MA² + MB² = 64. Démontre que AMB est rectangle en M puis que M appartient au cercle de diamètre [AB].

b. Soit N un point du cercle de diamètre [AB]. Démontre qu'alors NA² + NB² = 64.

c. Construis le segment [AB] et tous les points P vérifiant PA² + PB² = 64. Justifie ta construction.

19

ABCDEFGH est un pavé droit tel que AB = a, AD = b et AE = c, en cm. On admet que le triangle ACG est rectangle en C.



a. Montre que :
$AC^2 = a^2 + b^2$ et
$AG^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

b. Calcule AG pour : $a = 6$ cm, $b = 3$ cm et $c = 4$ cm.

c. Cette fois, ABCDEFGH est un cube d'arête d. Déduis de **a.** que $AC^2 = 2d^2$ et que $AG^2 = 3d^2$. Calcule AG pour $d = 5$ m.

20

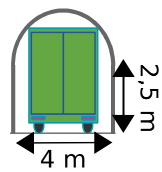
ABC est un triangle quelconque. A' est le milieu de [BC], B' celui de [AC] et C' celui de [AB]. O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

a. Démontre que A, B', O et C' sont cocycliques.

b. Prouve que les cercles circonscrits aux triangles AB'C', BA'C' et CA'B' ont un point commun que tu préciseras.

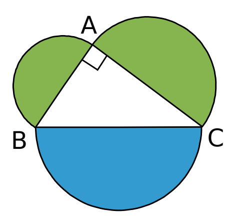
21 *Tunnel*

Un tunnel, à sens unique, d'une largeur de 4 m est constitué de deux parois verticales de 2,5 m de haut, surmontées d'une voûte semi-circulaire de 4 m de diamètre.
Un camion de 2,6 m de large doit le traverser.
Quelle peut être la hauteur maximale de ce camion ?



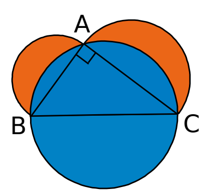
22 *Les lunules d'Hippocrate*

ABC est un triangle rectangle en A. On a construit les demi-cercles de diamètres [AB], [AC] et [BC] comme le montre la figure ci-contre.



a. Exprime l'aire totale de la figure en fonction de AB, AC et BC.

b. Montre que l'aire du demi-disque bleu est égale à la somme des aires des demi-disques verts. Déduis-en que l'aire totale de la figure est égale à la somme des aires du triangle ABC et du disque de diamètre [BC].



c. Montre que l'aire des lunules (les parties en orange ci-contre) est égale à l'aire du triangle ABC.