

Exercices d'approfondissement

1 On considère la fonction f définie par $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

- Calcule l'image de -3 .
- Peux-tu calculer l'image de 0 par la fonction f . Pourquoi ?
- Dans cette question, on considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{2x-1}{x-4}$. Détermine le nombre qui n'a pas d'image par la fonction g .

2 On considère la fonction h définie par $h(x) = \sqrt{x}$.

- Tous les nombres ont-ils une image par la fonction h ? Justifie ta réponse.
- Détermine le (ou les) antécédent(s) de 25 par la fonction h . Peux-tu déterminer un antécédent de -3 ? Explique pourquoi.
- Trouve tous les nombres qui n'ont pas d'antécédent.

3 Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x-2}$.

- Calcule, si possible, l'image de 6 ; de 27 ; de 0 et de -5 . Que remarques-tu ?
- Trouve d'autres nombres qui n'ont pas d'image par la fonction f . Comment caractérises-tu tous ces nombres ?
- Construis un tableau de valeurs en prenant garde de bien choisir les valeurs de x .
- En t'aidant des questions **a.** et **b.**, positionne l'origine du repère sur ta feuille. Prends 1 cm pour 1 unité en abscisse et 2 cm pour 1 unité en ordonnée.
- Place dans le repère précédent les points obtenus dans le tableau de la question **c.**

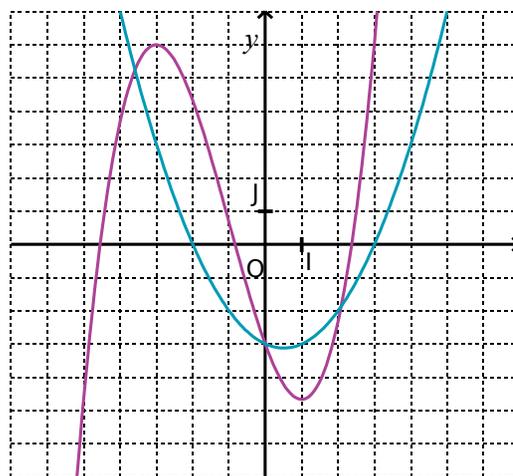
4 Recherche d'antécédent

On veut déterminer le (ou les) antécédent(s) de 2 par la fonction f définie par $f(x) = 5x^2 - 3x + 2$.

- Montre que cela revient à résoudre l'équation $x(5x-3) = 0$.
- Résous cette équation puis vérifie la valeur des images des solutions.

5 Détermine le (ou les) antécédent(s) de -5 par la fonction g définie par $g(x) = x^2 - 21$.

6 Avec un graphique



Dans le repère (O, I, J) ci-dessus sont représentées deux fonctions f (en violet) et g (en bleu).

- Recopie et complète les tableaux ci-dessous en lisant le graphique. Donne toutes les réponses possibles.

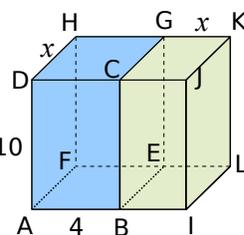
x	-3	-1	0			
$f(x)$				-5	-3	6

- Recopie et complète le tableau ci-dessous en lisant le graphique. Donne toutes les réponses possibles.

x	-2	0	3			
$g(x)$				-6	-2	3

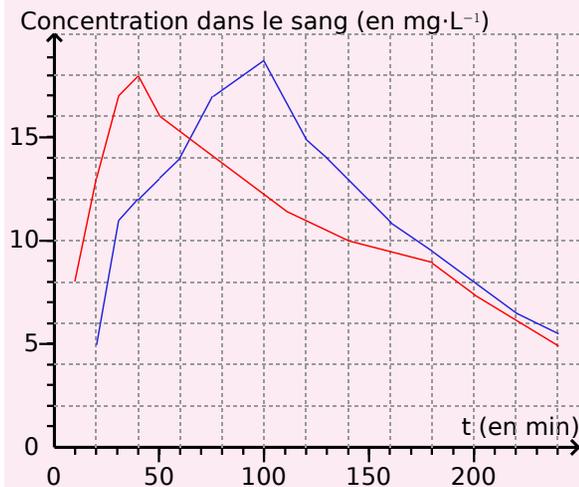
- Quelle est l'image maximale par la fonction f pour un nombre compris entre -7 et 0 ?
- Détermine une valeur approchée du nombre, compris entre -7 et 7 , qui a la plus petite image par la fonction g .
- Détermine graphiquement les valeurs de x qui ont la même image par les fonctions f et g .

7 L'unité est le centimètre. ABCDFEGH et BIJCELKG sont deux pavés droits.



- Exprime les volumes $V_1(x)$ du pavé bleu et $V_2(x)$ du pavé vert en fonction de x .
- Dans un tableur, construis un tableau de valeurs et les courbes représentatives de V_1 et V_2 en fonction de x .
- Quel(s) nombre(s) a (ont) la même image par V_1 et V_2 ?

8 Les deux courbes ci-dessous donnent la concentration dans le sang (en $\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$) en fonction du temps (en min) pour deux formes différentes d'un anti-douleur (dont l'action est proportionnelle à son taux de concentration dans le sang) : le comprimé « classique » (en bleu) et le comprimé effervescent (en rouge).



a. Pour chaque forme de comprimé, donne la concentration dans le sang au bout de 30 min ; d'1 h 30 min et de 3 h.

b. Au bout de combien de temps chaque concentration est-elle maximale ? Quelle forme de comprimé doit-on prendre si l'on souhaite calmer des douleurs le plus rapidement possible ?

c. À quels instants a-t-on une concentration de $13 \text{ mg}\cdot\text{L}^{-1}$ pour chacun des produits ? À quel instant les deux concentrations sont-elles égales ?

d. Récris chacune des réponses précédentes en utilisant le langage des fonctions.

9 Aire maximale

a. On étudie les rectangles qui ont un périmètre de 30 cm (construis-en deux exemples).

b. Soit l la largeur du rectangle. Quelles sont les valeurs possibles de l ? Exprime la longueur du rectangle puis l'aire du rectangle $A(l)$ en fonction de l .

c. Dans un tableur, programme une feuille de calcul permettant de trouver l'aire $A(l)$ du rectangle en fonction de l .

d. Trace, dans un repère, une représentation graphique de la fonction A .

e. Détermine graphiquement les dimensions du rectangle qui a la plus grande aire. Trace-le.

10 Distance de freinage (source : Eduscol)

La distance d'arrêt D_A est la distance qu'il faut à un véhicule pour s'arrêter. Elle dépend de la vitesse et se décompose en la somme de la distance parcourue pendant le temps de réaction D_{TR} et de la distance de freinage D_F .

$$D_A = D_{TR} + D_F$$

a. Donne des paramètres dont dépend D_{TR} .

b. Donne des paramètres dont D_F est fonction.

c. Pour un conducteur en bonne santé, le temps de réaction est évalué à 2 s. Calcule la distance D_{TR} (en m) pour un véhicule roulant à $50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ puis à $130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

d. Pour un conducteur en bonne santé, exprime la distance D_{TR} (en m) en fonction de la vitesse v en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

e. Dans un tableur, recopie le tableau suivant qui donne D_F (en m) en fonction de la vitesse v (en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$) sur route sèche. (Tu mettras les vitesses dans la ligne 1 et D_F dans la ligne 2.)

v	10	20	30	40	50	60	70
$D_F(v)$	1,8	3,6	6,9	10,3	16,1	23,2	31,4
v	80	90	100	110	120	130	140
$D_F(v)$	41	52	64,6	78,1	93	108,5	123

f. Dans la ligne 3, programme le calcul de $D_{TR}(v)$.

g. Complète la ligne 4 en programmant le calcul de la distance d'arrêt sur route sèche.

h. Sur route mouillée, la distance de freinage augmente de 40 %. Calcule la distance de freinage sur route mouillée, $D_{FM}(50)$, d'un véhicule roulant à $50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

Exprime $D_{FM}(v)$ en fonction de la vitesse puis complète le tableau en calculant $D_{FM}(v)$.

i. Complète le tableau en calculant la distance d'arrêt d'un véhicule sur route mouillée $D_{AM}(v)$.

j. Sur une feuille de papier millimétré, représente la distance d'arrêt d'un véhicule sur route sèche et sur route mouillée en fonction de la vitesse. (Tu prendras en abscisse 1 cm pour $10 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ et en ordonnée 1 cm pour 20 m.)

k. Détermine, sur le graphique, l'augmentation de la distance d'arrêt entre une route sèche et une route mouillée pour les vitesses de $50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$; $90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ et $130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

l. Où se positionnerait la courbe de la distance d'arrêt sur une route verglacée par rapport aux deux courbes précédentes ?