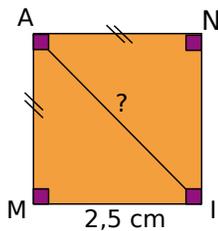


1 Diagonale d'un carré



- Calcule la longueur exacte de la diagonale AI du carré MANI.
- Si $AN = a$ ($a > 0$), que vaut AI ?

2 Développe et réduis les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3}(2 - 5\sqrt{3}) \\ B &= 5\sqrt{2}(\sqrt{2} - 7\sqrt{18}) \\ C &= (\sqrt{6} + 2)\sqrt{2} \\ D &= 2\sqrt{12}(\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{6}) \end{aligned}$$

3 Effectue les calculs suivants. Écris les résultats sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a , b et c sont des entiers relatifs avec c le plus petit possible.

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{3} - 2)(5\sqrt{3} + 4) \\ B &= (7 - 2\sqrt{6})(\sqrt{6} - \sqrt{16}) \\ C &= (5\sqrt{5} - 5)(5 + 3\sqrt{5}) \\ D &= (4 - 3\sqrt{18})(6 - 4\sqrt{2}) \end{aligned}$$

4 Développe et réduis les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{11} + 4)^2 & D &= (\sqrt{3} - \sqrt{6})^2 \\ B &= (2\sqrt{6} - 7)^2 & E &= (5\sqrt{12} - 6\sqrt{5})^2 \\ C &= (4 - 9\sqrt{2})^2 & F &= (\sqrt{13} + 4)(3\sqrt{13} - 4) \end{aligned}$$

5 Développe et simplifie les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) & C &= \sqrt{18} \left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{18}}{18} \right) \\ B &= (\sqrt{3} + 7)^2 + (\sqrt{3} - 7)^2 & D &= (6 + 2\sqrt{5})^2 - (4\sqrt{5})^2 \end{aligned}$$

6 Soit $A = 2 + \sqrt{15}$ et $B = 2 - \sqrt{15}$. Calcule A^2 , B^2 puis $A \times B$.

7 Écris les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{80} - \sqrt{20}(2 - \sqrt{15}) \\ B &= \sqrt{6}(\sqrt{3} + 5) - \sqrt{150} \\ C &= \sqrt{7}(-4 - 3\sqrt{63} + 9\sqrt{7}) \\ D &= \sqrt{98} - (\sqrt{14} + 8)\sqrt{7} \end{aligned}$$

8 Un peu d'aire

Calcule l'aire d'un rectangle ABCD de largeur $\sqrt{7} - \sqrt{5}$ cm et de longueur $\sqrt{7} + \sqrt{5}$ cm.

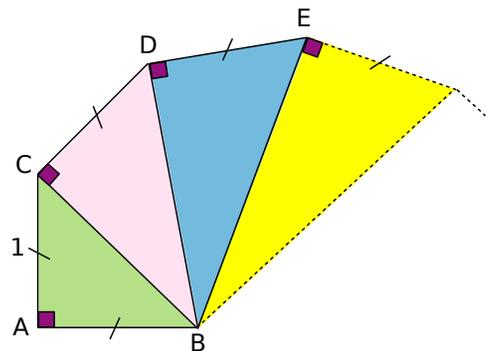
9 Extrait du Brevet

Montrer que E et F sont des nombres entiers.

- $E = (\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})$
- $F = (2\sqrt{3} - 3)(2\sqrt{3} + 3)$

10 Spirale de Théodore de Cyrène

Observe la figure suivante.



- Sachant que le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en A, calcule la valeur exacte de BC.
- En t'aidant de la question a. et de la figure ci-dessus, calcule les valeurs exactes de DB et EB.
- À l'aide des questions précédentes, construis un segment de longueur $\sqrt{7}$.

11 Calcul littéral

Soit $A = (2x + 5)^2 - 9x^2$.

- Développe A.
- Factorise A.
- Calcule A pour $x = \sqrt{5}$.



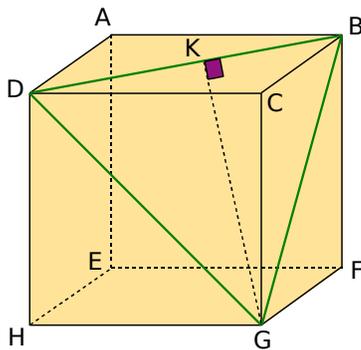
12 Un peu de physique

La puissance électrique dissipée dans une résistance est calculée à l'aide de la formule : $P = RI^2$, où P est la puissance en watts (W), R la résistance en ohms (Ω) et I l'intensité en ampères (A).

La puissance dissipée dans un radiateur a une valeur de 3 000 W et lors de son utilisation la mesure de la résistance a donné 18 Ω .

Calcule la valeur arrondie au millième de l'intensité du courant.

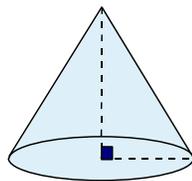
13 ABCDEFGH est un cube de 4 cm d'arête.



- Calcule la valeur exacte de GD et écris le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a entier.
- Quel est le périmètre du triangle BDG ? Tu donneras la réponse sous la forme $a\sqrt{2}$.
- Calcule la valeur exacte de GK.
- Calcule l'aire du triangle BGD. Donne la valeur exacte puis une valeur arrondie au centième.

14 Volume d'un cône

Calcule la valeur exacte du volume d'un cône de révolution de $2\sqrt{2}$ cm de rayon de base et $\sqrt{8}$ cm de hauteur.



15 Volume d'une pyramide

SABC est une pyramide dont la base ABC est un triangle équilatéral de côté $24\sqrt{3}$ cm ; [SO] est la hauteur telle que $SO = 12\sqrt{3}$ cm.

- Calcule l'aire de la base ABC.
- Calcule la valeur exacte du volume de la pyramide SABC.

16 Distance de freinage

La distance de freinage est la distance nécessaire pour immobiliser un véhicule à l'aide des freins. Elle dépend de la vitesse et de l'état de la route (sèche ou mouillée).

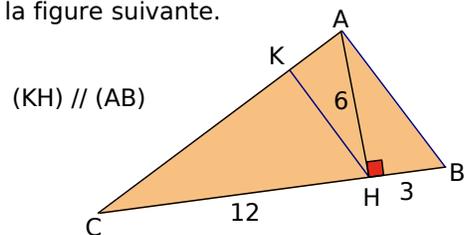
On peut calculer cette distance à l'aide de la formule $d = k \times v^2$ où d est le distance en mètres (m), v la vitesse en km/h et k une constante.

Sur une route sèche, on a $k = 4,8 \times 10^{-3}$.

- Y a-t-il proportionnalité entre la vitesse et la distance de freinage ? Justifie.
- Calcule la distance de freinage, arrondie à l'unité, d'un véhicule roulant à 90 km/h sur route sèche.
- Sachant qu'un conducteur a freiné sur 12 m, quelle était sa vitesse ?
- Sur une route mouillée, on a $k = 9,8 \times 10^{-3}$. Si le conducteur roule à la même vitesse qu'à la question précédente, quelle sera sa distance de freinage ?
- Un conducteur ne laisse devant lui qu'une distance de 20 m. À quelle vitesse peut-il rouler sans risquer un accident en cas de freinage brutal sur route sèche ?
- S'il roule à la même vitesse mais sur route mouillée, quelle distance minimale entre sa voiture et la voiture qui le précède, ce conducteur doit-il respecter s'il ne veut pas risquer un accident ?

17 Avec l'aide de Pythagore

Observe la figure suivante.



- Calcule les valeurs exactes de AC et AB.
- Démontre que le triangle ABC est rectangle en A.
- Calcule la valeur exacte de KH.

18 Résous les équations suivantes.

- $(3x + 9)^2 = 0$
- $(x + 1)^2 - 16 = 0$
- $25 - (x + 3)^2 = 0$
- $(10 - 2x)^2 = 9$
- $81 = (-5y + 9)^2$
- $(-5x + 6)^2 = 49$

Exercices d'approfondissement

19 Avec Thalès

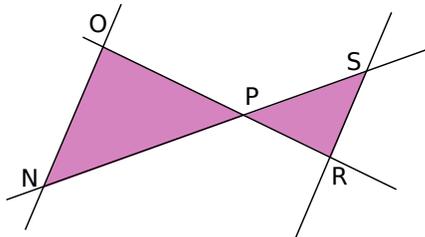
Sur le dessin ci-dessous :

$$PN = 3 + \sqrt{3} ; ON = \sqrt{2} \text{ et } SR = 3 - \sqrt{3}.$$

De plus, les droites (ON) et (SR) sont parallèles.

Calcule PS.

On donnera la réponse sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b étant le plus petit possible.



20 Le bon choix

$$\text{Soit } E = (2x - 7)^2 - (5 - x)^2$$

- Développe l'expression E.
- Factorise E.
- Choisis la meilleure forme de l'expression E pour calculer sa valeur exacte quand $x = \frac{3}{4}$ puis quand $x = \sqrt{3}$.

21 Nombre entier ?

$$\text{Soit } E = \frac{5}{\sqrt{2} + \sqrt{18}} + \frac{3}{\sqrt{2} - \sqrt{18}}.$$

Écris le nombre E sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est une fraction irréductible et b est un nombre entier.

22 En somme, c'est cela !

$$\text{On pose } A = \sqrt{181 + 52\sqrt{3}} \text{ et } B = \sqrt{181 - 52\sqrt{3}}.$$

- À l'aide de la calculatrice, vérifie que $181 - 52\sqrt{3} > 0$.
- Calcule A^2 et B^2 puis $A \times B$.
- Déduis-en la valeur de $(A + B)^2$ puis la valeur exacte de $A + B$.

23 Extrait du Brevet

$$\text{Soit } a = \sqrt{5}(1 - \sqrt{2}) \text{ et } b = 5 + \sqrt{2}.$$

- Calculer a^2 et b^2 .
- En déduire les valeurs de $a^2 + b^2$ et $\sqrt{a^2 + b^2}$.

24 Avec un tableur

L'algorithme de Héron d'Alexandrie est une méthode de calcul pour déterminer une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre positif N.

- Recherche qui était Héron d'Alexandrie et à quelle époque il a vécu.
- Cette méthode est définie par la formule :

$$a' = \frac{\left(a + \frac{N}{a}\right)}{2}$$

où a est un nombre choisi au départ et a' remplace a dans l'étape suivante.

On veut programmer avec un tableur la recherche d'une valeur approchée de $\sqrt{10}$ avec cette méthode : ici, $N = 10$ et $a = 1$. On n'utilise que la colonne A.

Dans la cellule A2, tape $=\text{B}1 + 10/\text{B}1)/2$ et dans la cellule A3, tape $=\text{A}2 + 10/\text{A}2)/2$ puis poursuis la programmation comme dans la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C
1	Racine carrée de 10		
2	5,50000		
3	3,65909		
4	3,19601		
5	3,16246		
6	3,16228		

Note la valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{10}$.

- Recommence pour déterminer une valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{2}$, $\sqrt{11}$ et $\sqrt{20}$.

25 Extrait du Brevet

$$\text{Soit } a = \sqrt{5} \text{ et } b = \sqrt{20}.$$

- Calculer $a + b$ et donner le résultat sous la forme $c\sqrt{d}$ où d est un entier le plus petit possible.
- Calculer ab .
- Le nombre a est-il solution de l'équation $x^2 - 2x - 180 = 12\sqrt{5}$? Justifier.