

# Exercices d'approfondissement

## 1 Développements

Développe et réduis les expressions suivantes.

$$A = (x^2 + 2)^2$$

$$B = (2x + 1)^2 + (2x - 1)^2 - 8x^2$$

$$C = 2(3t - 5)^2 - 2(1 - 4t)^2$$

$$D = (1 + 4y)^2 - (2y + 3)^2 - (1 + 4y)(2y + 3)$$

## 2 Factorisations

Factorise les expressions suivantes.

$$E = (2x + 1)^2 + (2x + 1)$$

$$F = 3(2x - 3)^2 - (2x - 3)$$

$$G = (x + 4)(3x + 4) - x - 4$$

$$H = (3x + 7)(2x + 1) + (x - 4)(-2x - 1)$$

## 3 En deux coups de cuiller

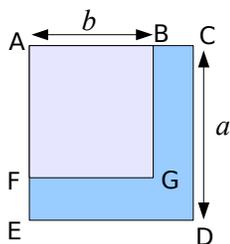
- Factorise  $4x^2 - 9$ .
- Déduis-en une factorisation de l'expression :  $J = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 1)$ .
- Résous l'équation  $J = 0$ .

## 4 Calcul mental

- Développe et réduis l'expression :  $K = (x + 15)^2 - (x - 15)^2$ .
- Déduis-en le résultat de  $1\,215^2 - 1185^2$ .

## 5 Le champ

ABGF est un carré de côté  $b$ .  
ACDE est un carré de côté  $a$ .



Un agriculteur possède le terrain BCDEFG et sait que l'aire de son terrain vaut  $7\,200 \text{ m}^2$ . Il décide un jour d'aller du point C au point E en passant par B, A et F. Arrivé en F, il a déjà parcouru 120 m. Quelle distance lui reste-t-il à parcourir pour arriver en E ?

## 6 Extrait du Brevet

On considère l'expression :

$$E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2).$$

- Développer et réduire E.
- Comment peut-on déduire, sans calculatrice, le résultat de  $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$  ?
- Factoriser l'expression :  $F = (4x + 1)^2 - (4x + 1)(7x - 6)$ .
- Résoudre l'équation  $(4x + 1)(7 - 3x) = 0$ .

## 7 Extrait du Brevet

Soit  $F = (3x - 5)^2 - (3x - 5)(x + 4)$ .

- Développer et réduire F.
- Factoriser F.
- Calculer F pour  $x = 1$  puis pour  $x = 4,5$ .

## 8 Résous les équations suivantes.

- $(x + 3)^2 - (x + 3)(2x - 1) = 0$
- $\left(6x - \frac{1}{7}\right)(x + 4) + \left(6x - \frac{1}{7}\right)(2x - 3) = 0$

## 9 Un peu de géométrie

Combien vaut  $a$  pour que l'aire d'un rectangle de dimensions  $\frac{a}{2}$  et 5 soit le double de l'aire d'un carré de côté  $a$  ?

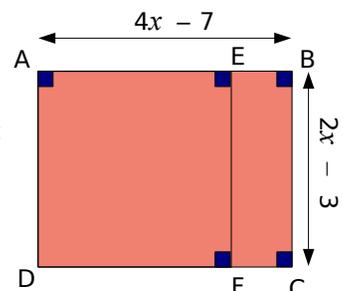
## 10 Différence d'aires

On considère l'expression :

$$D = (4x - 7)(2x - 3) - (2x - 3)^2.$$

- Développe et réduis D.
- Factorise D.

c. Sur la figure ci-contre, ABCD est un rectangle et AEFD est un carré. On suppose, dans cette question, que  $x$  est un nombre supérieur à 2.



Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  ( $x > 2$ ), la différence entre l'aire du rectangle et l'aire du carré est-elle égale à  $12 \text{ cm}^2$  ?



## 11 Le programme de calcul

On donne le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Ajoute 6.
- Multiplie la somme obtenue par le nombre choisi au départ.
- Ajoute 9 à ce produit.
- Écris le résultat.

a. Écris les calculs intermédiaires et donne le résultat fourni lorsque le nombre choisi est 2. Recommence avec  $-5$ .

b. Écris ces deux résultats sous la forme de carrés de nombres entiers.

c. Démontre que le résultat est toujours un carré, quel que soit le nombre choisi au départ.

d. On souhaite que le résultat soit 16. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ ?

## 12 Différences de carrés

On considère la suite des carrés parfaits  $1 ; 4 ; 9 ; 16 ; \dots$

a. Calcule  $4 - 1$ , puis  $9 - 4$ , puis  $16 - 9$ , puis  $25 - 16$ . Que constates-tu ?

b. Que peux-tu conjecturer à propos de la suite des différences de deux carrés successifs ? Démontre cette propriété.

c. Calcule mentalement  $23^2 - 22^2$ .

## 13 Extrait du Brevet

a. Développer les deux expressions  $A = (6 - x)^2$  et  $B = (6 - x)(4 - x)$ .

b. Donner l'écriture développée et réduite de :  $E = (6 - x)^2 - (6 - x)(4 - x) + 2(36 - x^2)$ .

c. Factoriser E.

d. Résoudre l'équation  $E = 0$ .

e. Résoudre l'équation  $E = 84$ .

## 14 Extrait du Brevet

a. Développer et réduire l'expression :  $P = (x + 12)(x + 2)$ .

b. Factoriser l'expression :  $Q = (x + 7)^2 - 25$ .

c. ABC est un triangle rectangle en A.  $x$  désigne un nombre positif.

$BC = x + 7$  et  $AB = 5$ .

Faire un schéma et montrer que :

$$AC^2 = x^2 + 14x + 24.$$

## 15 Calcul littéral en toutes lettres

Traduis par une expression algébrique les phrases suivantes.

a. A est le carré de la somme du produit de 2 par  $x$  et de 3.

b. B est la différence des carrés de la différence du double de  $x$  et de 5 et de la somme de  $x$  et de 3.

## 16 Le programme de calcul (bis)

On donne le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Prends son triple.
- Soustrais 2.
- Prends le carré de cette différence.
- Soustrais 16 à ce produit.
- Écris le résultat.

a. Applique ce programme à 1 puis à  $-\frac{1}{3}$ .

b. Pour quel(s) nombre(s) de départ obtient-on un résultat nul ?

## 17 Calculatrice digitale

Pour calculer  $6 \times 8$ , Jérôme a vu son professeur de mathématiques opérer de la façon suivante.

- Pour faire 6, avec la main droite je lève 1 doigt.
- Pour faire 8, avec la main gauche je lève 3 doigts.
- J'additionne les doigts levés des deux mains :  $1 + 3 = 4$ .
- Je multiplie le nombre de doigts baissés à droite par le nombre de doigts baissés à gauche :  $4 \times 2 = 8$ .
- Le résultat est 48.



a. Vérifie que cette astuce fonctionne pour  $7 \times 9$  et pour  $6 \times 6$  (l'éventuelle retenue de la multiplication s'ajoute à la somme des doigts levés).

b. Démontre cette méthode de calcul de  $a \times b$  avec les doigts pour  $a$  et  $b$  compris entre 5 et 9.

## 18 Factorisations (bis)

Factorise les expressions suivantes.

a.  $J = (3x + 5)^2 + 6x + 11$

b.  $K = 4(2x + 1)^2 - 8x - 3$

c.  $L = (2x + 1)^2 + 6(2x + 1) + 9$

d.  $M = (3x - 7)^2 - (2x + 5)^2$